**Университет ИТМО**

**Лабораторная работа №2 «Обработка результатов измерений: статистический анализ числовой последовательности»**

*по дисциплине: Моделирование*

вариант: 29/5

Выполнили: Соболев Иван, Верещагин Егор, P34312

Преподаватель: Тропченко Андрей Александрович

Санкт-Петербург

2024

Содержание

[Цель работы 3](#_Toc179033611)

[Задание 3](#_Toc179033612)

[Исходные данные 3](#_Toc179033613)

[Система 1 4](#_Toc179033614)

[1.1. Описание 4](#_Toc179033615)

[1.2. Перечень состояний 4](#_Toc179033616)

[1.3. Граф переходов системы 5](#_Toc179033617)

[1.4. Матрица интенсивностей переходов 5](#_Toc179033618)

[1.5. Вычисление значений стационарных вероятностей 6](#_Toc179033619)

[1.6. Характеристики системы 6](#_Toc179033620)

[Вывод 8](#_Toc179033621)

Цель работы

Изучение метода марковских случайных процессов и его применение для исследования простейших моделей - систем массового обслуживания (СМО) с однородным потоком заявок.

Задание

Разработка и расчет марковских моделей одно- и многоканальных СМО с однородным потоком заявок и выбор наилучшего варианта построения СМО в соответствии с заданным критерием эффективности. В процессе исследований для расчета характеристик функционирования СМО используется программа MARK.

Исходные данные

*Таблица 1. Параметры структурной и функциональной организации исследуемых систем*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **СИСТЕМА\_1** | | **СИСТЕМА\_2** | | **Критерий эффект.** |
| **П** | **ЕН** | **П** | **ЕН** |
| 29/5 | 3 | 0/1/1 | 3 (H2,5) | 1/0/0 | (д) |

* **СИСТЕМА\_1** имеет три обслуживающих прибора. Емкость накопителя перед первым прибором - 0, перед вторым – 1, перед третьим – 1.
* **СИСТЕМА\_2** имеет три обслуживающих прибора и в одном из них длительность обслуживания распределена по гиперэкспоненциальному закону с коэффициентом вариации 2.5. Емкость накопителя перед первым прибором - 1, перед вторым – 0, перед третьим – 0.
* Критерий эффективности является **минимальная суммарная длина очередей заявок**.

*Таблица 2. Параметры нагрузки*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Номер варианта** | **Интенс. потока** | **Ср. длит. обслуж.** | **Вероятности занятия прибора** | | |
| λ, 1/с | b, с | П1 | П2 | П3 |
| 312 | 0,4 | 10 | 0.6 | 0.25 | 0.15 |

Интенсивность входного потока λ = 0,4−с

Средняя длительность обслуживания b = 10 с

# Система 1

## Описание

Интенсивность обслуживания прибора: 𝜇 = 1/10 = 0,1 с−1

Интенсивность входного потока λ = 0,4−с

Изображение выглядит как диаграмма, текст, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Рисунок 1. Схематичное представление Системы 1

Классификация каждого из приборов по Кендаллу:

1. M/M/1/0 – одноканальная без накопителя
2. M/M/1/1 – одноканальная с накопителем
3. M/M/1/1 - одноканальная с накопителем

## Перечень состояний

Обозначим состояние системы как n1/n2/q2/n3/q3, где n1 – число заявок на первом приборе, n2 – число заявок на втором приборе, q2 – число заявок в очереди на второй прибор, n3 – число заявок на третьем приборе, q3 – число заявок в очереди на третий прибор.

