UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
BACHARELADO EM SISTEMAS DA INFORMAÇÃO

Aluno
Ivanildo Batista da Silva Júnior

Professora
Dra. Silvana Bocanegra

Resolução da quarta lista de Fundamentos Matemáticos para Sistemas da Informação I

Recife-PE, 11 de março de 2022

Sumário

1 Questão 1

Uma empresa possui três fábricas, A, B e C que produzem 100, 120 e 120 toneladas de um determinado produto, respectivamente. O produto deverá ser entregue em cinco armazéns (1, 2, 3, 4 e 5), cada um dos quais deve receber 40, 50, 70, 90 e 90 toneladas, respectivamente. Os custos, por tonelada, de transporte entre cada fábrica e cada armazém são dados na tabela seguinte. Formule um modelo de programação linear para minimizar os custos de transporte

Fábrica	Armazém				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
A	4	1	2	6	9
B	6	4	3	5	7
C	5	2	6	4	8

RESOLUÇÃO:

Variáveis de decisão: Quantidade produzida pela fábrica A (X_1), Quantidade produzida pela fábrica B (X_2) e Quantidade produzida pela fábrica C (X_3). Essas quantidades serão separadas para os armazéns 1, 2, 3, 4 e 5, portanto irei separar essas quantidades das seguntes formas:

- Quantidades de A para os armazéns : $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$ e x_{15}.
- Quantidades de B para os armazéns : $x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}$ e x_{25}.
- Quantidades de C para os armazéns : $x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}$ e x_{35}.

Função objetivo: O objetivo é minimizar os custos, portanto é preciso encontrar a função custo (C) que é a soma dos produtos das quantidades de cada armazém e os seus respectivos custos:

$$C = 4x_{11}+x_{12}+2x_{13}+6x_{14}+9x_{15}+6x_{21}+4x_{22}+3x_{23}+5x_{24}+7x_{25}+5x_{31}+2x_{32}+6x_{33}+4x_{34}+8x_{35}$$

Restrições técnicas:

$$\begin{aligned}
&x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \leqslant 100\\
&x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} \leqslant 120\\
&x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} \leqslant 120\\
&x_{11} + x_{21} + x_{31} \leqslant 40\\
&x_{12} + x_{22} + x_{32} \leqslant 50\\
&x_{13} + x_{23} + x_{33} \leqslant 70\\
&x_{14} + x_{24} + x_{34} \leqslant 90\\
&x_{15} + x_{25} + x_{35} \leqslant 90\\
&x_{11} \geqslant 0, \quad x_{12} \geqslant 0, \quad x_{13} \geqslant 0, \quad x_{14} \geqslant 0, \quad x_{15} \geqslant 0\\
&x_{21} \geqslant 0, \quad x_{22} \geqslant 0, \quad x_{23} \geqslant 0, \quad x_{24} \geqslant 0, \quad x_{25} \geqslant 0\\
&x_{31} \geqslant 0, \quad x_{32} \geqslant 0, \quad x_{33} \geqslant 0, \quad x_{34} \geqslant 0, \quad x_{35} \geqslant 0
\end{aligned}$$

2 Questão 2

Uma empresa automobilística produz dois tipos de carros (modelo A e modelo B). Cada um destes carros pode ser fabricado em duas oficinais. A oficina 1 tem um máximo de 120 horas de trabalho disponível e a oficina 2 um máximo de 180 h. A fabricação do carro do modelo A requer 6 horas de trabalho na oficina 1 e 3 h na oficina 2. A fabricação do modelo B requer 4 h na oficina 1 e 1 hora na oficina 2. O lucro é de 30 mil no carro A e de 40 mil no carro B. Formule um modelo de programação linear que maximize o lucro na produção dos carros.

RESOLUÇÃO:

Variáveis de decisão: Quantidade produzida pela empresa para o carro A (X_1) e a quantidade produzida pela empresa para o carro B (X_2). Essas quantidades serão fabricadas por duas oficinas (1 e 2). As quantidade produzidas pela oficina 1 serão x_{11} e x_{12}; já as quantidades produzidas pela oficina 2 serão x_{21} e x_{22}.

