PRÁCTICA 1.2: INTEGRACIÓN NUMÉRICA

Fórmulas Rectángulo, Fórmulas Trapecio, Fórmulas Simpson ⅓ y Fórmulas Milne

Autor: Iván Martín Gómez

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1) RESUMEN

En esta memoria se muestran los resultados obtenidos de aplicar distintas técnicas de aproximación a la integral definida de una función conocida.

$$I_a \approx \int_0^{2\pi} cos(x^2 - 1)dx$$

Las técnicas utilizadas para realizar las aproximaciones son técnicas que pertenecen a la familia de métodos que hacen uso de las Fórmulas de Newton-Cotes cerradas, las cuales definimos a continuación.

2) COMENTARIOS PREVIOS

- **Fundamentos matemático utilizados para aplicar estas técnicas:**

    - Paso 1) Lo primero que haremos para obtener una aproximación de la integral de la función f(x) será obtener una aproximación de la función utilizando la Técnica del Polinomio de Interpolación de Lagrange.

    $$f(x) \approx p_n(x)$$

    Lo hecho en el Paso 1) es de gran utilidad, ya que en el caso de ser la función f(x) un función de la cual no se conoce la integral definida, reducimos el cálculo de la integral de f(x) al cálculo de la integral de la aproximación realizada por el **Polinomio** Interpolador de Lagrange, donde la palabra clave es polinomio, ya que un polinomio es fácil de integrar sea del grado que sea.

    $$I_o = \int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b p_n(x)dx$$

    - Paso 2) Obtenemos el valor de la integral del Polinomio Interpolador de Lagrange, obteniendo así una aproximación I_a de la integral original I_o

    $$I_a = b(x)dx$$

    - Paso 3) Obtendremos un valor de la calidad de la aproximación utilizando un valor de referencia I_r que asumiremos igual al valor real de la integral I_o

$$I_o = I_a \pm |I_a - I_r|$$

Al valor $|I_a - I_r|$ le damos el nombre de Error cometido en la aproximación.

$$E = |I_a - I_r|$$

- **Fórmulas del Rectángulo:**

  - *Fórmula del Rectángulo Izquierdo*: esta técnica hace uso de ***un único*** punto para realizar la aproximación de la integral. El punto utilizado es el extremo inferior del intervalo $[a, b]$, es decir el {a}.

  - *Fórmula del rectángulo Derecho*: esta técnica hace uso de ***un único*** punto para realizar la aproximación de la integral. El punto utilizado es el extremo superior del intervalo $[a, b]$, es decir el {b}

  - *Fórmula del Rectángulo Medio*: esta técnica hace uso de ***un único*** punto para realizar la aproximación de la integral. El punto utilizado es el punto medio del intervalo $[a, b]$, es decir el { $\frac{a+b}{2}$ }

  - *Fórmula del Rectángulo Compuesto Izquierdo*: esta técnica hace uso de tantos puntos como se quiera. La idea es subdividir el intervalo $[a, b]$ en subintervalos más pequeños y aplicar la técnica del Rectángulo Izquierdo en cada uno de los subintervalos.

  - *Fórmula del Rectángulo Compuesto Derecho*: esta técnica hace uso de tantos puntos como se quiera.

La idea es subdividir el intervalo $[a,b]$ en subintervalos más pequeños y aplicar la técnica del Rectángulo Derecho en cada uno de los subintervalos.

- *Fórmula del Rectángulo Compuesto Medio*: esta técnica hace uso de tantos puntos como se quiera. La idea es subdividir el intervalo $[a,b]$ en subintervalos más pequeños y aplicar la técnica del Rectángulo Medio en cada uno de los subintervalos.

- **Fórmulas del Trapecio:**

  - *Fórmula del Trapecio*: esta técnica hace uso de ***dos puntos*** para realizar la aproximación de la integral. Los puntos utilizados son los extremos del intervalo $[a,b]$, es decir, {a;b}.

  - *Fórmula del Trapecio Compuesto*: esta técnica hace uso de tantos puntos como se quiera. La idea es subdividir el intervalo $[a,b]$ en subintervalos más pequeños y aplicar la técnica del Trapecio en cada uno de los subintervalos.

- **Fórmulas de Simpson ⅓ :**

  - *Fórmula de Simpson ⅓*: esta técnica hace uso de ***tres puntos*** para realizar la aproximación de la integral. Los puntos utilizados son los extremos y el punto medio del intervalo $[a,b]$, es decir, {a; $\frac{a+b}{2}$; }

- *Fórmula de Simpson ⅓ Compuesto*: esta técnica hace uso de tantos puntos como se quiera. La idea es subdividir el intervalo $[a, b]$ en subintervalos más pequeños y aplicar la técnica de Simpson ⅓ en cada uno de los subintervalos.

- **Fórmulas de Milne**:

    - *Fórmula de Milne*:

    - *Fórmula de Milne Compuesto*: esta técnica hace uso de tantos puntos como se quiera. La idea es subdividir el intervalo $[0, 2\pi]$ en subintervalos más pequeños y aplicar la técnica de Milne en cada uno de los subintervalos.

La calidad de las aproximaciones las valoraremos desde dos puntos de vista:

- **Punto Vista 1**: *Comparación de las aproximaciones realizadas con el 'Valor Análitico' de la integral.* Entendemos por 'Valor Analítico', una aproximación lo suficientemente buena como para despreciar el error y asumir que dicho valor de la aproximación es el valor real de la integral. En nuestro caso, hemos tomado la decisión que el 'Valor Analítico' sea el que devuelve la función trapz() para 1.000 puntos. No nos interesa que método de aproximación utiliza la función trapz() para realizar la aproximación (veremos a trapz() como una caja negra), lo que nos interesa es que la función trapz() para 1.000 puntos arroja un valor tan cercano al valor real de la integral que despreciaremos el error cometido por la función trapz() para 1.000 puntos y asumiremos que dicho valor es el real. Tomando en consideración lo dicho antes, definimos el error cometido por una aproximación, a la diferencia, en valor absoluto, de la aproximación y el resultado que arroja la función trapz() 1.000 puntos.

- **<u>Punto Vista 2</u>**: *Comparación entre las diferentes Fórmulas Compuestas*. Dado que en todas las aproximaciones realizadas a través de la Fórmula Compuesta, se utiliza un número similar de puntos, me parece interesante compararlas entre sí, para así hacer una comparativa más objetiva (igualdad de puntos) entre los diferentes métodos de aproximación.

3) PLANTEAMIENTO PROBLEMA

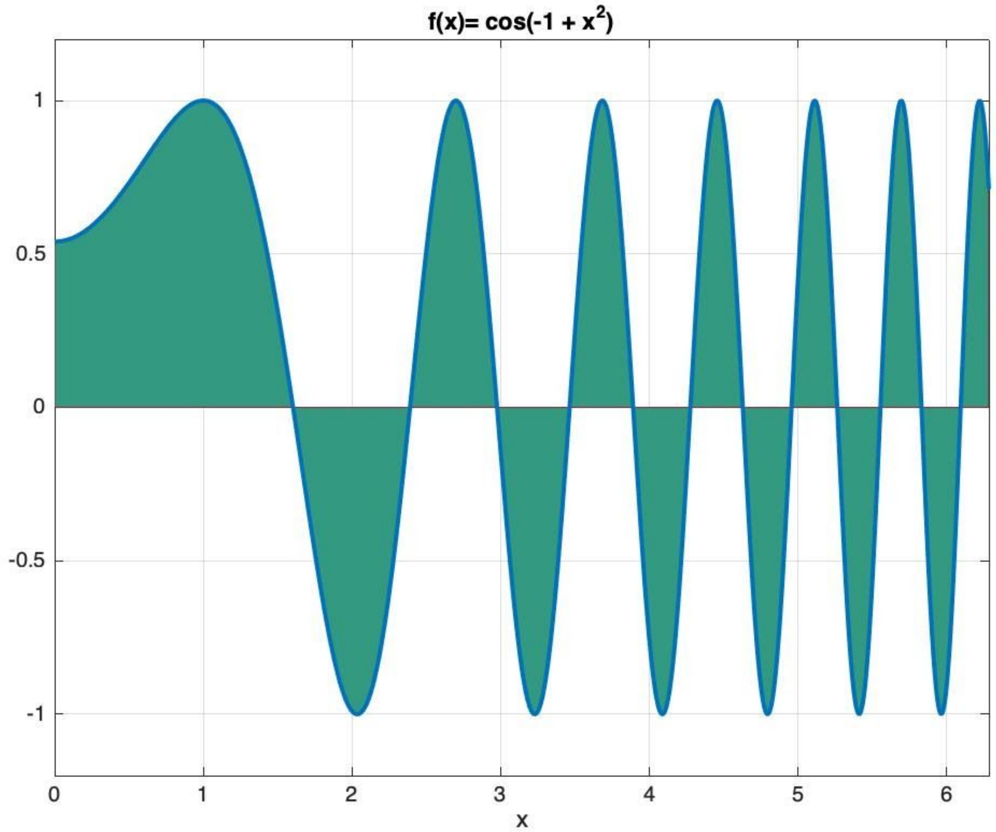
Dada la función $f(x) = cos(x^2 - 1)$. Obtener una aproximación de la Integral Definida de la función f(x) en el intervalo $[0, 2\pi]$ utilizando diferentes métodos de Aproximación.

a) Programar las 3 fórmulas del Rectángulo en Matlab
b) Programar la fórmula del Trapecio en Matlab
c) Programar la fórmula de Simpson ⅓ en Matlab

Utilizar la función trapz(x,f) como resultado de referencia I_r.

4) RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

Antes de empezar con la resolución de cada uno de los apartados muestro la gráfica de la función $f(x) = cos(x^2 - 1)$ de la cual vamos a realizar las aproximaciones del valor de su integral definida en el intervalo $[0, 2\pi]$.



f(x) y el eje de abscisas, es decir, la suma de todas las regiones coloreadas de color verde, representa el valor real de la integral de la función f(x) en el intervalo $[0, 2\pi]$, teniendo en cuenta que las regiones situadas por encima del eje de abscisas suman y la regiones situadas por debajo del eje de abscisas restan.

$$I = \int_0^{2\pi} cos(x^2 - 1)dx$$

Por otro lado, para comparar los resultados utilizaremos como valor de referencia $I_r = 0.9211$, obtenido de aplicar la función trapz(**x**,**f**) utilizando 1.000 puntos.

a) **Programar las 3 fórmulas del Rectángulo en Matlab.**

A parte de programar las 3 fórmulas que se nos piden en este apartado, me he tomado la libertad de programar tres fórmulas adicionales, que se corresponden con: la Fórmula del Rectángulo Compuesta Izquierdo para 100 puntos y delta constante, la Fórmula del Rectángulo Compuesta Derecho para 100 puntos y delta constante y la Fórmula del Rectángulo Compuesta Medio para 100 puntos y delta constante. Me ha resultado de gran utilidad haberlo hecho para entender qué están haciendo estos métodos, ya que mediante las Fórmulas Simples del Rectángulo no alcanzaba a entender bien que se estaba haciendo.