Таблица 7. Перечень возможных состояний Системы 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ состояния** | **Обозначение** | **Описание** |
| S0 | 0/0/0/0/0 | В системе нет заявок |
| S1 | 1/0/0/0/0 | В системе 1 заявка, обрабатываемая на приборе 1 |
| S2 | 0/1/0/0/0 | В системе 1 заявка, обрабатываемая на приборе 2 |
| S3 | 0/0/0/1/0 | В системе 1 заявка, обрабатываемая на приборе 3 |
| S4 | 1/1/0/0/0 | В системе 2 заявки, обрабатываемые на приборе 1 и 2 |
| S5 | 1/0/0/1/0 | В системе 2 заявки, обрабатываемые на приборе 1 и 3 |
| S6 | 0/1/0/1/0 | В системе 2 заявки, обрабатываемые на приборе 2 и 3 |
| S7 | 0/1/1/0/0 | В системе 2 заявки, обрабатываемая на приборе 2 и в очереди на прибор 2 |
| S8 | 0/0/0/1/1 | В системе 2 заявки, обрабатываемая на приборе 3 и в очереди на прибор 3 |
| S9 | 1/1/0/1/0 | В системе 3 заявки: на приборах 1, 2 и 3 |
| S10 | 1/1/1/0/0 | В системе 3 заявки: на приборах 1 и 2 и в очереди на прибор 2 |
| S11 | 1/0/0/1/1 | В системе 3 заявки: на приборах 1 и 3 и в очереди на прибор 3 |
| S12 | 0/1/1/1/0 | В системе 3 заявки: на приборах 2 и 3 и в очереди на прибор 2 |
| S13 | 0/1/0/1/1 | В системе 3 заявки: на приборах 2 и 3 и в очереди на прибор 3 |
| S14 | 1/1/1/1/0 | В системе 4 заявки: на приборах 1, 2 и 3 и в очереди на прибор 2 |
| S15 | 1/1/0/1/1 | В системе 4 заявки: на приборах 1, 2 и 3 и в очереди на прибор 3 |
| S16 | 0/1/1/1/1 | В системе 4 заявки: на приборах 2 и 3 и в очередях на приборы 2 и 3 |
| S17 | 1/1/1/1/1 | В системе 5 заявок: на приборах 1,2 и 3 и в очередях на приборы 2 и 3 |

## Граф переходов системы

Изображение выглядит как диаграмма, линия, зарисовка, оригами

Автоматически созданное описание

Рисунок 4. Граф переходов Системы 1

## Матрица интенсивностей переходов

Таблица 8. Матрица интенсивностей переходов Системы 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C1** | **S0** | **S1** | **S2** | **S3** | **S4** | **S5** | **S6** | **S7** | **S8** | **S9** | **S10** | **S11** | **S12** | **S13** | **S14** | **S15** | **S16** | **S17** |
| **S0** | 0 | 0.24 | 0.10 | 0.06 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **S1** | 0.10 | 1 |  |  | 0.10 | 0.06 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **S2** | 0.10 |  | 2 |  | 0.24 |  | 0.06 | 0.10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **S3** | 0.10 |  |  | 3 |  | 0.24 | 0.10 |  | 0.06 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **S4** |  | 0.10 | 0.10 |  | 4 |  |  |  |  | 0.06 | 0.10 |  |  |  |  |  |  |  |
| **S5** |  | 0.10 |  | 0.10 |  | 5 |  |  |  | 0.10 |  | 0.06 |  |  |  |  |  |  |
| **S6** |  |  | 0.10 | 0.10 |  |  | 6 |  |  | 0.24 |  |  | 0.10 | 0.06 |  |  |  |  |
| **S7** |  |  | 0.10 |  |  |  |  | 7 |  |  | 0.24 |  | 0.06 |  |  |  |  |  |
| **S8** |  |  |  | 0.10 |  |  |  |  | 8 |  |  | 0.24 |  | 0.10 |  |  |  |  |
| **S9** |  |  |  |  | 0.10 | 0.10 | 0.10 |  |  | 9 |  |  |  |  | 0.10 | 0.06 |  |  |
| **S10** |  |  |  |  | 0.10 |  |  | 0.10 |  |  | 10 |  |  |  | 0.06 |  |  |  |
| **S11** |  |  |  |  |  | 0.10 |  |  | 0.10 |  |  | 11 |  |  |  | 0.10 |  |  |
| **S12** |  |  |  |  |  |  | 0.10 | 0.10 |  |  |  |  | 12 |  | 0.24 |  | 0.06 |  |
| **S13** |  |  |  |  |  |  | 0.10 |  | 0.10 |  |  |  |  | 13 |  | 0.24 | 0.10 |  |
| **S14** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0.10 | 0.10 |  | 0.10 |  | 14 |  |  | 0.06 |
| **S15** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0.10 |  | 0.10 |  | 0.10 |  | 15 |  | 0.10 |
| **S16** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0.10 | 0.10 |  | 16 | 0.24 |
| **S17** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0.10 | 0.10 | 0.10 | 17 |

## Вычисление значений стационарных вероятностей

Таблица 9. Значения стационарных вероятностей Системы 1

|  |  |
| --- | --- |
| **Обозначение** | **Вероятность** |
| S0 | 0.031621 |
| S1 | 0.103867 |
| S2 | 0.044711 |
| S3 | 0.044351 |
| S4 | 0.112233 |
| S5 | 0.081931 |
| S6 | 0.032533 |
| S7 | 0.047167 |
| S8 | 0.021871 |
| S9 | 0.076499 |
| S10 | 0.116366 |
| S11 | 0.049692 |
| S12 | 0.02759 |
| S13 | 0.019931 |
| S14 | 0.077119 |
| S15 | 0.047427 |
| S16 | 0.018811 |
| S17 | 0.046281 |

