

A complex network graph visualization with numerous nodes and edges. The nodes are represented by small, colored circles in various colors including blue, yellow, red, green, and white. The edges are thin, dark purple lines connecting the nodes, forming a dense, interconnected web. The background is a light gray.

# Modelagem via grafos:

Noções sobre algoritmos de solução

# Noções de Algoritmos de Solução

Problema do Caixeiro Viajante (PCV):  
Determinar se existe um ciclo Hamiltoniano  
de custo mínimo

Problema de Coloração:  
Determinar se um grafo  $G$  possui número  
cromático,  $\chi(G) = k$ , para  $k \geq 3$ .

# Noções de Algoritmos de Solução

- Não existe um algoritmo eficiente para resolver estes problemas (NP-difícil)
- Pelo algoritmo de força bruta seria necessário gerar todas as possibilidades possíveis e verificar cada uma delas
- É impraticável para problemas grandes!!



# Algoritmo de força bruta

- Problema do caixeiro viajante:  $(n-1)!$   
Soluções possíveis sendo  $n$  o número de vértices (cidades)
- Problema de coloração ( $\chi(G) = k$ ): para cada vértice existe  $k$  possibilidade de cor.

$$\frac{v_1}{k} \frac{v_2}{k} \frac{v_3}{k} \frac{v_4}{k} \frac{v_5}{k} \dots \frac{v_n}{k} = k^n$$

- É impraticável para problemas grandes!!

# Noções de Algoritmos de Solução

- **Heurística:** é uma técnica para resolver um problema mais rapidamente quando os métodos clássicos são muito lentos ou para encontrar uma solução aproximada quando os métodos clássicos não conseguem encontrar uma solução exata
- Algoritmo guloso: é aquele que sempre realiza a escolha que parece ser a melhor no momento, fazendo uma escolha ótima local, na esperança de que esta escolha leve até a solução ótima global.

