**Университет ИТМО**

**Лабораторная работа №4 «Исследование сетевых моделей массового обслуживания»**

*по дисциплине: Моделирование*

Вариант 36\6

Выполнили: Соболев Иван, Верещагин Егор, P34312

Преподаватель: Тропченко Андрей Александрович

Санкт-Петербург

2024

Содержание

[1. Цель 3](#_Toc183955507)

[2. Выполнение 3](#_Toc183955508)

[2.1. Исходные данные 3](#_Toc183955509)

[3. ЗСеМО 4](#_Toc183955510)

[3.1. Описание модели 4](#_Toc183955511)

[3.2. Предположения и допущения 5](#_Toc183955512)

[3.3. Разработка имитационной модели 5](#_Toc183955513)

[3.4. Проведение имитационных экспериментов 7](#_Toc183955514)

[3.5. Результаты имитационного моделирования 11](#_Toc183955515)

[4. РСеМО 14](#_Toc183955516)

[4.1. Рассчитанные значения коэффициентов передач для узлов сети: 14](#_Toc183955517)

[4.2. Предположения и допущения 14](#_Toc183955518)

[4.3. Разработка имитационной модели 15](#_Toc183955519)

[4.4. Проведение имитационных экспериментов 17](#_Toc183955520)

[4.5. Определение предельной интенсивности поступления заявок, при которой в сети отсутствуют перегрузки. 19](#_Toc183955521)

[4.6. Результаты имитационного моделирования 20](#_Toc183955522)

[5. Выводы 23](#_Toc183955523)

# Цель

Исследование свойств системы, моделируемой в виде замкнутых и разомкнутых сетей массового обслуживания (СеМО) с однородным потоком заявок с применением имитационного моделирования при различных предположениях о параметрах структурно-функциональной организации и нагрузки.

# Выполнение

## Исходные данные

*Таблица 1. Структурные параметры и количество заявок ЗСеМО.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **Кол-во**  **узлов** | **Количество приборов в узлах** | | | | **Номер**  **узла** | **Тип**  **модели** |
| **У1** | **У2** | **У3** | **У4** |
| 36 | 4 | 2 | 1 | 1 | 2 | 3 | М3 |

*Таблица 2. Вероятности передач и средние длительности обслуживания заявок в узлах ЗСеМО.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **Вероятность передач** | | | **Средние длительности обслуживания** | | | |
| **P10** | **P12** | **P13** | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** |
| 6 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 1 | 15 | 10 | 6,4 |

A diagram of a diagram

Description automatically generated

*Рисунок 1. Граф модели.*

# ЗСеМО

## Описание модели

* Сеть массового обслуживания – замкнутая четырехузловая.
* Количество приборов в узлах: узлы 2, 3 и 4 – одноканальные, узел 1 – четырехканальный.
* Поток заявок однородный.
* Средние длительности обслуживания заявок в узлах ЗСеМО: b1=1, b2=15, b3=10, b4=6,4
* Вероятности передач:

*Таблица 3. Матрица вероятностей передач.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0 |  | 1 |  |  |  |
| 1 | 0,2 |  | 0,3 | 0,3 | 0,2 |
| 2 |  | 1 |  |  |  |
| 3 |  | 1 |  |  |  |
| 4 |  | 1 |  |  |  |

* Рассчитанные значения коэффициентов передач для узлов сети:

A math equations with numbers

Description automatically generated with medium confidence

Полагая a0 = 1, можно найти корни системы уравнений:

α1= 5

α2= 1.5

α3= 1.5

α4= 1

* Число заявок, циркулирующих в замкнутой СеМО – варьируемый параметр, который мы будем изменять в процессе исследования.

## Предположения и допущения

* Длительности обслуживания заявок во всех узлах распределены по экспоненциальному закону с интенсивностями μ1 = 1/b1 , μ2 = 1/b2, μ3= 1/b3 , μ4= 1/b4 . где b1, b2, b3, b4 – средние длительности обслуживания заявок. В некоторых экспериментах будем изменять закон распределения времени обслуживания заявок в узле 3.
* Приборы в узлах У1 и У4 идентичны, любая заявка может обслуживаться в любом приборе.
* Заявка после обслуживания в У1 с вероятностью p10 = 0,2 возвращается в тот же узел 1.
* Дуга, выходящая из узла 1 и входящая обратно в этот же узел, рассматривается как внешняя по отношению к СеМО, и на ней выбирается нулевая точка «0».