## Характеристики системы

Таблица 10. Характеристики Системы 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Хар-ка** | **Прибор** | **Расчетная формула** | **СИСТ.1** |
| Нагрузка | П1 | 𝑦1 = 𝜆1 ∗ 𝑏 | 2.4 |
| П2 | 𝑦2 = 𝜆2 ∗ 𝑏 | 1 |
| П3 | 𝑦3 = 𝜆3 ∗ 𝑏 | 0.6 |
| Сумм. | 𝑌 = 𝑦1 + 𝑦2 + 𝑦3 | 4 |
| Загрузка | П1 | 𝜌1 = 1 − (𝑝0 + 𝑝2 + 𝑝3 + 𝑝6 + 𝑝7 + 𝑝8 + 𝑝12 + 𝑝13  + 𝑝16) | 0.711 |
| П2 | 𝜌2 = 1 − (𝑝0 + 𝑝1 + 𝑝3 + 𝑝5 + 𝑝8 + 𝑝11) | 0.667 |
| П3 | 𝜌3 = 1 − (𝑝0 + 𝑝1 + 𝑝2 + 𝑝4 + 𝑝7 + 𝑝10) | 0.544 |
| Сумм. | 𝜌 = (𝜌1 + 𝜌2 + 𝜌3)/3 | 0.641 |
| Вероятность потери | П1 | 𝜋1 = 𝑝1 + 𝑝4 + 𝑝5 + 𝑝9 + 𝑝10 + 𝑝11 + 𝑝14 + 𝑝15  + 𝑝17 | 0.711 |
| П2 | 𝜋2 = 𝑝7 + 𝑝10 + 𝑝12 + 𝑝14 + 𝑝16 + 𝑝17 | 0.333 |
| П3 | 𝜋3 = 𝑝8 + 𝑝11 + 𝑝13 + 𝑝15 + 𝑝16 + 𝑝17 | 0.204 |
| Сумм. | 𝜋 = 𝜋1 ∗ 0,6 + 𝜋2 ∗ 0,25 + 𝜋3 ∗ 0,15 | 0.541 |
| Длина очереди | П1 | 𝑙1 = 0 | 0 |
| П2 | 𝑙2 = 𝑝7 + 𝑝10 + 𝑝12 + 𝑝14 + 𝑝16 + 𝑝17 | 0.333 |
| П3 | 𝑙3 = 𝑝8 + 𝑝11 + 𝑝13 + 𝑝15 + 𝑝16 + 𝑝17 | 0.204 |
| Сумм. | 𝑙 = 𝑙1 + 𝑙2 + 𝑙3 | 0.537 |
| Число заявок, находящихся в системе | П1 | 𝑚1 = 𝑝1 + 𝑝4 + 𝑝5 + 𝑝9 + 𝑝10 + 𝑝11 + 𝑝14 + 𝑝15  + 𝑝17 | 0.711 |
| П2 | 𝑚2 = 𝑝2 + 𝑝4 + 𝑝6 + 𝑝9 + 𝑝13 + 𝑝15  + (𝑝7 + 𝑝10 + 𝑝12 + 𝑝14 + 𝑝16 + 𝑝17) ∗ 2 | 1.000 |
| П3 | 𝑚3 = 𝑝3 + 𝑝5 + 𝑝6 + 𝑝9 + 𝑝12 + 𝑝14  + (𝑝8 + 𝑝11 + 𝑝13 + 𝑝15 + 𝑝16 + 𝑝17) ∗ 2 | 0.748 |
| Сумм. | 𝑚 = 𝑚1 + 𝑚2 + 𝑚3 | 2.459 |
| Производит. | П1 | 𝜆1′ = (1 − 𝜋1) ∗ 𝜆1 | 0.069 |
| П2 | 𝜆′2 = (1 − 𝜋2) ∗ 𝜆2 | 0.067 |
| П3 | 𝜆′3 = (1 − 𝜋3) ∗ 𝜆3 | 0.048 |
| Сумм. | 𝜆′ = 𝜆1′ + 𝜆′2 + 𝜆′3 | 0.184 |
| Коэффициент простоя системы | П1 | 𝜂1 = 1 − 𝜌1 | 0.289 |
| П2 | 𝜂2 = 1 − 𝜌2 | 0.333 |
| П3 | 𝜂3 = 1 − 𝜌3 | 0.456 |
| Сумм. | 𝜂 = 1 − 𝜌 | 0.359 |
| Время ожидания | П1 | 𝑤1 = 𝑙1/𝜆′1 | 0.000 |
| П2 | 𝑤2 = 𝑙2/𝜆′2 | 5.000 |
| П3 | 𝑤3 = 𝑙3/𝜆′3 | 4.272 |
| Сумм. | 𝑤 = 1/𝜆′ | 2.925 |
| Время пребывания | П1 | 𝑢1 = 𝑤1 + 𝑏 | 10.000 |
| П2 | 𝑢2 = 𝑤2 + 𝑏 | 15.000 |
| П3 | 𝑢3 = 𝑤3 + 𝑏 | 14.272 |
| Сумм. | 𝑢 = 𝑤 + 𝑏 | 12.925 |

