



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Московский институт электроники и математики им. А.Н. Тихонова
Департамент прикладной математики

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ И УПРАВЛЕНИЕ

Дмитриев Андрей Викторович

доктор физ.-мат. наук, проф.
профессор МИЭМ ВШЭ
ведущий научный сотрудник ФКН ВШЭ

Москва, 2022



Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

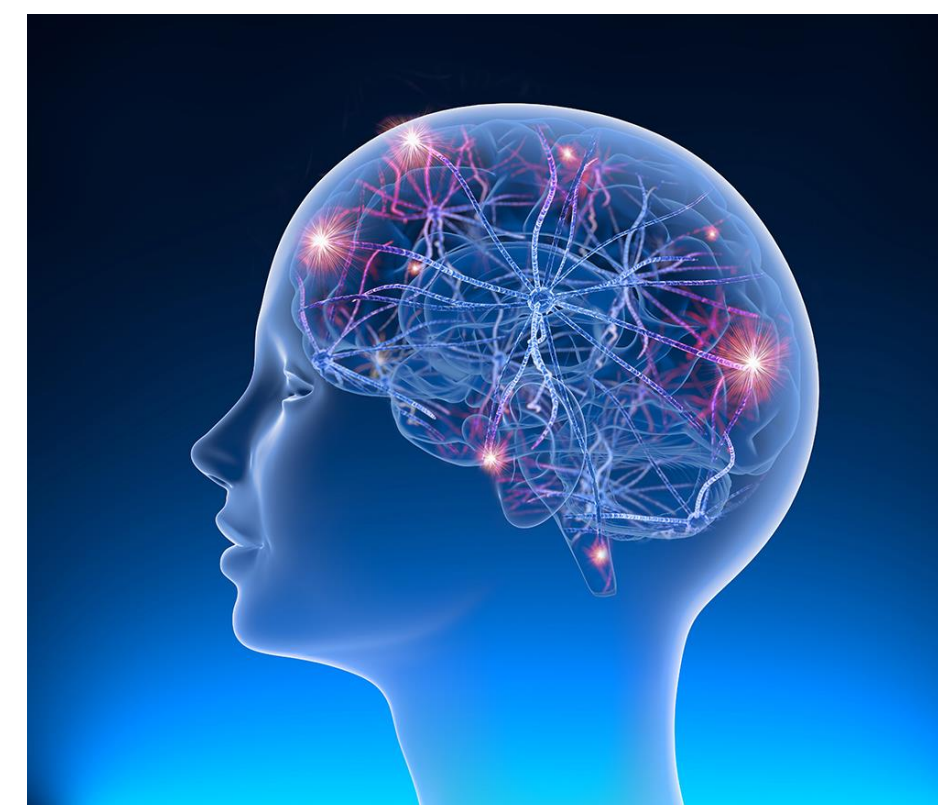
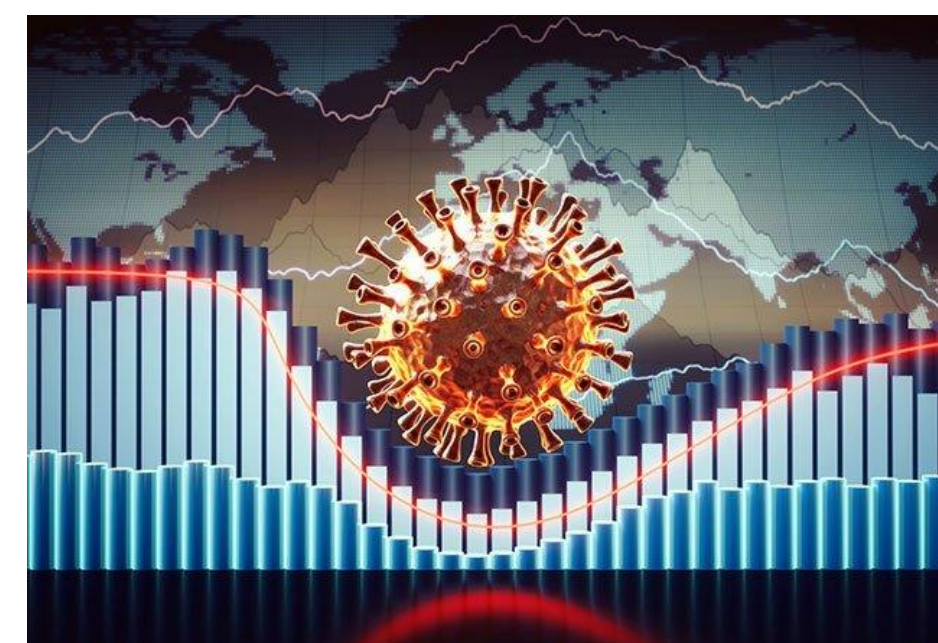
Повестка

- Критические явления в сложных системах
- Критические явления в лабораторных и природных условиях
- Фундаментальные признаки систем с самоорганизованной критичностью
- Самоорганизованная критичность
- Два подхода к поиску сигналов раннего предупреждения критических переходов в сложных системах
- Особенности динамических рядов, порождаемых сложными системами
- Скользящее окно с левой фиксированной границей для идентификации предвестников критических переходов
- Основные классы мер раннего предупреждения



Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Критические явления в сложных системах





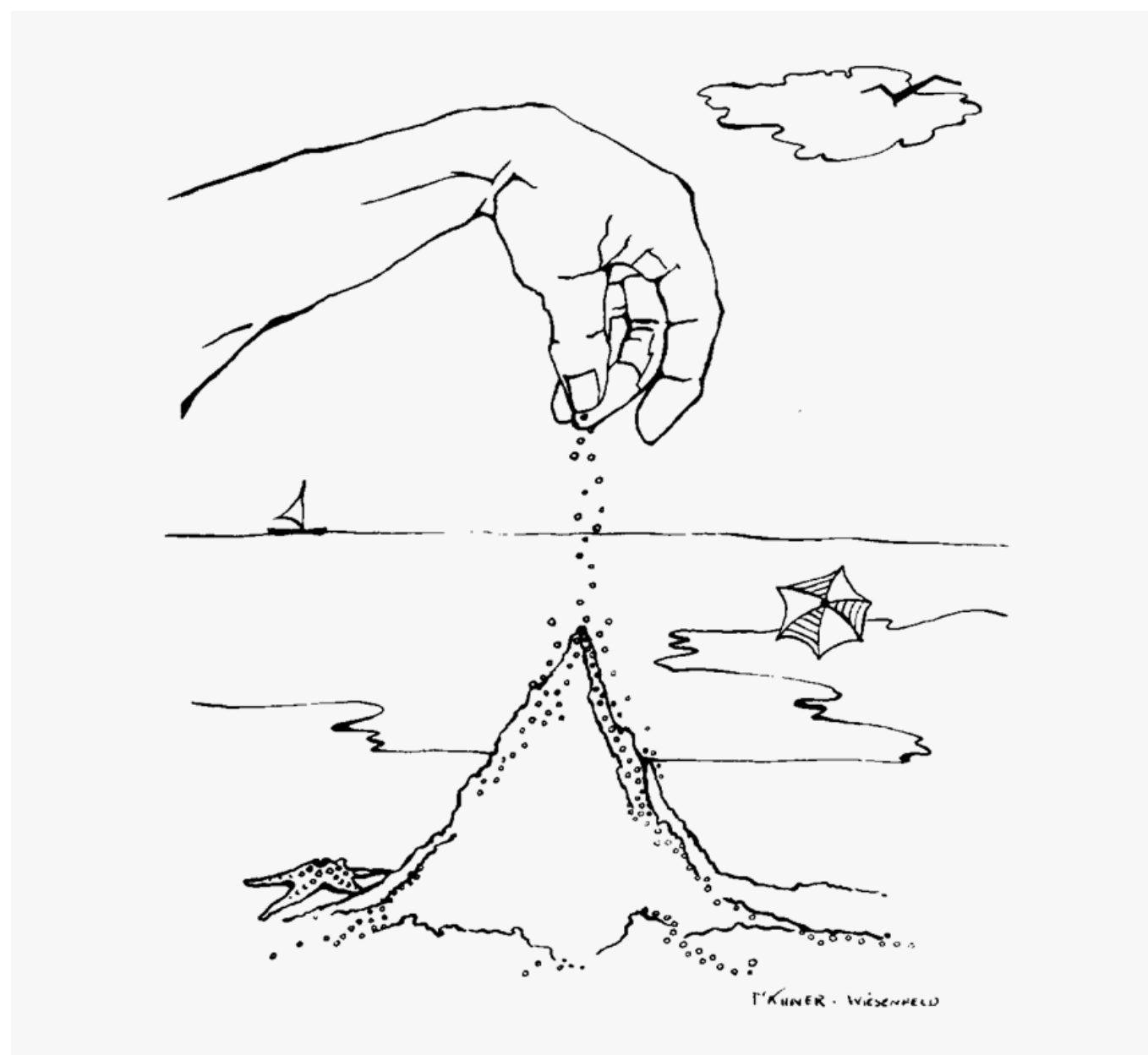
Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Критические явления в лабораторных и природных условиях

В лаборатории – требуется точная настройка управляющего параметра, например температуры, до своего критического значения