## Разработка имитационной модели

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\* Модель ЗСМО \*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\* И с х о д н ы е д а н н ы е \*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

UZEL\_1 STORAGE 2;

UZEL\_2 STORAGE 1;

UZEL\_3 STORAGE 1;

UZEL\_4 STORAGE 2;

b1 EQU 1;

b2 EQU 15;

b3 EQU 10;

b4 EQU 6.4;

\*Номер генератора для длительности обслуживания\*

RN\_b EQU 69;

\*Параметры гипоэкспоненциального распределения (Эрланга)\*

k\_er1 EQU 2; порядок распределения Эрланга

RN\_er11 EQU 10; номер первого генератора для распределения Эрланга 2-порядка

RN\_er12 EQU 20; номер второго генератора для распределения Эрланга 2-порядка

Erl\_2 VARIABLE (Exponential(RN\_erl1,0,b3/2))+(Exponential(RN\_erl2,0,b3/2)); сл.величина по закону Эрланга 2-го порядка

\*Параметры гиперэкспоненциального распределения с коэффициентом вариации 2\*

RN\_H EQU 91; номер генератора для гиперэкспоненциального распределения

qq EQU 0.2; вероятность выбора первой фазы

tt\_1 EQU 41.39; мат. ожидание первой фазы гиперэкспоненциального распределения

tt\_2 EQU 4.65; мат. ожидание второй фазы гиперэкспоненциального распределения

TU\_buf1 QTABLE buf1,0.1,0.1,50;

TU\_buf2 QTABLE buf2,0.1,0.1,50;

TU\_buf3 QTABLE buf3,0.1,0.1,50;

TU\_buf4 QTABLE buf4,0.1,0.1,50;

SUM\_LEN VARIABLE 0

INITIAL X$SUM\_LEN, 0

SUM\_TIME VARIABLE 0

INITIAL X$SUM\_TIME, 0

\*GENERATE (Exponential(RN\_a,0,t\_a))

\*GENERATE (GetRandomNumberFromFile("numbers2.txt"))

\*GENERATE (hyper1(RN\_H,qq,tt\_1,tt\_2))

\*GENERATEV$Erl\_2

GENERATE ,,,9

U\_1 QUEUE buf1

ENTER UZEL\_1

DEPART buf1

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b1))

LEAVE UZEL\_1

TRANSFER 0.8,,U\_0

TRANSFER 0.7,,U\_2

TRANSFER 0.7,,U\_3

TRANSFER 0.8,,U\_4

U\_0 SAVEVALUE SUM\_LEN,(QA$buf1 + QA$buf2 + QA$buf3 + QA$buf4)

SAVEVALUE SUM\_TIME, (TB$TU\_buf1 + TB$TU\_buf2 + TB$TU\_buf3 + TB$TU\_buf4)

TRANSFER ,U\_1

U\_2 QUEUE buf2

ENTER UZEL\_2

DEPART buf2

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b2))

LEAVE UZEL\_2

TRANSFER ,U\_1

U\_3 QUEUE buf3

ENTER UZEL\_3

DEPART buf3

\*ADVANCE (hyper1(RN\_H,qq,tt\_1,tt\_2))

\*ADVANCE (V$Erl\_2)

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b3))

LEAVE UZEL\_3

TRANSFER ,U\_1

U\_4 QUEUE buf4

ENTER UZEL\_4

DEPART buf4

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b4))

LEAVE UZEL\_4

TRANSFER ,U\_1

GENERATE 1000000

TERNIBATE 1

START 1

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\* Процедура возвращает значение псевдослучайной величины, \*

\* распределенной по гиперэкспоненциальному закону, в \*

\* соответствии с параметрами распределения qq, tt\_1, tt\_2. \*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

PROCEDURE hyper1(RN\_H, qq, tt\_1, tt\_2) BEGIN

if (uniform(1,0,1) < qq) then return exponential(RN\_H,0,tt\_1);

else return exponential(RN\_H,0,tt\_2);

END;

\*Параметры гиперэкспоненциального распределения с коэффициентом вариации 2\*

RN\_H EQU 91; номер генератора для гиперэкспоненциального распределения

qq EQU 0.2; вероятность выбора первой фазы

tt\_1 EQU 41.39; мат. ожидание первой фазы гиперэкспоненциального распределения

tt\_2 EQU 4.65; мат. ожидание второй фазы гиперэкспоненциального распределения

TU\_buf1 QTABLE buf1,0.1,0.1,50;

TU\_buf2 QTABLE buf2,0.1,0.1,50;

TU\_buf3 QTABLE buf3,0.1,0.1,50;

TU\_buf4 QTABLE buf4,0.1,0.1,50;

SUM\_LEN VARIABLE 0

INITIAL X$SUM\_LEN, 0

SUM\_TIME VARIABLE 0

INITIAL X$SUM\_TIME, 0

\*GENERATE (Exponential(RN\_a,0,t\_a))

\*GENERATE (GetRandomNumberFromFile("numbers2.txt"))