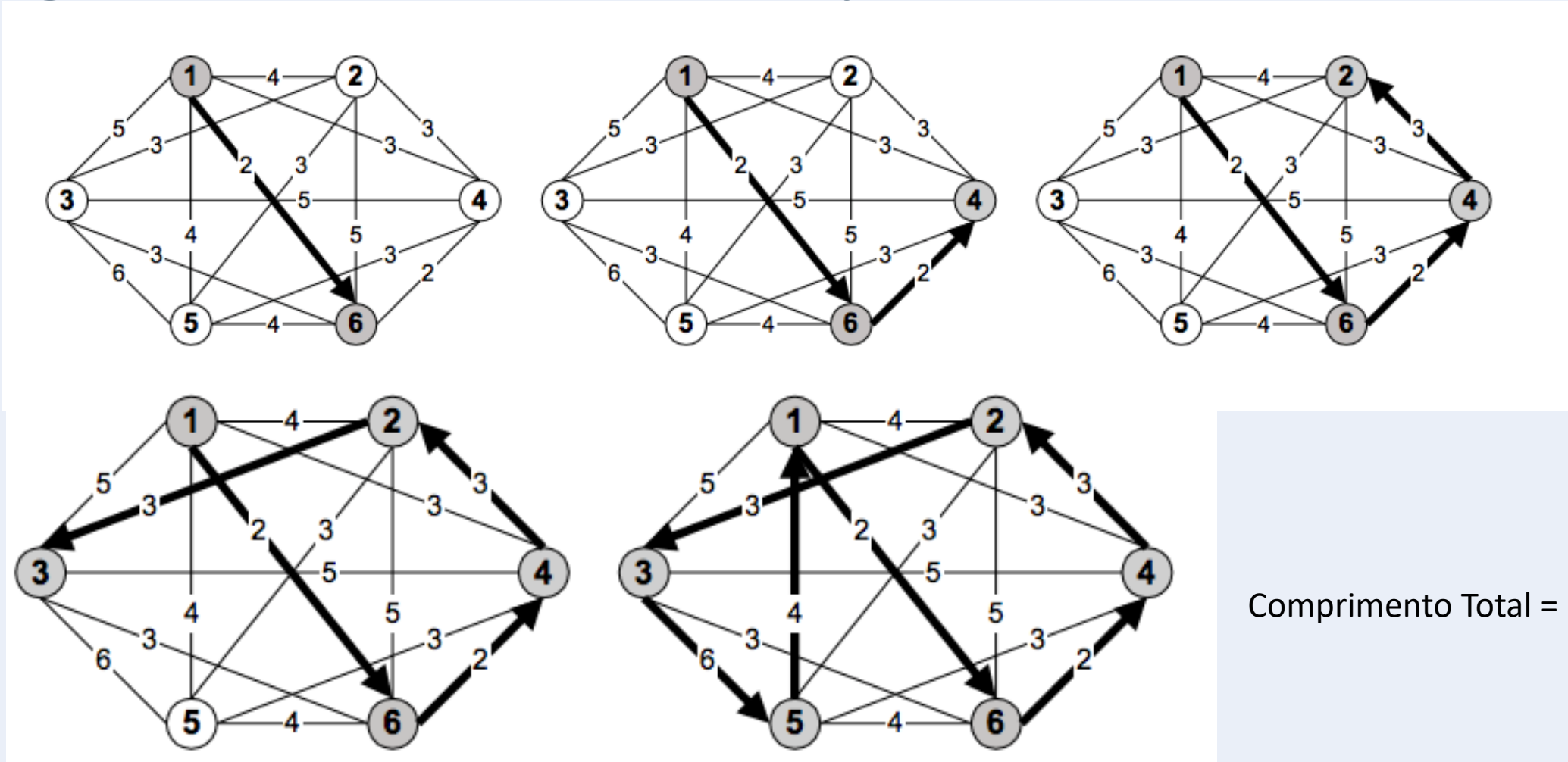
# Heurística - PCV

## Algoritmo do vizinho mais próximo (Nearest neighbor):

1. Inicie a rota com um vértice escolhido aleatoriamente.
2. Escolher dentre os vértices que ainda não estão na rota, o vértice adjacente mais próximo do último vértice inserido na rota.
3. Adicionar o vértice escolhido na posição final da rota
4. Pare se todos os vértices foram adicionados a rota, senão voltar ao passo 2.

# Noções de Algoritmos de Solução

## Algoritmo do vizinho mais próximo:



Comprimento Total = 20

# Comparação de Heurística - PCV

Comparações de heurísticas em um benchmark com problemas variando de 105 a 2392 cidades. Distância média da solução ótima

- Nearest neighbor: 24% (Vizinho mais próximo)
- Closest insertion: 20%;
- Farthest insertion: 10%;
- Cheapest insertion: 17%;
- Random Insertion: 11%