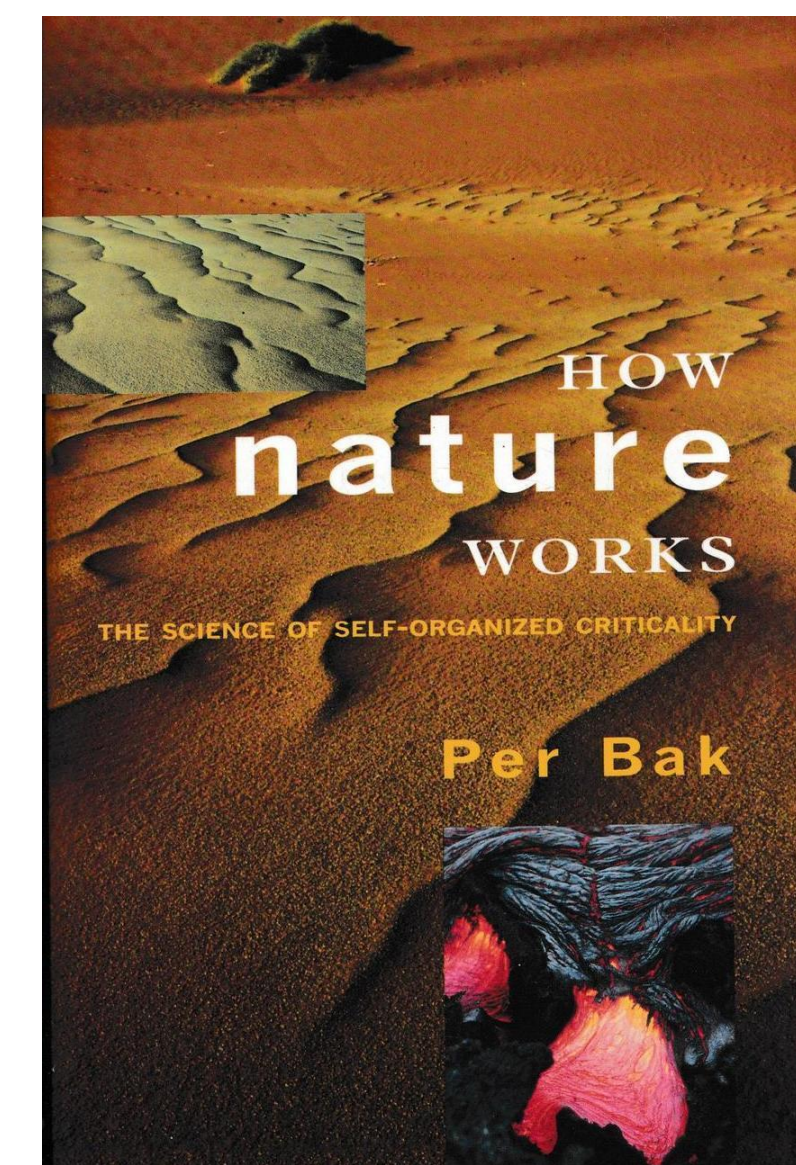
В природе – некому настраивать управляющий параметр (крутить ручку прибора) до критического значения – спонтанная самоорганизация в критическое состояние



Модель песчаной кучи – модель самоорганизованной критичности



Per Bak (1947 – 2002)





Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Фундаментальные признаки систем с самоорганизованной критичностью

1. Открытость

Существует постоянный приток/отток вещества/энергии/информации

2. Диссипативность

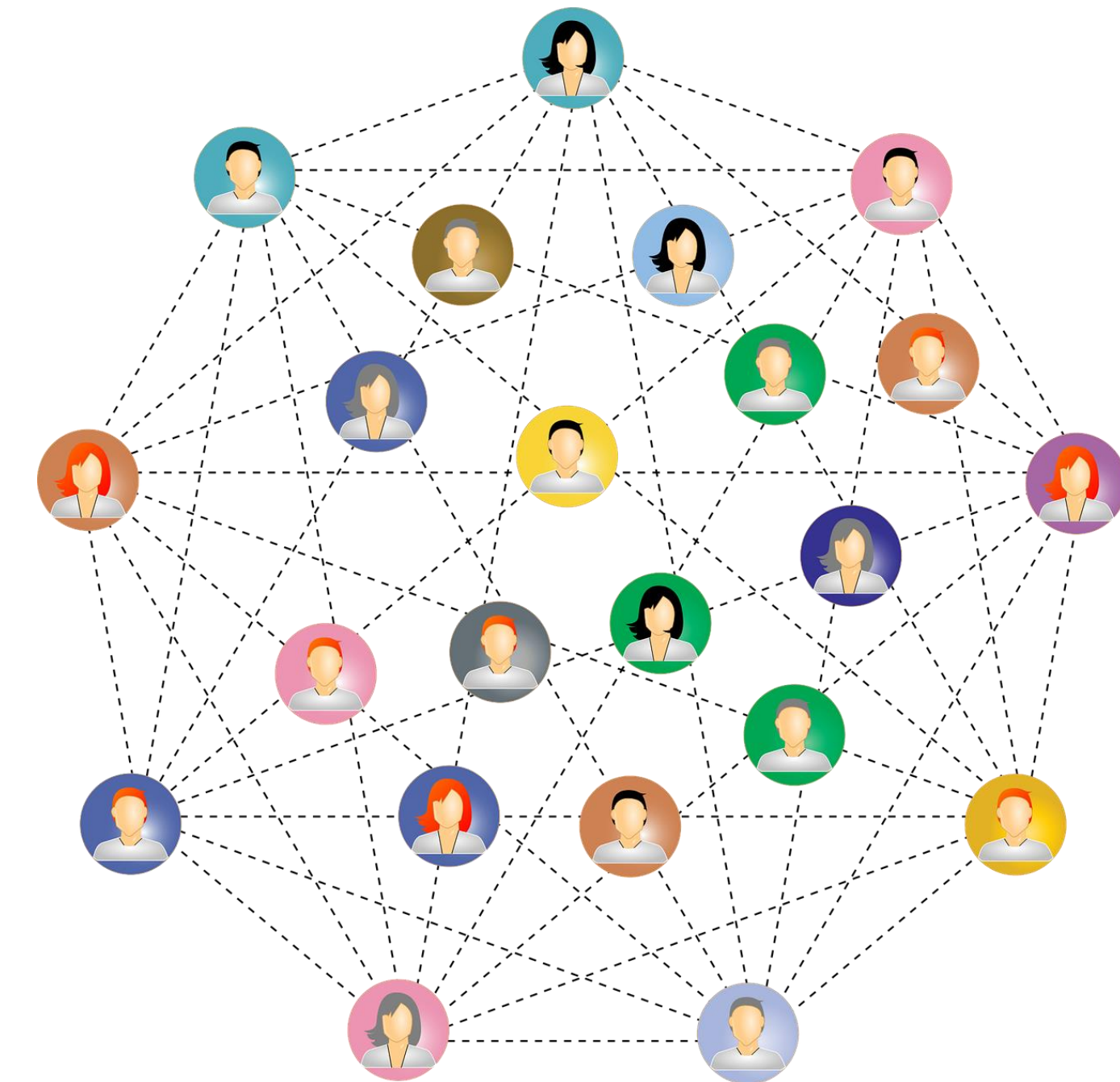
Существуют потери вещества/энергии/информации

3. Неравновесность

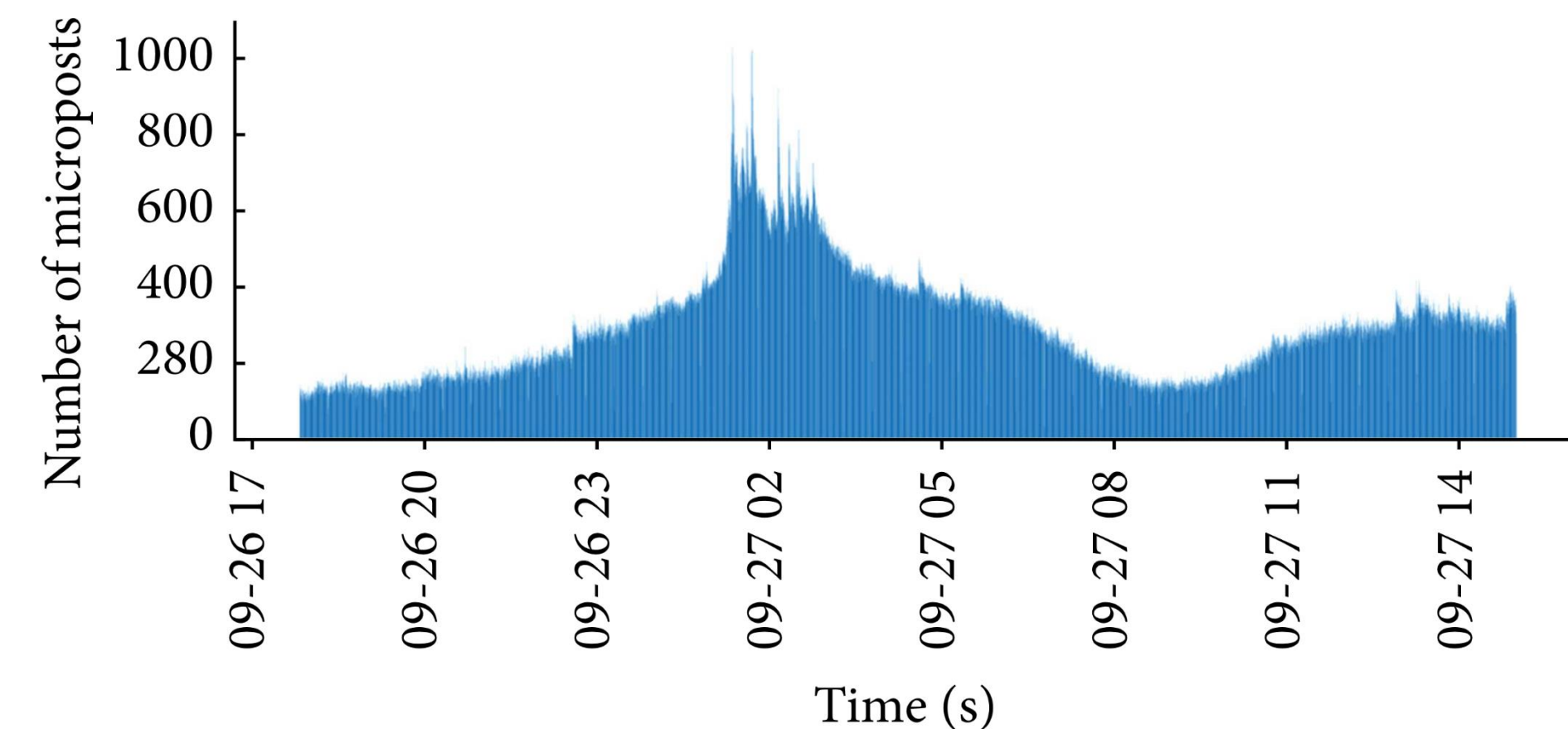
Число неустойчивых элементов системы существенно превышает число устойчивых

