

Intervención pedagógica tendiente a desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de educación básica primaria

Pedagogical intervention tending at developing variational thinking in students of basic primary education

Karen Yulezti Contreras-Jaimes^a, Jessica Paola Martinez-Aguilar^b, Raúl Prada-Núñez^c

^aSemillero de Investigación en Educación Matemática, Licenciatura en Matemáticas, karenyuleztcj@ufps.edu.co, <https://orcid.org/0000-0001-5237-0503>, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

^bSemillero de Investigación en Educación Matemática, Licenciatura en Matemáticas, jessicapalamamaa@ufps.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-2766-198X>, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

^cMagister en Educación Matemática, raulprada@ufps.edu.co, <https://orcid.org/0000-0001-6145-1786>, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

Forma de citar: Contreras-Jaimes, K..Y, Martinez-Aguilar, J.P, Prada-Núñez, R. Intervención pedagógica tendiente a desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de educación básica primaria. *Eco Matemático*, 11 (3), 91-104

Recibido: 28 de octubre de 2019

Aceptado: 15 de diciembre de 2019

Palabras clave

Intervención pedagógica,
Pensamiento Variacional,
Proyecto transversal.

Resumen: El presente artículo destaca la importancia que tiene el desarrollo del pensamiento variacional desde la educación básica primaria, para lo cual la investigación se orienta en identificar problemas para su enseñanza que permitan establecer una estrategia didáctica y novedosa que atiende al contexto y no compartimenta los pensamientos matemáticos. Cuyo objeto es determinar el efecto de algunas intervenciones pedagógicas tendientes a desarrollar dicho pensamiento en estudiantes de quinto primaria, cuyo enfoque es cuantitativo con un nivel descriptivo. Para esto, se realizó un análisis de la praxis del docente, se aplicó un test cuyos resultados permitieron la preparación de una serie de intervenciones pedagógicas en conjunto con el desarrollo de un proyecto transversal, posteriormente se aplicó nuevamente el test para determinar el impacto de las intervenciones pedagógicas. En los resultados se evidenció que algunos niños lograron llegar a la abstracción y modelación algebraica de problemas, para dar solución mediante el planteamiento y posterior resolución de ecuaciones y así mismo basarse en el empleo de tablas y gráficas para la comprensión de dichos problemas, permitiendo comprobar que el pensamiento variacional se puede desarrollar desde los primeros años escolares; concluyendo así que relacionar su entorno e incluir el uso de material concreto en el proceso de enseñanza-aprendizaje les permite comprender con facilidad la aplicabilidad del conocimiento adquirido.

*Autor para correspondencia: raulprada@ufps.edu.co

Keywords

Pedagogical intervention,
Variational thinking,
Transversal Project.

Abstract: This article highlights the importance of the development of variational thinking from elementary school, for which the research is oriented to identify problems for its teaching that allow establishing a didactic and novel strategy that attends to the context and does not compartmentalize mathematical thoughts. The purpose of this research is to determine the effect of some pedagogical interventions aimed at developing such thinking in fifth grade students, whose approach is quantitative with a descriptive level. For this purpose, an analysis of the teacher's praxis was made, a test was applied whose results allowed the preparation of a series of pedagogical interventions together with the development of a transversal project, and then the test was applied again to determine the impact of the pedagogical interventions. The results showed that some children were able to reach the abstraction and algebraic modeling of problems, to provide solutions through the formulation and subsequent resolution of equations and also to rely on the use of tables and graphs for the understanding of such problems, allowing to prove that variational thinking can be developed from the early school years; thus concluding that relating their environment and including the use of concrete material in the teaching-learning process allows them to easily understand the applicability of the acquired knowledge.

Introducción

Las matemáticas han sido una de las ciencias fundamentales para el progreso de la humanidad, convirtiéndose en una herramienta fundamental para el desarrollo del pensamiento, el razonamiento lógico, crítico y la abstracción. De allí, la necesidad de abordar su aprendizaje a partir de situaciones de la cotidianidad de los estudiantes para desarrollar la capacidad de enfrentar y resolver problemas en contextos y al mismo tiempo donde se demuestre el sentido útil, práctico y significativo facilitando su comprensión desde un contexto particular para luego comprender procesos más avanzados.

En Colombia, el Ministerio de Educación Nacional en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas plantea que “el trabajo en el área de matemáticas debe ser abordado desde los diferentes pensamientos como lo son: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional” (Mineducación, 1998, p.25), y en conjunto con estos pensamientos es imprescindible generar la capacidad de razonar, resolver y plantear problemas, comunicar y modelar propiciando la enseñanza de las matemáticas de

forma integral sin descuidar el protagonismo que tiene cada uno de los pensamientos que la integran. Ya que, es evidente que de “los cinco pensamientos (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional) sólo el numérico y el geométrico, han sido protagonistas en la enseñanza de las matemáticas, dejando a un lado los otros tres pensamientos” (Hernández, 2014, p.18).

