

## FORMULACION DE PROBLEMAS

### **Problema 01:**

Una compañía elabora dos productos P1 y P2 cada uno requiere de componentes C1 y C2 la disponibilidad de componentes y precio de venta se muestra en el siguiente cuadro:

Producto	Componentes		Precio de Venta (S./Unidad)
	C1	C2	
P1	1	2	4
P2	3	1	3
Dispones	15000	10000	

Se pide formular el problema y optimizar el ingreso de ventas

### Solución 01:

$X_i$  = unidades del producto a producir ( $i = 1, 2$ )

*Función Objetivo:*  $\max Z = 4X_1 + 3X_2$

*Restricciones:*

$$X_1 + 3X_2 \leq 15,000$$

$$2X_1 + X_2 \leq 10,000$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Para el problema la función objetivo  $Z = 4X_1 + 3X_2$  indica que  $X_1$  son la unidades del producto 1 cuyo precio de venta es 4 soles,  $X_2$  son la unidades del producto 2 cuyo precio de venta es 3 soles. Esta función llamada objetivo será óptima si consideramos las restricciones mencionadas, es decir las unidades del producto  $X_1$  más las unidades del producto  $X_2$  multiplicado por 3 debe ser menor que 15,000 unidades.

Este problema busca encontrar una ecuación matemática que optimice el ingreso de ventas, es decir que sea mas rentable eligiendo un número determinado de componentes para la elaboración de cada producto.

Así mismo no sólo consiste en encontrar la formula matemática sino que esta en función una serie de restricciones para que se logre la optimización.

### **Problema 02:**

Las capacidades de producción del producto P de las fábricas A y B, los costos por unidad transportada a los centros de consumo  $C_1$  y  $C_2$  y las demandas de estos son como sigue:

Fabrica	Costos de Transporte (S./ Unidad)		Producción (Unidad)
	C1	C2	
A	5	10	300
B	12	3	400
Demanda	250	350	

(Unidad)			
----------	--	--	--

Se pide formular el problema y minimizar el costo total de transporte

**Solución 02:**

$X_{ij}$  = unidades transportadas de la fábrica  $i$  ( $i = 1, 2$ ) al centro de consumo  $j$  ( $j = 1, 2$ )

**Función Objetivo:**  $\text{mín } Z = 5X_{11} + 10X_{12} + 12X_{21} + 3X_{22}$

**Restricciones:**

Fábrica A:  $X_{11} + X_{12} \leq 300$

Fábrica B:  $X_{21} + X_{22} \leq 400$

Centro de Consumo C1:  $X_{11} + X_{21} \geq 250$

Centro de Consumo C2:  $X_{12} + X_{22} \geq 350$

Este problema nos pareció muy interesante incluirlo por que se trata de minimizar los costos de transporte mediante un modelo matemático considerando restricciones que se dan en la producción (capacidad de fábrica) y en la demanda.

En la función objetivo se toma los costos unitarios por las unidades transportadas de cada fábrica hacia cada centro de consumo.

**Problema 03:**

La capacidad de producción de TEXTIL-PERU es de 900 unidades mensuales. Los costos unitarios de producción y el compromiso mensual de venta a EXPORT-PERU son como sigue:

Mes	Costo de Producción (S/. / unidades)	Venta (Unidades)
1	100	300
2	150	350
3	200	400

Se pide formular el problema:

**Solución 03:**

$X_i$  = Producción en el mes  $i$  ( $i=1, 2, 3$ )

**Función Objetivo:**  $\text{min } Z = 100X_1 + 150X_2 + 200X_3$

**Restricciones:**

Mes 1:  $X_1 \leq 900$

$X_1 \geq 300$

Mes 2:  $X_2 \leq 900$

$$X_1 + X_2 \geq 650$$

Mes 3:  $X_3 \leq 900$

$$X_1 + X_2 + X_3 \geq 1050$$

El objetivo de este problema es minimizar los costos en función de una serie de restricciones (capacidad de producción y compromiso de venta).

La función objetivo está en función al producto de los costos unitarios y unidades a producir. En las restricciones se considera los compromisos de venta para cada mes.

**Problema 04:**

FLORANID S.A., es una empresa dedicada a la comercialización de abonos para plantas que emplea 3 tipos diferentes de ingredientes A, B y C, para conseguir 3 tipos de abonos 1, 2, y 3.

En cuanto a los ingredientes, su disponibilidad es limitada y sus costos son los siguientes:

INGREDIENTE	CANTIDAD DISPONIBLE (kg)	COSTOS (pts/kg)
A	4.000	1.300
B	6.000	1.500
C	2.000	1.000

Los costos de los abonos son:

Abono 1  $\Rightarrow$  2.000 pts/kg

Abono 2  $\Rightarrow$  3.000 pts/kg

Abono 3  $\Rightarrow$  1500 pts/kg.

Además de lo anterior, los ingredientes han de mezclarse en proporciones específicas para asegurar una combinación adecuada:

Para el abono 1, no menos del 25 % de A y no más del 40 % de C; para el abono 2, no menos del 30 % de A, no menos del 20 % ni más del 30 % de B y no más del 15 % de C; y para el abono 3, no menos del 35 % de B.

Con todos los datos que FLORANID S.A. nos ha facilitado, nos piden que determinemos: ¿Cuánta cantidad de cada tipo de abono hay que producir de forma que se maximice el beneficio de la compañía?

Así pues, con los datos facilitados, podemos construir un primer esquema que nos permitirá desarrollar el modelo de programación lineal para la resolución del problema:

INGREDIENTES	ABONOS			CANTIDAD DISPONIBLE (kg)	COSTOS (pts/kg)
	1	2	3		
A	$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{13}$	4000	1300
B	$X_{21}$	$X_{22}$	$X_{23}$	6000	1500
C	$X_{31}$	$X_{32}$	$X_{33}$	2000	1000

## VARIABLES DE DECISIÓN

$X_{ij}$  : cantidad de ingrediente del tipo  $i$  para cada tipo de abono  $j$ .

## RESTRICCIONES

$$\left. \begin{array}{l} X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 4000 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 6000 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq 2000 \end{array} \right\} \text{Restricciones de disponibilidad}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0,75 X_{11} - 0,25 X_{21} - 0,25 X_{31} \geq 0 \\ 0,60 X_{31} - 0,40 X_{11} - 0,40 X_{21} \geq 0 \\ 0,70 X_{12} - 0,30 X_{22} - 0,30 X_{32} \geq 0 \\ 0,80 X_{22} - 0,20 X_{12} - 0,20 X_{32} \geq 0 \\ 0,70 X_{22} - 0,30 X_{12} - 0,30 X_{32} \geq 0 \\ 0,85 X_{32} - 0,15 X_{22} - 0,15 X_{12} \geq 0 \\ 0,65 X_{23} - 0,35 X_{13} - 0,35 X_{33} \geq 0 \end{array} \right\} \text{Restricciones específicas de la mezcla}$$

FUNCIÓN OBJETIVO  $B^0 = \text{Ingresos} - \text{Gastos}$

Abono 1:

$$2000(X_{11} + X_{21} + X_{31}) - 1300X_{11} - 1500X_{21} - 1000X_{31} = 700X_{11} + 500X_{21} + 1000X_{31}$$

Abono 2:

$$3000(X_{12} + X_{22} + X_{32}) - 1300X_{12} - 1500X_{22} - 1000X_{32} = 1700X_{12} + 1500X_{22} + 2000X_{32}$$

Abono 3:

$$1500(X_{13} + X_{23} + X_{33}) - 1300X_{13} - 1500X_{23} - 1000X_{33} = 200X_{13} + 500X_{33}$$

$$\text{Max } (700X_{11} + 1700X_{12} + 200X_{13} + 500X_{21} + 1500X_{22} + 1000X_{31} + 2000X_{32} + 500X_{33})$$

Así pues, una vez definidas las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones sujetas a ella, hemos trabajado los datos para proceder a su resolución. Por tanto, en el siguiente cuadro se muestra el resumen de la solución óptima hallada a través de los cálculos, y en la siguiente página presentamos el último cuadro del SIMPLEX.

SOLUCIÓN ÓPTIMA:

$X_{11} = 0$	$S_1 = 0$
$X_{12} = 4000$	$S_2 = 3328$
$X_{13} = 0$	$S_3 = 0$
$X_{21} = 0$	$S_4 = 0$
$X_{22} = 2182$	$S_5 = 0$
$X_{23} = 490$	$S_6 = 1818$
$X_{31} = 0$	$S_7 = 727$
$X_{32} = 1091$	$S_8 = 0$

$X_{33} = 909$	$S_9 = 0$
<b>Z = 12700000</b>	$S_{10} = 0$

En este cuadro se destaca principalmente la presencia de 10 variables de holgura (S), cada una de las cuales hace referencia a cada una de las restricciones que condicionan a la función objetivo.

Por tanto, puesto que ya sabemos que una variable básica es aquella cuya solución óptima es diferente de cero, podríamos clasificar las variables de la solución de la siguiente forma:

Variables básicas:  $X_{12}$  ,  $X_{22}$  ,  $X_{23}$  ,  $X_{32}$  ,  $X_{33}$  ,  $S_2$  ,  $S_6$  ,  $S_7$  .

Variables no básicas:  $X_{11}$  ,  $X_{13}$  ,  $X_{21}$  ,  $X_{31}$  ,  $S_1$  ,  $S_3$  ,  $S_4$  ,  $S_5$  ,  $S_8$  ,  $S_9$  ,  $S_{10}$

Así pues, tal y como se ve reflejado en la solución del modelo de programación lineal que hemos definido, estas serían las combinaciones de ingredientes y las cantidades de abono producidas que nos permiten maximizar el beneficio:

Abono 1:

No utilizamos ningún ingrediente para conseguir este tipo de abono, por lo que no vamos a producir nada de él.

Abono 2:

Para conseguir este tipo de abono emplearemos 4000 kg del ingrediente A, 2182 kg del ingrediente B y 1091 kg del ingrediente C por lo que vamos a producir y vender 7273 kg del abono tipo 1.

Abono 3:

Para producir este tipo de abono emplearemos 490 kg del ingrediente B y 909 kg del ingrediente C, sin utilizar nada del ingrediente A, a partir de los cuales produciremos y venderemos 1399 kg del abono tipo 3.

**Problema 05:**

(Mezcla) Una compañía destiladora tiene dos grados de güisqui en bruto (sin mezclar), I y II, de los cuales produce dos marcas diferentes. La marca regular contiene un 50% de cada uno de los grados I y II, mientras que la marca súper consta de dos terceras parte del grado I y una tercera parte del grado II. La compañía dispone de 3000 galones de grado I y 2000 galones del grado II para mezcla. Cada galón de la marca regular produce una utilidad de \$5, mientras que cada galón del súper produce una utilidad de \$6 ¿Cuántos galones de cada marca debería producir la compañía a fin de maximizar sus utilidades?

MARCAS	GRADO I	GRADO II	UTILIDAD
REGULAR	50%	50%	\$ 5
SÚPER	75%	25%	\$ 6

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de güisqui de la marca regular en galones

$x_2$  = la Cantidad de güisqui de la marca súper en galones

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 6x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$1500x_1 + 1000x_2 \leq 3000 \dots\dots (2)$$

$$2250x_1 + 500x_2 \leq 2000 \dots\dots(3) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 06:**

(Mezcla) Una compañía vende dos mezclas diferentes de nueces. La mezcla más barata contiene un 80% de cacahuates y un 20% de nueces, mientras que la más cara contiene 50% de cada tipo. Cada semana la compañía obtiene 1800 kilos de cacahuates y 1200 kilos de nueces de sus fuentes de suministros. ¿Cuántos kilos de cada mezcla debería producir a fin de maximizar las utilidades si las ganancias son de \$ 10 por cada kilo de la mezcla más barata y de \$ 15 por cada kilo de la mezcla más cara?

MEZCLA	CACAHUATE	NUEZ	GANANCIA POR SEMANA
BARATA	80%	20%	\$10 POR KILO
CARA	50%	50%	\$ 15 POR KILO

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de mezcla de la marca BARATA en kilogramos

$x_2$  = la Cantidad de mezcla de la marca CARA en kilogramos

$$\text{Max } Z = 10x_1 + 15x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$1440x_1 + 240x_2 \leq 1800 \dots\dots (2)$$

$$900x_1 + 600x_2 \leq 1200 \dots\dots(3) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 07:**

(Decisiones sobre producción) Una compañía produce dos productos, A y B. Cada unidad de A requiere 2 horas en cada máquina y 5 horas en una segunda máquina.