4. Лавина-подобное поведение

Наблюдается распространение вещества/энергии/информации всех масштабов



Онлайновая социальная сеть

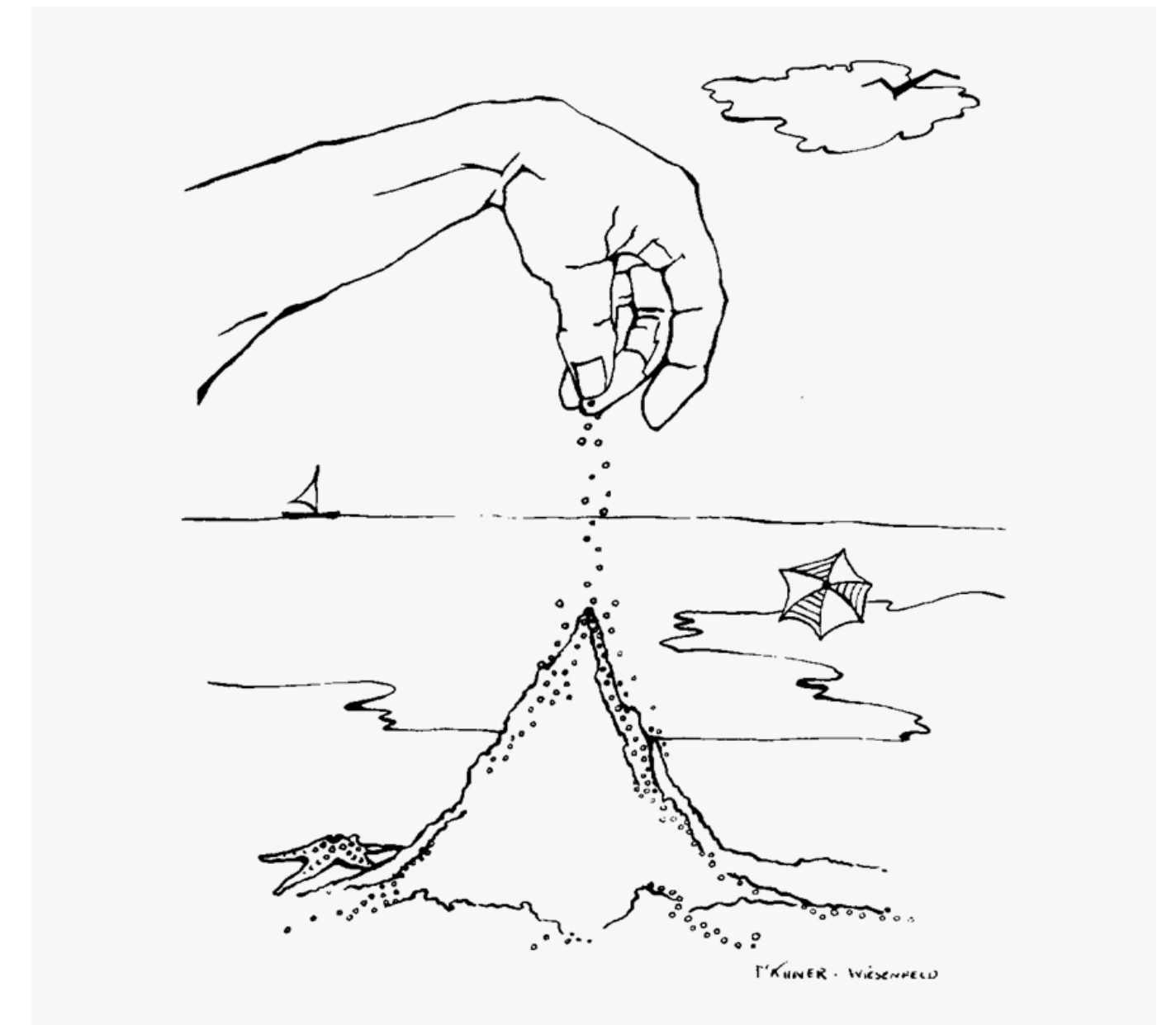




Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Самоорганизованная критичность (СОК)

- Открытая система – песчинки добавляются по одной за Δt
- Диссипативная система – трение между песчинками
- Неравновесная система – количество добавленных песчинок \neq количество покидающих песчинок