# Heurística – Coloração em Grafos

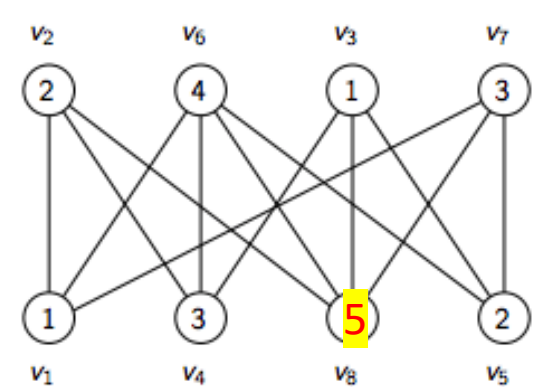
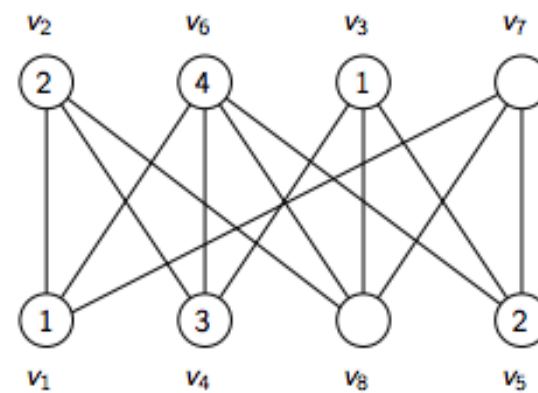
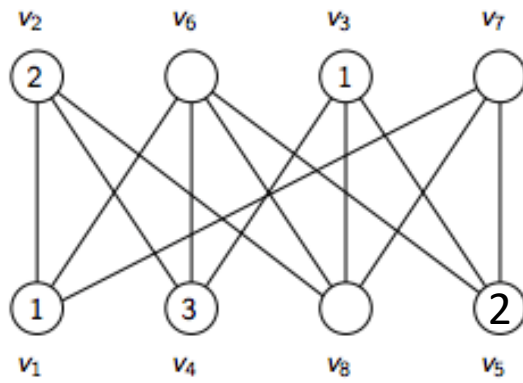
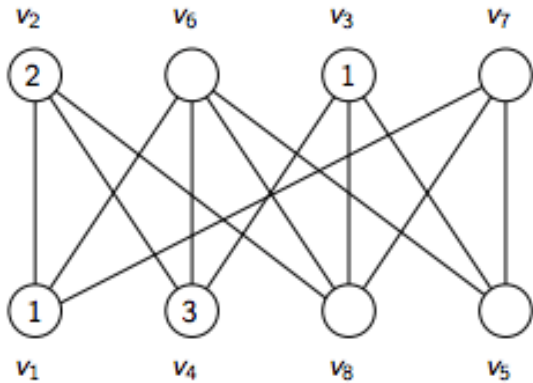
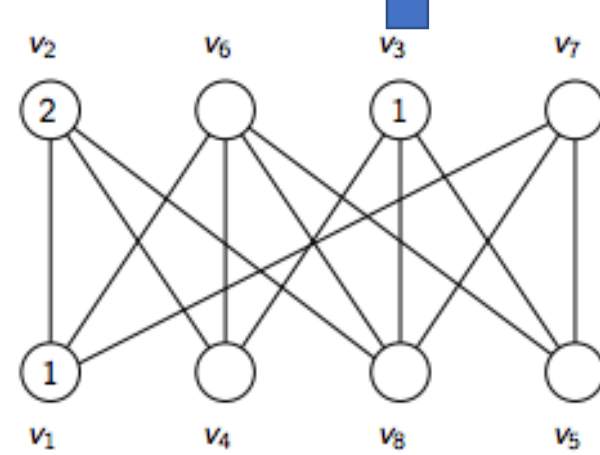
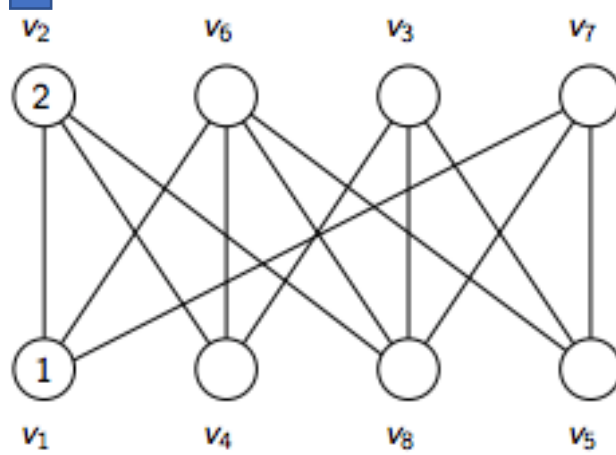
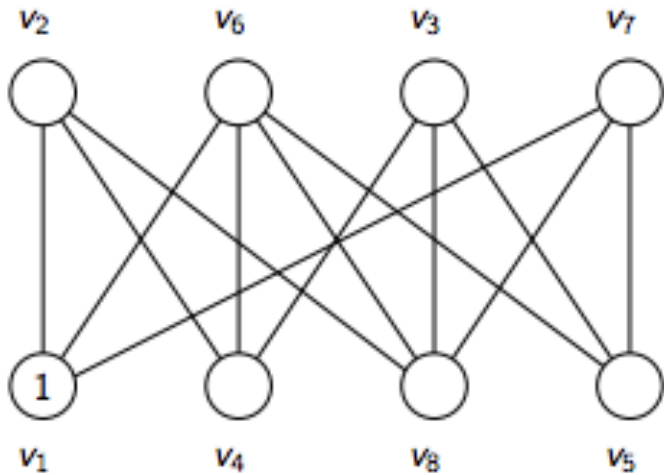
## Algoritmo Guloso:

Vértices de listados em ordem  $v_1, v_2, \dots, v_n$ .

