UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA

Alunos
Gleyce Alves Pereira da Silva
Ivanildo Batista da Silva Júnior
Jaine de Moura Carvalho
Taciana Araújo da Silva

Professor
Dr. Lucian Bogdan Bejan

Resolução da quarta lista de Estatística Aplicada

Recife-PE, 10 de maio de 2021

Sumário

1 Questão 1

O presidente da *Martin Corporation* está considerando duas alternativas de investimento X e Y. Se cada uma das alternativas for levada a diante há 4 possibilidades de resultado. O valor presente líquido e sua respectiva probabilidade de ocorrência são mostrados abaixo:

INVESTIMENTO X		
Resultado	VP Lucro	Probabilidade
1	$ 20 Milhões	0,2
2	$ 08 Milhões	0,3
3	$ 10 Milhões	0,4
4	$ 03 Milhões	0,1

INVESTIMENTO Y		
Resultado	VP Lucro	Probabilidade
1	$ 12 Milhões	0,1
2	$ 09 Milhões	0,3
3	$ 16 Milhões	0,1
4	$ 11 Milhões	0,5

a. Qual é o valor esperado do valor presente do lucro para os investimentos X e Y? E qual das oportunidades é a mais interessante (maior valor esperado do VP Lucro)?

b. Qual a variância do valor presente do lucro para os investimentos X e Y? E qual das oportunidades é a mais arriscada (maior variância do VP Lucro)?

1.1 Resolução da questão 1

Definindo a base de dados.

```
d = {'VP Lucro X' : [20,8,10,3],
     'Probabilidade X' : [0.2,0.3,0.4,0.1],
     'VP Lucro Y' : [12,9,16,11],
     'Probabilidade Y' : [0.1,0.3,0.1,0.5]}
resultado = pd.DataFrame(d)
resultado
```

	VP Lucro X	Probabilidade X	VP Lucro Y	Probabilidade Y
0	20	0.2	12	0.1
1	8	0.3	9	0.3
2	10	0.4	16	0.1
3	3	0.1	11	0.5

1.1.1 Letra a)

Calculando o valor esperado de cada opção de investimento.

```
valor_x  = (resultado['VP Lucro X']*resultado['Probabilidade X']).sum()
valor_y = (resultado['VP Lucro Y']*resultado['Probabilidade Y']).sum()
```

```
print('Valor esperado do investimento X:',round(valor_x,2))
print('Valor esperado do investimento Y:',valor_y)
```

```
Valor esperado do investimento X: 10.7
Valor esperado do investimento Y: 11.0
```

Conforme resultado acima o investimento mais interessante é a opção Y.

1.1.2 Letra b)

Conforme resultado abaixo, o investimento mais arriscado (maior variância) é a opção X.

```
print('A variância do investimento X:',
      (((resultado['VP Lucro X']-valor_x)**2)*resultado['Probabilidade X']).sum())
print('A variância do investimento Y:',
      (((resultado['VP Lucro Y']-valor_y)**2)*resultado['Probabilidade Y']).sum())
```

```
A variância do investimento X: 25.610000000000003
A variância do investimento Y: 3.8
```

2 Questão 2

2. Uma empresa de cristais finos sabe por experiência que 10% de suas taças possuem defeitos cosméticos e devem ser classificadas como "de segunda linha".

a. Entre seis taças selecionadas aleatoriamente, qual é a probabilidade de uma ser de segunda linha ?

b. Entre seis taças selecionadas aleatoriamente, qual é a probabilidade de no mínimo duas serem de segunda linha ?

c. Se as taças forem examinadas uma a uma, qual será a probabilidade de no máximo cinco terem de ser selecionadas para encontrar quatro que não sejam de segunda linha ?

