Práctica 1
Recta y punto

Clara Simón de Blas (clara.simon@urjc.es)

Universidad Rey Juan Carlos

Prácticas

Práctica I: Dado un punto (p1; p2) del plano afín real y una recta r de ecuación $y = mx+n$, determinar si el punto

- está en la recta: $p2 = mp1 + n$
- encima de la recta: $p2 > mp1 + n$
- debajo de la recta: $p2 < mp1 + n$

Prácticas

Dada una recta *y=mx+n en el plano (esto es, una recta no vertical), divide a éste en dos semiplanos disjuntos definidos por la desigualdad y<mx+n y por la desigualdad y>mx+n. Un punto p del plano se dice que está por debajo de la recta si verifica la primera desigualdad, por encima de la recta si verifica la segunda desigualdad y en la recta si verifica la igualdad.*

Prácticas

Código 1:

```
x=(-2:2)
plot(x,x+1, type='l', xlab="x", ylab="x+1")
text(-1,1,'arriba')
text(1,-0.5,'abajo')
```

Prácticas

Problema: Dada una recta r en el plano de la forma y=mx+n donde m y n son números reales y un punto p de coordenadas (a,b) determinar si el punto p está en la recta r, por debajo de r, o por encima de r.

Observación: No consideramos rectas verticales de la forma x=n porque en esa situación el problema arriba/abajo no parce tener sentido, debería ser una versión derecha/izquierda del mismo problema.

Prácticas

Ejemplo 1: ***Sea r la recta y=3x+2:***

Sea *p el punto (1,2)*

Representamos el punto y la recta para ver su disposición en el plano.

Luego el punto está encima de la recta.

Prácticas

Si la recta es vertical el problema, como señalamos antes, no está bien planteado:

Prácticas

Procedimiento gráfico.

La representación gráfica de la configuración recta-punto la podemos establecer como un procedimiento que al introducir la recta r de ecuación $y=mx+n$ y el punto $p=(p1,p2)$ represente la situación en el plano del punto y la recta dados.

Prácticas

Universidad Rey Juan Carlos

Ejemplo: *Escribimos una función que represente la recta y el punto*

```
Dibujo<-function(p,r)
{
        x<-c(p[1]-1,p[1]+1)
        y<-r(x)
        a<-min(p[2],y[1])
        b<-max(p[2],y[2])
        plot(x,y, type='l', ylim=c(a,b))
        text(p[1],p[2],'o')
}
```

Prácticas

Ejemplo: *Llamamos a la función con un punto y una recta*

```
Dibujo(c(-1,3),function(x) 3*x+2)
```

Con este procedimiento la decisión sobre el problema arriba/abajo no es automática, sino que la gráfica visualiza el problema y permite decidir al usuario. Pero no es un algoritmo con la salida esperada.

Prácticas

Procedimiento de la proyección.

La idea de este procedimiento es tomar el punto de corte de la recta vertical que pasa por p y la recta r. Llamemos q a este punto. Si la segunda coordenada de p es mayor que la de q entonces está por encima de la recta, si es menor está por debajo y si son iguales es que p es un punto de r (justo por la definición de estar arriba o abajo dada inicialmente).

Prácticas

Retomemos el ejemplo inicial

```
p<-c(1,4)
x<-c(p[1]-2,p[1]+2)
r<-3*x+2
plot(x,r, type='l')
```

Buscamos el punto de corte de la recta vertical x=1 y la recta r

```
abline(v=1)
text(p[1],p[2],'o')
x=1
y=3*x+2
y
```

Prácticas

Obsérvese que esta intersección no es más que evaluar la función $f(x)=mx+n$ que define la recta r de ecuación $y=mx+n$ en la primera coordenada del punto.

Como 4 es menor que 5 el punto está por debajo de la recta (como ya sabíamos).

Prácticas

Este procedimiento se puede automatizar:

Prácticas

Ejemplo: punto (1,1) recta 5x+1

Prácticas

Procedimiento de los determinantes.

Para este procedimiento recordamos la interpretación de los determinantes como áreas de paralelogramos con un signo que depende de la orientación (volveremos sobre ello en las clases de teoría).

Empezamos con el ejemplo sencillo de tomar los vectores (1,0) y (0,1), que determinan un cuadrado de lado 1, por lo que su área es 1.