Conjunto de cores  $C = \{1, 2, \dots, n\}$ .

1. Escolha uma cor para o vértice inicial
2. Para cada vértice não colorido, escolha uma cor que ainda não foi atribuída a nenhum de seus vizinhos já coloridos.
3. Se todos os vértices foram coloridos parar, senão voltar ao passo 2.

# Heurística – Coloração em Grafos

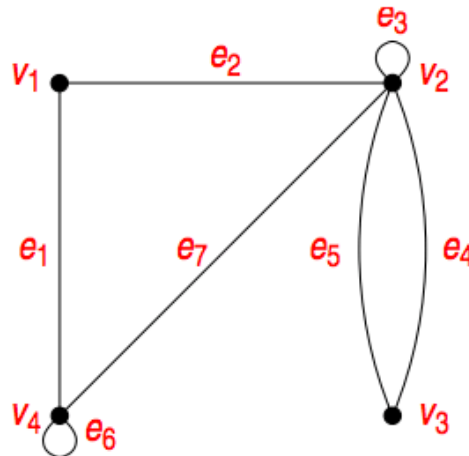


Foram necessárias 5 cores!!! Esse é um grafo bipartido e o seu número cromático é 2

# Grafos - Representação Computacional

## Matriz de Adjacência:

Dado o grafo:



A matriz de adjacência correspondente é:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Desvantagem: requer maior espaço para armazenamento

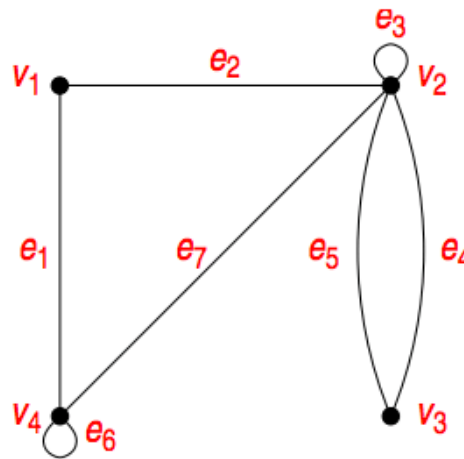
Vantagem: Indica rapidamente se existe uma aresta conectando dois vértices

Melhor escolha para representar grafos densos ( $|E| \approx |V|^2$ )

# Grafos - Representação Computacional

## Lista Encadeada:

Dado o grafo:



Uma lista de adjacência correspondente é:

$$Adj[v_1] = [v_2, v_4]$$

$$Adj[v_2] = [v_1, v_2, v_3, v_3, v_4]$$

$$Adj[v_3] = [v_2, v_2]$$

$$Adj[v_4] = [v_1, v_2, v_4]$$

Desvantagem: para determinar se uma aresta está na lista é necessário percorrer todas as adjacências

Vantagem: requer menor espaço para armazenamento

Melhor escolha para representar grafos esparsos ( $|E| \ll |V|^2$ )