2.1 Resolução da questão 2

2.1.1 Letra a)

Probabilidade de uma ser de segunda linha.

```
dbinom (1, size = 6, prob = 0.1)
```

```
## [1] 0.354294
```

2.1.2 Letra b)

Probabilidade de no mínimo duas taças serem de segunda linha.

```
dbinom (2, size = 6, prob = 0.1) +
  + dbinom (3, size = 6, prob = 0.1) +
  + dbinom (4, size = 6, prob = 0.1) +
  + dbinom (5, size = 6, prob = 0.1) +
  + dbinom (6, size = 6, prob = 0.1)
```

```
## [1] 0.114265
```

2.1.3 Letra c)

Probabilidade de encontrar quatro taças que não sejam de segunda linha : nesse caso dentre as 5 taças ou teremos nenhuma de segunda linha ou pelo menos uma de segunda linha.

```
dbinom (0, size = 5, prob = 0.1) +
  + dbinom (1, size = 5, prob = 0.1)
```

```
## [1] 0.91854
```

3 Questão 3

3. Um contador eletrônico de bactérias registra, em média, cinco bactérias por cm3 de um líquido. Admitindo-se que esta variável tenha distribuição de Poisson,

a. Qual é o desvio padrão do número de bactérias por cm^3 ?

b. Encontre a probabilidade de que pelo menos duas bactérias ocorram num volume de líquido de 2 cm^3

3.1 Resolução da questão 3

3.1.1 Letra a)

Em uma distribuição Poisson a variância é igual e média, e a média, no nosso exemplo, é igual a 5, logo a variância é igual a 5; assim sendo o desvio padrão é a raiz da variância, logo

```
lambda <-5
sqrt(lambda)
```

```
## [1] 2.236068
```

3.1.2 Letra b)

```
t <- 2
mu <- lambda*t
1 - ppois(1, mu)
```

```
## [1] 0.9995006
```

4 Questão 4

4. Certo tipo de câmera digital é oferecida em duas versões de três megapixel e quatro megapixel. Uma loja de câmeras recebeu uma encomenda de 15 dessas câmeras, das quais seis com resolução de três megapixel. Suponha que cinco delas sejam selecionadas aleatoriamente para serem estocadas atrás do balcão. As outras 10 são colocadas na área de armazenagem. Seja X número de câmeras de três megapixel entre as cinco selecionadas para armazenagem atrás do balcão.

a. Que tipo de distribuição tem X (nome e valores de todos os parâmetros) ?

b. Calcule P(X = 2), P(X <= 2) e P(X >=2).

c. Calcule o valor médio e o desvio padrão de X.

4.1 Resolução da questão 4

4.1.1 Letra a)

O tipo de distribuição é a **hipergeométrica**. Assuma que a população possua *M* sucessos e *N-M* falhas. Onde *K* é o número de sucessos em uma amostra aleatória, então a função de probabilidade é dada por

$$P(k, n, M, N) = \frac{\binom{n}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Então temos que os parâmetros são $n = 5, M = 10, N = 15$.

4.1.2 Letra b)

Antes irei criar uma função que calcula a probabilidade da distribuição hipergeométrica:

```
def prob_hiper(k, M, n, N):
  a=N-M
  b=n-k
  c=N-n
  return (binom(M,k)*binom(a,b))/(binom(N,n))
```

Calculando para $P(X = 2)$:

```
round(prob_hiper(2,10,5,15),2)
```

```
0.15
```

Calculando para $P(X <= 2)$:

```
round(prob_hiper(0,10,5,15)+prob_hiper(1,10,5,15)+prob_hiper(2,10,5,15),2)
```

```
0.17
```

Calculando para $P(X >= 2)$, que nesse caso o resultado é equivalente a $1 - P(X = 0) - P(X = 1)$

```
round(1 - prob_hiper(0,10,5,15) - prob_hiper(1,10,5,15),2)
```

```
0.98
```