Função objetivo: O objetivo é maximizar o lucro, portanto é preciso encontrar a função lucro (L) que é a soma dos produtos das quantidades produzidas para cada tipo de carro e do lucro por unidade de cada tipo de carro:

$$L = 30000X_1 + 40000X_2$$

Restrições técnicas:

$6x_{11} + 4x_{21} \leqslant 120$
$3x_{12} + 4x_{22} \leqslant 180$
$x_{11} \geqslant 0, \quad x_{12} \geqslant 0 \quad x_{21} \geqslant 0, \quad x_{22} \geqslant 0$

3 Questão 3

Um criador de gado pretende determinar as quantidades de cada tipo de ração que devem ser dadas diariamente a cada animal por forma a reduzir os custos com a ração e garantir as restrições nutricionais. Os dados relativos ao custo de cada tipo de ração, às quantidades mínimas diárias de ingredientes nutritivos básicos a fornecer a cada animal, bem como às quantidades destes existentes em cada tipo de ração (g/Kg), constam do quadro a seguir. Formule um modelo de programação linear que minimize os custos com a ração

Ração / Ingredientes Nutritivos	**Granulado**	**Farinha**	**Quantidade mínima requerida**
Carbohidratos	20	50	200
Vitaminas	50	10	150
Proteínas	30	30	210
Custo (Esc/Kg)	10	5	

RESOLUÇÃO:

Variáveis de decisão: A variáveis de decisão são a quantidade para ração granulada é X_1 e a quantidade de ração do tipo farinha é X_2.

Função objetivo: O objetivo é minimizar o custo, portanto é preciso encontrar a função custo total (C) que é a soma dos produtos da quantidade dadas ao gado e o custo por tipo de ração. Prtanto a função custo é:

$$C = 10X_1 + 5X_2$$

Restrições técnicas:

$20X_1 + 50x_2 \geqslant 200$
$50X_1 + 50X_2 \leqslant 150$
$30X_1 + 30X_2 \leqslant 210$
$X_1 \geqslant 0 \quad \text{e} \quad X_2 \geqslant 0$

4 Questão 4

Um gerente de investimentos de um banco gerencia recursos de terceiros através da escolha de carteiras de investimento. Para sugerir a carteira de um de seus clientes, precisa levar em consideração a análise de risco efetuada, a qual determina que:

- Não mais de 25% do total seja aplicado em um único investimento.
- Mais de 50% do total deve ser aplicado em títulos de maturidade de mais de 10 anos.
- O total aplicado em títulos de alto risco deve ser no máximo de 50% do total investido.

Retorno Anual	Anos para Vencimento	Risco
8,7%	15	1- Muito Baixo
9,5%	12	3- Regular
12,0%	8	4- Alto
9,0%	7	2- Baixo
13,0%	11	4- Alto
20,0%	5	5- Muito Alto

RESOLUÇÃO:

Variáveis de decisão: Para o ativo com retorno de 8.7% a quantidade é X_1; para o ativo com retorno anual de 9.5% a quantidade é dada por X_2; a quantidade do ativo com retorno de 12% é dada por X_3; a quantidade do ativo com retorno anual de 9% é X_4; a quantidade do ativo com retorno anual de 13% é X_5; e por fim, a quantidade do ativo com retorno anual de 20% é X_6.

Função objetivo: O objetivo é maximizar o retorno da carteira de investimentos, portanto é preciso encontrar a função retorno (R) que é a soma dos produtos da quantidade de cada investimento pela taxa de retorno anual de cada ativo. Portanto a função retorno total é:

$$R = 0.087X_1 + 0.095X_2 + 0.12X_3 + 0.09X_4 + 0.13X_5 + 0.2X_6$$

Restrições técnicas:

$X_1 + X_2 + X_5 \geqslant 0.5$
$X_3 + X_4 + X_6 \leqslant 0.5$
$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \leqslant 1$
$X_1 \geqslant 0, X_2 \geqslant 0, X_3 \geqslant 0, X_4 \geqslant 0, X_5 \geqslant 0, X_6 \geqslant 0$