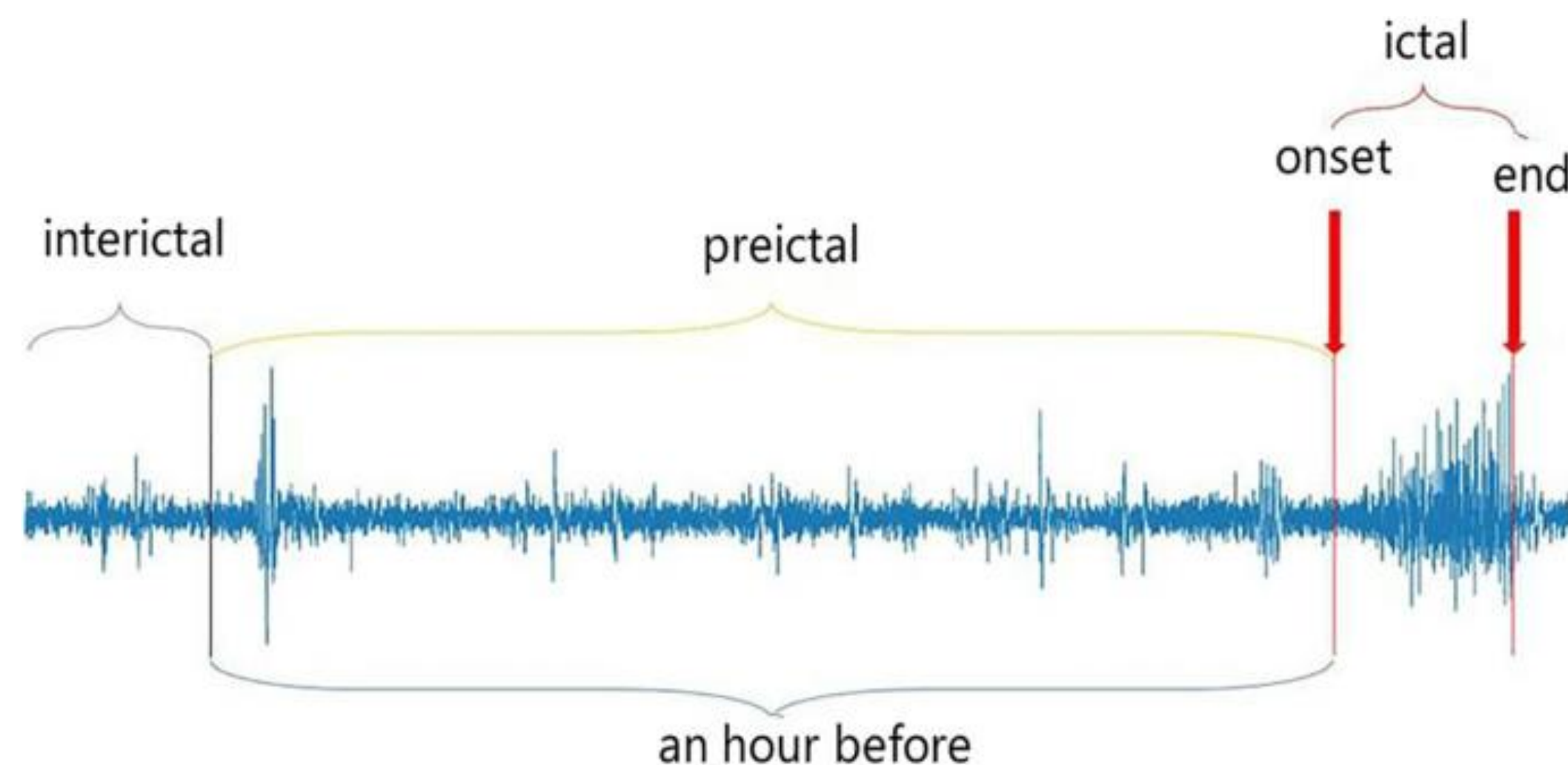
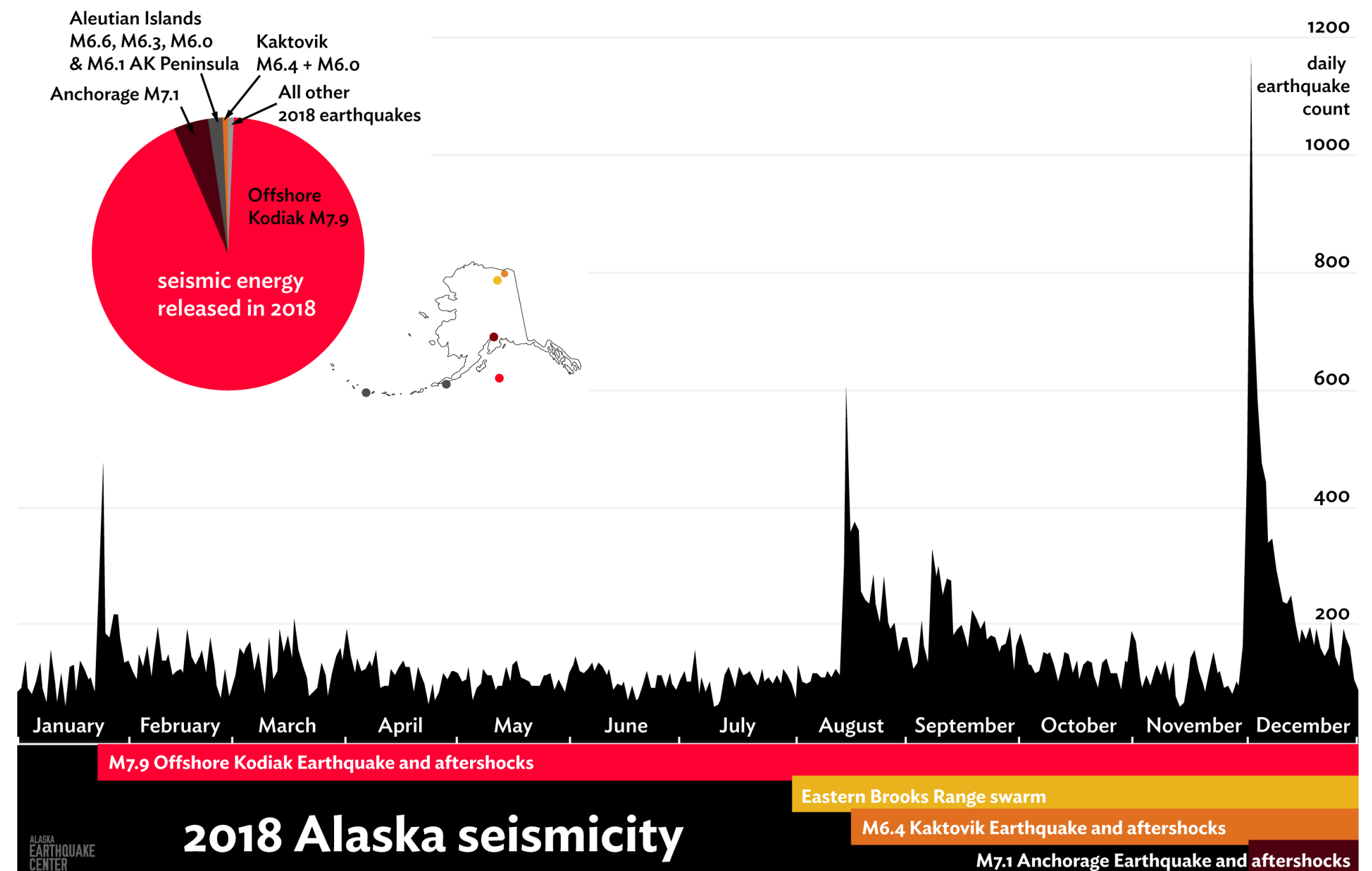
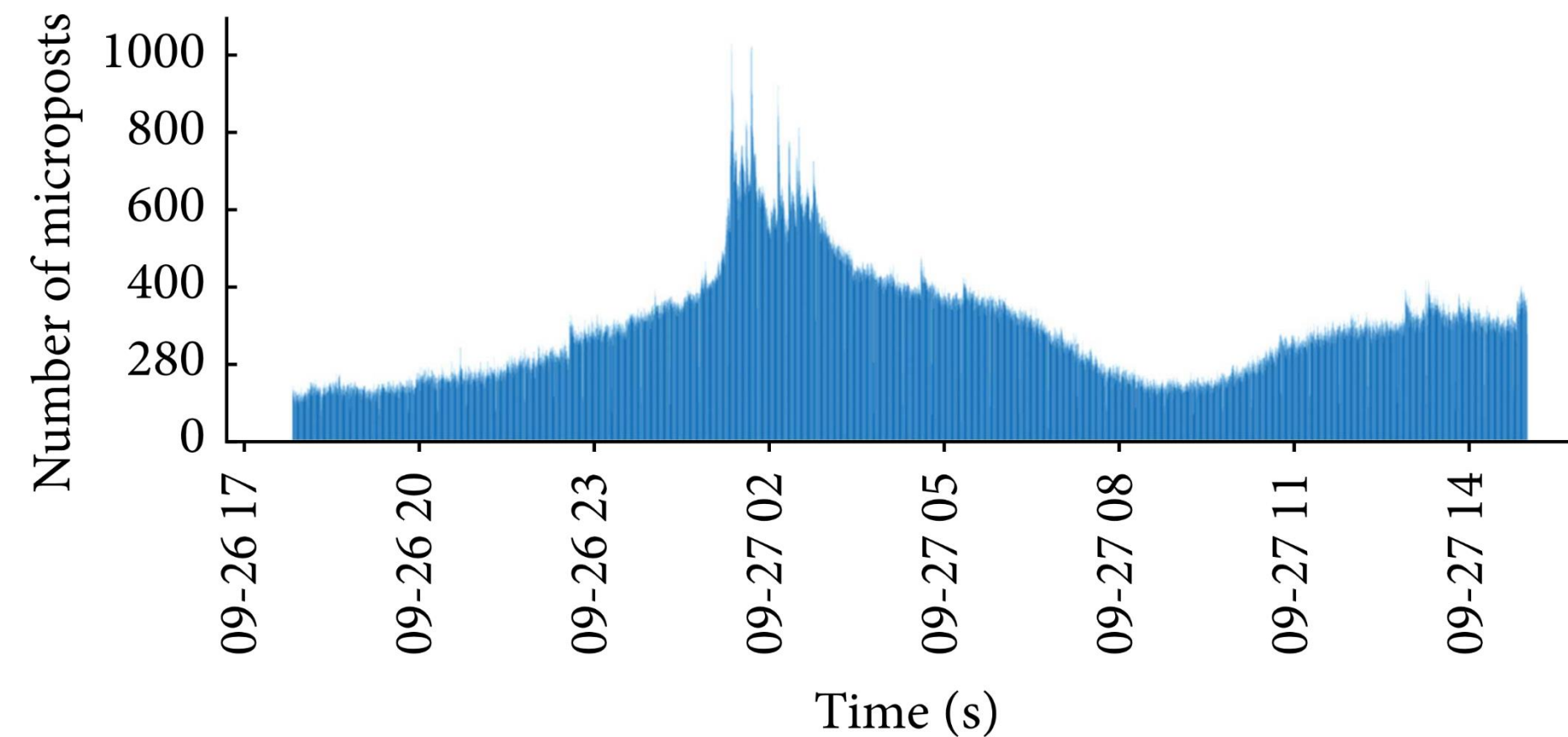
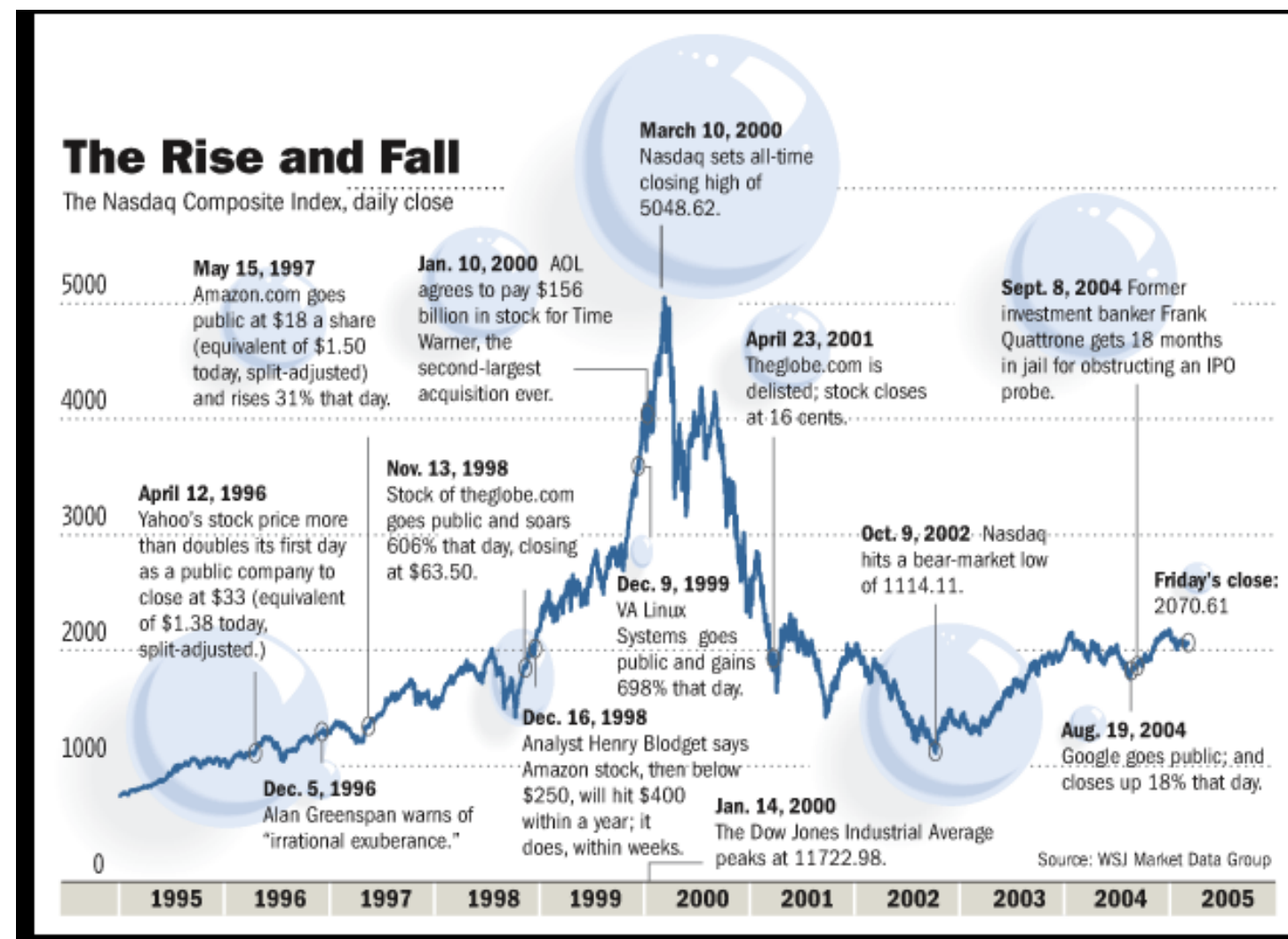