\*GENERATE (hyper1(RN\_H,qq,tt\_1,tt\_2))

\*GENERATEV$Erl\_2

GENERATE ,,,9

U\_1 QUEUE buf1

ENTER UZEL\_1

DEPART buf1

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b1))

LEAVE UZEL\_1

TRANSFER 0.8,,U\_0

TRANSFER 0.7,,U\_2

TRANSFER 0.7,,U\_3

TRANSFER 0.8,,U\_4

U\_0 SAVEVALUE SUM\_LEN,(QA$buf1 + QA$buf2 + QA$buf3 + QA$buf4)

SAVEVALUE SUM\_TIME, (TB$TU\_buf1 + TB$TU\_buf2 + TB$TU\_buf3 + TB$TU\_buf4)

TRANSFER ,U\_1

U\_2 QUEUE buf2

ENTER UZEL\_2

DEPART buf2

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b2))

LEAVE UZEL\_2

TRANSFER ,U\_1

U\_3 QUEUE buf3

ENTER UZEL\_3

DEPART buf3

\*ADVANCE (hyper1(RN\_H,qq,tt\_1,tt\_2))

\*ADVANCE (V$Erl\_2)

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b3))

LEAVE UZEL\_3

TRANSFER ,U\_1

U\_4 QUEUE buf4

ENTER UZEL\_4

DEPART buf4

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b4))

LEAVE UZEL\_4

TRANSFER ,U\_1

GENERATE 1000000

TERNIBATE 1

START 1

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\* Процедура возвращает значение псевдослучайной величины, \*

\* распределенной по гиперэкспоненциальному закону, в \*

\* соответствии с параметрами распределения qq, tt\_1, tt\_2. \*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

PROCEDURE hyper1(RN\_H, qq, tt\_1, tt\_2) BEGIN

if (uniform(1,0,1) < qq) then return exponential(RN\_H,0,tt\_1);

else return exponential(RN\_H,0,tt\_2);

END;

LEAVE UZEL\_4

TRANSFER ,U\_1

GENERATE 1000000

TERMINATE 1

START 1

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\* Процедура возвращает значение псевдослучайной величины, \*

\* распределенной по гиперэкспоненциальному закону, в \*

\* соответствии с параметрами распределения qq, tt\_1, tt\_2. \*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

PROCEDURE hyper1(RN\_H, qq, tt\_1, tt\_2) BEGIN

if (uniform(1,0,1) < qq) then return exponential(RN\_H,0,tt\_1);

else return exponential(RN\_H,0,tt\_2);

END;

## Проведение имитационных экспериментов

*Таблица 4. Зависимость производительности сети от числа циркулирующих в ней заявок*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| M | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Производительность с-1 | 0,01203369 | 0,01803147 | 0,01514018 | 0,01123144 | 0,00843288 | 0,00658091 | 0,00533174 | 0,00445596 | 0,00381746 | 0,00333540 |
| % | - | 19,09682136 | 34,80168458 | 33,18634221 | 28,1414613 | 23,42893678 | 19,6541872 | 16,72585413 | 14,45261763 | 12,66802632 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 0,00296038 | 0,00266110 | 0,00241705 | 0,00221434 | 0,00204332 | 0,00189709 | 0,00177058 | 0,00166004 | 0,00156259 | 0,00147602 |
| 11,24658518 | 10,09720035 | 9,154120196 | 8,369584011 | 7,708528433 | 7,144905315 | 6,659132614 | 6,236317738 | 5,865006168 | 5,536290284 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 0,00139859 | 0,00132891 | 0,00126587 | 0,00120856 | 0,00115621 | 0,00110822 | 0,00106406 | 0,00102329 | 0,00098552 | 0,00095044 |
| 5,243168069 | 4,980077183 | 4,742553411 | 4,526978126 | 4,330390006 | 4,150343471 | 3,984801368 | 3,832052917 | 3,69065045 | 3,559360217 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 0,00091778 | 0,00088728 | 0,00085874 | 0,00083198 | 0,00080684 | 0,00078317 | 0,00076085 | 0,00073977 | 0,00071982 | 0,00070092 |
| 3,437123818 | 3,323027697 | 3,216278842 | 3,116185246 | 3,022140093 | 2,933608866 | 2,85011875 | 2,771249872 | 2,696628017 | 2,62591852 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 0,00068298 | 0,00066594 | 0,00064973 | 0,00063429 | 0,00061957 | 0,00060551 | 0,00059208 | 0,00057922 | 0,00056692 | 0,00055513 |
| 2,558821135 | 2,495065686 | 2,434408369 | 2,376628591 | 2,321526263 | 2,268919456 | 2,218642381 | 2,170543636 | 2,124484667 | 2,080338438 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 51 | 52 | 53 |
| 0,00054381 | 0,00053295 | 0,00052251 |
| 2,037988251 | 1,997326718 | 1,958254844 |

Из данных представленной таблицы видим, что критическое число заявок М\* в нашей сети М\* = 52.