Cada unidad de B demanda 4 horas en la primera máquina y 3 horas en la segunda máquina. Se dispone de 100 horas a la semana en la primera máquina y de 110 horas en la segunda máquina. Si la compañía obtiene una utilidad de \$70 por cada unidad de A y \$50 por cada unidad de B ¿Cuánto deberá de producirse de cada unidad con objeto de maximizar la utilidad total?

PRODUCTO	HRS MÁQUINA 1	HRS MÁQUINA 2	UTILIDAD
A	2	5	\$ 70 POR KILO
B	4	3	\$50 POR KILO

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción de A en unidades

$x_2$  = la Cantidad de producción de B en unidades

$$\text{Max } Z = 70x_1 + 50x_2 \dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$2x_1 + 4x_2 \leq 100 \dots\dots (2)$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 110 \dots\dots(3) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

### **Problema 08:**

(Decisiones sobre producción) En el ejercicio anterior, suponga que se recibe una orden por 14 unidades de A a la semana. Si la orden debe cumplirse, determine el nuevo valor de la utilidad máxima.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción de A en unidades

$x_2$  = la Cantidad de producción de B en unidades

$$\text{Max } Z = 70x_1 + 50x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$2x_1 + 4x_2 \leq 100 \dots\dots (2)$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 110 \dots\dots(3) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 09:**

(Decisiones sobre Producción). Un fabricante produce dos productos, A y B, cada uno de los cuales requiere tiempo en tres máquinas, como se indica a continuación:

PRODUCTO	HRS MÁQUINA 1	HRS MÁQUINA 2	HRS MÁQUINA 3	UTILIDAD
A	2	4	3	\$250 POR KILO
B	5	1	2	\$300 POR KILO

Si los número de horas disponibles en las máquinas al mes son 200, 240 y 190 en el caso de la primera, segunda y tercera, respectivamente, determine cuántas unidades de cada producto deben producirse a fin de maximizar la utilidad total.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción de A en unidades

$x_2$  = la Cantidad de producción de B en unidades

$$\text{Max } Z = 250x_1 + 300x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$2x_1 + 5x_2 \leq 200 \dots\dots(2)$$

$$4x_1 + 1x_2 \leq 240 \dots\dots(3)$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 190 \dots\dots(4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 10:**

(Decisiones sobre producción) En el ejercicio anterior, suponga que una repentina baja en la demanda del mercado del producto A obliga a la compañía a incrementar su precio. Si la utilidad por cada unidad de A se incrementa a \$600, determine el nuevo programa de producción que maximiza la utilidad total.

Solución:

PRODUCTO	HRS MÁQUINA 1	HRS MÁQUINA 2	HRS MÁQUINA 3	UTILIDAD
A	2	4	3	\$600 POR KILO
B	5	1	2	\$300 POR KILO

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?



$x_1$  = la Cantidad de producción de A en unidades  
 $x_2$  = la Cantidad de producción de B en unidades

$$\text{Max } Z = 250x_1 + 300x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$2x_1 + 5x_2 \leq 200 \dots\dots(2)$$

$$4x_1 + 1x_2 \leq 240 \dots\dots(3)$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 190 \dots\dots(4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

### Problema 11:

(Decisiones sobre producción) En el ejercicio 5, suponga que el fabricante es forzado por la competencia a reducir el margen de utilidad del producto B. ¿Cuánto puede bajar la utilidad de B antes de que el fabricante deba cambiar el programa de producción? (El programa de producción siempre debe elegirse de modo que maximice la utilidad total).

Solución:

PRODUCTO	HRS MÁQUINA 1	HRS MÁQUINA 2	HRS MÁQUINA 3	UTILIDAD
A	2	4	3	\$600 POR KILO
B	5	1	2	\$ X POR KILO

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción de A en unidades  
 $x_2$  = la Cantidad de producción de B en unidades

pero en éste caso, debemos tomar en cuenta que se debe minimizar, ahora la UTILIDAD del PRODUCTO B, pues bien, se reduce la mitad de la utilidad por lo tanto queda:

$$\text{Max } Z = 250x_1 + 150x_2 \dots\dots(1)$$

(El programa de producción siempre debe elegirse de modo que maximice la utilidad total).

Sujeto a:

$$2x_1 + 5x_2 \leq 200 \dots\dots(2)$$

$$4x_1 + 1x_2 \leq 240 \dots\dots(3)$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 190 \dots\dots(4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

### Problema 12:

(Decisiones sobre inversión) Un gerente de Finanzas tiene \$  $1 \times 10^6$  de un fondo de pensiones, parte de cual debe invertirse. El gerente tiene dos inversiones en mente, unos bonos conversadores que producen un 6% anual y unos bonos hipotecarios más

efectivo que producen un 10% anual. De acuerdo con las regulaciones del gobierno, no más del 25% de la cantidad invertida puede estar en bonos hipotecarios. Más aún, lo mínimo que puede ponerse en bonos hipotecarios es de %100,000. Determine las cantidades de la dos inversiones que maximizarán la inversión total.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de la inversión en bonos conservadores

$x_2$  = la Cantidad de la inversión en bonos hipotecarios

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 \dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$(0.06)(1,000,000)x_1 + (0.1)(1,000,000)x_2 \leq (1,000,000)(0.25) \dots\dots\dots (2)$$

$$x_2 \geq 100,000 \dots\dots\dots (3)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 13:**

(Decisiones sobre plantación de cultivos) Un granjero tiene 100 acre pies en los cuales puede sembrar dos cultivos. Dispone de \$ 3000 a fin de cubrir el costo del sembrado. El granjero puede confiar en un total de 1350 horas-hombre destinadas a la recolección de los dos cultivos y en el cuadro se muestra los siguientes datos por acre:

CULTIVOS	COSTO DE PLANTAR	DEMANDA HORAS-HOMBRE	UTILIDAD
PRIMERO	\$20	5	\$ 100
SEGUNDO	\$40	20	\$ 300

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción del PRIMER CULTIVO en acre pies

$x_2$  = la Cantidad de producción del SEGUNDO CULTIVO en acre pies

$$\text{Max } Z = 100x_1 + 300x_2 \dots\dots(1)$$

(El programa de producción siempre debe elegirse de modo que maximice la utilidad total).

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \dots\dots\dots (2) \text{ esta ecuación se debe a que sólo tiene 100 acre pies para los cultivos}$$

$$5x_1 + 20x_2 \leq 1350 \dots\dots\dots (3)$$

$$20x_1 + 40x_2 \leq 3000 \dots\dots\dots(4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 14:**

(Decisiones sobre plantación de cultivos) En el ejercicio anterior, determine la porción del terreno que deberá plantarse con cada cultivo si la utilidad por concepto del segundo cultivo sube a \$ 450 por acre.

Solución:

CULTIVOS	COSTO DE PLANTAR	DEMANDA HORAS-HOMBRE	UTILIDAD
PRIMERO	\$20	5	\$ 100
SEGUNDO	\$40	20	\$ 450

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción del PRIMER CULTIVO en acre pies

$x_2$  = la Cantidad de producción del SEGUNDO CULTIVO en acre pies

$$\text{Max } Z = 100x_1 + 450x_2 \dots\dots(1)$$

(El programa de producción siempre debe elegirse de modo que maximice la utilidad total).

Sujeto a:

$$5x_1 + 20x_2 \leq 1350 \dots\dots (2)$$

$$20x_1 + 40x_2 \leq 3000 \dots\dots(3) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 15:**

(Planeación dietética) La dietista de un hospital debe encontrar la combinación más barata de dos productos, A y B, que contienen:

- al menos 0.5 miligramos de tiamina
- al menos 600 calorías

PRODUCTO	TIAMINA	CALORIAS
A	0.2 mg	100
B	0.08 mg	150

Solución:

Variables:

$x_1$  = la Cantidad mas Barata del producto A

$x_2$  = la Cantidad mas Barata del Producto B

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$0.2x_1 + 0.08x_2 \geq 0.5 \dots\dots (2) \text{ (al menos)}$$

$$100x_1 + 150x_2 \geq 600 \dots\dots(3) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 16:**

(Purificación del mineral) Una compañía posee dos minas, P y Q. En el cuadro siguiente se muestra la producción de los elementos por cada tonelada producida por ambas minas respectivamente:

MINAS	COBRE	ZINC	MOLIBDENO	COSTO POR TON. DE OBTENCIÓN DE MINERAL
P	50 lb	4 lb	1 lb	\$ 50
Q	15 lb	8 lb	3 lb	\$ 60

La compañía debe producir cada semana, al menos las siguientes cantidades de los metales que se muestran a continuación:

- 87,500 libras de cobre
- 16,000 libras de zinc
- 5,000 libras de molibdeno

¿Cuánto mineral deberá obtenerse de cada mina con objeto de cumplir los requerimientos de producción a un costo mínimo?

Solución:

Variables:

$x_1$  = la Cantidad de Mineral de la MINA P en libras

$x_2$  = la Cantidad de Mineral de la MINA Q en libras

$$\text{Max } Z = 50x_1 + 60x_2 \dots\dots(1)$$

$$50x_1 + 15x_2 \leq 87,500 \dots\dots (2) \text{ (COBRE)}$$

$$4x_1 + 8x_2 \leq 16,000 \dots\dots (3) \text{ (ZINC)}$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 5000 \dots\dots(4) \text{ (MOLIBDENO)}$$

$$x_1, x_2 > 0 \text{ lo que queda planteado}$$

**Problema 17:**

(Espacio de Almacenamiento) La bodega de un depa, de química industrial, almacena, al menos 300 vasos de un tamaño y 400 de un segundo tamaño. Se ha decidido que el número total de vasos almacenados no debe exceder de 1200. Determine la cantidades posibles de estos dos tipos de vasos que pueden almacenarse y muéstrelo con un gráfica.

Solución:

Variables:

$x_1$  = la Cantidad de vasos de primer tamaño

$x_2$  = la Cantidad de vasos de segundo tamaño

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$x_1 \geq 300 \dots\dots (2) \text{ (al menos)}$$

$$x_2 \geq 400 \dots\dots(3)$$

$$x_1 + x_2 \leq 1200 \dots\dots(4)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 18:**

(Espacio de Almacenamiento) En el ejercicio anterior, supongamos que los vasos del primer tamaño ocupan 9 in<sup>2</sup> del anaquel y los del segundo 6 in<sup>2</sup>. El área total de anaqueles disponibles para almacenar es a lo sumo de 62.8 ft<sup>2</sup>. Determine las cantidades posibles de los vasos y muéstrelo con una gráfica.

Solución:

Variables:

$x_1$  = la Cantidad de vasos de primer tamaño

$x_2$  = la Cantidad de vasos de segundo tamaño

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$x_1 \geq 300 \dots\dots (2) \text{ (al menos)}$$

$$x_2 \geq 400 \dots\dots(3)$$

$$x_1 + x_2 \leq 1200 \dots\dots(4)$$

$$9x_1 + 6x_2 \leq 62.8 \dots\dots(5)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 19:**

(Planeación Dietética) Una persona está pensando reemplazar en su dieta de la carne por frijoles de soya. Una onza de carne contiene un promedio de casi de 7 gramos de proteína mientras que una onza de frijoles de soya (verde) contiene casi 3 gramos de proteína. Si requiere que su consumo de proteína diaria que obtiene de la carne y de los frijoles de soya combinados debe ser al menos de 50 gramos. ¿Qué combinación de éstos nutrientes formarán una dieta aceptable?

Solución:

Variables:

$x_1$  = la Cantidad de Carne

$x_2$  = la Cantidad de Frijoles de Soya

$$\text{Min } Z = x_1 + x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$7x_1 + 3x_2 \geq 50 \dots\dots(5)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 20:**

(Ecología) Un estanque de peces los abastecen cada primavera con dos especies de peces S y T. Hay dos tipos de comida  $F_1$  y  $F_2$  disponibles en el estanque. El peso promedio de los peces y el requerimiento diario promedio de alimento para cada pez de cada especie está dado en el cuadro siguiente:

Especies	$F_1$	$F_2$	Peso Promedio
S	2 Unidades	3 Unidades	3 libras
T	3 Unidades	1 Unidades	2 libras

If there are six hundred of  $F_1$  and three hundred of  $F_2$  everyday. How do you debit supply the pool for what the total weight of fishes are at least 400 pounds?