# Система 2

## Описание

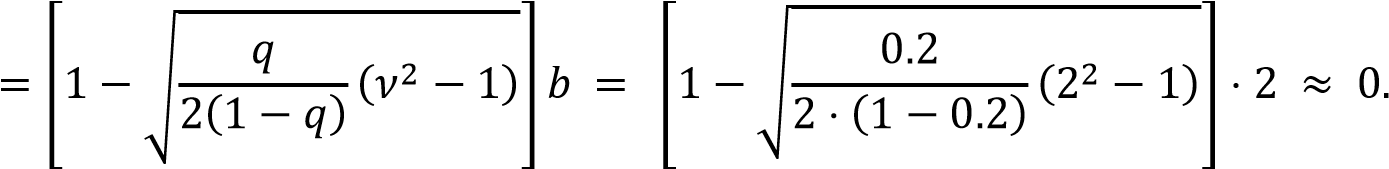
Интенсивность обслуживания прибора: 𝜇 = 1/10 = 0,1 с−1

Интенсивность входного потока λ = 0,4−с

Параметр 𝑞 **≤**  = = Выбираем q = 0.2

𝑏1′ Изображение выглядит как черный, темнота

Автоматически созданное описание =  42.4037 → 𝜇1′ = 0.02358

𝑏2′   = 1.89907 → 𝜇2′ = 0.5265

Проверка условия 𝑞𝑏1′ + (1 − 𝑞)𝑏2′ = 𝑏  → 0.2 ⋅ 42.4 + (1 − 0.2)\*1.89 = 9.992 ≈ 10

Изображение выглядит как диаграмма, текст, зарисовка, Технический чертеж

Автоматически созданное описание

Рисунок 5. Схематичное представление Системы 2

Классификация каждого из приборов по Кендаллу:

1. M/H2.5/1/1
2. M/M/1/0 – одноканальная без накопителя
3. M/M/1/0 – одноканальная без накопителя

## Перечень состояний

Обозначим состояние системы как n1/n2/n3/q1, где n1 – число заявок на первом приборе, n2 – число заявок на втором приборе, n3 – число заявок на третьем приборе, q1 – число заявок в очереди на первый прибор.

Таблица 11. Перечень возможных состояний Системы 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ состояния** | **Обозначение** | **Описание** |
| S0 | 0/0/0/0 | В системе нет заявок |
| S1 | /0/0/0 | В системе 1 заявка, обрабатываемая на приборе 1 на первой фазе |
| S2 | /0/0/0 | В системе 1 заявка, обрабатываемая на приборе 1 на второй фазе |
| S3 | 0/1/0/0 | В системе 1 заявка, обрабатываемая на приборе 2 |
| S4 | 0/0/1/0 | В системе 1 заявка, обрабатываемая на приборе 3 |
| S5 | /0/0/1 | В системе 2 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на первой фазе и в очереди на прибор 1 |
| S6 | /0/0/1 | В системе 2 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на первой фазе и в очереди на прибор 1 |
| S7 | 0/1/1/0 | В системе 2 заявки, обрабатываемая на приборе 2 и на приборе 3 |
| S8 | /1/0/0 | В системе 2 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на первой фазе и на приборе 2 |
| S9 | /1/0/0 | В системе 2 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на второй фазе и на приборе 2 |
| S10 | /0/1/0 | В системе 2 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на первой фазе и на приборе 3 |
| S11 | /0/1/0 | В системе 2 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на второй фазе и на приборе 3 |
| S12 | /0/1/1 | В системе 3 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на первой фазе, обрабатываемая на приборе 3 и в очереди на прибор 1 |
| S13 | /0/1/1 | В системе 3 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на второй фазе, обрабатываемая на приборе 3 и в очереди на прибор 1 |
| S14 | /1/0/1 | В системе 3 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на первой фазе, обрабатываемая на приборе 2 и в очереди на прибор 1 |
| S15 | /1/0/1 | В системе 3 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на второй фазе, обрабатываемая на приборе 2 и в очереди на прибор 1 |
| S16 | /1/1/0 | В системе 3 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на первой фазе, обрабатываемая на приборе 2 и на прибор 3 |
| S17 | /1/1/0 | В системе 3 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на второй фазе, обрабатываемая на приборе 2 и на прибор 3 |
| S18 | /1/1/1 | В системе 4 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на первой фазе, обрабатываемая на приборе 2, обрабатываемая на приборе 3 и в очереди на прибор 1 |
| S19 | /1/1/1 | В системе 4 заявки, обрабатываемая на приборе 1 на второй фазе, обрабатываемая на приборе 2, обрабатываемая на приборе 3 и в очереди на прибор 1 |