Particularmente, el Mineducación (1998) afirma que el desarrollo del “pensamiento variacional es uno de los logros para alcanzar en la educación básica en el que se interrelacionan dos elementos característicos y relevantes como lo son el cambio y la variación” (p. 51). Así mismo, se propone el desarrollo del pensamiento variacional desde los primeros años de escolaridad, con la finalidad de “superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados para ubicarse en el dominio de un campo conceptual que involucre conceptos y procedimientos Inter estructurados y vinculados” (Mineducación, 1998, p. 49). De este modo, los estudiantes tendrían la capacidad de ser competentes matemáticamente potenciando su capacidad de analizar, organizar y

modelar situaciones cotidianas para que identifiquen y comprendan la función que desempeña las matemáticas y las ciencias en el mundo.

Por lo anterior, cabe resaltar la importancia que tienen cada uno de los pensamientos y en especial abordar el desarrollo del pensamiento variacional en los primeros años de escolaridad, por ello la investigación se orientó a identificar problemas para su enseñanza, establecer y adecuar a las necesidades de los estudiantes una estrategia mediada con el contexto con el objetivo de fortalecer dicho pensamiento.

Considerando esto, el desarrollo del pensamiento variacional se ha convertido en un tema relevante de estudio para investigadores y educadores, este pensamiento les permite a los estudiantes mejorar los procesos de entendimiento e interpretación de los fenómenos relacionados con su entorno. Como lo precisan los autores Hecklein et al. (2011) (Citados por Gómez, 2015) señala que: Potenciar o desarrollar el pensamiento variacional implica preparar a los alumnos para resolver problemas y tratar la información que reciben del medio, de manera que sean capaces de reconocer las estrategias para su solución y favorecer un mejor entendimiento e interpretación de la realidad. En esta dirección, los procesos de variación y cambio constituyen un aspecto de gran riqueza en el contexto escolar (p.10).

Además, como lo señalan Rivera & Sánchez (2012): El desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación, tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre ellas. (p. 23)

De ahí, como lo menciona León (2016) es muy usual que los estudiantes “hagan preguntas acerca de fenómenos cambiantes que ven a su alrededor,

el nivel de lluvias, la temperatura o el salario de sus padres son algunos de estos fenómenos que pueden llegar a ser potenciadores de actividades que estudien estos cambios” (p. 96). Por ello, este pensamiento busca favorecer el proceso de aprendizaje de las matemáticas induciendo al estudiante a razonar, lo que implica el desarrollo del pensamiento lógico que incorpore al razonamiento intuitivo e inductivo, para llegar a dar solución a las situaciones problemáticas propuestas.

Por lo anterior, en la investigación se apostó por la integración de un proyecto transversal con el apoyo del trabajo de campo que les permitiera a los estudiantes vincular el conocimiento matemático y comprender su aplicabilidad en situaciones que se generen en el contexto, buscando facilitar los procesos cognitivos y contribuir en su formación integral. Esto se logra a través de estrategias que permitan una transformación de las metodologías tradicionales, los autores Cubillos & León (2016), definen proyecto de aula como: Una estrategia alternativa frente a la metodología tradicional, debido a que permite generar Ambientes de Aprendizaje, que surgen de los intereses y necesidades de los estudiantes, y propician el trabajo en grupo, la participación activa, la reflexión y la creatividad; además, permite la contextualización de un concepto matemático de forma significativa, encontrando su utilidad en situaciones de la vida cotidiana. (p. 50)

En este orden de ideas, para hacer comprensible los conceptos de variación y cambio fundamentales en el desarrollo del pensamiento variacional se hizo necesario incluir el uso de material concreto, llevando a los estudiantes a que realicen un proceso implícito iniciando con la identificación de patrones, seguido de la representación, abstracción y por último la generalización. Por ello, se propuso una serie de intervenciones pedagógicas, en donde se manipulan materiales concretos presentes en el contexto, además se integra un proyecto transversal que es el crecimiento de una planta y en base a esto lograr que se lleven a cabo las fases requeridas

para el desarrollo del pensamiento variacional, reforzando aspectos que influyen en el progreso de los demás pensamientos y contextualizando así los aprendizajes que le permitan el desarrollo de competencias necesarias para que los niños interactúen en su ambiente de manera dinámica llevando lo aprendido en la escuela a su vida real.

Cabe resaltar que uno de los factores importantes en este proceso fue enfatizar en el uso de las representaciones, esto como lo señalan Castaño et al. (2008) (Citado por Dávila, 2018) es un rasgo de gran importancia en el estudio del pensamiento variacional, los sistemas de representación, que mejoran la comprensión de los sucesos matemáticos (p. 35); esto les permite a los estudiantes entender, analizar e interpretar la información con mayor facilidad ya que como lo determina Castaño et al. (2008) “las representaciones juegan un papel muy importante, ya que las representaciones son algo inherente a ellas, y una razón de tipo psicológico es que las representaciones mejoran notablemente la comprensión en los estudiantes” (p. 26).