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de abastecimiento de Peces (ESPECIE S) en Primavera en Unidades  
 $x_2$  = la Cantidad de abastecimiento de Peces (ESPECIE T) en Primavera en Unidades

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 600 \dots\dots (2)$$

$$3x_1 + 1x_2 \leq 300 \dots\dots(3)$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 400 \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 21:**

Un granjero tiene 200 cerdos que consumen 90 libras de comida especial todos los días. El alimento se prepara como una mezcla de maíz y harina de soya con las siguientes composiciones:

Libras por Libra de Alimento

Alimento	Calcio	Proteína	Fibra	Costo (\$/lb)
Maíz	0.001	0.09	0.02	0.2
Harina de Soya	0.002	0.6	0.06	0.6

Los requisitos de alimento de los cerdos son:

1. Cuando menos 1% de calcio
2. Por lo menos 30% de proteína
3. Máximo 5% de fibra

Determine la mezcla de alimentos con el mínimo de costo por día

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad de Maíz Libra por libra de Alimento

$x_2$  = la Cantidad de Harina de Soya Libra por libra de Alimento

$$\text{Min } Z = 0.2x_1 + 0.6x_2 \dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$0.001x_1 + 0.002x_2 \leq (90)(0.01) \dots\dots (2)$$

$$0.09x_1 + 0.6x_2 \leq (90)(0.3) \dots\dots(3)$$

$$0.02x_1 + 0.06x_2 \geq (90)(0.05) \dots\dots (4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

### **Problema 22:**

Un pequeño banco asigna un máximo de \$20,000 para préstamos personales y para automóviles durante el mes siguiente. El banco cobra una tasa de interés anual del 14% a préstamos personales y del 12% a préstamos para automóvil. Ambos tipos de préstamos se saldan en periodos de tres años. El monto de los préstamos para automóvil desde ser cuando menos de dos veces mayor que el de los préstamos personales. La experiencia pasada ha demostrado que los adeudos no cubiertos constituyen el 1% de todos los préstamos personales ¿Cómo deben asignarse los fondos?

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad Fondos de préstamos personales

$x_2$  = la Cantidad fondos de préstamos para automóvil

$$\text{Min } Z = 0.2x_1 + 0.6x_2 \dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$(0.14)(20,000)x_1 + (0.12)(20,000)x_2 \leq 20000 \dots\dots (2)$$

$$x_2 \geq (2)(0.14)(20,000) \dots\dots(3)$$

$$x_1 \geq (0.01)(0.12)(20,000) \dots\dots (4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

### **Problema 23:**

Una planta armadora de radios produce dos modelos HiFi-1 y HiFi-2 en la misma línea de ensamble. La línea de ensamble consta de tres estaciones. Los tiempos de ensamble en la estaciones de trabajo son:

	Minutos por Unidad de	Minutos por Unidad de
Estación de Trabajo	HiFi-1	HiFi-2
1	6	4
2	5	5
3	4	6

Cada estación de trabajo tiene una disponibilidad máxima de 480 minutos por día. Sin embargo, las estaciones de trabajo requieren mantenimiento diario, que contribuye al 10%, 14% y 12% de los 480 minutos totales de que se dispone diariamente para las estaciones 1, 2 y 3 respectivamente. La compañía desea determinar las unidades diarias que se ensamblarán de HiFi-1 y HiFi-2 a fin de minimizar la suma de tiempos no usados (inactivos) en las tres estaciones.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad de Unidades Diarias de HiFi - 1

$x_2$  = la Cantidad de Unidades Diarias de HiFi - 2

$$\text{Min } Z = x_1 + x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$6x_1 + 4x_2 \leq (0.1)(480) \dots\dots (2)$$

$$5x_1 + 5x_2 \leq (0.14)(480) \dots\dots(3)$$

$$4x_1 + 6x_2 \geq (0.12)(480) \dots\dots (4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

### **Problema 24:**

Una compañía de productos electrónicos, produce dos modelos de radio, cada uno en una línea de producción de volumen diferente. La capacidad diaria de la primera línea es de 60 unidades y la segunda es de 75 radios. Cada unidad del primer modelo utiliza 10 piezas de ciertos componentes electrónicos, en tanto que cada unidad del segundo modelo requiere ocho piezas del mismo componente. La disponibilidad diaria máxima del componente especial es de 800 piezas. La ganancia por unidad de modelos 1 y 2 es \$30 y \$ 20, respectivamente. Determine la producción diaria óptima de cada modelo de radio.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción del modelo 1 de Radio

$x_2$  = la Cantidad de producción del modelo 2 de Radio

$$\text{Max } Z = 30x_1 + 20x_2 \dots\dots(1)$$



Sujeto a:

$$x_1 \leq 60 \dots\dots (2)$$

$$10x_1 + 8x_2 \leq 800 \dots\dots(3)$$

$$x_2 \leq 75 \dots\dots (4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

### Problema 25:

Dos productos se elaboran al pasar en forma sucesiva por tres máquina. El tiempo por máquina asignado a los productos está limitado a 10 horas por día. El tiempo de producción y la ganancia por unidad de cada producto son:

Minutos Por Unidad

Producto	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Ganancia
1	10	6	8	\$2
2	5	20	15	\$3

Nota: Determine la combinación óptima de los productos.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad de Unidades del Producto 1

$x_2$  = la Cantidad de Unidades del Producto 2

$$\text{Min } Z = 2x_1 + 3x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$10x_1 + 5x_2 \leq 10 \dots\dots (2)$$

$$6x_1 + 20x_2 \leq 10 \dots\dots(3)$$

$$8x_1 + 15x_2 \leq 10 \dots\dots (4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

### Problema 26:

Una compañía puede anunciar su producto mediante el uso de estaciones de radio y televisión locales. Su presupuesto limita los gastos de publicidad de \$1000 por mes cada minutos de anuncio en la radio cuesta \$5 y cada minuto de publicidad en televisión cuesta \$100. La compañía desearía utilizar la radio cuando menos dos veces más que la televisión. La experiencia pasada muestra que cada minuto de publicidad por televisión generará en términos generales 25 más venta que cada minutos de publicidad por la radio. Determine la asignación óptima del presupuesto mensual por anuncios por radio y televisión.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de presupuesto mensual para el Radio

$x_2$  = la Cantidad de presupuesto mensual para el Televisor

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 \dots\dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$5x_1 + 100x_2 \leq 1000 \dots\dots\dots (2)$$

$$x_2 \geq (2)(x_1)$$

$$x_1 \geq (25)(x_2) \dots\dots\dots(3)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 27:**

Una compañía elabora dos productos: A y B. El volumen de ventas del producto A es cuando menos el 60% de las ventas totales de los dos productos. Ambos productos utilizan la misma materia prima, cuya disponibilidad diaria está limitada a 100 lb. Los productos A y B utilizan esta materia prima en los índices o tasas de 2 lb/unidad y 4 lb/unidad, respectivamente. El precio de venta de los productos es \$20 y \$40 por unidad. Determine la asignación óptima de la materia prima a los dos productos.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de Unidades del Producto A

$x_2$  = la Cantidad de Unidades del Producto B

$$\text{Max } Z = 20x_1 + 40x_2 \dots\dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$2x_1 + 4x_2 \leq 100 \dots\dots\dots (2)$$

$$x_1 \geq (0.6)(60) \dots\dots\dots(3)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 28:**

Una compañía elabora dos tipos de sombreros. Cada sombrero del primer tipo requiere dos veces más tiempo de manos de obra que un producto del segundo tipo. Si todos los sombreros son exclusivamente del segundo tipo. La compañía puede producir un total de 500 unidades al día. El mercado limita las ventas diarias del primero y segundo tipos a 150 y 200 unidades. Supóngase que la ganancia que se obtiene por producto es \$8 por el tipo 1 y \$5 para el tipo 2. Determine el número de sombreros de cada tipo que debe elaborarse para maximizar la ganancia.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de Unidades del Sombrero TIPO 1

$x_2$  = la Cantidad de Unidades del Sombrero TIPO 2

$$\text{Max } Z = 8x_1 + 5x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$150x_1 + 200x_2 \leq 500 \dots\dots (2)$$

$$x_1 \geq (2)(200) \dots\dots(3)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

### Problema 29:

Una empresa pequeña, cuenta con dos máquinas para elaborar dos productos. Cada producto tiene que pasar por la máquina A y después por la máquina B. El producto 1 requiere 3 horas de la máquina A y 2 de la máquina B, mientras que el producto 2 requiere 1 hora de la máquina A y 2 horas de la máquina B. La capacidad de las máquinas A y B son 500 y 650 horas semanales respectivamente. El producto A deja 350 pesos y el segundo producto B deja 600 pesos por utilidades. Analice usted la situación de la operación de esta, dado que por escasez de materia prima no puede producir más de 21 unidades del producto.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de Unidades del Producto A

$x_2$  = la Cantidad de Unidades del Producto B

$$\text{Max } Z = 350x_1 + 600x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$3x_1 + 1x_2 \leq 500 \dots\dots (2)$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 650 \dots\dots (3)$$

$$x_1 + x_2 \leq 21 \dots\dots(4)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

### Problema 30:

El grupo "IMPEXA", desea hacer publicidad para sus productos en tres diferentes medios: radio, televisión y revista. El objetivo principal es alcanzar tantos clientes como sea posible. Han realizado un estudio y el resultado es:

	Durante el día	Durante la noche	Radio	Revistas
Número de clientes potenciales que puede alcanzar por unidades de publicidad	450,000	800,000	675,000	200,000
	500,000	1,000,000	650,000	250,000

"IMPEXA" no quiere gastar más de \$1,200,00. Además en publicidad por televisión no desean gastar más de 750 mil pesos. Se desean comprar tres unidades de televisión

durante el día y 2 unidades durante la noche. Plantee el problema como un modelo de programación lineal.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a MAXIMIZAR?

$x_1$  = la Cantidad de clientes Potenciales por día  
 $x_2$  = la Cantidad de clientes Potenciales por noche  
 $x_3$  = la Cantidad de clientes por Radio  
 $x_4$  = la Cantidad de clientes por revistas

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \dots (1)$$

Sujeto a: (RESTRICCIONES DE BALANCE)

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 1,200,000$$

$$x_1 + x_2 \leq 750,000$$

$$x_1 \geq 450,000$$

$$x_1 \leq 500,000$$

$$x_2 \geq 800,000$$

$$x_2 \leq 1,000,000$$

$$x_3 \geq 375,000$$

$$x_3 \leq 650,000$$

$$x_4 \geq 200,000$$

$$x_4 \leq 250,000$$

$$3x_1 \leq 2x_2$$

### Problema 31:

La señora Morales tiene una dieta a seguir, la cual reúne los siguientes requisitos alimenticios.

- Al menos 4 mg. de vitamina A
- Al menos 6 mg. de vitamina B
- A lo más 3 mg. de vitamina D

Así mismo, la dieta está formada por pan, queso, buebo, y carne. La tabla siguiente nos da los requerimientos por vitamina en mg. así como el costo:

Contenido en mg por gramo de producto

PRODUCTO	COSTO	VITAMINA A	VITAMINA B	VITAMINA D
PAN	40	0.20	0.18	0.10
QUESO	31	0.15	0.10	0.14
BUEBOS	19	0.15	0.40	0.15
CARNE	53	0.30	0.35	0.16

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad a comprar de PAN  
 $x_2$  = la Cantidad a comprar de QUESO  
 $x_3$  = la Cantidad a comprar de HUEVO  
 $x_4$  = la Cantidad a comprar de CARNE

$$\text{Min } W = 40x_1 + 31x_2 + 19x_3 + 53x_4 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$0.20x_1 + 0.15x_2 + 0.15x_3 + 0.30x_4 \geq 4$$

$$0.18x_1 + 0.10x_2 + 0.40x_3 + 0.35x_4 \geq 6$$

$$0.10x_1 + 0.14x_2 + 0.15x_3 + 0.16x_4 \geq 3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$$

### Problema 32:

(Inversiones) A Julio que es asesor de inversiones, se le presentan 4 proyectos con sus respectivos costos en un período de tres años, así como la utilidad total. El requiere maximizar la utilidad total disponiendo de \$50,000; \$24,000; y \$30,000 en cada uno de los años siguientes:

PROYECTO	UTILIDAD TOTAL	COSTO AÑO 1	COSTO AÑO 2	COSTO AÑO 3
$X_1$	100	6	14	5
$X_2$	90	2	8	14
$X_3$	75	9	19	18
$X_4$	80	5	2	9

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad de Maíz Libra por libra de Alimento  
 $x_2$  = la Cantidad de Harina de Soya Libra por libra de Alimento

$$\text{Min } Z = 0.2x_1 + 0.6x_2 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$0.001x_1 + 0.002x_2 \leq (90)(0.01) \dots\dots (2)$$

$$0.09x_1 + 0.6x_2 \leq (90)(0.3) \dots\dots(3)$$

$$0.02x_1 + 0.06x_2 \geq (90)(0.05) \dots\dots (4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

Disponibilidad:

Las cantidades disponibles por año se asignan a las diferentes variables o proyectos bajo estas restricciones para optimizar o maximizar la utilidad total.