## Nesta aula:

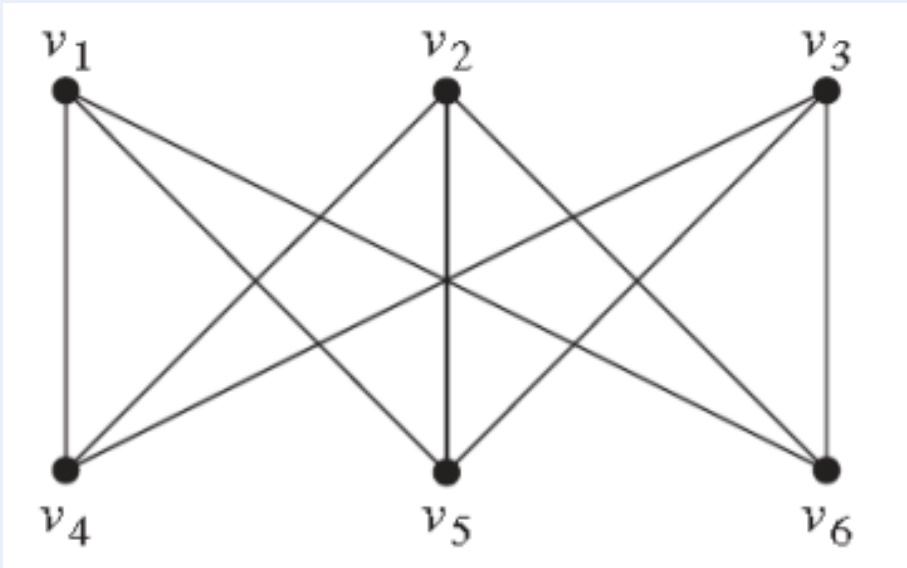
1. Estudamos algoritmos simples para resolver problemas em grafos
2. Discutimos heurísticas gulosas para o PCV e para o problema de coloração em grafos
3. Analisamos formas de representar grafos usando no computador



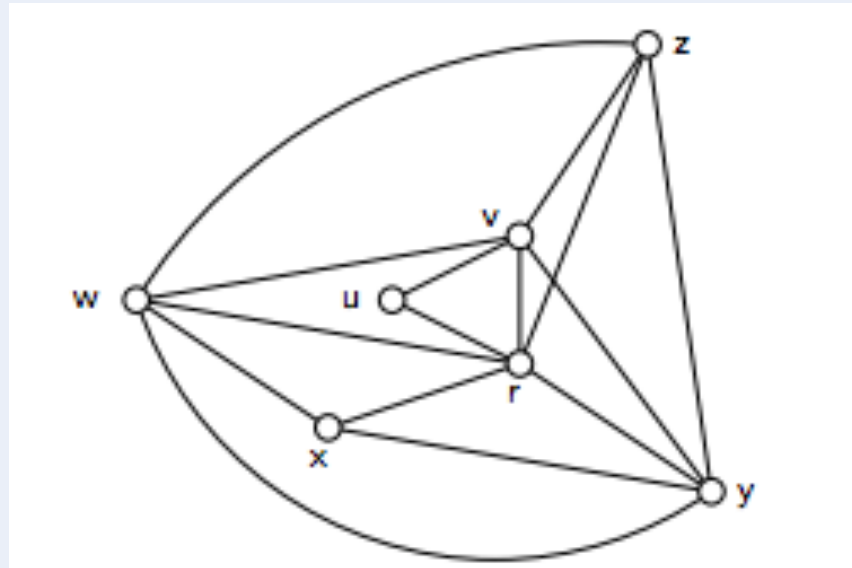
# Exercícios

1. Represente os grafos a seguir usando lista encadeada e matriz de adjacência

$G_1$

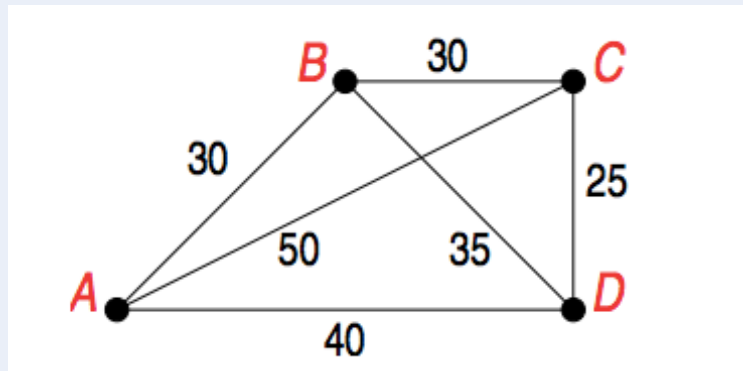


$G_2$



# Exercícios

2. Aplique o algoritmo do vizinho mais próximo para resolver o problema do caixeiro viajante no grafo a seguir.



Qual a distância percorrida obtida usando essa heurística? Compare com o valor obtido usando um algoritmo de força bruta.

Em que circunstâncias devemos escolher uma heurística para resolver o problema?

# Próxima Aula

Materiais indicados para estudo para fixar o conhecimento