Desarrollamos los conceptos teóricos utilizados para aplicar esta técnica:

Paso 1) Aproximamos la función f(x) mediante el Polinomio Interpolador de Lagrange para un punto x_1 del intervalo $[0, 2\pi]$:

$$L_1(x) = 1$$

$$p_1(x) = f(x_1)\, L_1(x) = f(x_1)$$

Paso 2) Obtenemos el valor de la Integral Definida del Polinomio Interpolador de Lagrange para un punto x_1:

$$I_a = \int_a^b p_1(x)dx = \int_a^b f(x_1)dx = \left[f(x_1)x\right]_a^b = f(x_1)(b-a)$$

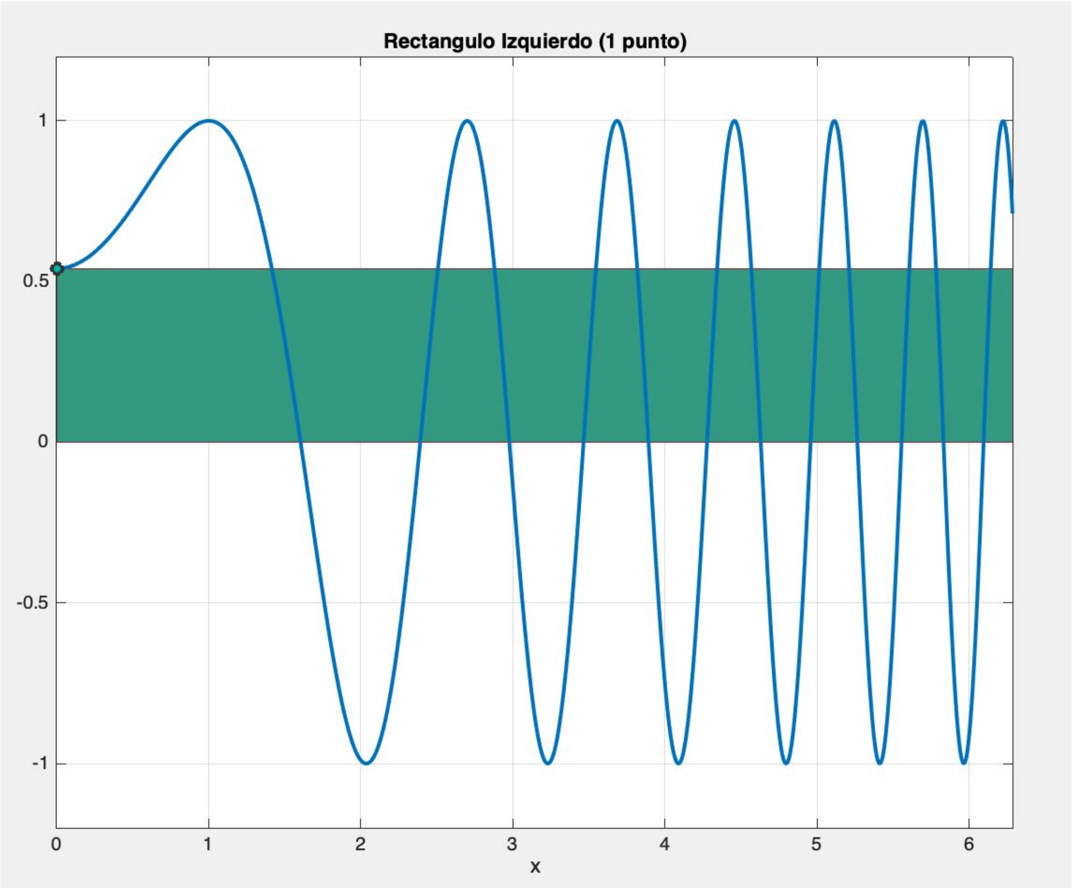
Paso 3) Obtenemos Error cometido:

$E = |I_a - I_r|$

A continuación voy mostrando por orden los resultados gráficos y numéricos obtenidos:

- **<u>Fórmula Rectángulo Izquierdo Simple 1 punto</u>**

$$x_1 = 0,\ a = 0,\ b = 2\pi$$



En azul la función f(x). A la izquierda, sobre el eje de ordenadas, señalizado el punto f(0) con un 'circulito'. En verde el área de la región que estamos utilizando para aproximar el valor real de la integral definida.

$$I_a = f(0)(2\pi - 0) = \ 3.3948$$

Comparando este resultado con el valor de referencia I_r, obtenemos el valor del Error cometido:

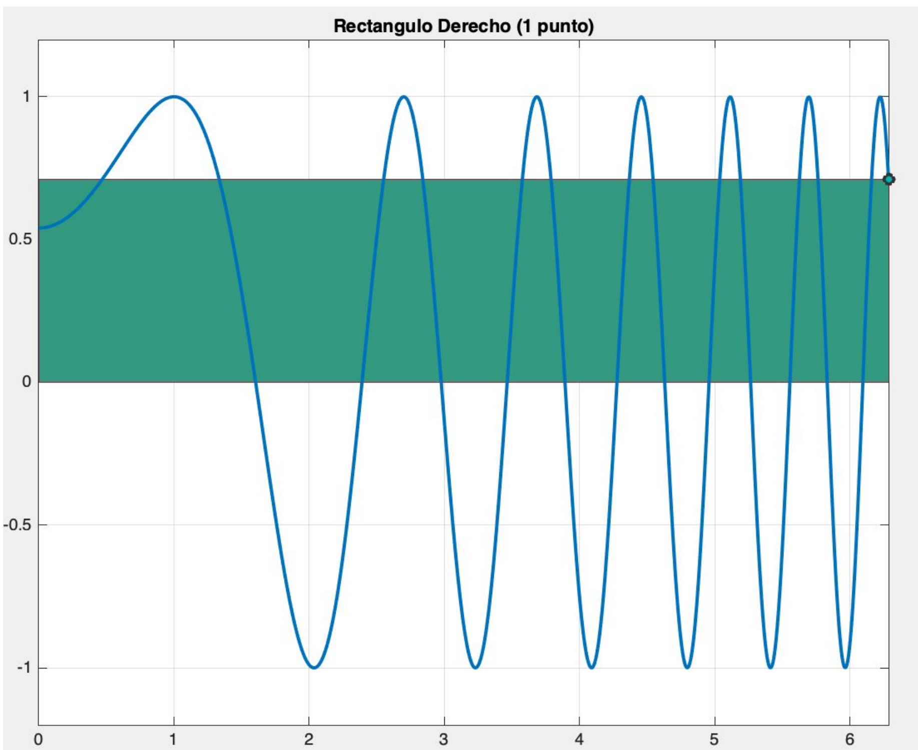
$$E \ = \ |I_a - I_r| \ = \ |3.3948 \ - \ 0.9211| \ = \ 2.4738$$

Entonces, tomando como nulo el error cometido al realizar la aproximación de referencia que nos ha arrojado el valor de $I_r = \ 0.9211$, podemos asegurar que:

$$I \ = \int_0^{2\pi} cos(x^2 - 1)dx \ = \ I_a \pm \ E = \ 3.3948 \ \pm 2.4738$$

- **<u>Fórmula Rectángulo Derecho Simple 1 punto</u>**

$$x_1 = 2\pi, \ a = 0, \ b = 2\pi$$



En azul la función f(x). A la derecha, sobre el eje y= 2π , señalizado el punto f(2π) con un 'circulito'. En verde el área de la región que estamos utilizando para aproximar el valor real de la integral definida.

$$I_a = f(2\pi)(2\pi - 0) = \ 4.4699$$

Comparando este resultado con el valor de referencia I_r , obtenemos el valor del Error cometido:

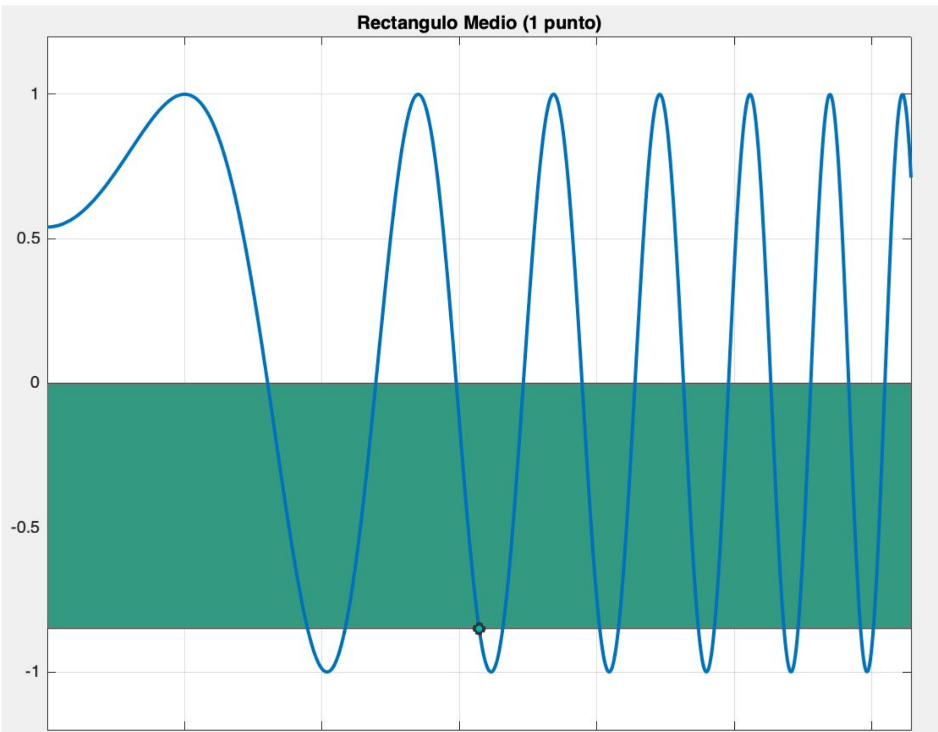
$$E \ = \ |I_a - I_r| \ = \ |4.4699 \ - \ 0.9211| \ = \ 3.5488$$

Entonces, tomando como nulo el error cometido al realizar la aproximación de referencia que nos ha arrojado el valor de $I_r = \ 0.9211$, podemos asegurar que:

$$I \ = \int_0^{2\pi} cos(x^2 - 1)dx \ = \ I_a \pm \ E = \ 4.4699 \ \pm 3.5488$$

- **<u>Fórmula Rectángulo Medio Simple 1 punto</u>**

$$x_1 = \pi, \ a = 0, \ b = 2\pi$$



En azul la función f(x). En el centro del intervalo, sobre el eje y= π , señalizado el punto f(π) con un 'circulito'. En verde el área de la región que estamos utilizando para aproximar el valor real de la integral definida.