**Problema 33:**

Supóngase que el Banco de Crédito al Campesino tiene dos planes de inversión a saber: El primero en el programa de tierras de riego, el segundo en el programa de tierras de temporal. El primer programa regresa un 30% de la inversión al fin del año, mientras que el segundo plan regresa un 65% de la inversión, para el término de dos años. Los intereses recibidos en ambos planes son reinvertidos de nuevo en cualquiera de ambos planes. Formule el programa lineal que le permita al banco maximizar la inversión total en un sexenio, si la inversión es de \$ 100 millones.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a MAXIMIZAR?

$x_{iR}$  = la Cantidad de inversión de riesgo a una año  $i$

$x_{iT}$  = la Cantidad de inversión Temporal en 2 años  $i$

donde  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots (1)$$

Sujeto a: (RESTRICCIONES DE BALANCE)

$$x_{1R} + x_{1T} \leq 100,000$$

$$x_{2R} + x_{2T} \leq 1.30x_{1R}$$

$$x_{3R} + x_{3T} \leq 1.30x_{2R} + 1.65x_{1T}$$

$$x_{4R} + x_{4T} \leq 1.30x_{3R} + 1.65x_{2T}$$

$$x_{5R} + x_{5T} \leq 1.30x_{4R} + 1.65x_{3T}$$

$$x_{6R} \leq 1.30x_{5R} + 1.65x_{4T}$$

$$x_{1T}, x_R > 0$$

**Problema 34:**

Una compañía de perfumes puede anunciar su producto mediante el uso de estaciones de radio y televisión. Su presupuesto limita los gastos de publicidad a \$1,500 por mes. Cada minuto de anuncio en la radio cuesta \$15 y cada minuto de publicidad en televisión cuesta \$90. La compañía desearía utilizar la radio cuando menos dos veces más que la televisión. Los datos históricos muestran que cada minuto de publicidad por televisión generará en términos generales 30 veces más ventas que cada minuto de publicidad por radio. Determine la asignación óptima del presupuesto mensual para anuncios por radio y televisión.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de presupuesto mensual para el Radio

$x_2$  = la Cantidad de presupuesto mensual para el Televisor

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 \dots (1)$$

Sujeto a:

$$15x_1 + 90x_2 \leq 1500 \dots\dots\dots (2)$$

$$x_2 \geq (2)(x_1)$$

$$x_1 \geq (30)(x_2) \dots\dots\dots (3)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

**Problema 35:**

Una Tienda de animales ha determinado que cada Hámster debería recibirla menos 70 unidades de proteína. 100 unidades de carbohidratos y 20 unidades de grasa. Si la tienda vende los seis tipos de alimentos mostrados en la tabla. ¿Qué mezcla de alimento satisface las necesidades a un costo mínimo para la tienda?

Alimento	Proteínas (Unidades / Onza)	Carbohidratos (Unidades / Onza)	Grasa (Unidades / Onza)	Costo (Onza)
A	20	50	4	2
B	30	30	9	3
C	40	20	11	5
D	40	25	10	6
E	45	50	9	8
F	30	20	10	8

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad a mezclar de A

$x_2$  = la Cantidad a mezclar de B

$x_3$  = la Cantidad a mezclar de C

$x_4$  = la Cantidad a mezclar de D

$x_5$  = la Cantidad a mezclar de E

$x_6$  = la Cantidad a mezclar de F

$$\text{Min } W = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 8x_5 + 8x_6 \dots\dots\dots (1)$$

Sujeto a:

$$20x_1 + 30x_2 + 40x_3 + 40x_4 + 45x_5 + 30x_6 \leq 70 \dots\dots\dots \text{PROTEÍNA}$$

$$50x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 25x_4 + 50x_5 + 20x_6 \leq 100 \dots\dots\dots \text{CARBOHIDRATOS}$$

$$4x_1 + 9x_2 + 11x_3 + 10x_4 + 9x_5 + 10x_6 \leq 20 \dots\dots\dots \text{GRASA}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$$

**Problema 35:**

Una compañía manufacturera local produce cuatro deferentes productos metálicos que deben maquinarse, pulirse y ensamblarse. La necesidades específicas de tiempo (en horas) para cada producto son las siguientes:

	Maquinado	Pulido	Ensamble
Producto I	3	1	2
Producto II	2	1	1
Producto III	2	2	2
Producto IV	4	3	1

La compañía dispone semanalmente de 480 horas para maquinado, 400 horas para el pulido y 400 horas para el ensamble. Las ganancias unitarias por producto son \$6, \$4, \$6 y \$8 respectivamente. La compañía tiene un contrato con un distribuidor en el que se compromete a entregar semanalmente 50 unidades del producto 1 y 100 unidades de cualquier combinación de los productos II y III, según sea la producción, pero sólo un máximo de 25 unidades del producto IV. ¿cuántas unidades de cada producto debería fabricar semanalmente la compañía a fin de cumplir con todas las condiciones del contrato y maximizar la ganancia total?

Considere que las piezas incompletas como un modelo de Programación Lineal.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad a fabricar del producto I  
 $x_2$  = la Cantidad a fabricar del producto II  
 $x_3$  = la Cantidad a fabricar del producto III  
 $x_4$  = la Cantidad a fabricar del producto IV

$$\text{Min } W = 6x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 \dots (1)$$

Sujeto a:

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 480$$

$$1x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 400$$

$$2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 400$$

$$x_1 \geq 50$$

$$x_2 + x_3 \geq 100$$

$$x_4 \leq 25$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$$

### Problema 36:

Se procesan cuatro productos sucesivamente en dos máquinas. Los tiempos de manufactura en horas por unidad de cada producto se tabulan a continuación para las dos máquinas:

Máquina	Producto 1	Producto 2	Producto 3	Producto 4
1	2	3	4	2
2	3	2	1	2



El costo total de producir una unidad de cada producto está basado directamente en el tiempo de máquina. Suponga que el costo por hora para las máquinas 1 y 2 es \$10 y \$15. Las horas totales presupuestadas para todos los productos en las máquinas 1 y 2 son 500 y 380. Si el precio de venta por unidad para los productos 1, 2, 3 y 4 es \$65, \$70, \$55 y \$45, formule el problema como modelo de programación lineal para maximizar el beneficio neto total.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad a fabricar del producto 1

$x_2$  = la Cantidad a fabricar del producto 2

$x_3$  = la Cantidad a fabricar del producto 3

$x_4$  = la Cantidad a fabricar del producto 4

$$\text{Max } W = 65x_1 + 70x_2 + 55x_3 + 45x_4 \dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 500$$

$$3x_1 + 2x_2 + 1x_3 + 2x_4 \leq 380$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$$

### **Problema 37:**

La compañía Delta tiene maquinaria especializada en la industria de plástico. La compañía se dispone a iniciar operaciones el próximo mes de enero y cuenta con \$300,000 y diez máquinas. La operación de cada máquina requiere de \$4,000.00 al inicio de una mes para producir y al fin del mes la cantidad de \$9,000.00 sin embargo, para cada dos máquinas se necesita un operador cuyo sueldo mensual es de \$3000.00 pagando al principio del mes. La compañía se propone planear su producción, empleo de operador y compra de maquinaria que debe tener, al principio del mes siete, al máximo número de máquina en operación.

Al principio de cada mes la compañía tiene disponibles tres alternativas para adquirir maquinaria. En la primera alternativa puede comprar máquina de \$20,000.00 cada una con un periodo de entrega de una mes. Esto es, si al principio de cada mes "t" se pide y paga la maquinaria, esta se entregará al principio del mes t + 1.

En la segunda alternativa, se puede comprar en \$15,000.00 cada maquinaria, pero el periodo de entrega es en dos meses. La última alternativa es comprar en \$10,000.00 cada máquina con un periodo de entrega en tres meses.

Formule un modelo de programación lineal que permita determinar la política de compra de maquinaria, producción y pago de operadores en cada mes, de manera tal que al principio del mes siete tenga el máximo número de máquina en operación.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad a fabricar del producto I  
 $x_2$  = la Cantidad a fabricar del producto II  
 $x_3$  = la Cantidad a fabricar del producto III  
 $x_4$  = la Cantidad a fabricar del producto IV

$$\text{Min } W = 6x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 \dots (1)$$

Sujeto a:

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 480$$

$$1x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 400$$

$$2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 400$$

$$x_1 \geq 50$$

$$x_2 + x_3 \geq 100$$

$$x_4 \leq 25$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$$

### Problema 38:

Una compañía de productos químicos que labora las 24 horas del día tiene las siguientes necesidades de personal técnico y especializado

Periodo	Hora del día	Personal técnico	Personal Especializado
1	6 – 10	20	8
2	10 – 14	40	12
3	14 – 18	80	15
4	18 – 22	45	9
5	22 – 02	25	3
6	02 – 06	10	2

Observe que el periodo 1 sigue al periodo 6. Considere que cada persona en la compañía labora 8 horas consecutivas. Suponga que  $X_t$  y  $Z_t$ , denotan el número de personas técnicas y especializadas, respectivamente, que empiezan a trabajar al inicio del periodo  $t$  en cada día. En esta compañía, el acuerdo sindical establece que en todo momento debe haber por lo menos tres veces el número de personal técnico que de personal especializado. Establezca un modelo de programación lineal para determinar el mínimo número de personal técnico y especializado para satisfacer las necesidades diarias de trabajo en la compañía.

Solución:

$x_{iR}$  = la Cantidad de personal técnico

$x_{iT}$  = la Cantidad de personal especializado

donde  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

$$\text{Min } Z = x_1 + x_2$$

Sujetos a:

$$20x_1 + 8x_2 \geq 60$$

$$40x_1 + 12x_2 \geq 120$$

$$80x_1 + 15x_2 \geq 240$$

$$45x_1 + 9x_2 \geq 3(45)$$

$$25x_1 + 3x_2 \geq 75$$

$$10x_1 + 2x_2 \geq 30$$

**Problema 39:**

Ferrocarriles Nacionales de México tiene al inicio del próximo año la siguiente demanda de locomotoras diesel para ocupar su sistema en todo el país:

Trimestre	1	2	3	
Locomotoras Diesel	750	800	780	

La gerencia de ferrocarriles puede satisfacer su demanda mediante la combinación de las siguientes alternativas:

- a) Uso de la existencia de locomotoras diesel en estado de trabajo
- b) Compra de locomotoras al extranjero las cuales pueden entregarse al principio de cualquier trimestre
- c) Reparar locomotoras en los talleres nacionales con carácter normal. El tiempo de reparación es de 6 meses.
- d) Reportar locomotoras en los talleres nacionales con carácter urgente. El tiempo de reparación es de 3 meses.

La alternativa b tiene un costo de \$5,000,000 por locomotora

La alternativa c tiene un costo de \$100,000 por locomotora

La alternativa d tiene un costo de \$250,000 por locomotora

Se estima que al principio del año se tendrán 650 locomotoras en estado de trabajo y el presupuesto de operación para ese año es de \$100,000,000 entregado en partidas trimestrales de 40, 30, 20 y 10 millones respectivamente.

Se supone que al final de cada trimestre el 5% de las locomotoras debe mantenerse a reparación y el 5% quedan fuera de servicio. Formule un problema de programación lineal que permita determinar la combinación de políticas que debe tomar en cuenta la gerencias de F.F.C.C. para minimizar costos y satisfacer la demanda de locomotoras.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad de Demanda en el trimestre 1

$x_2$  = la Cantidad de Demanda en el trimestre 2

$x_3$  = la Cantidad de Demanda en el trimestre 3

$$\text{Min } W = 5,000,000x_1 + 100,000x_2 + 250,000x_3 \dots\dots(1)$$

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100,000,000$$

$$750x_1 + 800x_2 + 780x_3 \geq 650$$

$$x_1 \geq (0.05)(750)$$

$$x_2 \geq (0.05)(800)$$

$$x_3 \geq (0.05)(780)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$$

#### Problema 40:

Una compañía produce azúcar morena, azúcar blanca, azúcar pulverizada y melazas con el jarabe de la caña de azúcar. La compañía compra 4000 toneladas de jarabe a la semana y tiene un contrato para entregar un mínimo de 25 toneladas semanales de cada tipo de azúcar. El proceso de producción se inicia fabricando azúcar morena y melazas con el jarabe. Una tonelada de jarabe produce 0.3 toneladas de azúcar morena y 0.1 toneladas de melazas. Después el azúcar blanca se elabora procesando azúcar morena. Se requiere 1 tonelada de azúcar morena para producir 0.8 toneladas de azúcar blanca. Finalmente, el azúcar pulverizada se fabrica de la azúcar blanca por medio de un proceso de molido especial, que tiene 95% de eficiencia de conversión (1 tonelada de azúcar blanca produce 0.95 toneladas de azúcar pulverizada). Las utilidades por tonelada de azúcar morena, azúcar blanca, azúcar pulverizada y melazas son de 150, 200, 230, y 35 dólares, respectivamente. Formule el problema como un programa lineal.