**При найденном критическом числе заявок выявим «узкое место» сети**

*Таблица 5. Загрузка узлов системы при критическом числе заявок.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | У1 | У2 | У3 | У4 | Сеть |
| Загрузка | 0.238 | 1 | 0.2 | 0.022 | 1.46 |

Узким местом в нашей сети является У2. Заметим, что среднее время обслуживания заявки в этом узле b2 = 15 самое большое из всех имеющихся в системе. Попробуем уменьшить это значение и посмотрим на результат.

*Таблица 6. Результаты устранения узкого места путем уменьшения времени обслуживания заявок.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Характеристики  СеМО | b2 = 15 | b2 = 13 | b2 = 10 | b2 = 7 | b2 = 5 | b4 = 1 |
| Длина очереди | 50,28 | 50,169 | 49,92 | 49,456 | 48,839 | 48,697 |
| Время ожидания | 755,427 | 653,712 | 501,320 | 349,322 | 248,236 | 74,417 |
| Производительность | 0,0005323 | 0,00061497 | 0,00078506 | 0,00078070 | 0,00078068 | 0,00078067 |

Как видно из таблицы, при уменьшении среднего времени обслуживания заявок У2, характеристики становятся лучше, так как на У2 быстрее обрабатываются заявки. При этом максимальная производительность достигается при b2 = 10. Таким образом, для нашей системы оптимальным временем обслуживания У2 является 5 секунд.

*Таблица 7. Загрузка узлов системы при изменении среднего времени обслуживания заявок в У2.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| b2 | У1 | У2 | У3 | У4 | Сеть |
| 15 | 0,238 | 1 | 0,2 | 0,022 | 1,46 |
| 13 | 0,275 | 1 | 0,231 | 0,025 | 1,53 |
| 10 | 0,357 | 1 | 0,3 | 0,033 | 1,69 |
| 7 | 0,510 | 1 | 0,429 | 0,047 | 1,99 |
| **5** | 0,714 | 1 | 0,6 | 0,066 | 2,38 |
| 1 | 1 | 0,280 | 0,839 | 0,092 | 2,21 |

Как видно по графику при уменьшении значения времени обслуживания на У2 до значения 5, общая загрузка сети и остальных узлов растет, после данного значения загрузка системы начинает падать, на остальных узлах также начинает падать. Эти данные хорошо коррелируют с данными предыдущей таблицы, где видно что после увеличения времени обслуживания на приборе более 5, такие характеристики как длина очереди, время ожидания начинают расти, производительность системы падает. Это связано с повышением нагрузки на этих узлах.

Теперь попробуем увеличить число обслуживающих приборов в данном узле.

*Таблица 8. Результаты устранения узкого места путем увеличения количества обслуживающих приборов.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Характеристики СеМО | K2 = 1 | K2 = 2 | K2 = 3 | K2 = 4 | K2 = 5 |
| Длина очереди | 50,28 | 48,559 | 46,840 | 45,161 | 44,770 |
| Время ожидания | 755,427 | 367,038 | 238,355 | 154,474 | 82,506 |
| Производительность | 0,00053 | 0,00062 | 0,00071 | 0,00078 | 0,00081 |

Как видно из таблицы, данная оптимизация довольно быстро позволила устранить “бутылочное горлышко”, причем остальные характеристики системы также стали намного лучше. Выбираем k2 = 4, как оптимальный вариант по соотношению устройств к приросту характеристик.

*Таблица 9. Загрузка узлов системы при изменении количества обслуживающих приборов в У2.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| b2 | У1 | У2 | У3 | У4 | Сеть |
| K2 = 1 | 0,238 | 1 | 0,2 | 0,022 | 1,46 |
| K2 = 2 | 0,476 | 1 | 0,4 | 0,088 | 1,96 |
| K2 = 3 | 0,714 | 1 | 0,6 | 0,066 | 2,38 |
| **K2 = 4** | **0,947** | **0,994** | **0,795** | **0,087** | 2,82 |
| K2 = 5 | 1 | 0,840 | 0,840 | 0,092 | 2,77 |

Как видно по загрузке сети четыре обслуживающих прибора являются наилучшим выбором.

Выбираем данный метод как лучший, и будем использовать 4 прибора на 4м устройстве.

## Результаты имитационного моделирования

В качестве способа устранения узкого места выберем увеличение количества приборов в узле k2=4.