## Граф переходов системы

A network of lines and dots

Description automatically generated

Рисунок 6. Граф переходов Системы 2

## Матрица интенсивностей переходов

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **C1** | **S0** | **S1** | **S2** | **S3** | **S4** | **S5** | **S6** | **S7** | **S8** | **S9** | **S10** | **S11** | **S12** | **S13** | **S14** | **S15** | **S16** | **S17** | **S18** | **S19** |
| **S0** | 0 | 0.048 | 0.192 | 0.1 | 0.06 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **S1** | 0.024 | 1 |  |  |  | 0.24 |  |  | 0.1 |  | 0.06 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **S2** | 0.53 |  | 2 |  |  |  | 0.24 |  |  | 0.1 |  | 0.06 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **S3** | 0.1 |  |  | 3 |  |  |  | 0.1 | 0.048 | 0.192 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **S4** | 0.1 |  |  |  | 4 |  |  | 0.1 |  |  | 0.048 | 0.192 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **S5** |  | 0.024 |  |  |  | 5 |  |  |  |  |  |  | 0.06 |  | 0.1 |  |  |  |  |  |
| **S6** |  |  | 0.53 |  |  |  | 6 |  |  |  |  |  |  | 0.06 |  | 0.1 |  |  |  |  |
| **S7** |  |  |  | 0.1 | 0.1 |  |  | 7 |  |  |  |  |  |  |  |  | 0.048 | 0.192 |  |  |
| **S8** |  | 0.1 |  | 0.024 |  |  |  |  | 8 |  |  |  |  |  | 0.24 |  | 0.06 |  |  |  |
| **S9** |  |  | 0.1 | 0.53 |  |  |  |  |  | 9 |  |  |  |  |  | 0.24 |  | 0.06 |  |  |
| **S10** |  | 0.1 |  |  | 0.024 |  |  |  |  |  | 10 |  |  |  |  |  | 0.1 |  |  |  |
| **S11** |  |  | 0.1 |  | 0.53 |  |  |  |  |  |  | 11 |  | 0.24 |  |  |  | 0.1 |  |  |
| **S12** |  |  |  |  |  | 0.1 |  |  |  |  |  |  | 12 |  |  |  |  |  | 0.1 |  |
| **S13** |  |  |  |  |  |  | 0.1 |  |  |  |  | 0.53 |  | 13 |  |  |  |  |  | 0.1 |
| **S14** |  |  |  |  |  | 0.1 |  |  | 0.024 |  |  |  |  |  | 14 |  |  |  | 0.06 |  |
| **S15** |  |  |  |  |  |  | 0.1 |  |  | 0.53 |  |  |  |  |  | 15 |  |  |  | 0.06 |
| **S16** |  |  |  |  |  |  |  | 0.024 | 0.1 |  | 0.1 |  |  |  |  |  | 16 |  | 0.24 |  |
| **S17** |  |  |  |  |  |  |  | 0.53 |  | 0.1 |  | 0.1 |  |  |  |  |  | 17 |  | 0.24 |
| **S18** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0.1 |  | 0.1 |  | 0.024 |  | 18 |  |
| **S19** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0.1 |  | 0.1 |  | 0.53 |  | 19 |

Вывод

В начале выполнения УИР были проанализированы состояния марковских процессов для систем 1 и 2. На их основе были построены графы переходов марковских процессов, а впоследствии и матрицы интенсивностей переходов. С помощью программы MARK были получены значения стационарных вероятностей, используя полученные матрицы интенсивностей переходов. Получив значения стационарных вероятностей, можно было приступать к этапу расчета характеристик для систем 1 и 2. Полученные характеристики для систем 1 и 2 были сопоставлены. В результате выяснилось, что система 1 имеет наименьшую вероятность потери заявки. Именно поэтому ей было отдано предпочтение при выборе наилучшей реализации из данных двух.