Por otro lado, actualmente a pesar de los avances tecnológicos y de diferentes estrategias pedagógicas que se implementan en las aulas de clase, las matemáticas siguen siendo la materia más difícil en el proceso académico y es la que genera más apatía y sentimientos de frustración en los estudiantes. Por esto, se hace necesario proponer nuevas estrategias para su enseñanza acordes con las necesidades de los estudiantes y teniendo en cuenta la situación de cambios constantes en la que vivimos. Como lo determina Escudero (2015) en su trabajo con el que pretendió observar la forma como los estudiantes pueden construir el conocimiento matemático con el apoyo de las TIC, donde obtuvieron buenos resultados ya que evidenciaron que a través de la modelación fue acertado el uso de las gráficas por parte de los estudiantes para argumentar aspectos variacionales, en lo que jugó un papel importante la tecnología que les permite manipular gráficas con mayor facilidad.

Así mismo, Acosta, Jiménez & Villar (2015) apuesta por el uso de GeoGebra para fortalecer los procesos de conjeturación y argumentación de los estudiantes, éste adecua un applet elaborado en GeoGebra y determina que todos los estudiantes desarrollan y exponen ideas del pensamiento variacional a partir de su estrategia, además evidenció que la mayoría de estudiantes realizaron conjeturas asociadas a la visualización y a partir de la misma, algunos de ellos se arriesgaron a formular conjeturas, e intrínsecamente un par de ellos lograron validar sus conjeturas y argumentarlas de forma sustancial.

Adicionalmente, esto permite cambiar la perspectiva de las matemáticas permitiendo así potenciar las competencias y pensamientos matemáticos, dejando de lado la manera algorítmica con la que se asumen los contenidos y procesos en el aula que generan apatía en los estudiantes como se comprueba en la investigación realizada por Hidalgo et al. (2013), en la que confirma que al iniciar la escolaridad los estudiantes inician con competencias e interés para abordar la resolución de problemas mucho mayor que las presentadas a medida que pasa el tiempo, ya que esta disminuye gradualmente debido a la desmotivación que le genera al estudiante el cómo y lo que aprendió porque no le encuentra sentido o utilidad dentro de su propio contexto.

De la misma forma, es importante las capacidades que tienen los docentes para adaptarse y adaptar diferentes herramientas y estrategias que permitan la construcción del conocimiento en el aula, así mismo el dominio conceptual del docente es un factor influyente en el aprendizaje de los estudiantes como lo identifica Mejía (2018), en su trabajo en el que determina que una de las mayores dificultades de los docentes en la básica primaria radica en el limitado conocimiento respecto al dominio del pensamiento variacional, identificando el vacío conceptual y didáctico que tienen los docentes para proceder en la enseñanza de este pensamiento.

Por último, cabe resaltar la importancia e influencia que tiene el diseño adecuado y consiente por parte del docente de las intervenciones pedagógicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; Vergel, Hernández, Rincón (2016), se logra un proceso adecuado en el aprendizaje cuando se parte del diagnóstico de pre saberes que orienten el trabajo posterior, adicionalmente realizar una evaluación continua permite mejoras en los procesos de aprendizaje. Como lo determinan Martínez-López & Gualdrón-Pinto (2018), en su investigación realizada a nivel local en la que a través de unas secuencias didácticas mediadas por las TIC organizadas en tres etapas (diagnóstico, intervenciones y diagnóstico final), lograron evidenciar que el cambio de metodología generó mejores ambientes de aprendizaje y aumentó la participación de los estudiantes. En efecto, esta investigación fue guiada por el enfoque de la ingeniería didáctica que presenta una serie de fases para abordar el trabajo didáctico donde se tiene en cuenta: a) Análisis preliminares; b) Concepción y análisis a priori de situaciones didácticas; c) Experimentación; d) Análisis a posteriori y evaluación, señalado por Campeón, Aldana & Villa (2018), cuya finalidad es optimizar e incrementar el alcance de los resultados favorables en los procesos de enseñanza, como se evidenciará más adelante en los resultados obtenidos en la presente investigación.

Materiales y métodos

Esta investigación se ajusta al enfoque de investigación cuantitativo, Hernández Fernández & Baptista (2014) menciona que “Utiliza la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin establecer pautas de comportamiento y probar teorías” (p. 4). Los datos recolectados en esta investigación han sido tomados en un momento específico del tiempo (segundo semestre del 2020) por parte de las investigadoras y han sido procesados sin manipulación alguna de ellos, por tanto, se podría asegurar que es un estudio transversal. Con un nivel de investigación descriptivo puesto que los

datos han sido procesados de forma estadística para generar indicadores sobre el trabajo realizado.