Результаты имитационного моделирования для ЗСеМО. Длительность моделирования 1000000. Количество заявок 52

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **ЗСеМО-экспоненциальная** | | | | |
| **Узловые** | | | | **Сетевые** |
| **У1** | **У2** | **У3** | **У4** |
| **Загрузка** | 0,947 | 0,994 | 0,795 | 0,087 | 2,823 |
| **Длина очереди** | 13,178 | 28,938 | 3,043 | 0,001 | 45,16 |
| **Время ожидания** | 6,961 | 109,177 | 38,286 | 0,049 | 154,473 |
| **Производительность** | 0,00078 | | | | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **ЗСеМО-неэкспоненциальная (Гиперэкспонента)** | | | | |
| **Узловые** | | | | **Сетевые** |
| **У1** | **У2** | **У3** | **У4** |
| **Загрузка** | 0,918 | 0,964 | 0,923 | 0,084 | 2,889 |
| **Длина очереди** | 11,01 | 17,594 | 16,611 | 0,001 | 45,216 |
| **Время ожидания** | 5,999 | 68,467 | 215,513 | 0,047 | 290,026 |
| **Производительность** | 0,00072 | | | | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **ЗСеМО-неэкспоненциальная (****Эрланг)** | | | | |
| **Узловые** | | | | **Сетевые** |
| **У1** | **У2** | **У3** | **У4** |
| **Загрузка** | 0,947 | 0,994 | 0,796 | 0,087 | 2,824 |
| **Длина очереди** | 13,232 | 29,523 | 2,401 | 0,001 | 45,157 |
| **Время ожидания** | 6,986 | 111,344 | 30,168 | 0,05 | 148,548 |
| **Производительность** | 0,00090 | | | | |

Представленные результаты моделирования ожидаемо говорят нам о том, что использование распределения Эрланга показывает наилучшие характеристики, так как имеет меньшую степень разброса.

# РСеМО

* Сеть массового обслуживания – разомкнутая четырехузловая.
* Количество приборов в узлах: узлы 2, 3 и 4 – одноканальные, узел 1 – четырехканальный.
* Поток заявок однородный.
* Ёмкость накопителей в узлах сети – не ограничена, то есть в сети не

может быть потери заявок.

* Средние длительности обслуживания заявок в узлах РСеМО: b1=1, b2=15, b3=10, b4=6,4
* Интенсивность поступления заявок λ0 = 0,0009, тогда среднее время

между поступлением заявок a = 1/ λ0 = 1111

* Вероятности передач:

*Таблица 3. Матрица вероятностей передач.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0 |  | 1 |  |  |  |
| 1 | 0,2 |  | 0,3 | 0,3 | 0,2 |
| 2 |  | 1 |  |  |  |
| 3 |  | 1 |  |  |  |
| 4 |  | 1 |  |  |  |

## Рассчитанные значения коэффициентов передач для узлов сети:

A math equations with numbers

Description automatically generated with medium confidence

Полагая a0 = 1, можно найти корни системы уравнений:

α1= 5

α2= 1.5

α3= 1.5

α4= 1

## Предположения и допущения

Поступающие в разомкнутую СеМО заявки образуют простейший поток с интенсивностью λ0.

## Разработка имитационной модели

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\* Модель РСМО \*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\* И с х о д н ы е д а н н ы е \*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

UZEL\_1 STORAGE 2;

UZEL\_2 STORAGE 4;

UZEL\_3 STORAGE 1;

UZEL\_4 STORAGE 2;

b1 EQU 1;

b2 EQU 15;

b3 EQU 10;

b4 EQU 6.4;

t\_a EQU 1111;

T\_U TABLE M1,40,40,30; \*время пребывания в сети

\*Номер генератора для длительности обслуживания\*

RN\_b EQU 69;

\*Параметры гипоэкспоненциального распределения (Эрланга)\*

k\_er1 EQU 2; порядок распределения Эрланга

RN\_er11 EQU 10; номер первого генератора для распределения Эрланга 2-порядка

RN\_er12 EQU 20; номер второго генератора для распределения Эрланга 2-порядка

Erl\_2 VARIABLE (Exponential(RN\_er11,0,b3/2))+(Exponential(RN\_er12,0,b3/2)); сл.величина по закону Эрланга 2-го порядка

RN\_er111 EQU 11; номер первого генератора для распределения Эрланга 2-порядка

RN\_er121 EQU 22; номер второго генератора для распределения Эрланга 2-порядка

Erl\_1 VARIABLE (Exponential(RN\_er111,0,t\_a/2))+(Exponential(RN\_er121,0,t\_a/2)); сл.величина по закону Эрланга 2-го порядка