#### Solución:

La producción de cada tipo de azúcar de acuerdo al proceso de producción se detalla a continuación por cada tonelada de material empleado.

Producción por tn.				
	az.morena	melaza	az.blanca	az.pulverizada
Jarabe (1tn)	0.3	0.1		
Az. Morena (1tn)			0.8	
Az. Blanca (1tn)				0.95

Determinamos las variables de decisión:

$X_i$  = producto obtenido (toneladas por semana), donde  $i$ : 1, 2, 3, 4; representa los diferentes tipos de productos. 1: azúcar morena, 2: melaza, 3: azúcar blanca, 4: azúcar pulverizada.

Las restricciones:

$$X_1 / 0.3 + X_2 / 0.1 \leq 4000$$

(Restricción para tn. de jarabe)

$$\begin{aligned} X1 &\geq 25000 && \text{(Restricción para tn. de azúcar morena)} \\ X3 / 0.8 &\geq 25000 && \text{(Restricción para tn. de azúcar blanca)} \\ X4 / 0.95 &\geq 25000 && \text{(Restricción para tn. de azúcar pulverizada)} \\ X1, X2, X3, X4 &\geq 0 && \text{(Restricción de no negatividad)} \end{aligned}$$

La función objetivo para maximizar las utilidades:

$$f.o: \max. z = 150X1 + 200X3 + 230X4 + 35X2$$

La estructura del modelo es la siguiente:

$X_i$  = producto obtenido (toneladas por semana)  $i: 1, 2, 3, 4$

$$F.O \quad \max z = 150X1 + 200X3 + 230X4 + 35X2$$

S.a:

$$\begin{aligned} X1 / 0.3 + X2 / 0.1 &\leq 4000 && \text{(Restricción para tn. de jarabe)} \\ X1 &\geq 25000 && \text{(Restricción para tn. de azúcar morena)} \\ X3 / 0.8 &\geq 25000 && \text{(Restricción para tn. de azúcar blanca)} \\ X4 / 0.95 &\geq 25000 && \text{(Restricción para tn. de azúcar pulverizada)} \\ X1, X2, X3, X4 &\geq 0 && \text{(Restricción de no negatividad)} \end{aligned}$$

#### Problema 41:

Cuatro productos se procesan en secuencia de dos máquinas. La siguiente tabla proporciona los datos pertinentes al problema.

Tiempo de fabricación por unidad (hora)						
Máquina	Costo (\$ / hora)	Prod. 1	Prod. 2	Prod. 3	Prod. 4	Capacidad (hora)
1	10	2	3	4	2	500
2	5	3	2	1	2	380
Precio de venta		65	70	55	45	
Por unidad (\$)						

Formular el modelo como un modelo de programación lineal.

#### Solución:

Determinamos las variables de decisión:

$X_{ij}$ : unidades producidas por tipo de producto  $j: 1, 2, 3, 4$ .  
 utilizando cada máquina  $i: 1, 2$ .

Las restricciones:

$$\begin{aligned} 2X_{11} + 3X_{12} + 4X_{13} + 2X_{14} &\leq 500 && \text{(Restricción de capacidad de la maq. 1)} \\ 3X_{21} + 2X_{22} + 1X_{23} + 2X_{24} &\leq 380 && \text{(Restricción de capacidad de la maq. 2)} \end{aligned}$$

La función objetivo para maximizar las utilidades:

$$\begin{aligned} \max z &= 65(X_{11} + X_{12}) + 70(X_{12} + X_{22}) + 55(X_{13} + X_{23}) + 45(X_{14} + X_{24}) - \\ &\quad 10(2X_{11} + 3X_{12} + 4X_{13} + 2X_{14}) - 5(3X_{21} + 2X_{22} + 1X_{23} + 2X_{24}) \end{aligned}$$

Simplificando:

$$\max z = 45X_{11} + 50X_{21} + 40X_{12} + 60X_{22} + 15X_{13} + 50X_{23} + 25X_{14} + 35X_{24}$$

La estructura del modelo es la siguiente:

X<sub>ij</sub>: unidades producidas por tipo de producto j: 1, 2, 3, 4.

Utilizando cada maquina i: 1, 2.

F: O  $\text{Max } z = 45X_{11} + 50X_{21} + 40X_{12} + 60X_{22} + 15X_{13} + 50X_{23} + 25X_{14} + 35X_{24}$

S.a:

$2X_{11} + 3X_{12} + 4X_{13} + 2X_{14} \leq 500$  (Restricción de capacidad de la maq. 1)

$3X_{21} + 2X_{22} + 1X_{23} + 2X_{24} \leq 380$  (Restricción de capacidad de la maq. 2)

$X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24} \geq 0$  (Restricción de no negatividad)

### Problema 42:

Con rubíes y zafiros un empresario produce dos tipos de anillos. Un anillo tipo 1 requiere 2 rubíes, 3 zafiros y 1 hora de trabajo de un joyero. Un anillo tipo 2 requiere 3 rubíes, 2 zafiros y 2 horas de trabajo de un joyero. Cada anillo tipo 1 se vende a 400 dólares, y cada anillo tipo 2, a 500 dólares. Se pueden vender todos los anillos producidos. Actualmente, se dispone de 100 rubíes, 120 zafiros y 70 horas de trabajo de un joyero. Se puede comprar más rubíes a un costo de 100 dólares el rubí. La demanda del mercado requiere de una producción de por lo menos 20 anillos del tipo 1 y por lo menos 25 anillos del tipo 2. Formular el problema para maximizar la ganancia.}

Solución:

Requerimiento por unidad			
	Tipo de anillo		Disponibilidad
	Tipo 1	Tipo 2	
Rubíes (unid)	2	3	
Zafiros (unid)	3	2	
Hrs-hombre	1	2	70
Precio (\$/unid)	400	500	
Demanda (unid)	20	25	

Determinamos las variables de decisión:

X<sub>i</sub>: cantidad de anillos de tipo i = 1, 2

Las restricciones:

$2X_1 + 3X_2 \leq 100$  (Restricción para la cantidad de rubíes)

$3X_1 + 2X_2 \leq 120$  (Restricción para la cantidad de zafiros)

$X_1 + 2X_2 \leq 70$  (Restricción de horas de trabajo de un joyero)

$X_1 \geq 20$  (Restricción para la demanda del tipo 1)

$X_2 \geq 25$  (Restricción para la demanda del tipo 2)

La función objetivo para maximizar las utilidades:

$\text{Max } z = 400X_1 + 500X_2 - 100X_3$

La estructura del modelo es la siguiente:

X<sub>i</sub>: cantidad de anillos de tipo i = 1, 2

F.O:  $\text{Max } z = 400X_1 + 500X_2 - 100X_3$

S.a:

$2X_1 + 3X_2 - X_3 \leq 100$  (Restricción para la cantidad de rubíes)

$$\begin{aligned}
 3X_1 + 2X_2 &\leq 120 && \text{(Restricción para la cantidad de zafiros)} \\
 X_1 + 2X_2 &\leq 70 && \text{(Restricción de horas de trabajo de un joyero)} \\
 X_1 &\geq 20 && \text{(Restricción para la demanda del tipo 1)} \\
 X_2 &\geq 25 && \text{(Restricción para la demanda del tipo 2)} \\
 X_1, X_2, X_3 &\geq 0 && \text{(Restricción de no negatividad)}
 \end{aligned}$$

### Problema 43:

Para una jornada de 24 horas un hospital esta requiriendo el siguiente personal para el área de enfermería, se define 6 turnos de 4 horas cada uno.

Turno	Número mínimo de personal
2:00 - 6:00	4
6:00 - 10:00	8
10:00 - 14:00	10
14:00 - 18:00	7
18:00 - 20:00	12
20:00 - 24:00	4

Los contratos laborales son de 8 horas consecutivas por día. El objetivo es encontrar el número menor de personas que cumplan con los requerimientos. Formule el problema como un modelo de programación lineal.

### Solución:

Determinamos las variables de decisión:

$X_i$  = Cantidad de personal por cada turno  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

Necesidades de personal por horario						
Horas	2:00 - 6:00	6:00 - 10:00	10:00 - 14:00	14:00 - 18:00	18:00 - 20:00	20:00 - 24:00
	$X_1$	$X_1$				
		$X_2$	$X_2$			
			$X_3$	$X_3$		
				$X_4$	$X_4$	
					$X_5$	$X_5$
	$X_6$					$X_6$
Personal	4	8	10	7	12	4

Las restricciones de personal por turno son:

$$\begin{aligned}
 X_1 + X_6 &\geq 4 \\
 X_1 + X_2 &\geq 8 \\
 X_2 + X_3 &\geq 10 \\
 X_3 + X_4 &\geq 7 \\
 X_4 + X_5 &\geq 12 \\
 X_5 + X_6 &\geq 4
 \end{aligned}$$

La función objetivo para minimizar la cantidad de personal

$$\text{Min } z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$$

La estructura del modelo es la siguiente:

$X_i$  = Cantidad de personal por cada turno  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

F :O Min  $z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_4 + X_5 + X_6$

S.a:

$$X_1 + X_6 \geq 4$$

$$X_1 + X_2 \geq 8$$

$$X_2 + X_3 \geq 10$$

$$X_3 + X_4 \geq 7$$

$$X_4 + X_5 \geq 12$$

$$X_5 + X_6 \geq 4$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0 \text{ (Restricción de no negatividad)}$$



1. (Mezcla de Güisqui) Una compañía destiladora tiene dos grados de güisqui en bruto (sin mezclar), I y II, de los cuales produce dos marcas diferentes. La marca regular contiene un 50% de cada uno de los grados I y II, mientras que la marca súper consta de dos terceras parte del grado I y una tercera parte del grado II. La compañía dispone de 3000 galones de grado I y 2000 galones del grado II para mezcla. Cada galón de la marca regular produce una utilidad de \$5, mientras que cada galón del súper produce una utilidad de \$6 ¿Cuántos galones de cada marca debería producir la compañía a fin de maximizar sus utilidades?

MARCAS	GRADO I	GRADO II	UTILIDAD
REGULAR	50%	50%	\$ 5
SÚPER	75%	25%	\$ 6

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de güisqui de la marca regular en galones

$x_2$  = la Cantidad de güisqui de la marca súper en galones

Max  $Z = 5x_1 + 6x_2$  .....(1)

Sujetos a:

$1500x_1 + 1000x_2 \leq 3000$  ..... (2)

$2250x_1 + 500x_2 \leq 2000$  .....(3) lo que queda Planteado

$x_1, x_2 > 0$

2. (Mezcla) Una compañía vende dos mezclas diferentes de nueces. La mezcla más barata contiene un 80% de cacahuates y un 20% de nueces, mientras que la mezcla cara contiene 50% de cada tipo. Cada semana la compañía obtiene 1800 kilos de cacahuates y 1200 kilos de nueces de sus fuentes de suministros. ¿Cuántos kilos de cada mezcla debería producir a fin de maximizar las utilidades si las ganancias son de \$ 10 por cada kilo de la mezcla más barata y de \$ 15 por cada kilo de la mezcla más cara?

MEZCLA	CACAHUATE	NUEZ	GANANCIA POR SEMANA
BARATA	80%	20%	\$10 POR KILO
CARA	50%	50%	\$ 15 POR KILO

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de mezcla de la marca BARATA en kilogramos

$x_2$  = la Cantidad de mezcla de la marca CARA en kilogramos

Max  $Z = 10x_1 + 15x_2$  .....(1)

Sujetos a:

$1440x_1 + 240x_2 \leq 1800$  ..... (2)

$900x_1 + 600x_2 \leq 1200$  .....(3) lo que queda Planteado

$x_1, x_2 > 0$

3. (Dedicaciones sobre producción) Una compañía produce dos productos, A y B. Cada unidad de A requiere 2 horas en cada máquina y 5 horas en una segunda máquina. Cada unidad de B demanda 4 horas en la primera máquina y 3 horas en la segunda máquina. Se dispone de 100 horas a la semana en la primera máquina y de 110 horas en la segunda máquina. Si la compañía obtiene una utilidad de \$70 por cada

unidad de A y \$50 por cada unidad de B ¿Cuánto deberá de producirse cada unidad con objeto de maximizar la utilidad total?