La población es definida Morales (1994) (Citado por Arias, 1999), define la población como un “Conjunto para el cual serán válidas las conclusiones que se obtengan: a los elementos o unidades (personas, instituciones o cosas) involucradas en la investigación.” (p. 22). Se identifica una población conformada por la totalidad de estudiantes matriculados para el año 2020 en la institución educativa Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, Departamento Norte de Santander, y una selección de muestra por la técnica de muestreo no probabilístico por conveniencia, en donde se establecieron unos parámetros para poder seleccionar los estudiantes pertenecientes a dicha muestra. Esta investigación se centró en el desarrollo del pensamiento variacional y el dominio de los procesos de comunicación, resolución de problemas y razonamiento que influyen en el desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas.

Contando para el desarrollo de la misma con tres etapas: análisis preliminar, identificación de dificultades y evaluación del impacto pedagógico. El análisis preliminar consistió en la búsqueda de antecedentes sobre el pensamiento variacional confrontándolos con el plan de área de la Institución Educativa y directrices del MinEducación como los Estándares básicos de Aprendizaje, y los Derechos Básicos de aprendizaje. Posteriormente para la etapa de identificación de dificultades, se tomó como base los lineamientos curriculares y se creó una prueba de conocimiento que constó de 21 preguntas, creadas atendiendo a aprendizajes específicos de primaria especialmente del grado quinto en lo que al pensamiento variacional respecta, de igual manera la creación de 4 intervenciones pedagógicas aplicadas semanalmente para desarrollar los procesos del pensamiento variacional mediante la realización de actividades como el estudio de patrones, los sistemas de representación, la abstracción y la generalización. En esta planeación se integró el

contexto, se implementaron materiales concretos manipulables por los estudiantes y un proyecto transversal del crecimiento de una planta.

Finalmente, en la etapa de evaluación del impacto pedagógico se procedió a aplicar nuevamente la prueba de conocimientos y se hizo uso de la estadística inferencial para contrastar los resultados en los dos momentos diferentes (antes y después de las intervenciones pedagógicas) determinando si hubo diferencias significativas entre las calificaciones obtenidas por los estudiantes en las dos mediciones realizadas, implementando la prueba hipótesis de diferencias de medias para muestras pareadas.

Resultados y discusión

Comparación entre lo planteado por el MinEducación y lo implementado en la Institución Educativa

A continuación, se presenta un paralelo entre lo planteado por el Mineducación para la orientación del aprendizaje de las matemáticas y la manera como se llevan a cabo dichos procesos en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo-Norte de Santander, enfocados en el grado quinto.

Tabla I: Paralelo entre lo planteado por el MinEducación y lo implementado en la institución educativa

MINISTERIO DE EDUCACIÓN	
A nivel general de la enseñanza de matemáticas	
1. Desarrollo de los cinco pensamientos: numérico, métrico, espacial, variacional y aleatorio.	El colegio tiene en su plan de trabajo la separación del área de matemáticas, no se asocian los pensamientos ni se hace transversalidad entre ellos.
2. Desarrollo de competencias matemáticas	En la práctica el docente se guía por textos (libros) para la enseñanza y mediante este procedimiento se logra un aprendizaje memorístico, como consecuencia los estudiantes no adquieren habilidades y a su vez no desarrollan las competencias mínimas requeridas.
3. Trabajo con procesos matemáticos: razonamiento, comunicación, modelación, ejercitación y solución de problemas.	En la institución educativa se desarrollan procesos matemáticos como el razonamiento, la comunicación y la ejercitación, sin embargo, no se enfatiza en la modelación y resolución de problemas. En el caso de la resolución de problemas se lleva a cabo de forma metódica y no se aplica ninguna estrategia para su solución.
4. Partir de situaciones de aprendizaje significativas y comprensivas de las matemáticas.	En la institución se implementó la educación virtual con herramientas como Classroom y WhatsApp, medios a través de los cuales el docente comparte guías y talleres y de la misma forma los estudiantes las envían resueltas; antes de la emergencia sanitaria los estudiantes venían de un aprendizaje tradicionalista con algunas construcciones de conocimientos.
5. Diseñar procesos de aprendizaje mediados por escenarios culturales y sociales.	No se tienen en cuenta los espacios con los que se cuentan ni el contexto local para diseñar los procesos de aprendizaje a pesar de contar con los espacios para hacerlo.
6. Fomentar en los estudiantes actitudes de aprecio, seguridad y confianza hacia las matemáticas	No se evidencian momentos en una clase, no se inicia con una exploración de aprendizajes para identificar experiencias pasadas con los aprendizajes a tratar, lo que puede ocasionar frustraciones y confusiones en los niños.
7. Vencer la estabilidad e inercia de las prácticas de la enseñanza	El aprendizaje tiende a ser estático y memorístico, no se innova en las prácticas y se guía por medio de libros obsoletos.
8. Aprovechar la variedad y eficacia de los recursos materiales (soportes materiales o virtuales) implementación de las TIC	La institución no cuenta con los recursos tecnológicos para todos los estudiantes, además para la educación virtual, la mayoría de los niños no cuentan con internet o medios tecnológicos para conectarse, así que simplemente se envían guías por medio de WhatsApp.
9. Evaluar de manera formativa	En el caso de la institución educativa el proceso de evaluación no tiene en cuenta los avances y logros que alcanza el estudiante en su proceso, sino que la evaluación es sumativa lo que implica que no se adapte el aprendizaje a las necesidades o falencias del estudiante.
En cuanto al pensamiento variacional	
1. Ampliar el estudio de fenómenos de variación en particular cuando se relacionan con proporcionalidad y el uso de las propiedades de los sistemas de números naturales y de las fracciones para construir procedimientos no convencionales con el fin de resolver ecuaciones.	No se establece el concepto de variación ni de dependencia de variable, según lo evidenciado en el cuaderno de apuntes de los estudiantes se plantea una secuencia de pasos para solución de ecuaciones, pero no hay aplicabilidad que les permita construir gráficas ni tablas. En cuanto a patrones, se manejan secuencias tanto numéricas como geométricas.