\*Параметры гиперэкспоненциального распределения с коэффициентом вариации 2\*

RN\_H EQU 91; номер генератора для гиперэкспоненциального распределения

qq EQU 0.2; вероятность выбора первой фазы

tt\_1 EQU 41.39; мат. ожидание первой фазы гиперэкспоненциального распределения

tt\_2 EQU 4.65; мат. ожидание второй фазы гиперэкспоненциального распределения

RN\_H1 EQU 92; номер генератора для гиперэкспоненциального распределения

qq1 EQU 0.2; вероятность выбора первой фазы

tt\_11 EQU 358.75; мат. ожидание первой фазы гиперэкспоненциального распределения

tt\_21 EQU 40.31; мат. ожидание второй фазы гиперэкспоненциального распределения

TU\_buf1 QTABLE buf1,0.1,0.1,50;

TU\_buf2 QTABLE buf2,0.1,0.1,50;

TU\_buf3 QTABLE buf3,0.1,0.1,50;

TU\_buf4 QTABLE buf4,0.1,0.1,50;

SUM\_LEN VARIABLE 0

INITIAL X$SUM\_LEN,0

SUM\_TIME VARIABLE 0

INITIAL X$SUM\_TIME,0

SUM\_UTIL VARIABLE 0

INITIAL X$SUM\_UTIL,0

GENERATE t\_a

\*GENERATE (Exponential(RN\_b,0,t\_a))

\*GENERATE (GetRandomNumberFromFile("numbers.txt"))

\*GENERATE (hyper1(RN\_H1,qq1,tt\_11,tt\_21))

\*GENERATE V$Erl\_1

U\_1 QUEUE buf1

ENTER UZEL\_1

DEPART buf1

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b1))

LEAVE UZEL\_1

TRANSFER 0.8,,U\_0

TRANSFER 0.7,,U\_2

TRANSFER 0.7,,U\_3

TRANSFER 0.8,,U\_4

U\_0 SAVEVALUE SUM\_LEN,(QA$buf1 + QA$buf2 + QA$buf3 + QA$buf4)

SAVEVALUE SUM\_TIME,(TB$TU\_buf1 + TB$TU\_buf2 + TB$TU\_buf3 + TB$TU\_buf4)

SAVEVALUE SUM\_UTIL,((SR$UZEL\_1 + SR$UZEL\_2 + SR$UZEL\_3 + SR$UZEL\_4) / 1000)

TABULATE T\_U

TERMINATE 1

U\_2 QUEUE buf2

ENTER UZEL\_2

DEPART buf2

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b2))

LEAVE UZEL\_2

TRANSFER ,U\_1

U\_3 QUEUE buf3

ENTER UZEL\_3

DEPART buf3

\*ADVANCE (hyper1(RN\_H,qq,tt\_1,tt\_2))

\*ADVANCE (V$Erl\_2)

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b3))

LEAVE UZEL\_3

TRANSFER ,U\_1

U\_4 QUEUE buf4

ENTER UZEL\_4

DEPART buf4

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b4))

LEAVE UZEL\_4

TRANSFER ,U\_1

START 100000

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\* Процедура возвращает значение псевдослучайной величины, \*

\* распределенной по гиперэкспоненциальному закону, в \*

\* соответствии с параметрами распределения qq, tt\_1, tt\_2. \*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

PROCEDURE hyper1(RN\_H, qq, tt\_1, tt\_2) BEGIN

if (uniform(1,0,1) < qq) then return exponential(RN\_H,0,tt\_1);

else return exponential(RN\_H,0,tt\_2);

END;

TU\_buf1 QTABLE buf1,0.1,0.1,50;

TU\_buf2 QTABLE buf2,0.1,0.1,50;

TU\_buf3 QTABLE buf3,0.1,0.1,50;

TU\_buf4 QTABLE buf4,0.1,0.1,50;

SUM\_LEN VARIABLE 0

INITIAL X$SUM\_LEN,0

SUM\_TIME VARIABLE 0

INITIAL X$SUM\_TIME,0

SUM\_UTIL VARIABLE 0

INITIAL X$SUM\_UTIL,0

GENERATE t\_a

\*GENERATE (Exponential(RN\_b,0,t\_a))

\*GENERATE (GetRandomNumberFromFile("numbers.txt"))

\*GENERATE (hyper1(RN\_H1,qq1,tt\_11,tt\_21))

\*GENERATE V$Erl\_1

U\_1 QUEUE buf1

ENTER UZEL\_1

DEPART buf1

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b1))

LEAVE UZEL\_1

TRANSFER 0.8,,U\_0

TRANSFER 0.7,,U\_2

TRANSFER 0.7,,U\_3

TRANSFER 0.8,,U\_4

U\_0 SAVEVALUE SUM\_LEN,(QA$buf1 + QA$buf2 + QA$buf3 + QA$buf4)