Модель песчаной кучи



Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Самоорганизованная критичность (СОК)

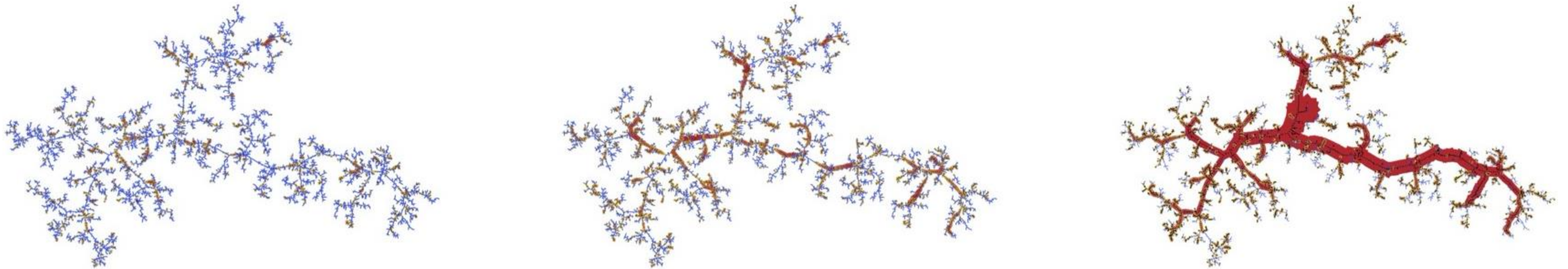




Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Два подхода к поиску сигналов раннего предупреждения критических переходов в сложных системах

1. Уровень структуры (детальных взаимодействий) в системе



m машин последовательно, независимо и равномерно прибывают к узлам дерева Кейли (всего n узлов)

Каждая машина пытается припарковаться в своем узле. Если место занято, едет к центральному узлу и паркуется в ближайшем свободном узле

Критический переход наблюдается при $m \approx n/2$

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0097316516000236?via%3Dihub>



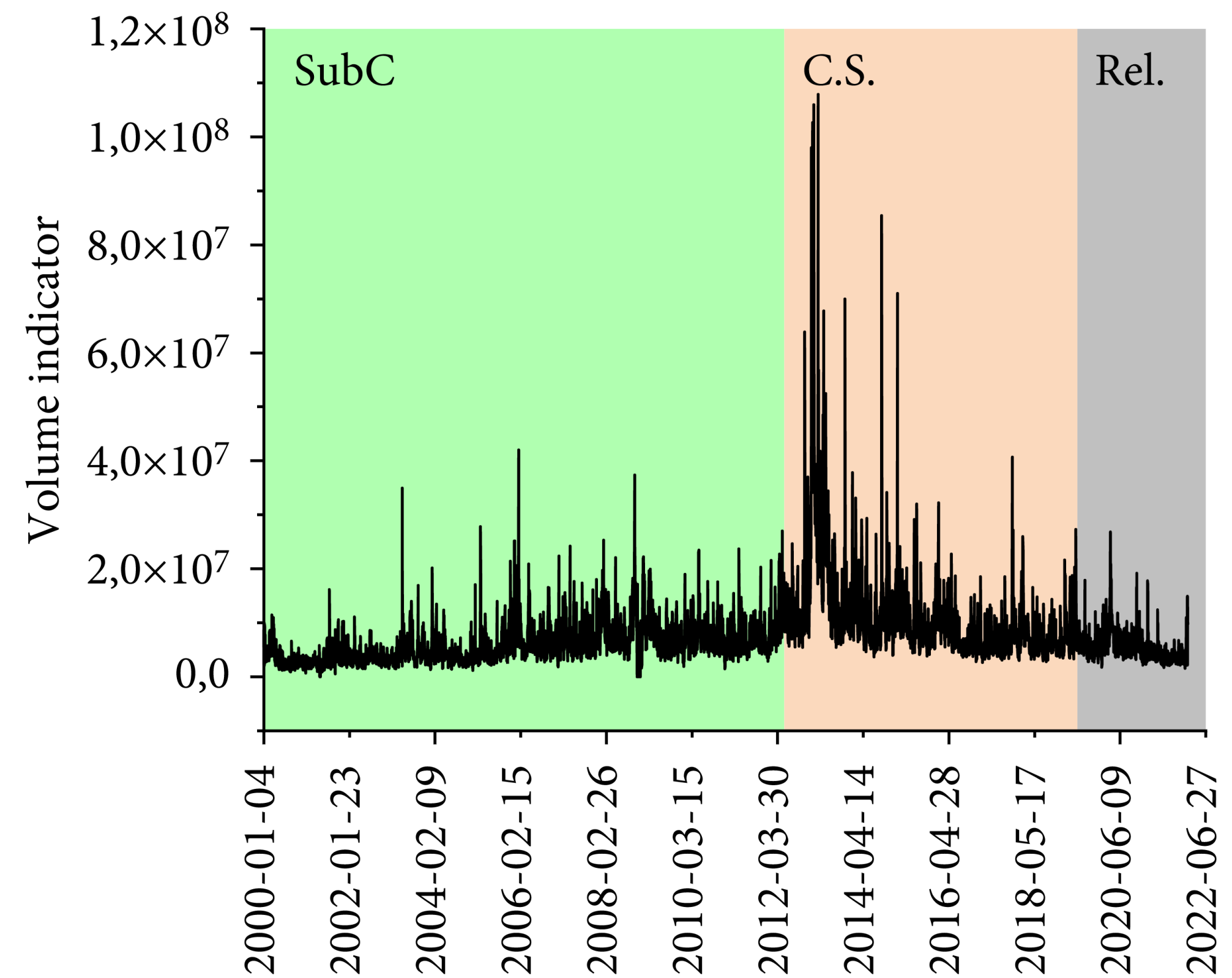
Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Два подхода к поиску сигналов раннего предупреждения критических переходов в сложных системах

2. Уровень внешних проявлений системы – стохастические колебания величин, характеризующих эволюцию системы



Фондовая биржа – система, порождающая стохастические колебания величин, например объемы продаж ценных бумаг