Fuente: Elaboración propia

Análisis de las intervenciones pedagógicas

Mediante la tabla II se determinan las fortalezas y debilidades que fueron evidentes en el desarrollo de las cuatro intervenciones pedagógicas. Asimismo, el impacto del proyecto transversal del crecimiento del árbol en los niños.

Tabla II: Análisis de las intervenciones pedagógicas.

Intervención pedagógica I			
Fortalezas		Debilidades	
-	Se analizaron e interpretaron patrones tanto geométricos, como numéricos.	-	No se contó con el espacio físico acorde para desarrollar la planeación, así mismos materiales para la modelación, especialmente el tablero.
-	Se transversalizó con los demás pensamientos matemáticos, especialmente con el numérico y métrico.	-	esquemmatización, la construcción de tablas, entre otros.
Intervención pedagógica II			
Fortalezas		Debilidades	
-	Los materiales concretos fueron llamativos y fáciles de manipular, además fueron llamativos a los niños.	-	Para la intervención II se había planteado trabajo cooperativo, para que en grupos manejaran el material concreto, no se pudo trabajar con un grupo grande de estudiantes, por esta razón todos los niños trabajaron con un mismo material, y se utilizó menos tiempo del previsto
-	El proyecto transversal fue del agrado de los estudiantes		
Intervención pedagógica III			
Fortalezas		Debilidades	
-	Se logró la comprensión del concepto de ecuación por medio de la balanza.	-	Se conto con pocos materiales concretos para el grupo de niños con el que se trabajó.
-	Algunos niños plantearon ecuaciones respecto al crecimiento de su planta	-	La planeación estipulaba trabajo cooperativo, pero por motivos de pandemia no se pudo llevar a cabo de esa manera por el número de niños que asistía
Intervención pedagógica IV			
Fortalezas		Debilidades	
-	La guía sirvió como base para que se plantearan ecuaciones, sirvió como base para resolver otros problemas propuestos	-	Algunos estudiantes daban solución a los problemas que se presentaron para la intervención IV, pero no realizaban un planteamiento de ecuaciones ni daban solución a estas.
-	Se logró que se hallara la relación de las intervenciones hechas con el proyecto transversal		
-	Algunos estudiantes alcanzaron el proceso matemático general de resolución de problemas.		

Fuente: Elaboración propia

Evaluación del test en dos momentos

En la tabla III se presentan los resultados de la prueba en dos momentos, uno antes de las intervenciones pedagógicas y otro después de estas, así mismo una diferencia entre estos resultados. Las puntuaciones se han dado teniendo en cuenta el manejo que el estudiante dio para llegar a la respuesta correcta.

Tabla III: Diferencia de puntuación entre el diagnóstico y post test.

INFORMANTES	DIAGNÓSTICO	POST TEST	DIFERENCIA = POST-DIAGNÓSTICO
Estudiante 1	11	15	4
Estudiante 2	6	8	2
Estudiante 3	10.5	16	5.5
Estudiante 4	7	12	5
Estudiante 5	2.5	8.5	6
Estudiante 6	10	14	4
Estudiante 7	13.5	17.5	4
Estudiante 8	5	10.5	5.5
Estudiante 9	7.5	14.5	7
Estudiante 10	11.5	13.5	2
Estudiante 11	13.5	17.5	4
Estudiante 12	8	10.5	2.5
Estudiante 13	11	15	4
Estudiante 14	5	10.5	5.5
Estudiante 15	7	12	5

Fuente: Elaboración propia.

Puntuación

- Se asigna una calificación de un punto si la respuesta es correcta y que el procedimiento realizado sea el adecuado.

- Se asigna medio punto si llegó a la respuesta, pero sin procedimiento correcto o procedimiento a medias.

- No se asigna calificación si la respuesta es incorrecta.