4.1.3 Letra c)

Abaixo foram criadas as funções para calcular os valores da média, variância e desvio padrão da distribuição hipergeométrica.

```
#função da média
def media_hiper(M, n, N):
  return ((n)*(M/N))

#função da variância
def variancia_hiper(M, n, N):
  return ((N-n)/(N-1))*n*(M/N)*(1-(M/N))

#Função do desvio padrão
def desvio_padrao_hiper(M, n, N):
  return (((N-n)/(N-1))*n*(M/N)*(1-(M/N)))**0.5
```

Calculando a média:

```
round(media_hiper(10,5,15),2)
```

```
3.33
```

Calculando a variância:

```
round(variancia_hiper(10,5,15),2)
```

```
0.79
```

Calculando o desvio padrão:

```
round(desvio_padrao_hiper(10,5,15),2)
```

```
0.89
```

5 Questão 5

5. Uma limusine de aeroporto pode acomodar até quatro passageiros em qualquer corrida. A empresa aceitará um máximo de seis reservas e os passageiros devem ter reservas. Pelos registros anteriores, 20% de todos os que fazem reservas não aparecem para a corrida. Responda as seguintes perguntas, assumindo independência quando apropriado.

a. Se forem feitas seis reservas, qual é a probabilidade de ao menos um indivíduo com reserva não poder ser acomodado na corrida?

b. Se forem feitas seis reservas, qual é o número esperado de lugares disponíveis quando a limusine parte ?

c. Suponha que a distribuição de probabilidade do número de reservas feitas seja dada na tabela a seguir.

Número de reservas	3	4	5	6
Probabilidade	0.1	0.2	0.3	0.4

5.1 Resolução da questão 5

5.1.1 Letra a)

Probabilidade de indivíduos com reserva não serem acomodados na corrida.

```
dbinom (5, size = 6, prob = 0.8) +
  + dbinom (6, size = 6, prob = 0.8)
```

```
## [1] 0.65536
```

5.1.2 Letra b)

```
dbinom (3, size = 6, prob = 0.2)*1 +
  + dbinom (4, size = 6, prob = 0.2)*2 +
  + dbinom (5, size = 6, prob = 0.2)*3 +
  + dbinom (6, size = 6, prob = 0.2)*4
```

```
## [1] 0.117504
```

5.1.3 Letra c)

Para $X = 0$:

```
# para x= 0
p0 = dbinom (0, size = 3, prob = 0.8)*0.1 +
  + dbinom (0, size = 4, prob = 0.8)*0.2 +
  + dbinom (0, size = 5, prob = 0.8)*0.3 +
  + dbinom (0, size = 6, prob = 0.8)*0.4
p0
```

```
## [1] 0.0012416
```

Para $X = 1$:

```
# para x= 1
p1 = dbinom (1, size = 3, prob = 0.8)*0.1 +
  + dbinom (1, size = 4, prob = 0.8)*0.2 +
  + dbinom (1, size = 5, prob = 0.8)*0.3 +
  + dbinom (1, size = 6, prob = 0.8)*0.4
p1
```

```
## [1] 0.0172544
```

Para $X = 2$:

```
# para x= 2
p2 = dbinom (2, size = 3, prob = 0.8)*0.1 +
  + dbinom (2, size = 4, prob = 0.8)*0.2 +
  + dbinom (2, size = 5, prob = 0.8)*0.3 +
  + dbinom (2, size = 6, prob = 0.8)*0.4
p2
```

```
## [1] 0.090624
```

Para $X = 3$:

```
# para x= 3
p3 = dbinom (3, size = 3, prob = 0.8)*0.1 +
  + dbinom (3, size = 4, prob = 0.8)*0.2 +
  + dbinom (3, size = 5, prob = 0.8)*0.3 +
  + dbinom (3, size = 6, prob = 0.8)*0.4
p3
```

```
## [1] 0.227328
```

Para $X = 4$:

```
# para x= 4 (número máximo de pessoas na limusine)
p4 = 1-(p0+p1+p2+p3)
p4
```

```
## [1] 0.663552
```