SAVEVALUE SUM\_TIME,(TB$TU\_buf1 + TB$TU\_buf2 + TB$TU\_buf3 + TB$TU\_buf4)

SAVEVALUE SUM\_UTIL,((SR$UZEL\_1 + SR$UZEL\_2 + SR$UZEL\_3 + SR$UZEL\_4) / 1000)

TABULATE T\_U

TERMINATE 1

U\_2 QUEUE buf2

ENTER UZEL\_2

DEPART buf2

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b2))

LEAVE UZEL\_2

TRANSFER ,U\_1

U\_3 QUEUE buf3

ENTER UZEL\_3

DEPART buf3

\*ADVANCE (hyper1(RN\_H,qq,tt\_1,tt\_2))

ADVANCE (V$Erl\_2)

\*ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b3))

LEAVE UZEL\_3

TRANSFER ,U\_1

U\_4 QUEUE buf4

ENTER UZEL\_4

DEPART buf4

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b4))

LEAVE UZEL\_4

TRANSFER ,U\_1

START 100000

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\* Процедура возвращает значение псевдослучайной величины, \*

\* распределенной по гиперэкспоненциальному закону, в \*

\* соответствии с параметрами распределения qq, tt\_1, tt\_2. \*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

PROCEDURE hyper1(RN\_H, qq, tt\_1, tt\_2) BEGIN

if (uniform(1,0,1) < qq) then return exponential(RN\_H,0,tt\_1);

else return exponential(RN\_H,0,tt\_2);

END;

U\_4 QUEUE buf4

ENTER UZEL\_4

DEPART buf4

ADVANCE (Exponential(RN\_b,0,b4))

LEAVE UZEL\_4

TRANSFER ,U\_1

START 100000

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

\* Процедура возвращает значение псевдослучайной величины, \*

\* распределенной по гиперэкспоненциальному закону, в \*

\* соответствии с параметрами распределения qq, tt\_1, tt\_2. \*

\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

PROCEDURE hyper1(RN\_H, qq, tt\_1, tt\_2) BEGIN

if (uniform(1,0,1) < qq) then return exponential(RN\_H,0,tt\_1);

else return exponential(RN\_H,0,tt\_2);

END;

## Проведение имитационных экспериментов

**Сравнение с ЗСеМО**

*Таблица 12. Сравнение характеристик функционирования систем*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Характеристики СеМО** | **ЗСеМО** | **РСеМО** |
| **Длина очереди** | 45,157 | 0 |
| **Время ожидания** | 148,548 | 0 |
| **Загрузка** | 2,824 | 0,002 |
| **Число заявок** | 52 | 1000000 |

A graph with a bar and a bar chart

Description automatically generated with medium confidence

A graph with a bar

Description automatically generated

A graph with a bar

Description automatically generated

## Определение предельной интенсивности поступления заявок, при которой в сети отсутствуют перегрузки.

При проведении предыдущего эксперимента в качестве значения интенсивности простейшего потока поступления заявок в сеть мы брали значение производительность ЗСеМО , откуда среднее время между поступлением заявок a = 1111.

Сеть плохо загружена. Уменьшая значение a, определим предельную интенсивность поступления заявок в РСеМО, при которой в сети отсутствуют перегрузки.

*Таблица 13. Определение предельной интенсивности.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Среднее время между поступлением заявок** | **1111** | **500** | **50** | **5** | **2** | **1.9** | **1.8** |
| **Длина очереди** | 0 | 0 | 0 | 0,07 | 0,092 | 0,110 | 0,131 |
| **Время ожидания** | 0 | 0 | 0,006 | 0,686 | 2,611 | 2,859 | 3,136 |
| **Время пребывания** | 4,472 | 4,472 | 4,472 | 4,506 | 4,657 | 4.685 | 4,714 |
| **Число заявок** | 1000000 | 1000000 | 1000000 | 1000000 | 1000000 | 1000000 | 1000000 |
| **Загрузка** | 0,002 | 0,004 | 0,037 | 0,369 | 0,923 | **0,972** | 1,027 |
| **Интенсивность** | 0,001 | 0,002 | 0,020 | 0,200 | 0,500 | 0,526 | 0,556 |

Таким образом, определяем искомое значение среднего времени между поступлением заявок a = 1.9, откуда интенсивность = 0,526.