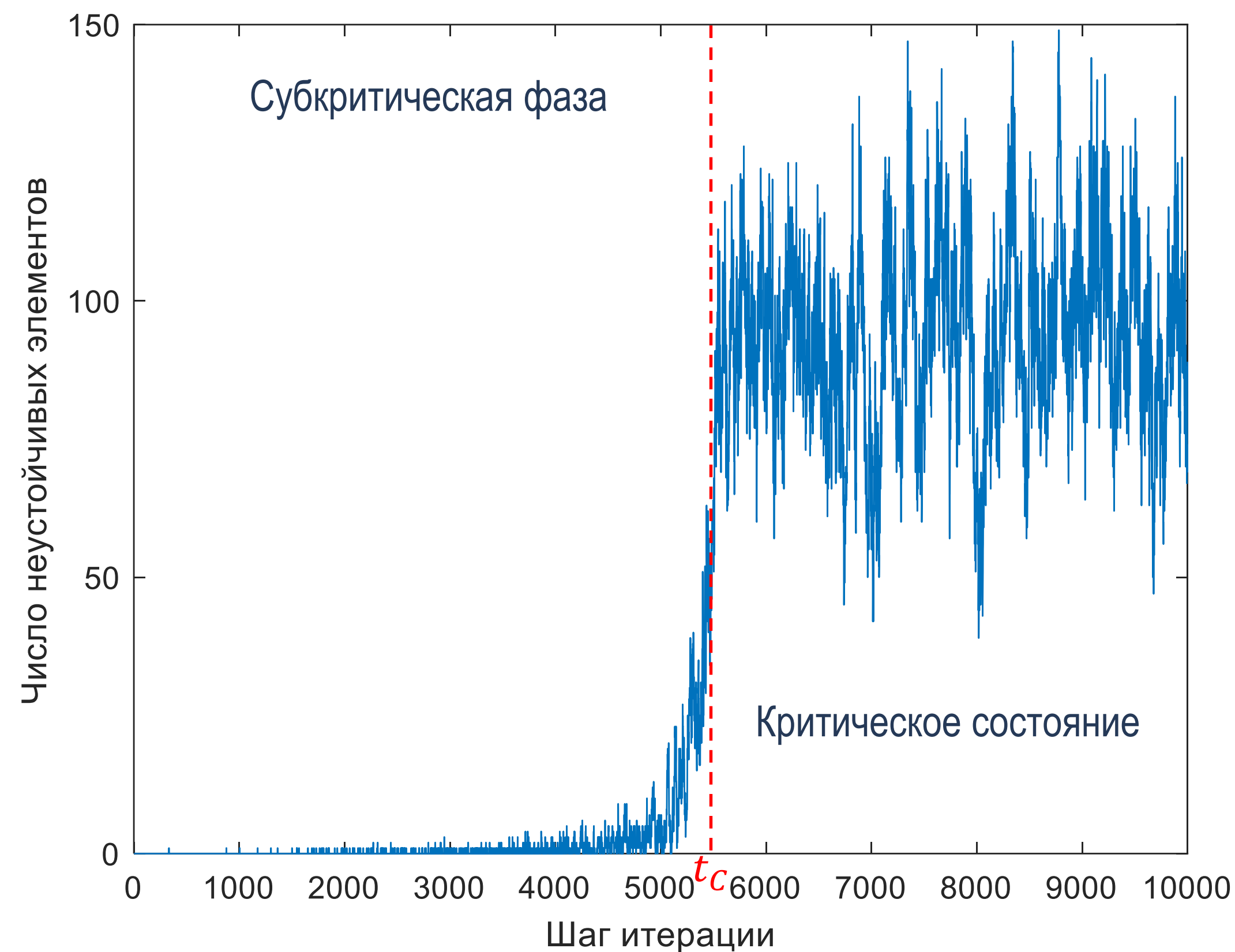




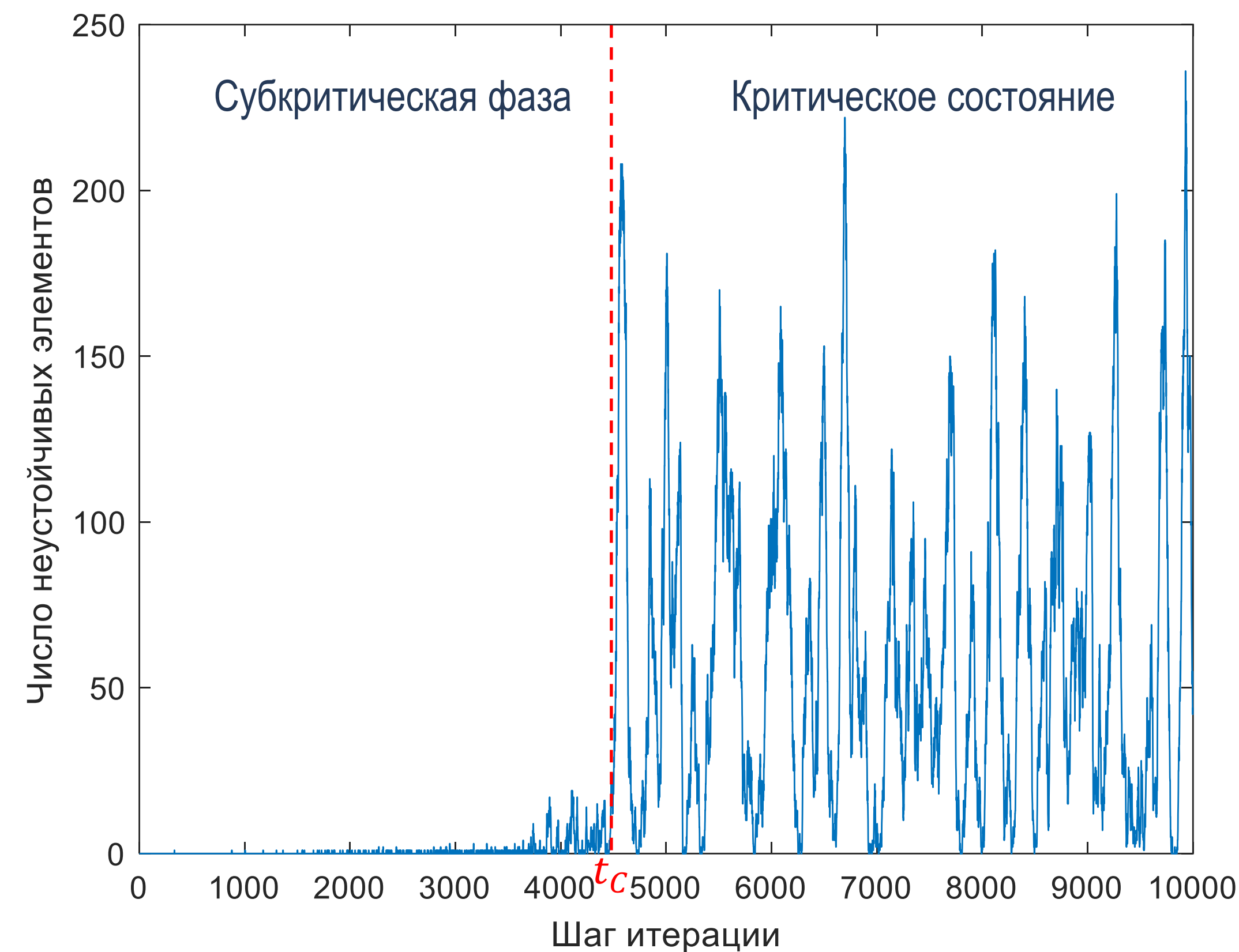
Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Особенности динамических рядов, порождаемых сложными системами

Сложные системы способны к критическим переходам первого и второго рода



Неоднородный временной ряд, демонстрирующий непрерывный (фазовый переход второго рода) выход системы в критическое состояние

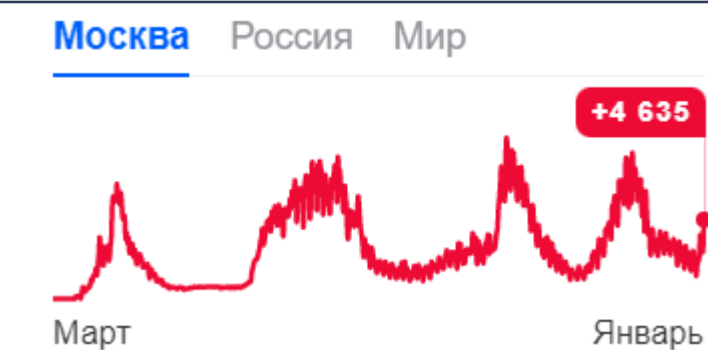
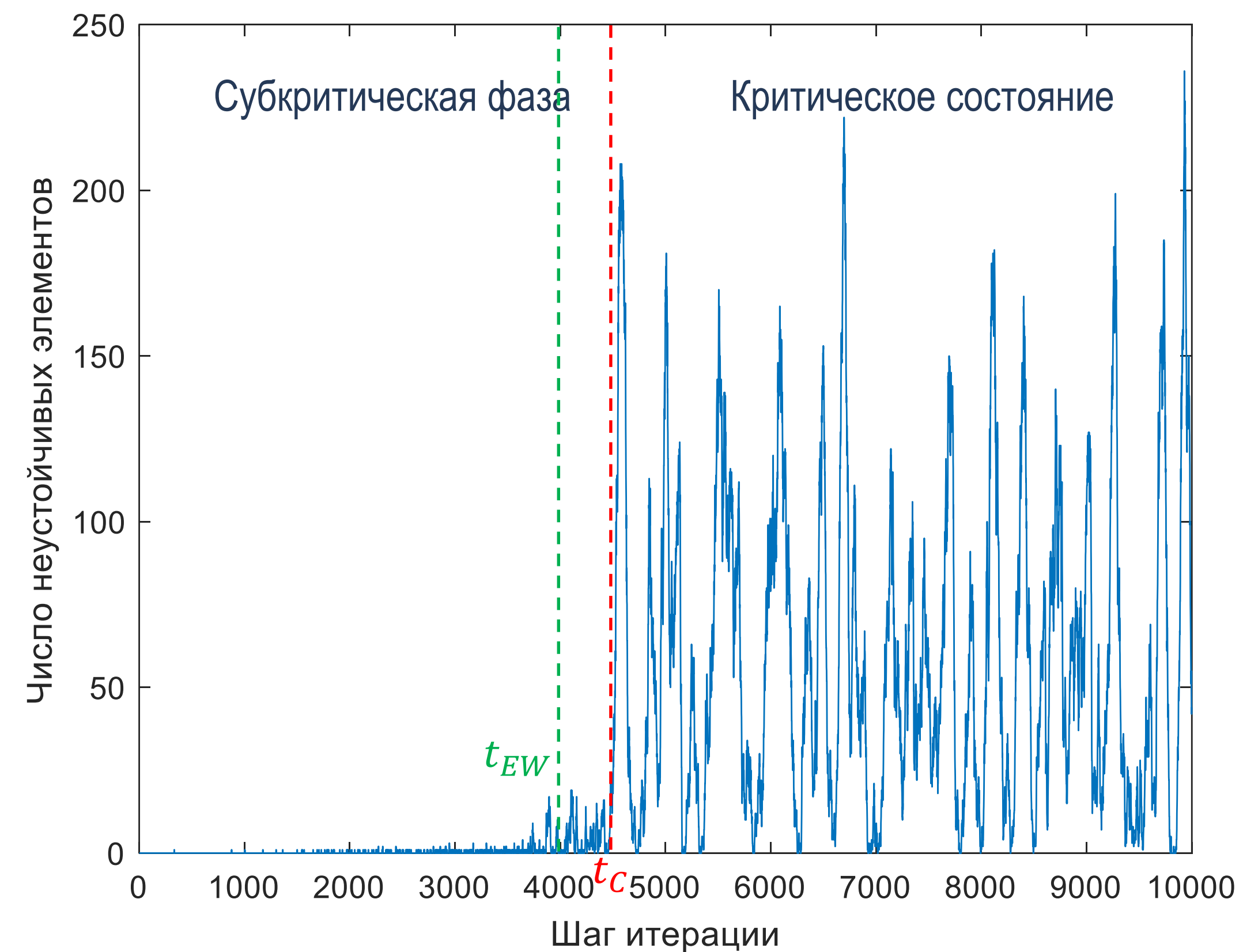
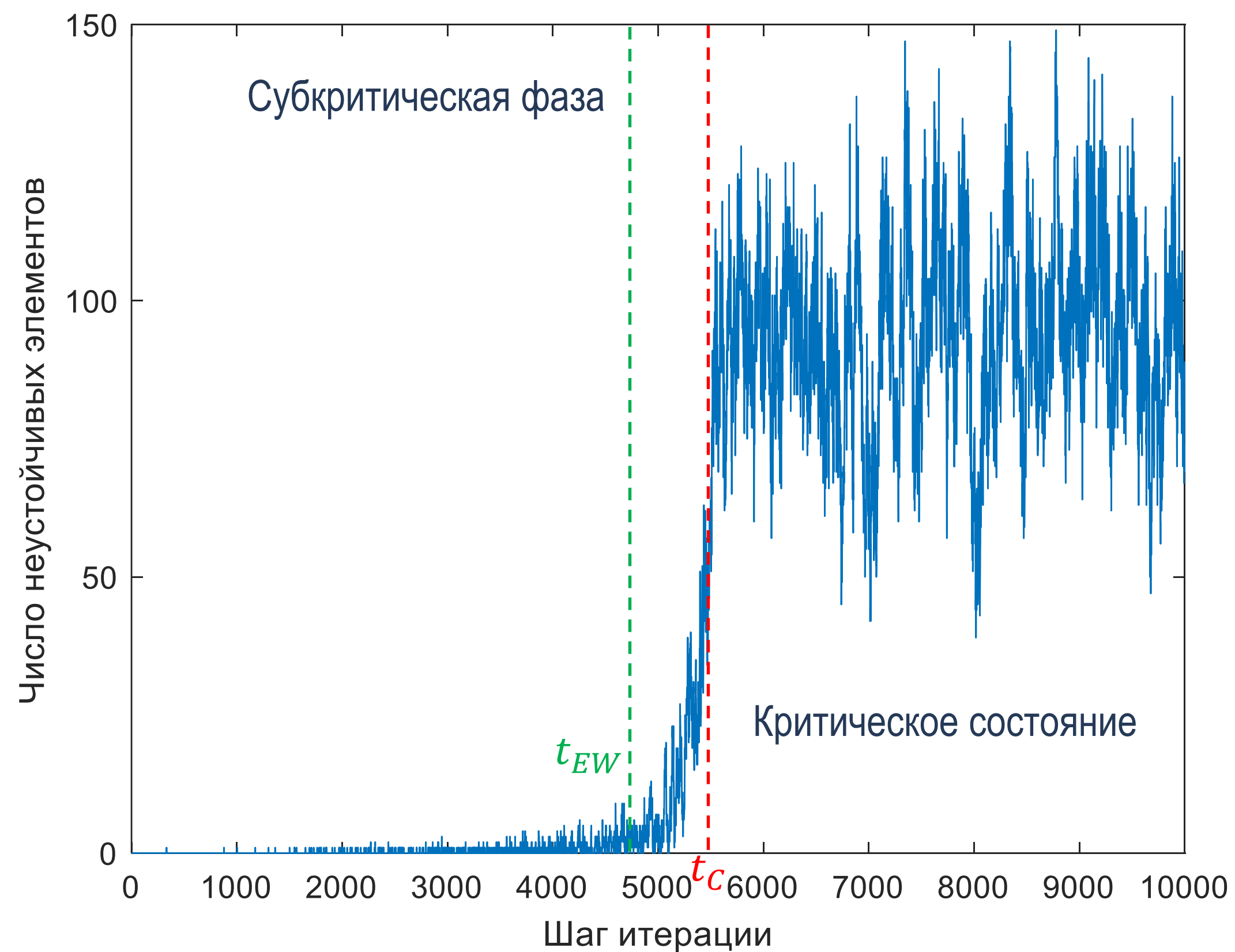