$$I_a = f(\pi)(2\pi - 0) = -5.3395$$

Comparando este resultado con el valor de referencia I_r , obtenemos el valor del Error cometido:

$$E = |I_a - I_r| = |-5.3395 - 0.9211| = 6.2606$$

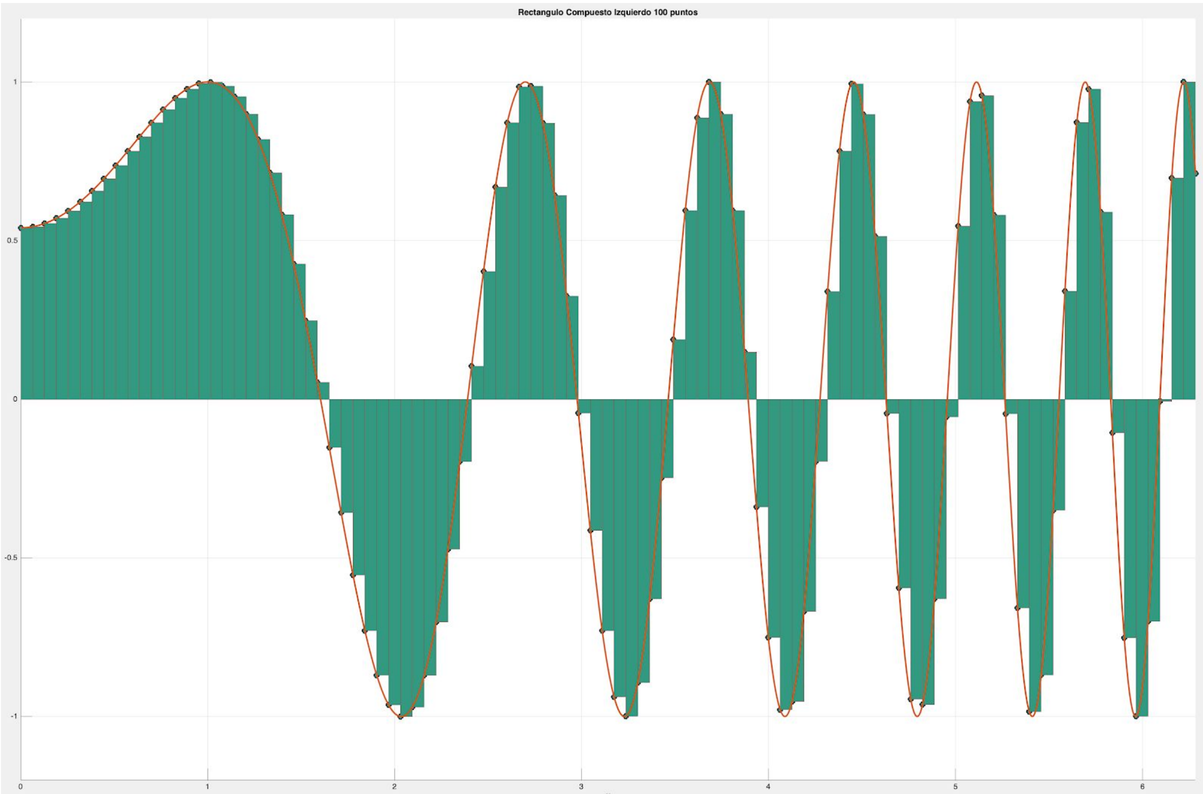
Entonces, tomando como nulo el error cometido al realizar la aproximación de referencia que nos ha arrojado el valor de $I_r = 0.9211$, podemos asegurar que:

$$I = \int_0^{2\pi} cos(x^2 - 1)dx = I_a \pm E = -5.3395 \pm 6.2606$$

<u>Fórmulas Compuestas Rectángulo:</u>

Ahora hay que hacer un pequeño cambio de 'chip'. La idea ahora consiste en subdividir el intervalo $[0,2\pi]$ en pequeños subintervalos y tomar 1 punto en cada uno de ellos para así aplicar las técnicas vistas anteriormente a cada uno de los subintervalos.

- **<u>Fórmula Rectángulo Compuesto Izquierdo 100 puntos</u>**



En rojo la función f(x). Señalizados con un 'circulito' sobre la función f(x), cada uno de los 100 puntos **izquierdos** de cada subintervalo que se han utilizado para aplicar la Fórmula del Rectángulo Izquierdo Simple en cada subintervalo. En verde el área de la regiones de cada subintervalo que estamos utilizando para aproximar el valor real de la integral definida.

$$I_a = 0.9127$$

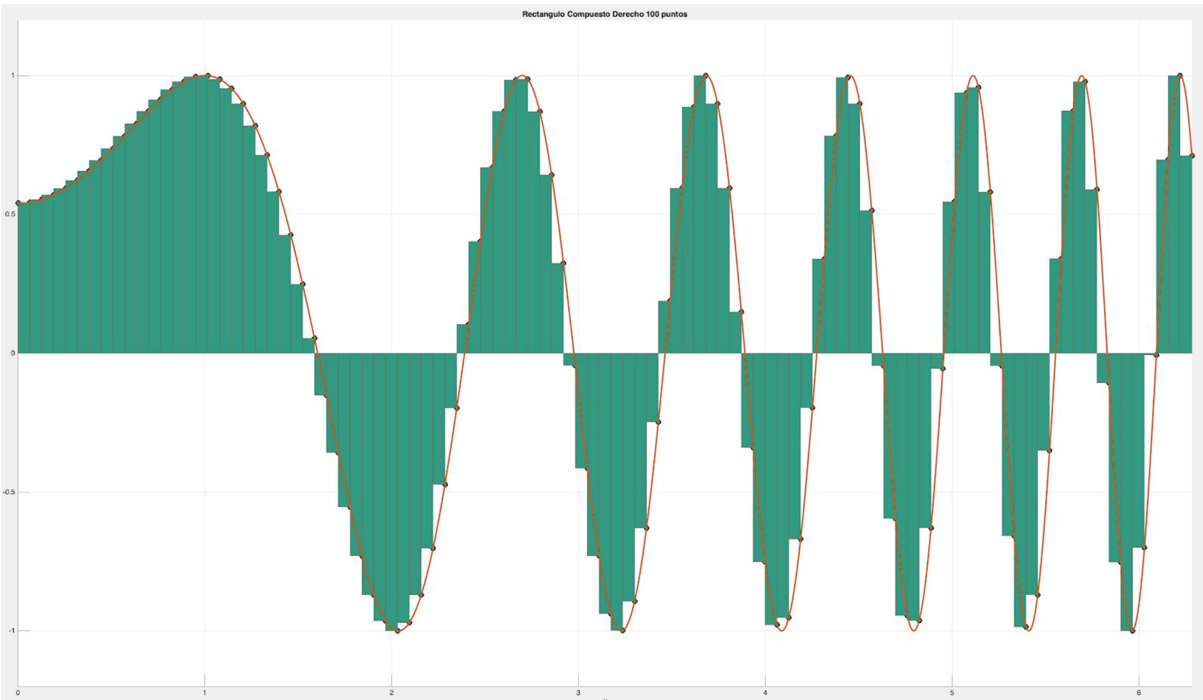
Comparando este resultado con el valor de referencia I_r , obtenemos el valor del Error cometido:

$$E = |I_a - I_r| = |0.9127 - 0.9211| = 0.0084$$

Entonces, tomando como nulo el error cometido al realizar la aproximación de referencia que nos ha arrojado el valor de $I_r = 0.9211$, podemos asegurar que:

$$I = \int_0^{2\pi} cos(x^2 - 1)dx = I_a \pm E = 0.9127 \pm 0.0084$$

- **<u>Fórmula Rectángulo Compuesto Derecho 100 puntos</u>**



En rojo la función f(x). Señalizados con un ‘circulito’ sobre la función f(x), cada uno de los 100 puntos **derechos** de cada subintervalo que se han utilizado para aplicar la Fórmula del Rectángulo Derecho Simple en cada subintervalo. En verde el área de la regiones de cada subintervalo que estamos utilizando para aproximar el valor real de la integral definida.

$$I_a = 0.9235$$

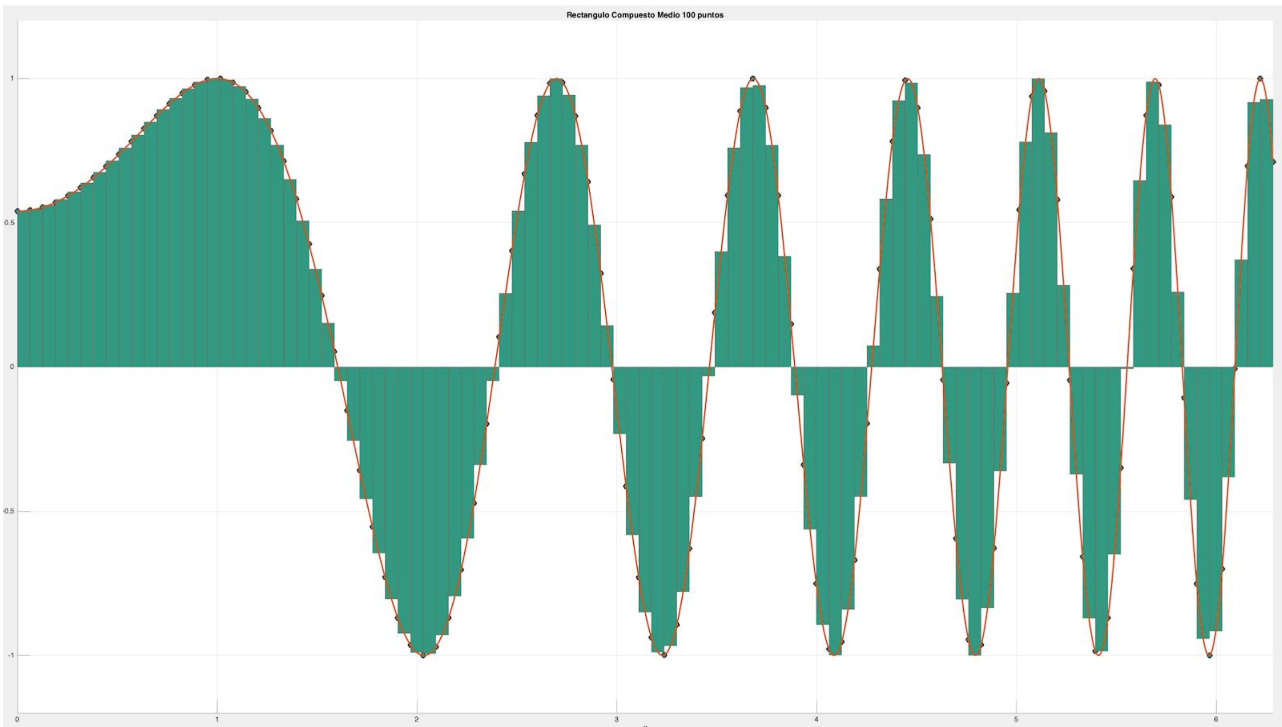
Comparando este resultado con el valor de referencia I_r , obtenemos el valor del Error cometido:

$$E = |I_a - I_r| = |0.9235 - 0.9211| = 0.0025$$

Entonces, tomando como nulo el error cometido al realizar la aproximación de referencia que nos ha arrojado el valor de $I_r = 0.9211$, podemos asegurar que:

$$I = \int_0^{2\pi} cos(x^2 - 1)dx = I_a \pm E = 4.1373 \pm 0.0025$$

- **<u>Fórmula Rectángulo Compuesto Medio 100 puntos</u>**



En rojo la función f(x). Señalizados con un ‘circulito’ sobre la función f(x), cada uno de los 100 puntos que se han utilizado para obtener los puntos **medios** de cada subintervalo que se han utilizado para aplicar la Fórmula del Rectángulo Medio Simple en cada subintervalo. En verde el área de la regiones de cada subintervalo que estamos utilizando para aproximar el valor real de la integral definida.

$$I_a = 0.9226$$

Comparando este resultado con el valor de referencia I_r , obtenemos el valor del Error cometido:

$$E = |I_a - I_r| = |0.9226 - 0.9211| = 0.0015$$

Entonces, tomando como nulo el error cometido al realizar la aproximación de referencia que nos ha arrojado el valor de $I_r = 0.9211$, podemos asegurar que:

$$I = \int_0^{2\pi} cos(x^2 - 1)dx = I_a \pm E = 4.1541 \pm 0.0015$$

b) Programar la fórmula del Trapecio en Matlab.