A graph with a line

Description automatically generated

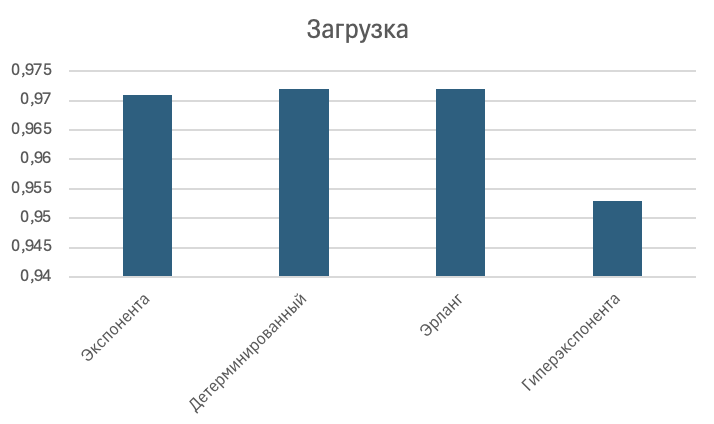
## Результаты имитационного моделирования

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **РСеМО-детерминированная** | | | | |
| **Узловые** | | | | **Сетевые** |
| **У1** | **У2** | **У3** | **У4** |
| **Загрузка** | 0,327 | 0,342 | 0,273 | 0,03 | 0,972 |
| **Длина очереди** | 0,017 | 0,021 | 0,071 | 0 | 0,110 |
| **Время ожидания** | 0,026 | 0,235 | 2,593 | 0,006 | 2,859 |
| **Число заявок** | 1243819 | 173884 | 52049 | 17886 | 1487638 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **РСеМО- экспоненциальная** | | | | |
| **Узловые** | | | | **Сетевые** |
| **У1** | **У2** | **У3** | **У4** |
| **Загрузка** | 0,327 | 0,342 | 0,272 | 0,03 | 0,971 |
| **Длина очереди** | 0,078 | 0,028 | 0,078 | 0 | 0,184 |
| **Время ожидания** | 0,119 | 0,307 | 2,855 | 0,006 | 3,287 |
| **Число заявок** | 1243819 | 173884 | 52049 | 17886 | 1487638 |

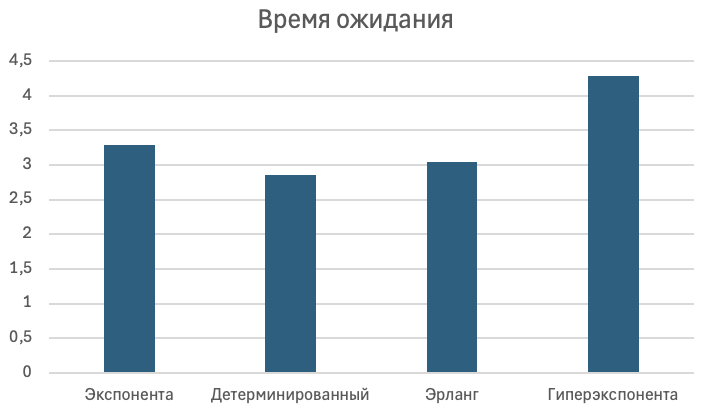
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **РСеМО-Эрланг** | | | | |
| **Узловые** | | | | **Сетевые** |
| **У1** | **У2** | **У3** | **У4** |
| **Загрузка** | 0,327 | 0,342 | 0,273 | 0,03 | 0,972 |
| **Длина очереди** | 0,041 | 0,025 | 0,074 | 0 | 0,14 |
| **Время ожидания** | 0,063 | 0,273 | 2,709 | 0,006 | 3,051 |
| **Число заявок** | 1243819 | 173884 | 52049 | 17886 | 1487638 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **РСеМО-гиперэкспонента** | | | | |
| **Узловые** | | | | **Сетевые** |
| **У1** | **У2** | **У3** | **У4** |
| **Загрузка** | 0,325 | 0,339 | 0,269 | 0,02 | 0,953 |
| **Длина очереди** | 0,1 | 0,128 | 0,098 | 0 | 0,326 |
| **Время ожидания** | 0,217 | 0,317 | 3,655 | 0,09 | 4,279 |
| **Число заявок** | 1243819 | 173884 | 52049 | 17886 | 1487638 |



A graph with blue bars and white text

Description automatically generated



Как и ожидалось самые лучшие результаты мы имеем, когда входящий поток заявок детерминированный. Далее идет Эрланг, экспоненциальный, и самый худший для нашей системы - гиперэкспоненциальный.

# Выводы

Исследовали свойства системы, моделируемой в виде замкнутых и разомкнутых сетей массового обслуживания (СеМО) с однородным потоком заявок с применением имитационного моделирования при различных предположениях о параметрах структурно-функциональной организации и нагрузки.

Полученные результаты схожи с результатами моделирования СеМО - при уменьшении коэффициента вариации в РСеМО производительность увеличивается.

В нашем случае для РСеМО удалось добиться лучших показателей, чем для ЗСеМО.

Увеличение количества обрабатывающих приборов для узла, показывает лучшие результаты, чем уменьшение времени обслуживания.

Критическое число заявок ЗСеМО равно 52.