Неоднородный временной ряд, демонстрирующий прерывистый (фазовый переход первого рода) выход системы в критическое состояние



Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

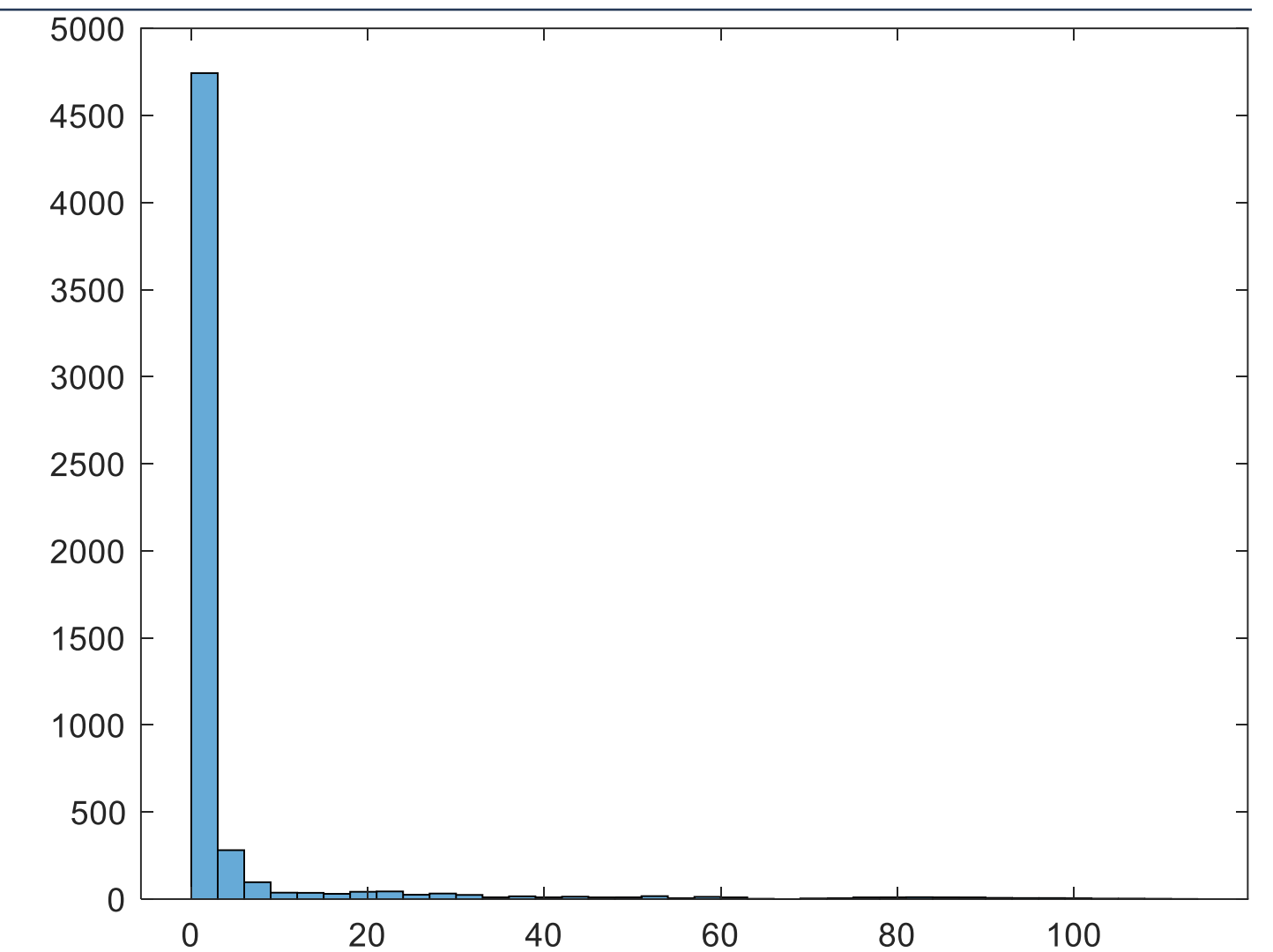
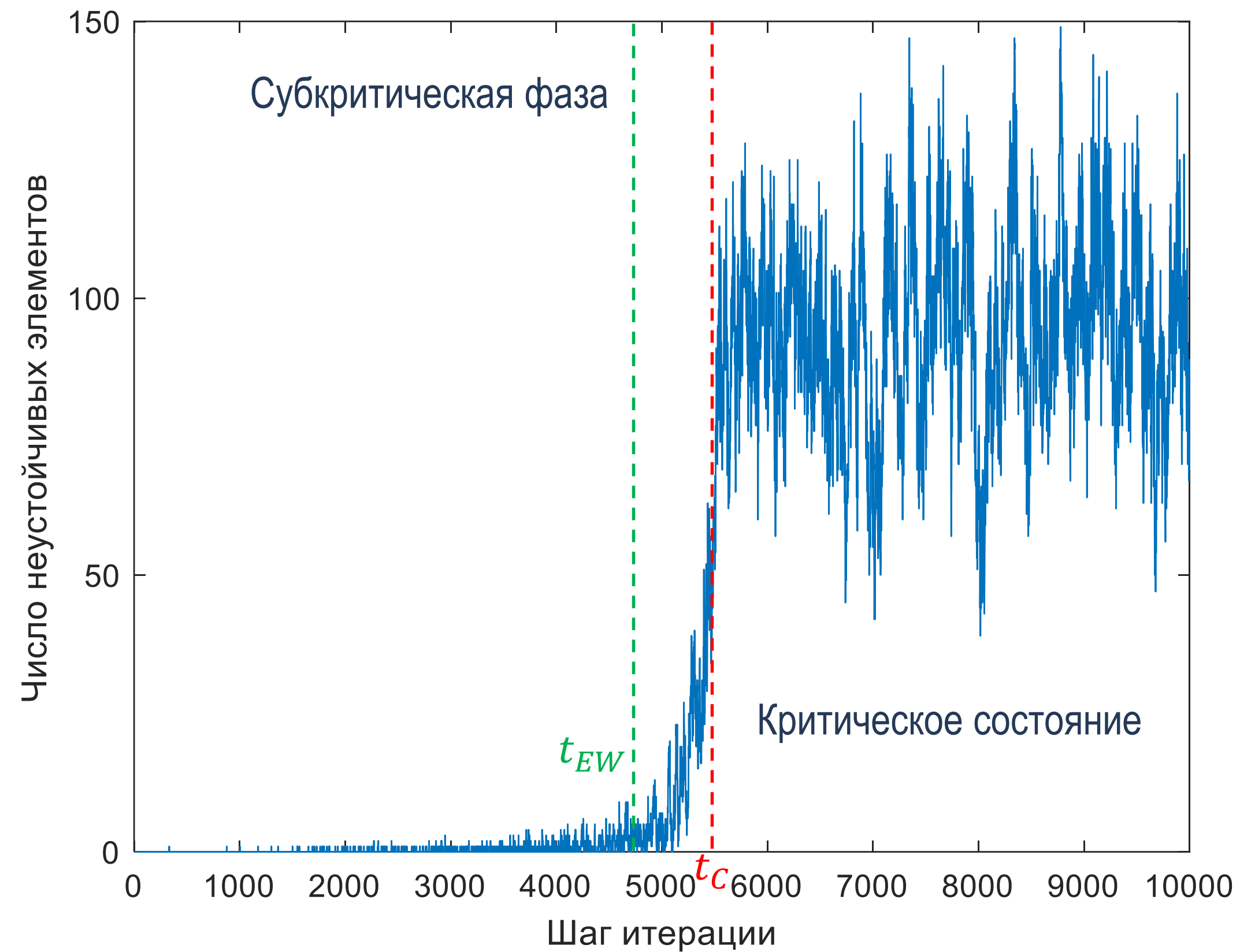
Особенности динамических рядов, порождаемых сложными системами



