Лабораторная работа №6

Безусловный экстремум

Выполнила: Клюшенкова Полина Анатольевна: 429

Цель работы: научиться находить экстремум функций

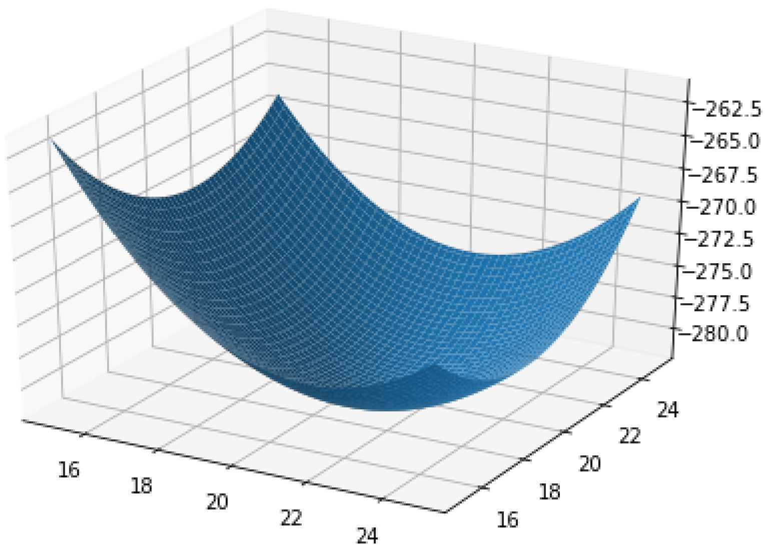
Построим график функции

$$f(x_1, x_2) = 0.5x_1x_2 + (47 * x_1 - x_2)(\frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{4})$$

на интересующей нас области

In [1]:

```
import pylab
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import numpy

def makeData ():
    x = numpy.arange (15, 25, 0.1)
    y = numpy.arange (15, 25, 0.1)
    xgrid, ygrid = numpy.meshgrid(x, y)

    zgrid =- (0.5*xgrid*ygrid+(47-xgrid-ygrid)*(xgrid/3+ygrid/4))
    return xgrid, ygrid, zgrid

x, y, z = makeData()

fig = pylab.figure()
axes = Axes3D(fig)

axes.plot_surface(x, y, z)

pylab.show()
```



In [2]:

```
from sympy import diff, symbols, cos, sin
import scipy as sp
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as mt
import copy
```

Для поиска минимума будем использовать метод покоординатного спуска

$$x^{k+1} = x^k + \alpha_k p^k,$$

где

$$p^k = e_{k-[k/n]n+1},$$

где

$$e_j = 0, 0....0, 1, 0...0,$$

где 1 стоит на j-ом месте

$$f(x^k + \alpha_k p^k) = min_{-\infty<\alpha<+\infty} f(x^k + \alpha p^k),$$

для одномерной минимизации будем использовать метод золотого сечения:

$$\tau = 2^{-1}(1 + \sqrt{5}) \simeq 1.6118$$

$$x_1 = b - (b - a)/\tau$$
$$x_2 = a + (b - a)/\tau$$

In [3]:

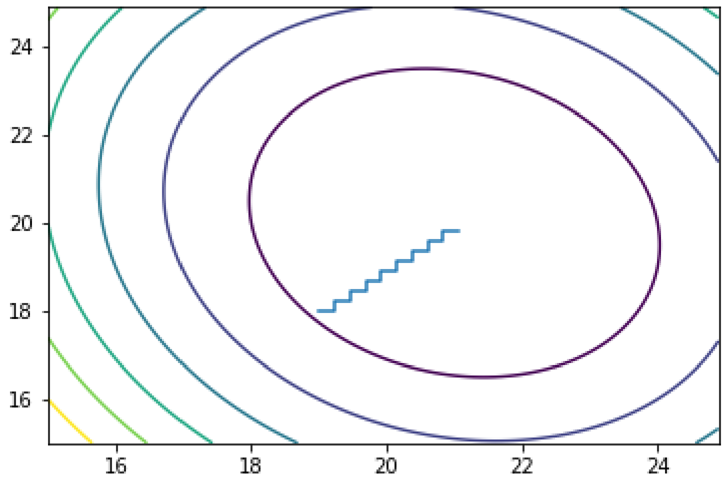
```
xk = 18
yk = 22
n=2
Xk=np.zeros(n)
Xk1=np.zeros(n)
Xk[0]=19;
Xk[1]=18;
xgr = []
ygr =[]
xgr.append(Xk[0])
ygr.append(Xk[1])
k = 0
delta = 0.7
eps = 0.01
def f(x1):
    x = x1[0]
    y = x1[1]
    return  -(0.5*x*y+(47-x-y)*(x/3+y/4))
tau = 1.6118
while(abs(f(Xk)-f(Xk1))>eps):
    p = np.zeros(n)
    p[k-(k//n)*n] = 1
    a=0
    b=5
    while((b-a)>delta):
        x1 = b-(b-a)/tau
        x2 = a+(b-a)/tau
        if(f(Xk+x1*p)<f(Xk+x2*p)):
            b=x2
        if(f(Xk+x1*p)>f(Xk+x2*p)):
            a =x1
        if(f(Xk+x1*p)==f(Xk+x2*p)):
            a=x1
            b=x2
    alfa = (b-a)/2
    Xk1 = Xk
    Xk = Xk+alfa*p
    xgr.append(Xk[0])
    ygr.append(Xk[1])
    k+=1
w=Xk
print(Xk, f(Xk), 'iter: ', k)
```

```
[ 21.068363  20.068363] -281.996884333 iter:  18
```

Построим линии уровня и направление приблежения метода:

In [4]:

```
import pylab
pylab.contour(x, y, z)
def makeData2():
    xg = np.zeros((k))
    yg = np.zeros((k))
    zg = np.zeros((k))
    for i in range (k):
        xg[i] = xgr[i]
        yg[i] = ygr[i]
        d = np.zeros((2))
        d[0] = xgr[i]
        d[1] = ygr[i]
        zg = f(d)
    return xg, yg, zg
xg = np.zeros((k))
yg = np.zeros((k))
zg = np.zeros((k))
xg, yg, zg = makeData2()

pylab.plot(xg,yg)
pylab.show()
```



Оценим овражность. Для этого найдем собственные числа

$$\lambda_1$$

и

$$\lambda_2$$

матрицы

$$\nabla^2 f(x^k)$$

коэффициент овражности:

$$\theta = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

In [6]:

```
def nabla2(x):
    N = np.zeros((2, 2))
    N[0][0] = 2/3
    N[0][1] = -7/12
    N[1][0] = -7/12
    N[1][1] = -1/2
    return N
matrix = nabla2(w)
s, v = np.linalg.eig (matrix)
print (s, "\n", v)
q = abs(s[0]/s[1])
print('obr = ', q)
```

```
[ 0.90829124 -0.74162458]
 [[ 0.92387953  0.38268343]
 [-0.38268343  0.92387953]]
obr =  1.22473185436
```

Вывод: В ходе лабораторной работы были изучены методы нахождения эстремума функции многих переменных, исследована овражность.