Se utiliza la prueba de hipótesis para medias con muestras pareadas con el fin de evaluar el impacto de las intervenciones pedagógicas realizadas a una muestra de niños del grado 5, de la Sede 3 del colegio Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, Norte de Santander. Se realiza la comparación del mismo test, aplicado en dos momentos distintos, uno antes de las intervenciones pedagógicas (pre test) y otro posteriormente (post test).

$$t = \frac{\overline{X_d}}{s_d / \sqrt{n}} \quad (1)$$

Donde:

t = estadístico de prueba

$\overline{X_d}$ = Promedio de las diferencias de las dos muestras.

S_d = Desviación estándar

n = Total de elementos de la muestra

d = Diferencia entre las dos muestras: (final - inicial).

Sistema de hipótesis (2):

Hipótesis Nula $H_0: \mu_d = 0$

Hipótesis Alterna $H_1: \mu_d \neq 0$

Siendo:

μ_d = Promedio poblacional de las diferencias entre las dos poblaciones.

d = Diferencia entre las dos muestras: (final - inicial).

$\overline{X_d}$ = Promedio de las diferencias de las dos muestras.

$$g_l = n - 1 \quad (3)$$

g_l = Grados de libertad

$$\overline{X_d} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n} \quad (3)$$

Donde:

$\overline{X_d}$ = promedio de diferencias entre medias pareadas

d_n = diferencia entre las media n

$$s_d = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n d^2} \quad (4)$$

Siendo:

S_d = Desviación estándar

d = Diferencia entre las dos muestras: (final - inicial).

n = muestra

Reemplazando valores en (3)

$$\overline{X_d} = \frac{4+2+5.5+5+6+4+4+5.5+7+2+4+5.5+4+2.5+5}{15} = 4.4$$

y su vez reemplazando los valores hallados en (4)

$$s_d = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n d^2} = 1.4540$$

Utilizamos (1) para calcular el estadístico de prueba

$$t = \frac{4.4}{1.4540 / \sqrt{15}} = 11.72$$

$$g_l = n - 1$$

$$15 - 1 = 14 \text{ con } \alpha = 0,05$$

$$t_\alpha = 1,761$$

à nivel de significancia

El valor de t que se ha calculado es mayor que t_α , por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula.

Se puede decir que, con este nivel de significancia, existe evidencia estadística suficiente para considerar que las intervenciones pedagógicas en la muestra de estudiantes del grado 5 de la Sede 3 del colegio Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, funcionaron y les permitieron mejorar el desarrollo del pasamiento variacional, así como su desempeño académico en este pensamiento y en las matemáticas en general, llevando a cabo procesos de descubrimiento de patrones.

Discusión

Con los resultados mostrados en la tabla I se puede analizar la brecha entre lo que plantea el Ministerio de Educación, el plan de área de la Institución, y la práctica docente. Los profesores tienen un marco de referencia, pero también una libertad de cátedra para definir qué aprendizajes se deben priorizar de acuerdo al contexto, sin embargo, se están incumpliendo muchas de las condiciones que se deben tener en cuenta para la enseñanza de las matemáticas y especialmente para el caso del desarrollo del pensamiento variacional. No se atiende

a las necesidades del contexto ni se pone en juego este en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Los procesos se basan en la memorización y se fundamentan en textos y libros obsoletos. En cuanto a la evaluación, no se hace de manera formativa, donde se retroalimenta en los aprendizajes que no se han logrado asimilar, esto permite que se avance, pero con vacíos que posteriormente pueden afectar los procesos de los estudiantes en los grados superiores de la educación.

Actualmente en la mayoría de Instituciones educativas los docentes de primaria se guían textualmente por un libro y no se permiten espacios durante el desarrollo de las clases para el análisis, argumentación y discusión, incluso la mayoría se basa en un modelo tradicionalista, esto es sustentado por la investigación realizada por Jiménez & Gutiérrez (2017) *Realidades escolares de las clases de matemáticas*. Donde se realizaron encuestas para determinar la manera como se llevaban a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje en una institución privada de Sogamoso, la mayoría de docentes no implica el contexto de los estudiantes en sus procesos y no se hace implementación de materiales concretos. Igualmente, su método se basa básicamente en la memorización. La educación primaria en la mayoría de colegios Colombianos tiene muchas brechas y procesos incompletos y poco novedosos y dinámicos es por ello que se obtienen resultados bajos en pruebas estandarizadas a nivel nacional e internacional.