PRODUCTO	HRS	HRS	UTILIDAD
	MÁQUINA 1	MÁQUINA 2	
A	2	5	\$ 70 POR KILO
B	4	3	\$50 POR KILO

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción de A en unidades

$x_2$  = la Cantidad de producción de B en unidades

Max  $Z = 70x_1 + 50x_2$  .....(1)

Sujetos a:

$2x_1 + 4x_2 \leq 100$  ..... (2)

$5x_1 + 3x_2 \leq 110$  .....(3) lo que quedaPlanteado

$x_1, x_2 > 0$

4. (Decisiones sobre producción) En el ejercicio anterior, suponga que se recibe una orden por 14 unidades de A a la semana. Si la orden debe cumplirse, determine el nuevo valor de la utilidad máxima.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción de A en unidades

$x_2$  = la Cantidad de producción de B en unidades

Max  $Z = 70x_1 + 50x_2$  .....(1)

Sujetos a:

$2x_1 + 4x_2 \leq 100$  ..... (2)

$5x_1 + 3x_2 \leq 110$  .....(3) lo que quedaPlanteado

$x_1, x_2 > 0$

5. (Decisiones sobre Producción). Un fabricante produce dos productos, A y B, cada uno de los cuales requiere tiempo en tres máquinas, como se indica a continuación:

PRODUCTO	HRS	HRS	HRS	UTILIDAD
	MÁQUINA 1	MÁQUINA 2	MÁQUINA 3	
A	2	4	3	\$250 POR KILO
B	5	1	2	\$300 POR KILO

Si los número de horas disponibles en las máquinas al mes son 200, 240 y 190 en el caso de la primera, segunda y tercera, respectivamente, determine cuántas unidades de cada producto deben producirse a fin de maximizar la utilidad total.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción de A en unidades

$x_2$  = la Cantidad de producción de B en unidades

Max  $Z = 250x_1 + 300x_2$  .....(1)

Sujetos a:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 5x_2 &\leq 200 \quad \text{..... (2)} \\ 4x_1 + 1x_2 &\leq 240 \quad \text{.....(3)} \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 190 \quad \text{..... (4) lo que queda Planteado} \\ x_1, x_2 &> 0 \end{aligned}$$

6. (Decisiones sobre producción) En el ejercicio anterior, suponga que una repentina baja en la demanda del mercado del producto A obliga a la compañía a incrementar su precio. Si la utilidad por cada unidad de A se incrementa a \$600, determine el nuevo programa de producción que maximiza la utilidad total.  
 Solución:

PRODUCTO	HRS MÁQUINA 1	HRS MÁQUINA 2	HRS MÁQUINA 3	UTILIDAD
A	2	4	3	\$600 POR KILO
B	5	1	2	\$300 POR KILO

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?  
 $x_1$  = la Cantidad de producción de A en unidades  
 $x_2$  = la Cantidad de producción de B en unidades  
 Max  $Z = 250x_1 + 300x_2$  .....(1)  
 Sujetos a:  
 $2x_1 + 5x_2 \leq 200$  ..... (2)  
 $4x_1 + 1x_2 \leq 240$  .....(3)  
 $3x_1 + 2x_2 \leq 190$  ..... (4) lo que queda Planteado  
 $x_1, x_2 > 0$

7. (Decisiones sobre producción) En el ejercicio 5, suponga que el fabricante es forzado por la competencia a reducir el margen de utilidad del producto B. ¿Cuánto puede bajar la utilidad de B antes de que el fabricante deba cambiar el programa de producción? (El programa de producción siempre debe elegirse de modo que maximice la utilidad total).  
 Solución:

PRODUCTO	HRS MÁQUINA 1	HRS MÁQUINA 2	HRS MÁQUINA 3	UTILIDAD
A	2	4	3	\$600 POR KILO
B	5	1	2	\$ X POR KILO

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?  
 $x_1$  = la Cantidad de producción de A en unidades  
 $x_2$  = la Cantidad de producción de B en unidades  
 pero en éste caso, debemos tomar en cuenta que se debe minimizar, ahora la UTILIDAD del PRODUCTO B, pues bien, se reduce la mitad de la utilidad por lo tanto queda:  
 Max  $Z = 250x_1 + 150x_2$  .....(1)  
 (El programa de producción siempre debe elegirse de modo que maximice la utilidad total).  
 Sujeto a:  
 $2x_1 + 5x_2 \leq 200$  ..... (2)  
 $4x_1 + 1x_2 \leq 240$  .....(3)

$$3x_1 + 2x_2 \leq 190 \quad \text{..... (4) lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

8. (Decisiones sobre inversión) Un gerente de Finanzas tiene \$  $1 \times 10^6$  de un fondo de pensiones, parte de cual debe invertirse. El gerente tiene dos inversiones en mente, unos bonos conservadores que producen un 6% anual y unos bonos hipotecarios más efectivos que producen un 10% anual. De acuerdo con las regulaciones del gobierno, no más del 25% de la cantidad invertida puede estar en bonos hipotecarios. Más aún, lo mínimo que puede depositarse en bonos hipotecarios es de 0,000. Determine las cantidades de las dos inversiones que maximizarán la inversión total.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de la inversión en bonos conservadores

$x_2$  = la Cantidad de la inversión en bonos hipotecarios

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 \quad \text{.....(1)}$$

Sujetos a:

$$(0.06)(1,000,000)x_1 + (0.1)(1,000,000)x_2 \leq (1,000,000)(0.25) \quad \text{..... (2)}$$

$$x_2 \geq 100,000 \quad \text{..... (3)}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

9. (Decisiones sobre plantación de cultivos) Un granjero tiene 100 acre pies en los cuales puede sembrar dos cultivos. Dispone de \$ 3000 a fin de cubrir el costo del sembrado. El granjero puede confiar en un total de 1350 horas-hombre destinadas a la recolección de los dos cultivos y en el cuadro se muestra los siguientes datos por acre:

CULTIVOS	COSTO DE PLANTAR	DEMANDA HORAS-HOMBRE	UTILIDAD
PRIMERO	\$20	5	\$ 100
SEGUNDO	\$40	20	\$ 300

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción del PRIMERO CULTIVO en acre pies

$x_2$  = la Cantidad de producción del SEGUNDO CULTIVO en acre pies

$$\text{Max } Z = 100x_1 + 300x_2 \quad \text{.....(1)}$$

(El programa de producción siempre debe elegirse de modo que maximice la utilidad total).

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \quad \text{..... (2) esta ecuación se debe a que sólo tiene 100 acre pies para los cultivos}$$

$$5x_1 + 20x_2 \leq 1350 \quad \text{..... (3)}$$

$$20x_1 + 40x_2 \leq 3000 \quad \text{.....(4) lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

10. (Decisiones sobre plantación de cultivos) En el ejercicio anterior, determine la porción del terreno que deberá plantarse con cada cultivo si la utilidad por concepto del segundo cultivo sube a \$ 450 por acre.

Solución:

CULTIVOS	COSTO DE PLANTAR	DEMANDA HORAS-HOMBRE	UTILIDAD
PRIMERO	\$20	5	\$ 100
SEGUNDO	\$40	20	\$ 450

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción del PRIMER CULTIVO en acre pies

$x_2$  = la Cantidad de producción del SEGUNDO CULTIVO en acre pies

Max  $Z = 100x_1 + 450x_2$  .....(1)

(El programa de producción siempre debe elegirse de modo que maximice la utilidad total).

Sujeto a:

$5x_1 + 20x_2 \leq 1350$  ..... (2)

$20x_1 + 40x_2 \leq 3000$  .....(3) lo que queda Planteado

$x_1, x_2 > 0$

11. (Planeación dietética) La dietista de un hospital debe encontrar la combinación más barata de dos productos, A y B, que contienen:

- al menos 0.5 miligramos de tiamina
- al menos 600 calorías

PRODUCTO	TIAMINA	CALORIAS
A	0.2 mg	100
B	0.08 mg	150

Solución:

Variables:

$x_1$  = la Cantidad mas Barata del producto A

$x_2$  = la Cantidad mas Barata del Producto B

Max  $Z = x_1 + x_2$  .....(1)

Sujeto a:

$0.2x_1 + 0.08x_2 \geq 0.5$  ..... (2) (al menos)

$100x_1 + 150x_2 \geq 600$  .....(3) lo que queda Planteado

$x_1, x_2 > 0$

12. (Putificación del mineral) Una compañía posee dos minas, P y Q. En el cuadro siguiente se muestra la producción de los elementos por cada tonelada producida por ambas minas respectivamente:

MINAS	COBRE	ZINC	MOLIBDENO	COSTO POR TON. DE OBTENCIÓN DE MINERAL
P	50 lb	4 lb	1 lb	\$ 50
Q	15 lb	8 lb	3 lb	\$ 60

La compañía debe producir cada semana, al menos las siguientes cantidades de los metales que se muestran a continuación:

- 87,500 libras de cobre
- 16,000 libras de zinc
- 5,000 libras de molibdeno

¿Cuánto mineral deberá obtenerse de cada mina con objeto de cumplir los requerimientos de producción a un costo mínimo?

Solución:

Variables:

$x_1$  = la Cantidad de Mineral de la MINA P en libras

$x_2$  = la Cantidad de Mineral de la MINA Q en libras

Max  $Z = 50x_1 + 60x_2$  .....(1)

$50x_1 + 15x_2 \leq 87,500$  ..... (2) (COBRE)

$4x_1 + 8x_2 \leq 16,000$  ..... (3) (ZINC)

$x_1 + 3x_2 \leq 5000$  .....(4) (MOLIBDENO)

$x_1, x_2 > 0$  lo que queda planteado

13. (Espacio de Almacenamiento) La bodega de un depa, de química industrial, almacena, al menos 300 vasos de un tamaño y 400 de un segundo tamaño. Se ha decidido que el número total de vasos almacenados no debe exceder de 1200. Determine la cantidades posibles de estos dos tipos de vasos que pueden almacenarse y muéstrelo con un gráfica.

Solución:

Variables:

$x_1$  = la Cantidad de vasos de primer tamaño

$x_2$  = la Cantidad de vasos de segundo tamaño

Max  $Z = x_1 + x_2$  .....(1)

Sujeto a:

$x_1 \geq 300$  ..... (2) (al menos)

$x_2 \geq 400$  .....(3)

$x_1 + x_2 \leq 1200$  .....(4)

$x_1, x_2 > 0$

14. (Espacio de Almacenamiento) En el ejercicio anterior, supongamos que los vasos del primer tamaño ocupan 9 in<sup>2</sup> del anaquel y los del segundo 6 in<sup>2</sup>. El área total de anaqueles disponibles para almacenar es a lo sumo de 62.8 ft<sup>2</sup>. Determine las cantidades posibles de los vasos y muéstrelo con una gráfica.

Solución:

Variables:

$x_1$  = la Cantidad de vasos de primer tamaño

$x_2$  = la Cantidad de vasos de segundo tamaño

Max  $Z = x_1 + x_2$  .....(1)

Sujeto a:

$x_1 \geq 300$  ..... (2) (al menos)

$x_2 \geq 400$  .....(3)

$x_1 + x_2 \leq 1200$  .....(4)

$9x_1 + 6x_2 \leq 62.8$  .....(5)

$x_1, x_2 > 0$

15. (Planeación Dietética) Una persona está pensando reemplazar en su dieta de la carne por frijoles de soya. Una onza de carne contiene un promedio de casi 7 gramos de proteína mientras que una onza de frijoles de soya (verde) contiene casi 3 gramos de proteína. Si requiere que su consumo de proteína diaria que obtiene de la carne y de los frijoles de soya combinados debe ser al menos de 50 gramos. ¿Qué combinación de éstos nutrientes formará una dieta aceptable?

Solución:

Variables:

$x_1$  = la Cantidad de Carne

$x_2$  = la Cantidad de Frijoles de Soya

Min  $Z = x_1 + x_2$  .....(1)

Sujeto a:

$7x_1 + 3x_2 \geq 50$  .....(5)

$x_1, x_2 > 0$

16. (Ecología) Un estanque de peces los abastecen cada primavera con dos especies de peces S y T. Hay dos tipos de comida  $F_1$  y  $F_2$  disponibles en el estanque. El peso promedio de los peces y el requerimiento diario promedio de alimento para cada pez de cada especie está dado en el cuadro siguiente:

especies	$F_1$	$F_2$	Peso Promedio
S	2 Unidades	3 Unidades	3 libras
T	3 Unidades	1 Unidades	2 libras

If there are six hundred of  $F_1$  and three hundred of  $F_2$  everyday. How do you debit supply the pool for what the total weight of fishes are at least 400 pounds?