A parte de programar la fórmula que se no pide en este apartado, me he tomado la libertad de programar una fórmula adicional, que se corresponde con: la Fórmula del Trapecio Compuesta 100 puntos y delta constante. Me ha resultado de gran utilidad haberlo hecho para entender qué está haciendo este método, ya que mediante las Fórmula Simple del Trapecio no alcanzaba a entender bien que se estaba haciendo.

Desarrollamos los conceptos teóricos utilizados para aplicar esta técnica:

Paso 1) Aproximamos la función f(x) mediante el Polinomio Interpolador de Lagrange para dos puntos x_1 y x_2 del intervalo $[0, 2\pi]$:

$$L_1(x) = \frac{x-x_2}{x_1-x_2}, \; L_2(x) = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$$p_2(x) = f(x_1)L_1(x) + f(x_2)L_2(x) = f(x_1)\left(\frac{x-x_2}{x_1-x_2}\right) + f(x_2)\left(\frac{x-x_1}{x_2-x_1}\right) =$$

$$= f(x_1)\left(\frac{x_2-x}{x_2-x_1}\right) + f(x_2)\left(\frac{x-x_1}{x_2-x_1}\right) = f(x_1)\left(\frac{x_2-x_1+x_1-x}{x_2-x_1}\right) + f(x_2)\left(\frac{x-x_1}{x_2-x_1}\right) =$$

$$f(x_1)\left(\frac{x_2-x_1}{x_2-x_1}\right) - f(x_1)\left(\frac{x-x_1}{x_2-x_1}\right) + f(x_2)\left(\frac{x-x_1}{x_2-x_1}\right) =$$

$$= f(x_1) + \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}(x - x_1)$$

Paso 2) Obtenemos el valor de la Integral Definida del Polinomio Interpolador de Lagrange para dos puntos x_1 y x_2 :

$$I_a = \int_a^b p_2(x)dx = \int_a^b \left(f(x_1) + \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}(x-x_1)\right)dx =$$

$$= \left[f(x_1)x + \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\frac{(x-x_1)^2}{2}\right]_a^b = f(x_1)(b-a) + \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\left(\frac{(b-x_1)^2}{2} - \frac{(a-x_1)^2}{2}\right)$$

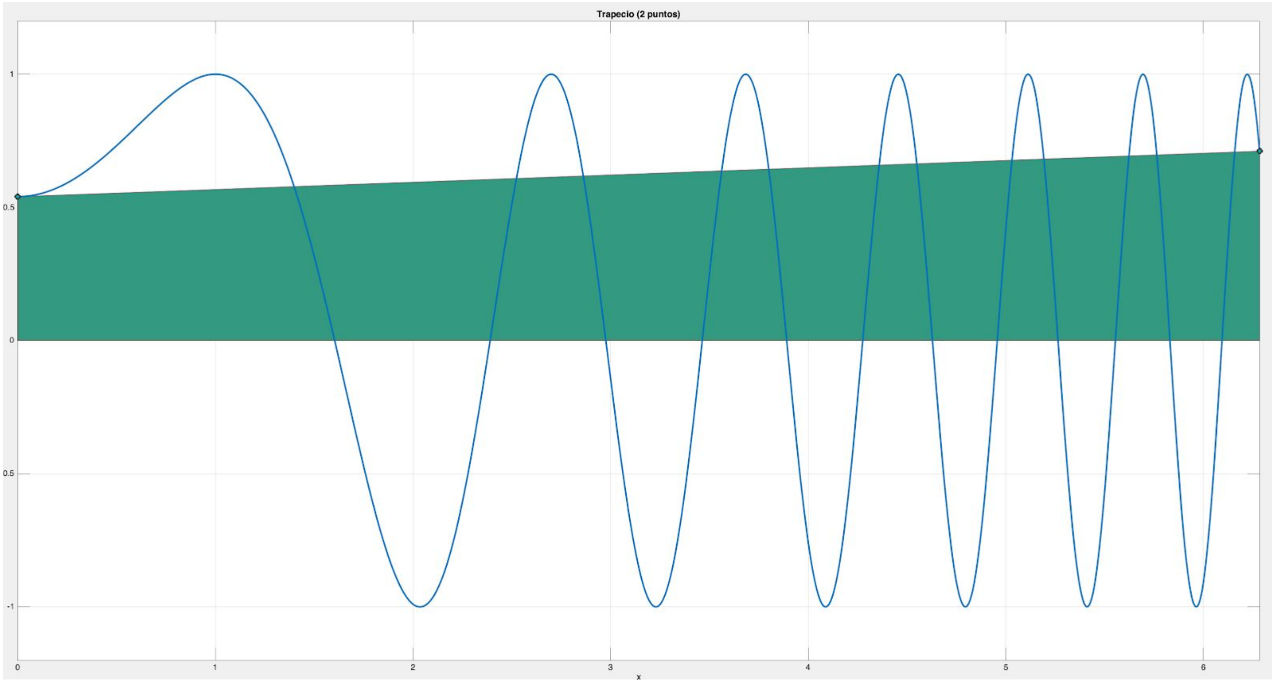
Paso 3) Obtenemos Error cometido:

$$E = |I_a - I_r|$$

A continuación voy mostrando por orden los resultados gráficos y numéricos obtenidos:

- **<u>Fórmula Trapecio Simple 2 puntos</u>**

$$x_1 = 0,\ x_2 = 2\pi,\ a = 0,\ b = 2\pi$$



En azul la función f(x). A la izquierda, en el eje de ordenadas señalizado con un ‘circulito’ el punto f(0). A a la derecha, en el eje y= 2π , señalizado el punto f(2π) con un ‘circulito’. En verde el área de la región que estamos utilizando para aproximar el valor real de la integral definida.

$$I_a = f(0)(2\pi - 0) + \frac{f(2\pi) - f(0)}{2\pi - 0}\left(\frac{(2\pi - 0\,)^2}{2} - \frac{(0 - 0\,)^2}{2}\right) = (2\pi - 0)\frac{f(2\pi) + f(0)}{2} = 3.9323$$

Comparando este resultado con el valor de referencia I_r , obtenemos el valor del Error cometido:

$$E = |I_a - I_r| = |\,3.9323 - 0.9211| = 3.0113$$

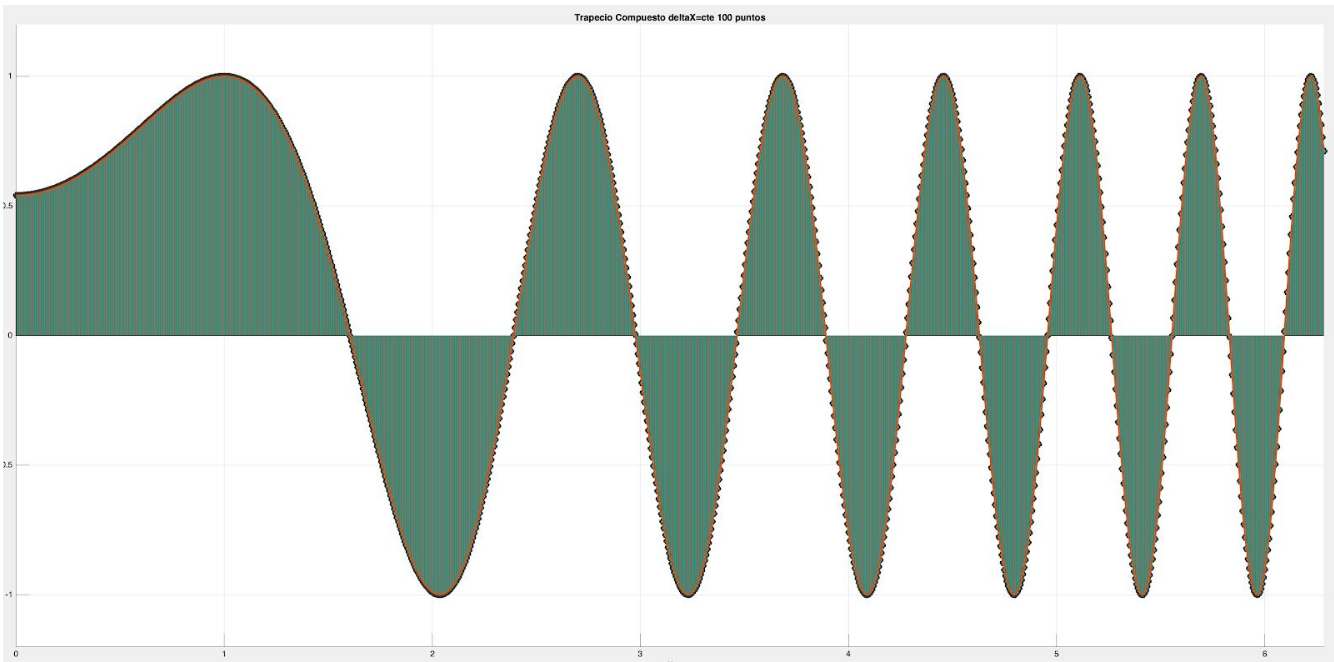
Entonces, tomando como nulo el error cometido al realizar la aproximación de referencia que nos ha arrojado el valor de $I_r = 0.9211$, podemos asegurar que:

$$I = \int_{0}^{2\pi} cos(x^2 - 1)dx = I_a \pm E = 3.9323 \pm 3.0113$$

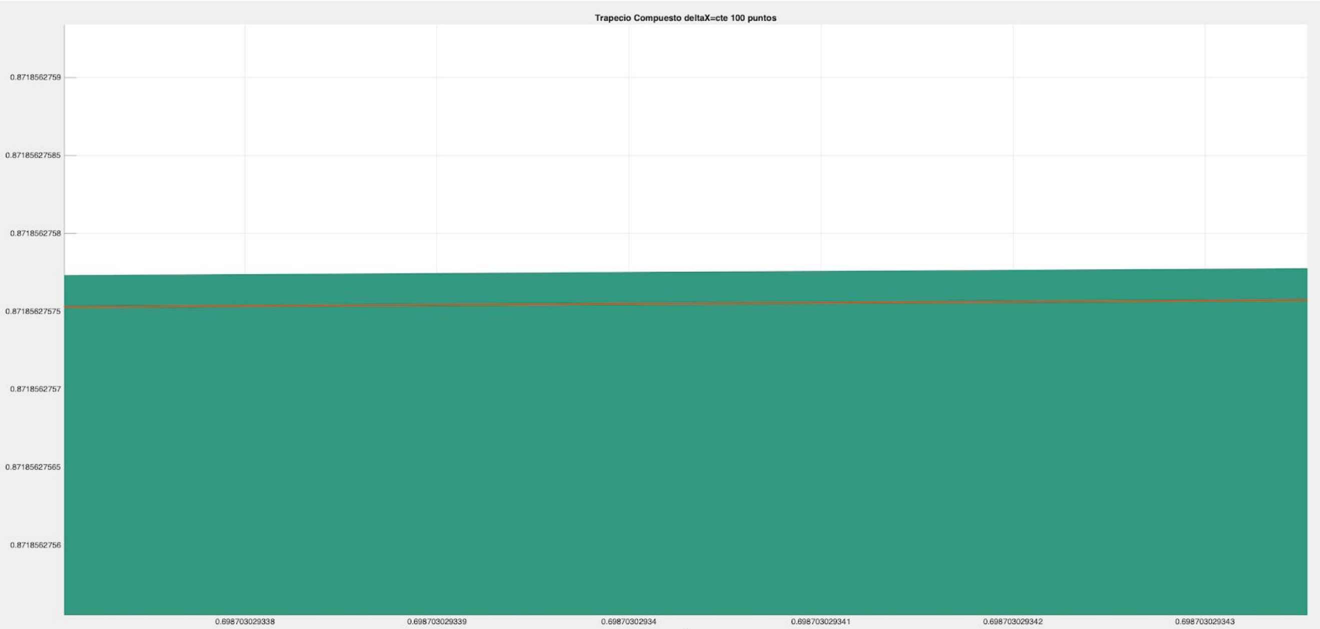
Fórmula Compuesta Trapecio:

Ahora hay que hacer un pequeño cambio de ‘chip’. La idea ahora consiste subdividir el intervalo $[0,2\pi]$ en pequeños subintervalos y tomar 2 puntos en cada uno de ellos para así aplicar la técnica vista anteriormente a cada uno de los subintervalos.

- **Fórmula Trapecio Compuesto 100 puntos**



Parece que se ajusta perfectamente, pero haciendo zoom vemos que no es así:



En rojo la función f(x). En la primera imagen, señalizados con un ‘circulito’ sobre la función f(x), cada uno de los 100 puntos **extremos** de cada subintervalo que se han utilizado para aplicar la Fórmula del Trapecio Simple en cada subintervalo. En verde el área de la región que estamos utilizando para aproximar el valor real de la integral definida.

$$I_a = 0.9181$$

Comparando este resultado con el valor de referencia I_r , obtenemos el valor del Error cometido:

$$E = |I_a - I_r| = |\, 0.9181 - 0.9211| = 0.0030$$

Entonces, tomando como nulo el error cometido al realizar la aproximación de referencia que nos ha arrojado el valor de $I_r = 0.9211$, podemos asegurar que:

$$I = \int_0^{2\pi} cos(x^2 - 1)dx = I_a \pm E = 4.1466 \pm 0.0030$$

c) **Programar la fórmula de Simpson ⅓ en Matlab.**

A parte de programar la fórmula que se no pide en este apartado, me he tomado la libertad de programar una fórmula adicional, que se corresponden con: la Fórmula de Simpson ⅓ Compuesta 100 puntos y delta constante. Me ha resultado de gran utilidad haberlo hecho para entender qué está haciendo este método, ya que mediante las Fórmula Simple de Simpson 1/3 no alcanzaba a entender bien que se estaba haciendo.

Desarrollamos los conceptos teóricos utilizados para aplicar esta técnica:

Paso 1) Aproximamos la función f(x) mediante el Polinomio Interpolador de Lagrange para tres puntos x_1 , x_2 y x_3 del intervalo $[0, 2\pi]$:

$$L_1(x) = \frac{x-x_2}{x_1-x_2}\frac{x-x_3}{x_1-x_3}\ ,\ L_2(x) = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}\frac{x-x_3}{x_2-x_3}\ ,\ L_3(x) = \frac{x-x_1}{x_3-x_1}\frac{x-x_2}{x_3-x_2}$$

$$p_3(x) = f(x_1)L_1(x) + f(x_2)L_2(x) + f(x_3)L_3(x) =$$

$$= f(x_1)\left(\frac{x-x_2}{x_1-x_2}\frac{x-x_3}{x_1-x_3}\right) + f(x_2)\left(\frac{x-x_1}{x_2-x_1}\frac{x-x_3}{x_2-x_3}\right) + f(x_3)\left(\frac{x-x_1}{x_3-x_1}\frac{x-x_2}{x_3-x_2}\right) =$$

$$= \frac{f(x_1)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}\left(x^2 - x(x_3+x_2) + x_2x_3\right) + \frac{f(x_2)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}\left(x^2 - x(x_3+x_1) + x_1x_3\right) +$$

$$+ \frac{f(x_3)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}\left(x^2 - x(x_2+x_1) + x_1x_2\right)$$

Paso 2) Obtenemos el valor de la Integral Definida del Polinomio Interpolador de Lagrange para tres puntos x_1 , x_2 y x_3 :

$$I_a = \int_a^b p_3(x)dx = \int_a^b \frac{f(x_1)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}\left(x^2 - x(x_3+x_2) + x_2x_3\right) dx +$$

$$+ \int_a^b \frac{f(x_2)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}\left(x^2 - x(x_3+x_1) + x_1x_3\right) dx +$$

$$+ \int_a^b \frac{f(x_3)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}\left(x^2 - x(x_2+x_1) + x_1x_2\right) dx =$$

$$\frac{f(x_1)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2(x_3+x_2)}{2} + xx_2x_3\right]_a^b +$$

$$\frac{f(x_2)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2(x_3+x_1)}{2} + xx_1x_3\right]_a^b +$$

$$\frac{f(x_3)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2(x_2+x_1)}{2} + xx_1x_2\right]_a^b =$$

$$\frac{f(x_1)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}\left(\frac{b^3-a^3}{3}-\frac{(b^2-a^2)(x_3+x_2)}{2}+(b-a)x_2x_3\right)+$$

$$\frac{f(x_2)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}\left(\frac{b^3-a^3}{3}-\frac{(b^2-a^2)(x_3+x_1)}{2}+(b-a)x_1x_3\right)+$$

$$\frac{f(x_3)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}\left(\frac{b^3-a^3}{3}-\frac{(b^2-a^2)(x_2+x_1)}{2}+(b-a)x_1x_2\right)$$

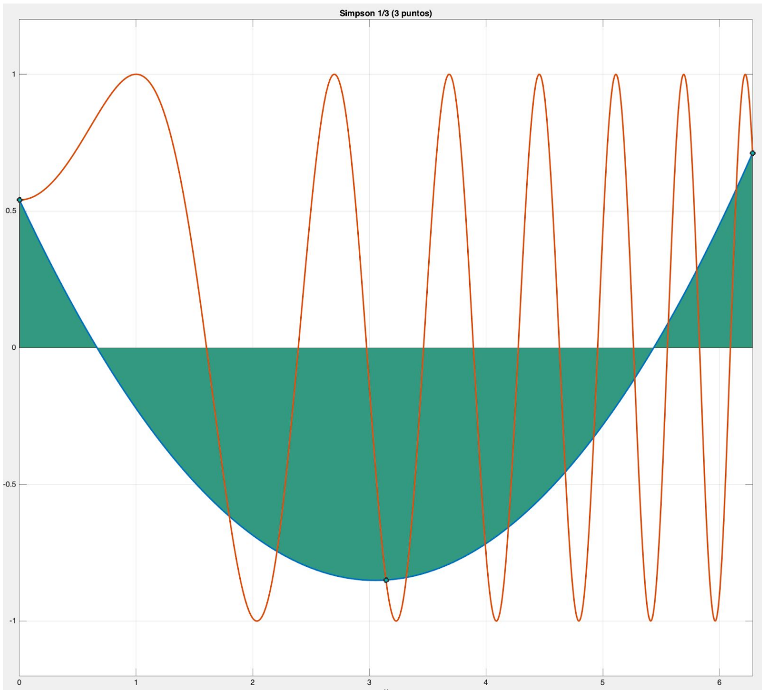
Paso 3) Obtenemos Error cometido:

$$E=|I_a-I_r|$$

A continuación voy mostrando por orden los resultados gráficos y numéricos obtenidos:

- **<u>Fórmula Simpson 1/3 Simple 3 puntos</u>**

$$x_1=0,\ x_2=\pi,\ x_3=2\pi\ ,\ a=0,\ b=2\pi$$



En rojo la función f(x). En azul el Polinomio Interpolador de Lagrange $p_3(x)$. A la izquierda, en el eje de ordenadas señalizado con un ‘circulito’ el punto f(0). En el centro del intervalo [0,2π], en el eje y=π señalizado con un ‘circulito’ el punto f(π). A a la derecha, en el eje y=2π, señalizado el punto f(2π) con un ‘circulito’. En verde el área de la región que estamos utilizando para aproximar el valor real de la integral definida.

$$I_a = \frac{f(0)}{(0-\pi)(0-2\pi)}\left(\frac{8\pi^3-0^3}{3} - \frac{(4\pi^2-0^2)(2\pi+\pi)}{2} + (2\pi-0)(\pi)(2\pi)\right) +$$

$$\frac{f(\pi)}{(\pi-0)(\pi-2\pi)}\left(\frac{8\pi^3-0^3}{3} - \frac{(4\pi^2-0^2)(2\pi+0)}{2} + (2\pi-0)(0)(2\pi)\right) +$$

$$\frac{f(2\pi)}{(2\pi-0)(2\pi-\pi)}\left(\frac{8\pi^3-0^3}{3} - \frac{(4\pi^2-0^2)(\pi+0)}{2} + (2\pi-0)(0)(\pi)\right) =$$

$$\frac{f(0)}{2\pi^2}\left(\frac{8\pi^3}{3} - 6\pi^3 + 4\pi^3\right) - \frac{f(\pi)}{\pi^2}\left(\frac{8\pi^3}{3} - 4\pi^3\right) + \frac{f(2\pi)}{2\pi^2}\left(\frac{8\pi^3}{3} - 2\pi^3\right) =$$

$$\frac{2\pi f(0)}{6} + \frac{4\pi}{3}f(\pi) + \frac{2\pi f(2\pi)}{6} = \frac{(\pi-0)}{3}(f(0)+4f(\pi)+f(2\pi)) = -2.2489$$