Una intervención pedagógica es definida por Touriñán (2019) “la acción intencional que desarrollamos en la tarea educativa en orden de realizar con, por y para el educando los fines y medios que se justifican con fundamento en el conocimiento de la educación” (p. 226). Para planear y ejecutar una intervención pedagógica el docente debe tener un conocimiento técnico y disciplinar y orientar bien el proceso para llegar a los objetivos que se espera alcanzar a través de estas. Las principales fortalezas de las intervenciones

pedagógicas implementadas en esta investigación y planeadas tomando como base los resultados de la prueba diagnóstica, fueron la atracción que generaron en los estudiantes ya que manipulaban muchos materiales concretos, eran vistas como “clases” diferentes, en donde encontraban otra manera de aprender lo que ellos de una u otra forma conocían, además de ver la aplicabilidad de los aprendizajes que se desarrollaron, asimismo se lograron resultados en los niños en corto tiempo y con materiales fáciles de conseguir. En cuanto al proyecto transversal, fue muy llamativo a ellos porque generaba interés el determinar el crecimiento de la planta respecto al tiempo que transcurría, estar pendiente del cuidado de esta, regarla y diligenciar correctamente la ficha de registro que se les dio, finalmente realizaron comparaciones y llegaron a conclusiones respecto a ella. Las intervenciones pedagógicas tienen un efecto positivo en la educación matemática y principalmente en el fortalecimiento del pensamiento variacional esto también se comprueba en la investigación realizada por Ordóñez-Ortega, Gualdrón-Pinto & Amaya-Franky (2019) cuyo nombre fue *pensamiento variacional, mediado por baldosas algebraicas y manipuladores virtuales*, Cúcuta, en donde las intervenciones fueron moderadas por materiales concretos y tecnología en estudiantes de octavo grado, bajo un modelo constructivista. Los resultados de estas fueron positivos en cuanto a la asimilación de conceptos de variación y dependencia de variables y se notó el cambio de actitud frente a los aprendizajes matemáticos cuando se hacen por medio de tecnología y no por el método tradicional.

Las debilidades en la ejecución de las intervenciones planeadas para fortalecer el pensamiento variacional en estudiantes de quinto grado, tuvieron que ver más con los espacios con los que se contaban para hacerlas, puesto que eran pequeños y en ocasiones incómodos, de igual manera a causa de la pandemia no se pudo realizar el trabajo cooperativo, puesto que no se pudo trabajar con una muestra muy grande para evitar aglomeraciones.

Finalmente, a través de la estadística inferencial se evaluó el impacto de las intervenciones, se aplicó el test de conocimiento en dos momentos uno previo a las intervenciones y otro posterior a estas, y usando la prueba hipótesis para medias con muestras pareadas, se comprobó que tuvieron un efecto positivo, que logro fortalecer el pensamiento variacional en la muestra de estudiantes del grado quinto, y los procesos matemáticos, especialmente comunicación, razonamiento y resolución. Esto tendrá efectos positivos en los aprendizajes posteriores de educación de básica secundaria y media técnica, a su vez esto refleja la importancia del desarrollo del álgebra y pensamiento variacional en la educación inicial además de demostrar que es posible que los niños conciben conceptos relacionados con la variación y el cambio incluso en primero o segundo grado de primaria esta afirmación es respaldada por la investigación realizada por Morales et. al (2018) *denominada relaciones funcionales y estrategias a los alumnos de educación primaria en un contexto funcional*, y se tomó como muestra 30 estudiantes de primaria, y lograron modelación algebraica orientada por los investigadores, y muchos de los niños abordaron conceptos de variación y correspondencia de manera acertada.

Conclusiones

En el proceso de investigación realizado en la Sede 3 de la Institución Educativa Guillermo Cote Bautista del municipio de Toledo, departamento Norte de Santander, a estudiantes del grado quinto y teniendo en cuenta el primer objetivo, se evidenció que a pesar de las sugerencias del Ministerio de Educación para la enseñanza de las matemáticas en general y la libertad de cátedra que cada docente tiene atendiendo a las necesidades del contexto, en este caso se excluye la enseñanza de determinados aprendizajes necesarios para este ambiente en específico, así mismo la forma como se lleva a cabo el desarrollo de competencias matemáticas no son los adecuados, ni cumplen con las condiciones establecidas, especialmente en el caso del

pensamiento variacional, esto se comprueba en la revisión teórica y en la prueba de conocimiento realizada a la muestra de estudiantes.

La ejecución de intervenciones pedagógicas previamente planeadas, permitieron comprobar que los estudiantes muestran actitud positiva frente a la implementación de materiales concretos y uso de elementos presentes en su contexto para el aprendizaje, generando mejores ambientes de estudio y mostró que se puede lograr participación asertiva por parte de los niños cuando se incentiva el interés y se aprovechan los espacios y recursos con los que se cuenta.

Estadísticamente se logró evaluar el efecto e impacto de las mismas, puesto que se comparó los resultados de la prueba de conocimiento aplicada antes y después de las intervenciones pedagógicas, teniendo en cuenta que dicho test no fue retroalimentado ni solucionado durante la ejecución de las mismas, al aplicar estadística inferencial para obtener conclusiones sobre su efecto, los resultados permitieron corroborar que las intervenciones pedagógicas y el proyecto transversal funcionaron y permitieron fortalecer el desarrollo del pensamiento variacional en la muestra de estudiantes seleccionada.