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de abastecimiento de Peces (ESPECIE S) en Primavera en Unidades

$x_2$  = la Cantidad de abastecimiento de Peces (ESPECIE T) en Primavera en Unidades

Max  $Z = x_1 x_2 \dots\dots(1)$

Sujetos a:

$2x_1 + 3x_2 \leq 600 \dots\dots(2)$

$3x_1 + x_2 \leq 300 \dots\dots(3)$

$3x_1 + 2x_2 \geq 400$  lo que queda Planteado

$x_1, x_2 > 0$

17. Un granjero tiene 200 cerdos que consumen 90 libras de comida especial todos los días. El alimento se prepara como una mezcla de maíz y harina de soya con las siguientes composiciones:  
 Libras por Libra de Alimento

Alimento	Calcio	Proteína	Fibra	Costo (\$/lb)
Maíz	0.001	0.09	0.02	0.2
Harina de Soya	0.002	0.6	0.06	0.6

Los requisitos de alimento de los cerdos son:

1. Cuando menos 1% de calcio
2. Por lo menos 30% de proteína
3. Máximo 5% de fibra

Determine la mezcla de alimentos con el mínimo de costo por día

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad de Maíz Libra por libra de Alimento

$x_2$  = la Cantidad de Harina de Soya Libra por libra de Alimento

Min  $Z = 0.2x_1 + 0.6x_2 \dots\dots(1)$

Sujetos a:

$0.001x_1 + 0.002x_2 \leq (90)(0.01) \dots\dots(2)$

$0.09x_1 + 0.6x_2 \leq (90)(0.3) \dots\dots(3)$

$0.02x_1 + 0.06x_2 \geq (90)(0.05) \dots\dots(4)$  lo que queda Planteado

$x_1, x_2 > 0$

18. Un pequeño banco asigna un máximo de \$20,000 para préstamos personales y para automóviles durante el mes siguiente. El banco cobra una tasa de interés anual del 14% a préstamos personales y del 12% a préstamos para automóvil. Ambos tipos de préstamos se saldan en periodos de tres años. El monto de los préstamos para automóvil desde ser cuando menos de dos veces mayor que el de los préstamos personales. La experiencia pasada ha demostrado que los adeudos no cubiertos constituyen el 1% de todos los préstamos personales. ¿Cómo deben asignarse los fondos?

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad Fondos de préstamos personales

$x_2$  = la Cantidad fondos de préstamos para automóvil

Min  $Z = 0.2x_1 + 0.6x_2$  .....(1)

Sujetos a:

$(0.14)(20,000)x_1 + (0.12)(20,000)x_2 \leq 20000$  ..... (2)

$x_2 \geq (2)(0.14)(20,000)$  .....(3)

$x_1 \geq (0.01)(0.12)(20,000)$  ..... (4) lo que queda Planteado

$x_1, x_2 > 0$

19. Una planta armadora de radios produce dos modelos HiFi-1 y HiFi-2 en la misma línea de ensamble. La línea de ensamble consta de tres estaciones. Los tiempos de ensamble en las estaciones de trabajo son:

	Minutos por Unidad de	Minutos por Unidad de
Estación de Trabajo	HiFi-1	HiFi-2
1	6	4
2	5	5
3	4	6

Cada estación de trabajo tiene una disponibilidad máxima de 480 minutos por día. Sin embargo, las estaciones de trabajo requieren mantenimiento diario, que contribuye al 10%, 14% y 12% de los 480 minutos totales de que se dispone diariamente para las estaciones 1, 2 y 3 respectivamente. La compañía desea determinar las unidades diarias que se ensamblarán de HiFi-1 y HiFi-2 a fin de minimizar la suma de tiempos no usados (inactivos) en las tres estaciones.

Solución: ¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad de Unidades Diarias de HiFi - 1

$x_2$  = la Cantidad de Unidades Diarias de HiFi - 2

Min  $Z = x_1 + x_2$  .....(1)

Sujetos a:

$6x_1 + 4x_2 \leq (0.1)(480)$  ..... (2)

$5x_1 + 5x_2 \leq (0.14)(480)$  .....(3)

$4x_1 + 6x_2 \geq (0.12)(480)$  ..... (4) lo que queda Planteado

$x_1, x_2 > 0$

20. Una compañía de productos electrónicos, produce dos modelos de radio, cada uno en una línea de producción de volumen diferente. La capacidad diaria de la primera línea es de 60 unidades y la segunda es de 75 radios. Cada unidad del primer modelo utiliza 10 piezas de ciertos componentes electrónicos, entanto que cada unidad del segundo modelo requiere ocho piezas del mismo componente. La disponibilidad diaria máxima del componente especial es de 800 piezas. La ganancia por unidad de modelos 1 y 2 es \$30 y \$ 20, respectivamente. Determine la producción diaria óptima de cada modelo de radio.

Solución: ¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de producción del modelo 1 de Radio



$x_2$  = la Cantidad de producción del modelo 2 de Radio

$$\text{Max } Z = 30x_1 + 20x_2 \dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$x_1 \leq 60 \dots\dots(2)$$

$$10x_1 + 8x_2 \leq 800 \dots\dots(3)$$

$$x_2 \leq 75 \dots\dots(4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

21. Dos productos se elaboran al pasar en forma sucesiva por tres máquina. El tiempo por máquina asignado a los productos está limitado a 10 horas por día. El tiempo de producción y la ganancia por unidad de cada producto son:

Minutos Por Unidad

Producto	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Ganancia
1	10	6	8	\$2
2	5	20	15	\$3

Nota: Determine la combinación óptima de los productos.

Solución: ¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad de Unidades del Producto 1

$x_2$  = la Cantidad de Unidades del Producto 2

$$\text{Min } Z = 2x_1 + 3x_2 \dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$10x_1 + 5x_2 \leq 10 \dots\dots(2)$$

$$6x_1 + 20x_2 \leq 10 \dots\dots(3)$$

$$8x_1 + 15x_2 \leq 10 \dots\dots(4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

22. Una compañía puede anunciar su producto mediante el uso de estaciones de radio y televisión locales. Su presupuesto limita los gastos de publicidad de \$1000 por mes cada minutos de anuncio en la radio cuesta \$5 y cada minuto de publicidad en televisión cuesta \$100. La compañía desearía utilizar la radio cuando menos dos veces más que la televisión. La experiencia pasada muestra que cada minuto de publicidad por televisión generará en términos generales 25 más venta que cada minutos de publicidad por la radio. Determine la asignación óptima del presupuesto mensual por anuncios por radio y televisión.

Solución: ¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de presupuesto mensual para el Radio

$x_2$  = la Cantidad de presupuesto mensual para el Televisor

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 \dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$5x_1 + 100x_2 \leq 1000 \dots\dots(2)$$

$$x_2 \geq (2)(x_1)$$

$$x_1 \geq (25)(x_2) \dots\dots(3)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

23. Una compañía elabora dos productos: A y B. El volumen de ventas del producto A es cuando menos el 60% de las ventas totales de los dos productos. Ambos productos utilizan la misma materia prima, cuya disponibilidad diaria está limitada a 100 lb. Los productos A y B utilizan esta materia prima en los índices de 2 lb/unidad y 4 lb/unidad, respectivamente. El precio de venta de los productos es \$20 y \$40 por unidad. Determine la asignación óptima de la materia prima a los dos productos.

Solución: ¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de Unidades del Producto A

$x_2$  = la Cantidad de Unidades del Producto B

$$\text{Max } Z = 20x_1 + 40x_2 \dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$2x_1 + 4x_2 \leq 100 \dots\dots (2)$$

$$x_1 \geq (0.6)(60) \dots\dots(3)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

24. Una compañía elabora dos tipos de sombreros. Cada sombrero del primer tipo requiere dos veces más tiempo de manos de obra que un producto del segundo tipo. Si todos los sombreros son exclusivamente del segundo tipo. La compañía puede producir un total de 500 unidades al día. El mercado limita las ventas diarias del primero y segundo tipos a 150 y 200 unidades. Supóngase que la ganancia que se obtiene por producto es \$8 por el tipo 1 y \$5 para el tipo 2. Determine el número de sombreros de cada tipo que debe elaborarse para maximizar la ganancia.

Solución: ¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de Unidades del Sombrero TIPO 1

$x_2$  = la Cantidad de Unidades del Sombrero TIPO 2

$$\text{Max } Z = 8x_1 + 5x_2 \dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$150x_1 + 200x_2 \leq 500 \dots\dots (2)$$

$$x_1 \geq (2)(200) \dots\dots(3)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

25. Una empresa pequeña, cuenta con dos máquinas para elaborar dos productos. Cada producto tiene que pasar por la máquina A y después por la máquina B. El producto 1 requiere 3 horas de la máquina A y 2 de la máquina B, mientras que el producto 2 requiere 1 hora de la máquina A y 2 horas de la máquina B. La capacidad de las máquinas A y B son 500 y 650 horas semanales respectivamente. El producto A deja 350 pesos y el segundo producto B deja 600 pesos por utilidades. Analice usted la situación de la operación de esta, dado que por escasez de materia prima no puede producir más de 21 unidades del producto.

Solución: ¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de Unidades del Producto A

$x_2$  = la Cantidad de Unidades del Producto B

$$\text{Max } Z = 350x_1 + 600x_2 \dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$3x_1 + 1x_2 \leq 500 \dots\dots (2)$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 650 \dots\dots (3)$$

$$x_1 + x_2 \leq 21 \dots\dots(4)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

26. el grupo "IMPEXA", desea hacer publicidad para sus productos entre diferentes medios: radio, televisión y revista. El objetivo principal es alcanzar tantos clientes como sea posible. Han realizado un estudio y el resultado es:

	Durante el día	Durante la noche	Radio	Revistas
Número de clientes potenciales que puede alcanzar por unidades de publicidad	450,000	800,000	675,000	200,000
	500,000	1,000,000	650,000	250,000

"IMPEXA" no quiere gastar más de \$1,200,00. Además en publicidad por televisión no desean gastar más de 750 mil pesos. Se desean comprar tres unidades de televisión durante el día y 2 unidades durante la noche. Plantea el problema como un modelo de programación lineal.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a MAXIMIZAR?

$x_1$  = la Cantidad de clientes Potenciales por día

$x_2$  = la Cantidad de clientes Potenciales por noche

$x_3$  = la Cantidad de clientes por Radio

$x_4$  = la Cantidad de clientes por revistas

Max  $Z = x_1 x_2 x_3 x_4 \dots (1)$

Sujetos a: (RESTRICCIONES DE BALANCE)

$x_1 x_2 x_3 x_4 \leq 1,200,000$

$x_1 x_2 \leq 750,000$

$x_1 \geq 450,000$

$x_1 \leq 500,000$

$x_2 \geq 800,000$

$x_2 \leq 1,000,000$

$x_3 \geq 375,000$

$x_3 \leq 650,000$

$x_4 \geq 200,000$

$x_4 \leq 250,000$

$3x_1 \leq 2x_2$

27. La señora Morales tiene una dieta a seguir, la cual reúne los siguientes requisitos alimenticios.

- Al menos 4 mg. de vitamina A
- Al menos 6 mg. de vitamina B
- A lo más 3 mg. de vitamina D

Así mismo, la dieta está formada por pan, queso, huevo, y carne. La tabla siguiente nos da los requerimientos por vitamina en mg. así como el costo:

Contenido en mg por gramo de producto

PRODUCTO	COSTO	VITAMINA A	VITAMINA B	VITAMINA D
PAN	40	0.20	0.18	0.10
QUESO	31	0.15	0.10	0.14
HUEVO	19	0.15	0.40	0.15
CARNE	53	0.30	0.35	0.16

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad a comprar de PAN

$x_2$  = la Cantidad a comprar de QUESO

$x_3$  = la Cantidad a comprar de HUEVO

$x_4$  = la Cantidad a comprar de CARNE

Min  $W = 40x_1 + 31x_2 + 19x_3 + 53x_4 \dots (1)$

Sujetos a:

$0.20x_1 + 0.15x_2 + 0.15x_3 + 0.30x_4 \geq 4$

$0.18x_1 + 0.10x_2 + 0.40x_3 + 0.35x_4 \geq 6$

$$0.10x_1 + 0.14x_2 + 0.15x_3 + 0.16x_4 \geq 3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$$

28. (Inversiones) A Julio que es asesor de inversiones, se le presentan 4 proyectos con sus respectivos costos en un período de tres años, así como la utilidad total. El requiere maximizar la utilidad total disponiendo de \$50,000; \$24,000; y \$30,000 en cada uno de los años siguientes:

PROYECTO	UTILIDAD TOTAL	COSTO	COSTO	COSTO
		AÑO 1	AÑO 2	AÑO 3
$X_1$	100	6	14	5
$X_2$	90	2	8	14
$X_3$	75	9	19	18
$X_4$	80	5	2	9

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad de Maíz Libra por libra de Alimento

$x_2$  = la Cantidad de Harina de Soya Libra por libra de Alimento

$$\text{Min } Z = 0.2x_1 + 0.6x_2 \dots\dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$0.001x_1 + 0.002x_2 \leq (90)(0.01) \dots\dots\dots(2)$$

$$0.09x_1 + 0.6x_2 \leq (90)(0.3) \dots\dots\dots(3)$$

$$0.02x_1 + 0.06x_2 \geq (90)(0.05) \dots\dots\dots(4) \text{ lo que queda Planteado}$$

$$x_1, x_2 > 0$$

Disponibilidad:

Las cantidades disponibles por año se asignan a las diferentes variables o proyectos bajo estas restricciones para optimizar o maximizar la utilidad total.