Prácticas

Ejemplo:

```
x <- c(0,1,1,0)
y <- c(0,0,1,1)
plot(-1:1, -1:1, main = paste("Poligono"))
polygon(x, y, col = "orange", lty = 1, lwd = 2, border = "blue")
```

Prácticas

Si tomamos la matriz:

```
A<-matrix(c(1,0,0,1), nrow=2, ncol=2, byrow = TRUE)
```

y calculamos su determinante

```
det(A)
```

Prácticas

Universidad Rey Juan Carlos

Sin embargo, si tomamos la matriz siguiente, donde se han permutado la primera y la segunda fila de A:

```
B<-matrix(c(0,1,1,0), nrow=2, ncol=2, byrow = TRUE)
```

y calculamos su determinante

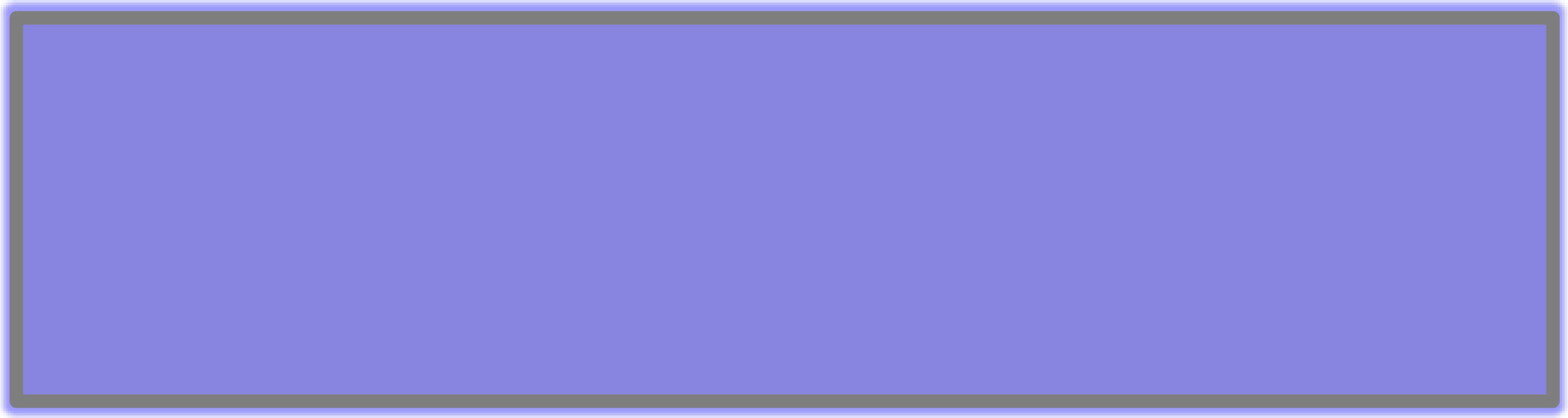
```
det(B)
```

Prácticas

Así , cuando calculamos un determinante de una matriz 2x2 estamos computando el área del paralelogramo que delimitan los dos vectores v, w correspondientes a la primera y segunda fila de la matriz, con un signo que viene determinado porque el vector v y el vector w estén orientados según la dirección de las agujas del reloj (signo negativo) o con la orientación contraria (signo positivo).

Prácticas

Ejemplo: paralelogramo determinado por los vectores v=(1,2) y w=(-1,1)



Prácticas

El determinante de la matriz que tiene por primera fila v y por segunda w.

Prácticas

Sin embargo si ponemos w en la primera fila y v en la segunda.

Prácticas

Universidad Rey Juan Carlos

EJERCICIO

Calcular el área del paralelogramo descomponiéndolo en triángulos, para ver que en efecto el área es 3.

Prácticas

Por tanto parece que los determinantes van a poder resolver nuestro problema, según el siguiente esquema:

- Partimos del punto p y la recta r.
- Construimos dos puntos a y b de la recta de manera que la primera coordenada de a sea estrictamente menor que la primera coordenada de b.
- Tomamos el determinante cuya primera fila es el vector ab y su segunda fila es el vector ap.
- Si el signo de dicho determinante es positivo entonces p está encima de r, si es negativo está debajo y si es 0 entonces p está en r.

Prácticas

Universidad Rey Juan Carlos

Ejemplo: Punto p=(2,3) y recta -2*x+1

Construímos a y b.

Prácticas

Ejemplo: Punto p=(0,-4) y recta -2*x+1

Construímos a y b.

Prácticas

Este procedimiento se puede automatizar:

Prácticas

Comparación de los métodos

El método de los dibujos no es propiamente un algoritmo que resuelve el problema, es simplemente otra manera de verlo, evidentemente más gráfica.

El método de la proyección es muy simple, necesita sólo las operaciones de evaluar y comparar. Se generaliza mal a una recta cualquiera de la forma $Ax+By+C=0$. Dan problemas las rectas verticales y aquellas en las que $A<0$.