En general se puede concluir que los estudiantes lograron desarrollar más competencias matemáticas enfocadas principalmente en el pensamiento variacional, por esto es preciso decir que los procesos de enseñanza y aprendizaje deben estar relacionados con su entorno, además esto les permite comprender con mayor facilidad su aplicabilidad y uso; asimismo, por medio de materiales concretos, sencillos de manipular y llamativos. Cabe recalcar que si se aprovecharan los recursos y espacios con los que cuenta la institución, los resultados en las pruebas locales mejorarían, así mismo, el desarrollo de competencias en el pensamiento variacional, útil en grados superiores de la educación básica y media.

Referencias

- Arias, F. (1999). *El proyecto de investigación. Guía para su elaboración* (3a ed.). Caracas: Episteme, C.A
- Acosta, D. H., Jiménez, I. J., & Villar, B. L. (2015). *Actividad para desarrollar el pensamiento variacional en primaria* (Trabajo de especialización). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
- Campeón, M.C., Aldana, E., & Villa, J.A., (2018) Ingeniería didáctica para el aprendizaje de la función lineal mediante la modelación de situaciones. *Sophia*, 14 (2), 115-126. <http://doi.org/10.18634/sophiaj.14v.2i.629>
- Castaño, L. F., García, J. C., Luján, M. L., Medina, C. P., Ruiz, J. & Trejos, E. P. (2008). *Las situaciones de variación y cambio como herramienta para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático desde los primeros grados de escolaridad* (Trabajo de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia
- Cubillos, A. P., & León, C. E. (2016). El proyecto de aula: una historia del por qué y para qué de los números enteros. *Revista Ydyia*, 36(1), 43-52
- Dávila, W. C. (2018). Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia
- Escudero, D. I. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* (Tesis doctoral). Universidad de Huelva, Huelva, España
- Gómez, O. M. (2015). *Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes del grado noveno* (Trabajo de Maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia
- Hernández, S. (2014). *Propuesta didáctica para el desarrollo de procesos de razonamiento lógico matemático, desde el pensamiento variacional, con los estudiantes del grado cuarto de básica primaria del Colegio Cooperativo San Antonio de Prado, por medio de estrategias de enseñanza mediadas por los sistemas de gestión de aprendizaje durante el año 2014* (Trabajo de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación* (6a ed.). México D.F.: McGraw-Hill
- Hidalgo, M., Ehrensaft, D., Tishelman, A. & Clark L. (2013). Editor's Corner The Gender Affirmative Model: What We Know and What We Aim to Learn. *Human Development*, 56(5), 285-290. <https://doi.org/10.1159/000355235>
- Jiménez, A. & Gutiérrez, A. S. (2017). Realidades escolares en las clases de matemáticas. *Educación Matemática*, 29(3), 109-129. <https://doi.org/10.24844/EM2903.04>
- León, C. E. (2016). Laboratorio de pensamiento variacional: una experiencia para estudiantes de poblaciones vulnerables. *Revista internacional de aprendizaje en ciencia, matemáticas y tecnología*, 3(2), 93-102
- Martínez-López, L. G. & Gualdrón-Pinto, E. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 9(1), 91-102. <https://doi.org/10.19053/20278306.v9.n1.2018.8156>
- Mejía, D. A. (2018). *Fortalecimiento del proceso de enseñanza del pensamiento variacional de los docentes de grado tercero y quinto de la Institución Educativa Pablo VI de Manizales* (Tesis de maestría.). Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares para el área de matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Mineducación
- Morales, V (1994). *Planeamiento y análisis de investigaciones* (8a ed.). Caracas: El Dorado
- Morales, R., Cañadas, M. C, Brizuela, B., & Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de Educación Primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), pp. 59-78

- M. Vergel-Ortega, R. V. Hernández, O. L. Rincón-Leal, “Influencia de curso precálculo y actividades de apoyo institucional en desarrollo de competencias y creencias en matemáticas”, *Eco Matematico* vol. 7, no. 1, pp. 33-47, 2016
- Ordóñez-Ortega, O., Gualdrón-Pinto, E., & Amaya-Franky, G. (2019). Pensamiento variacional mediado con baldosas algebraicas y manipuladores virtuales. *Rev.investig. desarro.innov.*, 9 (2), 347-362 <http://doi.org/10.19053/20278306.v9.n2.2019.9180>
- Rivera, E., & Sánchez, L. F. (2012). *Desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica primaria: Generalización de patrones numéricos* (Trabajo de pregrado). Universidad del Valle, Santiago de Cali
- Touriñán, J. (2019). La relación educativa es un concepto con significado propio que requiere concordancia entre valores y sentimientos en cada interacción. *Sophia, colección de Filosofía de la Educación*, 26(1), 223-279. <http://doi.org/10.17163/soph.n26.2019.07>