Comparando este resultado con el valor de referencia I_r, obtenemos el valor del Error cometido:

$$E = |I_a - I_r| = |-2.2489 - 0.9211| = 0.7239$$

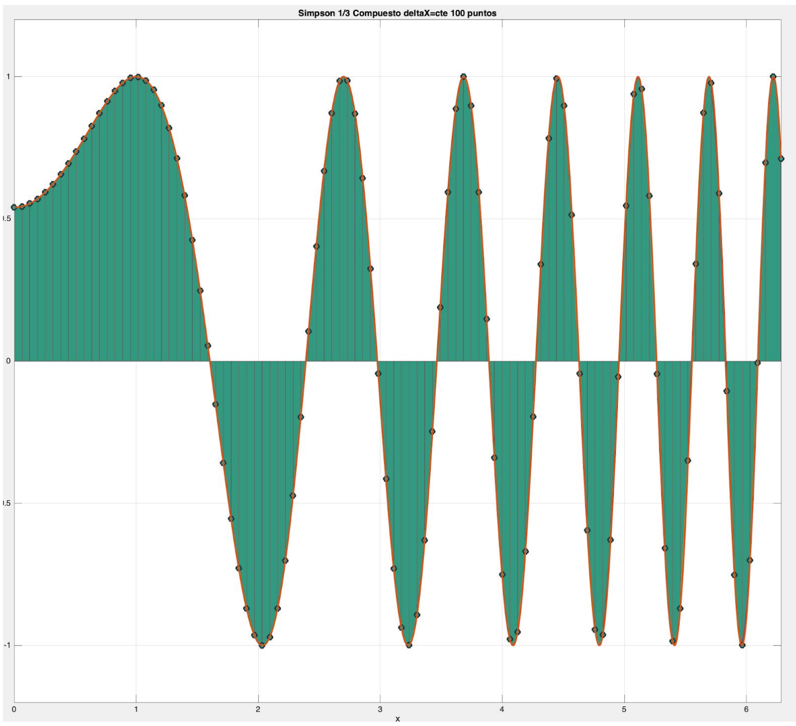
Entonces, tomando como nulo el error cometido al realizar la aproximación de referencia que nos ha arrojado el valor de $I_r = 0.9211$, podemos asegurar que:

$$I = \int_0^{2\pi} cos(x^2-1)dx = I_a \pm E = -2.2489 \pm 0.7239$$

Fórmula Compuesta Simpson 1/3:

Ahora hay que hacer un pequeño cambio de ‘chip’. La idea ahora consiste subdividir el intervalo $[0,2\pi]$ en pequeños subintervalos y tomar 3 puntos (dos extremos del subintervalo y el punto medio del subintervalo) en cada uno de ellos para así aplicar la técnica vista anteriormente a cada uno de los subintervalos.

- **Fórmula Simpson 1/3 Compuesta 100 puntos**



En rojo la función f(x). Señalizados con un ‘circulito’ sobre la función f(x), cada uno de los 100 puntos, **extremo inferior, punto medio y extremo superior,** de cada subintervalo que se han utilizado para aplicar la Fórmula de Simpson ⅓ Simple en cada subintervalo. En verde el área de la región que estamos utilizando para aproximar el valor real de la integral definida.

$$I_a = 1.7506$$

Comparando este resultado con el valor de referencia I_r , obtenemos el valor del Error cometido:

$$E = |I_a - I_r| = |\ 1.7507 - 0.9211| = 0.8295$$

Entonces, tomando como nulo el error cometido al realizar la aproximación de referencia que nos ha arrojado el valor de $I_r = 0.9211$, podemos asegurar que:

$$I = \int_0^{2\pi} cos(x^2 - 1)dx = I_a \pm E = 1.7507 \pm 0.8295$$

5) CONCLUSIONES y REFLEXIONES

[a,b] = [0,2π] y $f(x) = cos(x^2 - 1)$				
$I_r = 0.9211$				
FÓRMULA			I_a	**Error**
RECTÁNGULO CONSTANTE	**IZQUIERDO**	SIMPLE (1 punto)	***3.3948***	***2.4738***
		COMPUESTO (100 puntos)	***0.9127***	***0.0084***
	DERECHO	SIMPLE (1 punto)	***4.4699***	***3.5488***
		COMPUESTO (100 puntos)	***0.9235***	***0.0025***
	MEDIO	SIMPLE (1 punto)	***-5.3395***	***6.2606***
		COMPUESTO (100 puntos)	***0.9226***	***0.0015***

T R A P E C I O LINEAL	SIMPLE (2 puntos)	3.9323	3.0113
	COMPUESTO (100 puntos)	0.9181	0.0030
S I M P S O N ⅓ PARABÓLICO	SIMPLE (3 puntos)	-2.2489	3.1699
	COMPUESTO(100 puntos)	1.7506	0.8295

Aproximaciones Fórmulas Compuestas 100 puntos delta constante.

Conclusión 1: Me llama mucho la atención el resultado tan malo obtenido para la Fórmula de Simpson ⅓ Compuesta 100 puntos delta constante. Aún arrojando mejores resultados que para el caso Simpson ⅓ Simple, esperaba un resultado mucho mejor, cercano a los valores arrojados por las Fórmulas Compuestas del Rectángulo y del Traprecio. Esperaba que el resultado de la Fórmula Compuesta Simpson ⅓ fuera la mejor de entre las tres Fórmulas Compuestas, utilizando en las tres el mismo número de puntos, debido las características de la función de la cual estamos calculando la integral (tiene curvatura no nula en todos sus puntos). Ante tales resultados he revisado el código en busca de una mala implementación de la Fórmula Simpson ⅓ Compuesta, pero todo parece estar correcto.

Conclusión 2: Me llama la atención también lo siguiente: mientras que para las Fórmulas Simples del Rectángulo el peor resultado es para el punto Medio, en las Fórmulas Compuestas, el punto Medio se lleva el primer puesto.

<u>Conclusión 3</u>: El Método del Trapecio es mejor que el método de Simpson ⅓ en la modalidad Simple y Compuesta. Este resultado me llama la atención ya que al estar aproximando la integral de una función que tiene curvatura no nula en todos sus puntos, me esperaba que Simpson ⅓ arrojara los mejores resultados. Puede que tenga un error en el código que haga que no esté aplicando de forma correcta el método de Simpson ⅓. Espero realimentación del profesor; revisar de nuevo el código porque los resultados no son correctos, o bien razón de porque esto está pasando.

<u>Conclusión 4</u>: Me parecía injusto comparar los diferentes métodos (Rectángulo, Trapecio y Simpson ⅓) Simples entre sí, ya que era obvio que al utilizar cada uno de dichos métodos un número diferente de puntos, los resultados iban a ser mejores para aquellos métodos que utilizan un número mayor de puntos. Aunque lo dicho anteriormente no es del todo cierto, ya que los tres métodos, aún utilizando un número diferente de puntos, siguen utilizando un número muy reducido de puntos. Parece cuestión de azar, entendiendo por azar el uso de una función u otra para obtener el valor de la aproximación de su integral, que una aproximación u otra sea mejor o peor, aún utilizando los métodos un número diferente de puntos. Lo que nos lleva a la conclusión que la forma de la función concreta, de la cual estamos realizando la aproximación de su integral, juega un papel relevante en cual de los tres resultados es mejor para realizar la aproximación. Para funciones que no tienen curvatura, es decir, está formada por líneas rectas, la mejor aproximación siempre será la realizada a través de la Fórmula del Trapecio, mientras que si la función tiene curvatura, la mejor aproximación será la realizada a través del método de la Fórmula Simpson ⅓. En esta conclusión hago notar que los resultados obtenidos en el experimento con Matlab no se corresponden con la intuición que yo tenía.

<u>Conclusión 5</u>: Las aproximaciones llevadas a cabo por las Fórmulas Simples del Rectángulo, Trapecio y Simpson ⅓, con 1, 2 y 3 puntos respectivamente utilizados en ellas, no arrojan una idea clara de que método es mejor o peor para el caso en que la función, de la cual estamos realizando la aproximación de su integral, no sea del tipo constante o lineal.

<u>Conclusión 6</u>: Por la conlusión 5, haremos un pequeño estudio de los diferentes tipos de funciones (atendiendo a su forma) con las que podemos encontrarnos:

- Funciones Sin Curvatura.
    - Funciones constantes: En el caso de ser la función, de la cual estamos calculando la aproximación de su integral, constante, la mejor aproximación será la realizada por el método que utiliza alguna de las Fórmulas del Rectángulo (para las tres Fórmulas del Rectángulo el resultado será similar), y además en este caso particular, el resultado obtenido por el método que hace uso de la Fórmula del Trapecio será igual de bueno que el obtenido por cualquiera de las tres Fórmulas del Rectángulo. Este es un claro ejemplo de que no siempre un mayor número de puntos es mejor por dos razones: Razón 1: las Fórmulas del Rectángulo arrojan los mismos resultados que la Fórmula del Trapecio, aún utilizando este último método un punto más que el método del Rectángulo. Razón 2: en este caso el método que hace uso de la Fórmula Simpson ⅓ arrojaría un resultado peor que el obtenido por los métodos del Rectángulo o del Trapecio, aún utilizando estos dos últimos un número inferior de puntos que el método Simpson ⅓.

- Funciones lineales: En el caso de ser la función, de la cual estamos calculando la aproximación de su integral, lineal, la mejor aproximación será la realizada por el método que utiliza la Fórmula del Trapecio.

- Funciones mezcla constantes y lineales: En el caso de ser la función, de la cual estamos calculando la aproximación de su integral, una mezcla entre funciones contantes y funciones lineales, la mejor aproximación será la realizada por el método de Simpson ⅓. Una buena forma de visualizar lo que hace este método es que este método crea una envolvente de la función que estamos aproximando, para después calcular el área entre dicha envolvente y el eje de abscisas.

- Funciones Con Curvatura

  - Funciones con curvatura distinta de cero en todo el intervalo. Esta funciones son las que mejor aproximamos mediante el método de Simpson ⅓ ya que el Polinomio Interpolador de Lagrange utilizado tiene cierta curvatura.