29. Supóngase que el Banco de Crédito al Campesino tiene dos planes de inversión a saber: El primero en el programa de tierras de riego, el segundo en el programa de tierras de temporal. El primer programa regresa un 30% de la inversión al fin del año, mientras que el segundo plan regresa un 65% de la inversión, para el término de dos años. Los intereses recibidos en ambos planes son reinvertidos de nuevo en cualquiera de ambos planes. Formule el programa lineal que le permita al banco maximizar la inversión total en un sexenio, si la inversión es de \$ 100 millones.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a MAXIMIZAR?

$x_{iR}$  = la Cantidad de inversión de riesgo a una año  $i$

$x_{iT}$  = la Cantidad de inversión Temporal en 2 años  $i$

donde  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots\dots\dots(1)$$

Sujetos a: (RESTRICCIONES DE BALANCE)

$$x_{1R} + x_{1T} \leq 100,000$$

$$x_{2R} + x_{2T} \leq 1.30x_{1R}$$

$$x_{3R} + x_{3T} \leq 1.30x_{2R} + 1.65x_{1T}$$

$$x_{4R} + x_{4T} \leq 1.30x_{3R} + 1.65x_{2T}$$

$$x_{5R} + x_{5T} \leq 1.30x_{4R} + 1.65x_{3T}$$

$$x_{6R} \leq 1.30x_{5R} \quad 1.65x_{4T}$$

$$x_{1T}, x_R > 0$$

30. Una compañía de perfumes puede anunciar su producto mediante el uso de estaciones de radio y televisión. Su presupuesto limita los gastos de publicidad a \$1,500 por mes. Cada minuto de anuncio en la radio cuesta \$15 y cada minuto de publicidad en televisión cuesta \$90. La compañía desea utilizar la radio cuando menos dos veces más que la televisión. Los datos históricos muestran que cada minuto de publicidad por televisión generará en términos generales 30 veces más ventas que cada minuto de publicidad por radio. Determine la asignación óptima del presupuesto mensual para anuncios por radio y televisión.

Solución: ¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad de presupuesto mensual para el Radio

$x_2$  = la Cantidad de presupuesto mensual para el Televisor

$$\text{Max } Z = x_1 x_2 \dots\dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$15x_1 + 90x_2 \leq 1500 \dots\dots\dots(2)$$

$$x_2 \geq (2)(x_1)$$

$$x_1 \geq (30)(x_2) \dots\dots\dots(3)$$

$$x_1, x_2 > 0$$

31. Una Tienda de animales ha determinado que cada Hámster debería recibirla menos 70 unidades de proteína. 100 unidades de carbohidratos y 20 unidades de grasa. Si la tienda vende los seis tipos de alimentos mostrados en la tabla. ¿Qué mezcla de alimento satisface las necesidades a un costo mínimo para la tienda?

Alimento	Proteínas (Unidades / Onza)	Carbohidratos (Unidades / Onza)	Grasa (Unidades / Onza)	Costo (Onza)
A	20	50	4	2
B	30	30	9	3
C	40	20	11	5
D	40	25	10	6
E	45	50	9	8
F	30	20	10	8

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad a mezclar de A

$x_2$  = la Cantidad a mezclar de B

$x_3$  = la Cantidad a mezclar de C

$x_4$  = la Cantidad a mezclar de D

$x_5$  = la Cantidad a mezclar de E

$x_6$  = la Cantidad a mezclar de F

$$\text{Min } W = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 8x_5 + 8x_6 \dots\dots\dots(1)$$

Sujetos a:

$$20x_1 + 30x_2 + 40x_3 + 40x_4 + 45x_5 + 30x_6 \leq 70 \dots\dots\dots \text{PROTEÍNA}$$

$$50x_1 + 30x_2 + 20x_3 + 25x_4 + 50x_5 + 20x_6 \leq 100 \dots\dots\dots \text{CARBOHIDRATOS}$$

$$4x_1 + 9x_2 + 11x_3 + 10x_4 + 9x_5 + 10x_6 \leq 20 \text{ ----- GRASA}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$$

32. Una compañía manufacturera local produce cuatro diferentes productos metálicos que deben maquinarse, pulirse y ensamblarse. Las necesidades específicas de tiempo (en horas) para cada producto son las siguientes:

	Maquinado	Pulido	Ensamble
Producto I	3	1	2
Producto II	2	1	1
Producto III	2	2	2
Producto IV	4	3	1

La compañía dispone semanalmente de 480 horas para maquinado, 400 horas para el pulido y 400 horas para el ensamble. Las ganancias unitarias por producto son \$6, \$4, \$6 y \$8 respectivamente. La compañía tiene un contrato con un distribuidor en el que se compromete a entregar semanalmente 50 unidades del producto 1 y 100 unidades de cualquier combinación de los productos II y III, según sea la producción, pero sólo un máximo de 25 unidades del producto IV. ¿cuántas unidades de cada producto debería fabricar semanalmente la compañía a fin de cumplir con todas las condiciones del contrato y maximizar la ganancia total?

Considere que las piezas incompletas como un modelo de Programación Lineal.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad a fabricar del producto I

$x_2$  = la Cantidad a fabricar del producto II

$x_3$  = la Cantidad a fabricar del producto III

$x_4$  = la Cantidad a fabricar del producto IV

Min  $W = 6x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 \dots\dots(1)$

Sujetos a:

$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 480$

$1x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 400$

$2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 400$

$x_1 \geq 50$

$x_2 + x_3 \geq 100$

$x_4 \leq 25$

$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$

33. Se procesan cuatro productos sucesivamente en dos máquinas. Los tiempos de manufactura en horas por unidad de cada producto se tabulan a continuación para las dos máquinas:

Máquina	Producto 1	Producto 2	Producto 3	Producto 4
1	2	3	4	2
2	3	2	1	2

El costo total de producir una unidad de cada producto está basado directamente en el tiempo de máquina. Suponga que el costo por hora para las máquinas 1 y 2 es \$10 y \$15. Las horas totales

presupuestadas para todos los productos en las máquinas 1 y 2 son 500 y 380. Si el precio de venta por unidad para los productos 1, 2, 3 y 4 es \$65, \$70, \$55 y \$45, formule el problema como modelo de programación lineal para maximizar el beneficio neto total.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Maximizar?

$x_1$  = la Cantidad a fabricar del producto 1

$x_2$  = la Cantidad a fabricar del producto 2

$x_3$  = la Cantidad a fabricar del producto 3

$x_4$  = la Cantidad a fabricar del producto 4

Max  $W = 65x_1 + 70x_2 + 55x_3 + 45x_4 \dots (1)$

Sujetos a:

$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 500$

$3x_1 + 2x_2 + 1x_3 + 2x_4 \leq 380$

$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$

34. La compañía Delta tiene maquinaria especializada en la industria de plástico. La compañía se dispone a iniciar operaciones el próximo mes de enero y cuenta con \$300,000 y diez máquinas. La operación de cada máquina requiere de \$4,000.00 al inicio de una mes para producir y al fin del mes la cantidad de \$9,000.00 sin embargo, para cada dos máquinas se necesita un operador cuyo sueldo mensual es de \$3000.00 pagando al principio del mes. La compañía se propone planear su producción, empleo de operador y compra de maquinaria que debe tener, al principio del mes siete, al máximo número de máquina en operación.

Al principio de cada mes la compañía tiene disponibles tres alternativas para adquirir maquinaria. En la primera alternativa puede comprar máquina de \$20,000.00 cada una con un periodo de entrega de una mes. Esto es, si al principio de cada mes "t" se pide y paga la maquinaria, esta se entregará al principio del mes  $t + 1$ .

En la segunda alternativa, se puede comprar en \$15,000.00 cada maquinaria, pero el periodo de entrega es en dos meses. La última alternativa es comprar en \$10,000.00 cada máquina con un periodo de entrega en tres meses.

Formule un modelo de programación lineal que permita determinar la política de compra de maquinaria, producción y pago de operadores en cada mes, de manera tal que al principio del mes siete tenga el máximo número de máquina en operación.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad a fabricar del producto I

$x_2$  = la Cantidad a fabricar del producto II

$x_3$  = la Cantidad a fabricar del producto III

$x_4$  = la Cantidad a fabricar del producto IV

Min  $W = 6x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 \dots (1)$

Sujetos a:

$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 480$

$1x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 400$

$2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1x_4 \leq 400$

$x_1 \geq 50$

$x_2 + x_3 \geq 100$

$x_4 \leq 25$

$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$

35. Una compañía de productos químicos que labora las 24 horas del día tiene las siguientes necesidades de personal técnico y especializado

Periodo	Hora del día	Personal técnico	Personal Especializado
1	6 – 10	20	8

2	10 – 14	40	12
3	14 – 18	80	15
4	18 – 22	45	9
5	22 – 02	25	3
6	02 - 06	10	2

Observe que el periodo 1 sigue al periodo 6. Considere que cada persona en la compañía labora 8 horas consecutivas. Suponga que  $X_t$  y  $Z_t$  denotan el número de personas técnicas y especializadas, respectivamente, que empiezan a trabajar al inicio del periodo  $t$  en cada día. En esta compañía, el acuerdo sindical establece que en todo momento debe haber por lo menos tres veces el número de personal técnico que de personal especializado. Establezca un modelo de programación lineal para determinar el mínimo número de personal técnico y especializado para satisfacer las necesidades diarias de trabajo en la compañía.

Solución:

$x_{iR}$  = la Cantidad de personal técnico

$x_{iT}$  = la Cantidad de personal especializado

donde  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

Min  $Z = x_1 + x_2$

Sujetos a:

$20x_1 + 8x_2 \geq 60$

$40x_1 + 12x_2 \geq 120$

$80x_1 + 15x_2 \geq 240$

$45x_1 + 9x_2 \geq 3(45)$

$25x_1 + 3x_2 \geq 75$

$10x_1 + 2x_2 \geq 30$

36. Ferrocarriles Nacionales de México tiene al inicio del próximo año la siguiente demanda de locomotoras diesel para ocupar su sistema en todo el país:

Trimestre	1	2	3	
Locomotoras Diesel	750	800	780	

La gerencia de ferrocarriles puede satisfacer su demanda mediante la combinación de las siguientes alternativas:

- Uso de la existencia de locomotoras diesel en estado de trabajo
- Compra de locomotoras al extranjero las cuales pueden entregarse al principio de cualquier trimestre
- Reparar locomotoras en los talleres nacionales con carácter normal. El tiempo de reparación es de 6 meses.
- Reportar locomotoras en los talleres nacionales con carácter urgente. El tiempo de reparación es de 3 meses.



La alternativa b tiene un costo de \$5,000,000 por locomotora

La alternativa c tiene un costo de \$100,000 por locomotora

La alternativa d tiene un costo de \$250,000 por locomotora

Se estima que al principio del año se tendrán 650 locomotoras en estado de trabajo y el presupuesto de operación para ese año es de \$100,000,000 entregado en partidas trimestrales de 40, 30, 20 y 10 millones respectivamente.

Se supone que al final de cada trimestre el 5% de las locomotoras deben mantenerse a reparación y el 5% quedan fuera de servicio. Formule un problema de programación lineal que permita determinar la combinación de políticas que debe tomar en cuenta la gerencia de F.F.C.C. para minimizar costos y satisfacer la demanda de locomotoras.

Solución:

¿Qué es lo que vamos a Minimizar?

$x_1$  = la Cantidad de Demanda en el trimestre 1

$x_2$  = la Cantidad de Demanda en el trimestre 2

$x_3$  = la Cantidad de Demanda en el trimestre 3

Min  $W = 5,000,000x_1 + 100,000x_2 + 250,000x_3 + \dots (1)$

Sujetos a:

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100,000,000$

$750x_1 + 800x_2 + 780x_3 \geq 650$

$x_1 \geq (0.05)(750)$

$x_2 \geq (0.05)(800)$

$x_3 \geq (0.05)(780)$

$x_1, x_2, x_3, x_4 > 0$