6) CÓDIGO MATLAB

```
%% PRACTICA 1.2: Integración Numérica
%          --> a) Programar 3 Fórmulas del Rectángulo
%          --> b) Programar la Fórmula del Trapecio
%          --> c) Programar la Fórmula de Simpson 1/3
%Script1.m
close all;
clear all;
clc;

syms x;
 f = cos(-1 + x^2);

a=0;
b=2*pi;
```

```
m_rec=100;
m_trap=1000;
m_simp=100;

format short;
n=1000;
X0=linspace(a,b,n);
F=zeros(1,n);
for i=1:n
    F(i)=subs(f,x,X0(i));
end
figure(1);

%      --> Dibujamos la función f(x)= cos(-1 + x^2) en 1.000 puntos
a_f=área(X0,F);
a_f.FaceColor = [0.2 0.6 0.5];
a_f.EdgeColor = [0.63 0.08 0.18];
grid on;
hold on;
plot(X0,F,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);
title('f(x)= cos(-1 + x^2)');
xlabel('x');
axis([a b -1.2 1.2]);
figure(2);

%--> Dibujamos Rectángulo Izquierdo Simple 1 punto
subplot(2,3,1)
a_rec_izq=area([a b],[subs(f,x,a),subs(f,x,a)]);
a_rec_izq.FaceColor = [0.2 0.6 0.5];
a_rec_izq.EdgeColor = [0.63 0.08 0.18];
grid on;
hold on;
plot(X0,F,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);
title('Rectangulo Izquierdo (1 punto)');
xlabel('x');
axis([a b -1.2 1.2]);
grid on;
hold on;
```

```
scatter(a,subs(f,x,a),'MarkerEdgeColor',[0.2 0.2 0.2],'MarkerFaceColor',[0...
.7 .7],'LineWidth',2);

fprintf(Comienzo Rectángulo\n');
% --> Dibujamos Rectángulo Derecho Simple 1 punto
subplot(2,3,2)
a_rec_der=area([a b],[subs(f,x,b),subs(f,x,b)]);
a_rec_der.FaceColor = [0.2 0.6 0.5];
a_rec_der.EdgeColor = [0.63 0.08 0.18];
grid on;
hold on;
plot(X0,F,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);
title('Rectángulo Derecho (1 punto)');
xlabel('x');
axis([a b -1.2 1.2]);
grid on;
hold on;
scatter(b,subs(f,x,b),'MarkerEdgeColor',[0.2 0.2 0.2],'MarkerFaceColor',[0...
.7 .7],'LineWidth',2);




% --> Dibujamos Rectángulo Medio Simple 1 punto
subplot(2,3,3);
a_rec_medio=area([a b],[subs(f,x,(b-a)/2),subs(f,x,(b-a)/2)]);
a_rec_medio.FaceColor = [0.2 0.6 0.5];
a_rec_medio.EdgeColor = [0.63 0.08 0.18];
grid on;
hold on;
plot(X0,F,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);
title('Rectangulo Medio (1 punto)');
xlabel('x');
axis([a b -1.2 1.2]);
grid on;
hold on;
```

```
scatter((b-a)/2,subs(f,x,(b-a)/2),'MarkerEdgeColor',[0.2 0.2...
0.2],'MarkerFaceColor',[0 .7 .7],'LineWidth',2);

% --> Dibujamos Rectángulo Compuestos Izquierdo delta=cte 100 puntos
subplot(2,3,4)
format short;
n=m_rec;
X1=linspace(a,b,n);
for i=1:n
     rec_F(i)=subs(f,x,X1(i));
end
scatter(X1,rec_F,40,'MarkerEdgeColor',[0.2 0.2 0.2],'MarkerFaceColor',...
[0 .7 .7],'LineWidth',2);
grid on;
hold on;
for i=2:n
    a_rec=area([X1(i-1) X1(i)],[rec_F(i-1) rec_F(i-1)]);
    a_rec.FaceColor = [0.2 0.6 0.5];
    a_rec.EdgeColor = [0.63 0.08 0.18];
end
grid on;
hold on;
plot(X0,F,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);
title('Rectángulo Compuesto Izquierdo 100 puntos');
xlabel('x');
axis([a b -1.2 1.2]);

%  --> Dibujamos Rectángulo Compuestos Derecho delta=cte  100 puntos
subplot(2,3,5)
format short;
n=m_rec;
X1=linspace(a,b,n);
for i=1:n
    rec_F(i)=subs(f,x,X1(i));
end
scatter(X1,rec_F,40,'MarkerEdgeColor',[0.2 0.2 0.2],'MarkerFaceColor',...
[0 .7 .7],'LineWidth',2);
grid on;
hold on;
```

```
for i=2:n
      a_rec=area([X1(i-1) X1(i)],[rec_F(i) rec_F(i)]);
      a_rec.FaceColor = [0.2 0.6 0.5];
      a_rec.EdgeColor = [0.63 0.08 0.18];
end
grid on;
hold on;
plot(X0,F,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);
title('Rectángulo Compuesto Derecho 100 puntos');
xlabel('x');
axis([a b -1.2 1.2]);

%  --> Dibujamos Rectángulo Compuestos Medio delta=cte  100 puntos
subplot(2,3,6)
format short;
n=m_rec;
X1=linspace(a,b,n);
for i=1:n
     rec_F(i)=subs(f,x,X1(i));
end
scatter(X1,rec_F,40,'MarkerEdgeColor',[0.2 0.2 0.2],'MarkerFaceColor',...
[0 .7 .7],'LineWidth',2);
grid on;
hold on;
for i=2:n
      a_rec=area([X1(i-1) X1(i)],[subs(f,x,(X1(i-1)+X1(i))/2)...
                              subs(f,x,(X1(i-1)+X1(i))/2)]);
      a_rec.FaceColor = [0.2 0.6 0.5];
      a_rec.EdgeColor = [0.63 0.08 0.18];
end
grid on;
hold on;
plot(X0,F,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);
title('Rectángulo Compuesto Medio 100 puntos');
xlabel('x');
axis([a b -1.2 1.2]);

% Obtenemos Aproximación Fórmula Rectángulo Simple Izquierdo
fórmula_Rectángulo_Izquierdo=1;
```

```
fórmula_Rectángulo_Derecho=0;
fórmula_Rectángulo_Medio=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Izquierda_delta_cte=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Derecha_delta_cte=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Medio_delta_cte=0;
rutina1;
% Obtenemos Aproximación Fórmula Rectángulo Simple Derecho
fórmula_Rectángulo_Izquierdo=0;
fórmula_Rectángulo_Derecho=1;
fórmula_Rectángulo_Medio=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Izquierda_delta_cte=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Derecha_delta_cte=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Medio_delta_cte=0;
rutina1;
% Obtenemos Aproximación Fórmula Rectángulo Simple Derecho
fórmula_Rectángulo_Izquierdo=0;
fórmula_Rectángulo_Derecho=0;
fórmula_Rectángulo_Medio=1;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Izquierda_delta_cte=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Derecha_delta_cte=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Medio_delta_cte=0;
rutina1;


%Obtenemos Aproximación Fórmula Rectángulo Compuesta Izquierdo
%100 puntos, delta constante
fórmula_Rectángulo_Izquierdo=0;
fórmula_Rectángulo_Derecho=0;
fórmula_Rectángulo_Medio=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Izquierda_delta_cte=1;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Derecha_delta_cte=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Medio_delta_cte=0;
rutina1;
%Obtenemos Aproximación Fórmula Rectángulo Compuesta Derecho
%100 puntos, delta constante
fórmula_Rectángulo_Izquierdo=0;
fórmula_Rectángulo_Derecho=0;
fórmula_Rectángulo_Medio=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Izquierda_delta_cte=0;
```

```
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Derecha_delta_cte=1;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Medio_delta_cte=0;
rutina1;
%Obtenemos Aproximación Fórmula Rectángulo Compuesta Medio %100
puntos, delta constante
fórmula_Rectángulo_Izquierdo=0;
fórmula_Rectángulo_Derecho=0;
fórmula_Rectángulo_Medio=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Izquierda_delta_cte=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Derecha_delta_cte=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Medio_delta_cte=1;
rutina1;

fórmula_Rectángulo_Izquierdo=0;
fórmula_Rectángulo_Derecho=0;
fórmula_Rectángulo_Medio=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Izquierda_delta_cte=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Derecha_delta_cte=0;
fórmula_Rectángulo_Compuesta_Medio_delta_cte=0;

fprintf('Fin Rectangulo\n');


fprintf(Comienzo Trapecio\n');

%  --> Dibujamos Trapecio Compuesto 100 puntos
figure(3);
subplot(1,2,1)
format short;
n=m_trap;
X1=linspace(a,b,n);
for i=1:n
     trap_F(i)=subs(f,x,X1(i));
end
scatter(X1,trap_F,40,'MarkerEdgeColor',[0.2 0.2
0.2],'MarkerFaceColor',[0... .7 .7],'LineWidth',2);
grid on;
hold on;
for i=2:n
```

```
      a_trap_com=area([X1(i-1) X1(i)],[trap_F(i-1) trap_F(i)]);
      a_trap_com.FaceColor = [0.2 0.6 0.5];
      a_trap_com.EdgeColor = [0.63 0.08 0.18];
 end
 grid on;
 hold on;
 plot(X0,F,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);
 title('Trapecio Compuesto deltaX=cte 100 puntos');
 xlabel('x');
 axis([a b -1.2 1.2]);

%--> Dibujamos Trapecio Simple 2 puntos
subplot(1,2,2)
 a_trap=area([a b],[subs(f,x,a) subs(f,x,b)]);
 a_trap.FaceColor = [0.2 0.6 0.5];
 a_trap.EdgeColor = [0.63 0.08 0.18];
 grid on;
 hold on;
 plot(X0,F,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);
 title('Trapecio (2 puntos)');
 xlabel('x');
 axis([a b -1.2 1.2]);
 grid on;
  hold on;

  scatter([a b],[subs(f,x,a) subs(f,x,b)],'MarkerEdgeColor',[0.2 0.2...
         0.2],'MarkerFaceColor',[0 .7 .7],'LineWidth',2);

% Obtenemos Aproximación Fórmula Trapecio Simple
  formula_Trapecio=1;
  formula_Trapecio_Compuesta_delta_cte=0;
  función_trapz_2=0;
  función_trapz_100=0;
  función_trapz_1000=0;
  función_trapz_10000=0;
  rutina1;
% Obtenemos Aproximación Fórmula Trapecio Compuesta 100 puntos,
%delta constante
  formula_Trapecio=0;
```

```
 formula_Trapecio_Compuesta_delta_cte=1;
 función_trapz_2=0;
 función_trapz_100=0;
 función_trapz_1000=0;
 función_trapz_10000=0;
 rutina1;
% Obtenemos Aproximación Función trapz() 2 puntos
 formula_Trapecio=0;
 formula_Trapecio_Compuesta_delta_cte=0;
 función_trapz_2=1;
 función_trapz_100=0;
 función_trapz_1000=0;
 función_trapz_10000=0;
 rutina1;
% Obtenemos Aproximación Función trapz() 100 puntos
 formula_Trapecio=0;
 formula_Trapecio_Compuesta_delta_cte=0;
 función_trapz_2=0;
 función_trapz_100=1;
 función_trapz_1000=0;
 función_trapz_10000=0;
 rutina1;

% Obtenemos Aproximación Función trapz() 1.000 puntos
formula_Trapecio=0;
formula_Trapecio_Compuesta_delta_cte=0;
función_trapz_2=0;
función_trapz_100=0;
función_trapz_1000=1;
función_trapz_10000=0;
rutina1;

formula_Trapecio=0;
formula_Trapecio_Compuesta_delta_cte=0;
función_trapz_2=0;
función_trapz_100=0;
función_trapz_1000=0;
función_trapz_10000=0;
```

```
 fprintf('Fin Trapecio\n');
 fprintf('Comienzo Simpson 1/3n');

%  --> Dibujamos Trapecio Compuesto 100 puntos
format short;
n=m_simp;
X1_simp=linspace(a,b,n);
for i=1:n
      simp_F(i)=subs(f,x,X1_simp(i));
end
figure(4);
subplot(1,2,1);
for i=2:n-1
%Llamamos PPBL.m para obtener los Polinomios en Base de Lagrange
        L=PPBL(3,[X1_simp(i-1) X1_simp(i) X1_simp(i+1)]);
%Llamamos PIL.m para obtener el Polinomio Interpolador lagrange
        p1=PIL(3,[X1_simp(i-1) X1_simp(i) X1_simp(i+1)],L,f);
%Dibuja el Polinomio Interpolador Lagrange p3(x) de cada subintervalo
        X4=linspace(X1_simp(i-1),X1_simp(i+1),100);
        P1=zeros(1,100);
        for i=1:100
        P1(i)=subs(p1,x,X4(i));
        end
%Dibuja área bajo la curva dado por el Polinomio Interpolador Lagrange
        a_simp_comp=area(X4,P1);
        a_simp_comp.FaceColor = [0.2 0.6 0.5];
        a_simp_comp.EdgeColor = [0.63 0.08 0.18];
        grid on;
        hold on;
        plot(X4,P1,'MarkerEdgeColor',[0.5 0.5 0.5],'LineWidth',2);
        grid on;
        hold on;
end
scatter(X1_simp,simp_F,40,'MarkerEdgeColor',[0.2 0.2...
0.2],'MarkerFaceColor',[0 .7 .7],'LineWidth',2);
grid on;
hold on;
plot(X0,F,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);title('Simpson ⅓...
Compuesto deltaX=cte 100 puntos');
```

```
xlabel('x');
axis([a b -1.2 1.2]);
grid on;
hold on;

% --> Dibujamos Simpson ⅓ Simple 3 puntos
subplot(1,2,2);
%Llamamos PPBL.m para obtener los Polinomios en Base de Lagrange
X2=[a (a+b)/2 b];
 L=PPBL(3,X2);
%Llamamos PIL.m para obtener el Polinomio Interpolador lagrange
p=PIL(3,X2,L,f);
%Dibuja el Polinomio Interpolador Lagrange p3(x) en el intervalo [0,2π]
X3=linspace(a,b,1000);
P=zeros(1,1000);
for i=1:1000
      P(i)=subs(p,x,X3(i));
end
a_trap=area(X3,P);
a_trap.FaceColor = [0.2 0.6 0.5];
a_trap.EdgeColor = [0.63 0.08 0.18];
grid on;
hold on;
plot(X3,P,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);
grid on;
hold on;
plot(X0,F,'MarkerEdgeColor',[0.1 0.1 0.1],'LineWidth',2);
title('Simpson 1/3 (3 puntos)');
xlabel('x');
axis([a b -1.2 1.2]);
grid on;
hold on;
scatter([a (a+b)/2 b],[subs(f,x,a) subs(f,x,(a+b)/2)
subs(f,x,b)],'MarkerEdgeColor',[0.2 0.2 0.2],'MarkerFaceColor',...
[0 .7 .7],'LineWidth',2);

% -->Obtenemos Aproximación Fórmula Simpson 1/3 Simple
fórmula_Simpson=1;
fórmula_Simpson_Compuesta_delta_cte=0;
```

```
rutina1;
% -->Obtenemos Aproximación Fórmula Simpson 1/3 Compuesta 100
%puntos, delta constante
fórmula_Simpson=0;
fórmula_Simpson_Compuesta_delta_cte=1;
rutina1;

formula_Simpson=0;
formula_Simpson_Compuesta_delta_cte=0;

fprintf('Fin Simpson 1/3');

% FIN Script1.m
```

```
%% PRACTICA 1.2: Integración Numérica
%          --> a) Programar 3 Fórmulas del Rectángulo
%          --> b) Programar la Fórmula del Trapecio
%          --> c) Programar la Fórmula de Simpson 1/3
%rutina1.m

%Seleccionamos los puntos del Intervalo Cerrado [a,b] que serán
 %utilizados en cada una de la Aproximaciones
if (fórmula_Rectángulo_Izquierdo==1)
   %-- 1 punto por definición
      X=a;
elseif (fórmula_Rectángulo_Derecho==1)
    %-- 1 punto por definición
       X=b;
elseif (fórmula_Rectángulo_Medio==1)
    %-- 1 punto por definición
```

```
        X=(a+b)/2;
elseif (fórmula_Rectángulo_Compuesta_Izquierda_delta_cte==1)
    %-- 100 puntos equiespaciados
        X=X1;
elseif (fórmula_Rectángulo_Compuesta_Derecha_delta_cte==1)
    %-- 100 puntos equiespaciados
        X=X1;
elseif (fórmula_Rectángulo_Compuesta_Medio_delta_cte==1)
    %-- 100 puntos equiespaciados
        X=X1;
      %-- Puntos Discretos para Trapecio
elseif (formula_Trapecio==1)
     %-- 2 puntos por definición
        X=[a b];
elseif (formula_Trapecio_Compuesta_delta_cte==1)
     %-- 100 puntos equiespaciados
        X=X1;
elseif (funcion_trapz_2==1)
     %-- 2 puntos equiespaciados
        X=[a b];
elseif (funcion_trapz_100==1)
     %-- 100 puntos equiespaciados
        X=linspace(a,b,100);
elseif (función_trapz_1000==1)
      %-- 1000 puntos equiespaciados
         X=linspace(a,b,1000);
elseif (función_trapz_10000==1)
      %-- 10000 puntos equiespaciados
         X=linspace(a,b,10000);
      %-- Puntos Discretos para Simpson ⅓
elseif (fórmula_Simpson==1)
      %-- 3 puntos por definición
         X=[a (a+b)/2  b];
elseif (formula_Simpson_Compuesta_delta_cte==1)
      %-- 100 puntos equiespaciados
         X=X1_simp;
end

%-->Obtenemos las Aproximaciones de las Integrales
```

```
%Obtenemos las Aproximaciones de las Integrales
        %-- Formulas Rectángulo
if(fórmula_Rectángulo_Izquierdo==1)
            %-- Formulas Rectángulo Izquierdo
            I_rec(1) = subs(f,x,X(1))*(b-a);
elseif(fórmula_Rectángulo_Derecho==1)
            %--Formulas Rectángulo Derecho
            I_rec(2) = subs(f,x,X(1))*(b-a);
elseif (fórmula_Rectángulo_Medio==1)
            %-- Formulas Rectángulo Medio
            I_rec(3) = subs(f,x,X(1))*(b-a);
elseif (fórmula_Rectángulo_Compuesta_Izquierda_delta_cte==1)
    %-- Formulas Rectángulo Compuesta Izquierda delta=cte 100 puntos
            deltaX=X(2)-X(1);
            I_rec(4)=0;
            for i=1:m_rec-1
                I_rec(4) = I_rec(4) + (rec_F(i)*(deltaX));
            end
elseif (fórmula_Rectángulo_Compuesta_Derecha_delta_cte==1)
        %-- Formulas Rectángulo Compuesta Derecha delta=cte 100 puntos
            deltaX=X(2)-X(1);
            I_rec(5)=0;
            for i=1:m_rec-1
                I_rec(5) = I_rec(5) + (rec_F(i+1)*(deltaX));
            end
elseif (formula_Rectangulo_Compuesta_Medio_delta_cte==1)
     %-- Fórmula Rectángulo Compuesta Medio delta=cte 100 puntos
            deltaX=X(2)-X(1);
            I_rec(6)=0;
            for i=2:m_rec
                I_rec(6) = I_rec(6) + (subs(f,x,(X(i-1)+X(i))/2)*(deltaX));
            end
        %-- Fórmulas Trapec
elseif (formula_Trapecio==1)
     %-- Fórmula Trapecio
            I_trap(1)=(max([subs(f,x,a) subs(f,x,b)])-min([subs(f,x,a)...
            subs(f,x,b)]))*(b-a)/2 + min([subs(f,x,a) subs(f,x,b)])*(b-a);
elseif (formula_Trapecio_Compuesta_delta_cte==1)
      %-- Fórmula Trapecio Compuesta delta=cte 100 puntos
```

```
            deltaX=X(2)-X(1);
            I_trap(2)=0;
            for i=1:m_trap-1
                I_trap(2) = I_trap(2) + (trap_F(i)+trap_F(i+1))*1/2*deltaX;
            end
elseif (funcion_trapz_2==1)
     %-- Función trapz() delta=cte 2 puntos
            I_trap(3)=trapz([a b],[subs(f,x,a) subs(f,x,b)]);
elseif (funcion_trapz_100==1)
     %-- Función trapz() delta=cte 100 puntos
            for i=1:100
                F_aux(i)=subs(f,x,X(i));
            end
            I_trap(4)=trapz(X,F_aux);
elseif (funcion_trapz_1000==1)
     %-- Función trapz() delta=cte 1.000 puntos
            for i=1:1000
                F_aux(i)=subs(f,x,X(i));
            end
            I_trap(5)=trapz(X,F_aux);
elseif (funcion_trapz_10000==1)
     %-- Función trapz() delta=cte 10.000 puntos
            for i=1:10000
                F_aux(i)=subs(f,x,X(i));
            end
            I_trap(6)=trapz(X,F_aux);
 %-- Fórmulas Simpson 1/3
elseif (formula_Simpson==1)
            %-- Fórmula Simpson 1/3
            I_simp(1)=1/6*(b-a)*(subs(f,x,a)+4*subs(f,x,(a+b)/2)+subs(f,x,b));
elseif (formula_Simpson_Compuesta_delta_cte==1)
  %-- Fórmula Simpson 1/3 Compuesta delta=cte 100 puntos
  deltaX=X(2)-X(1);
  I_simp(2)=0;
  for i=2:m_simp-1
   I_simp(2)=I_simp(2) +1/3*deltaX*(simp_F(i-1)+4*simp_F(i)+simp_F(i+1));
  end
end
```

```
% FIN rutina1.m
```

El código asociado a las funciones PPBL.m y PIL.m me abstengo de ponerlas en esta Memoria por ya haberlas incluido en la memoria de la Práctica1.1.