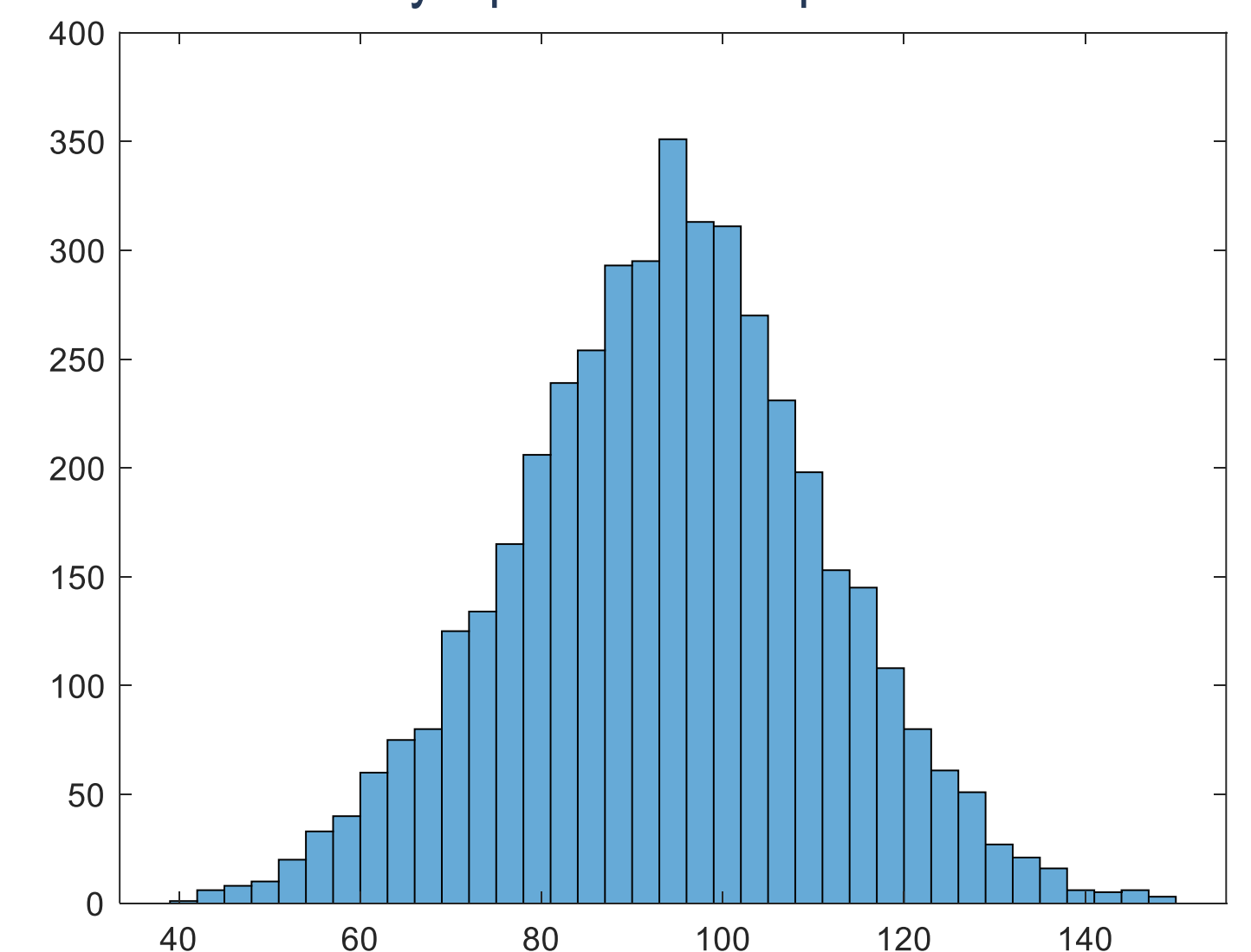


Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Особенности динамических рядов, порождаемых сложными системами



Субкритическая фаза

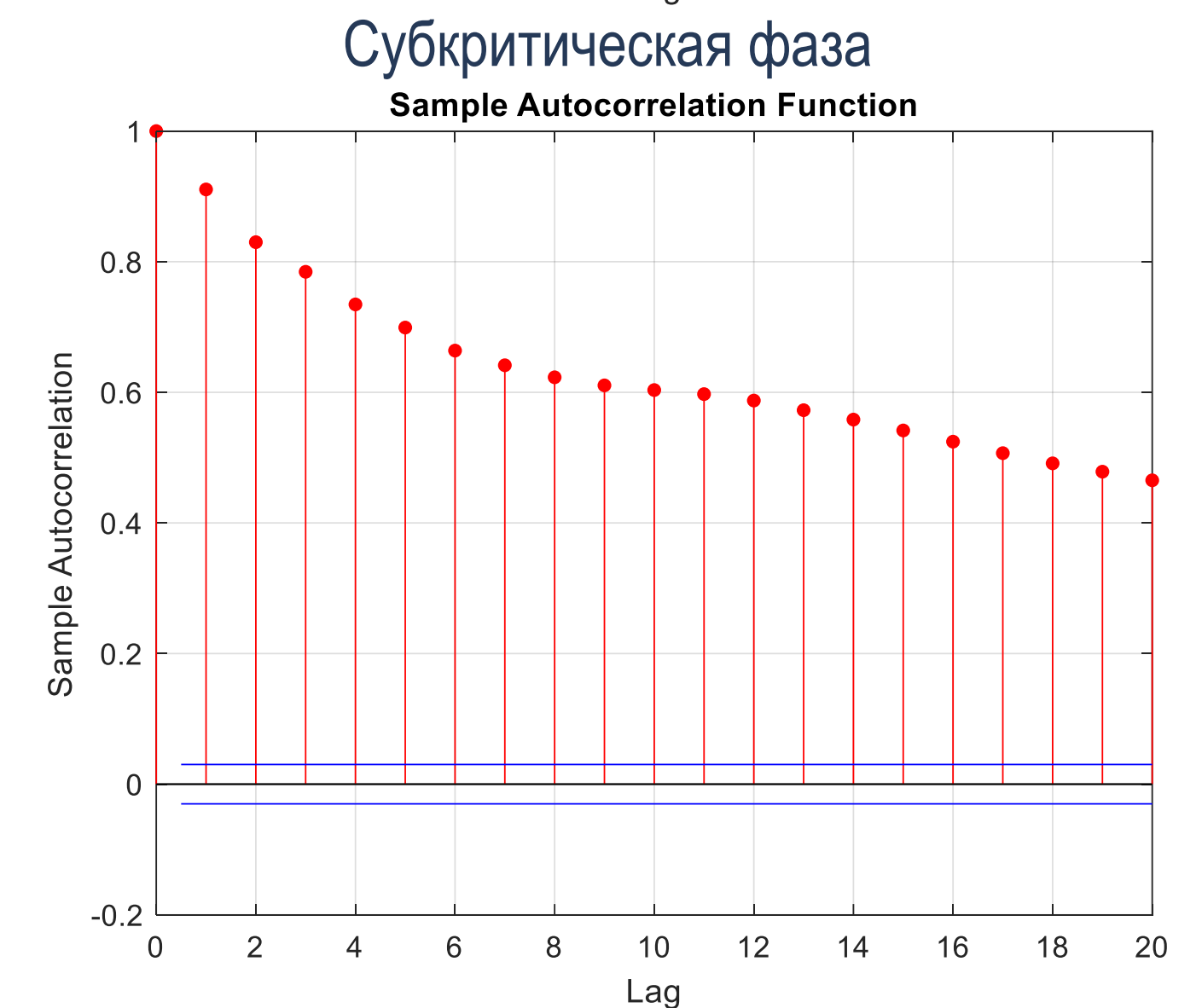
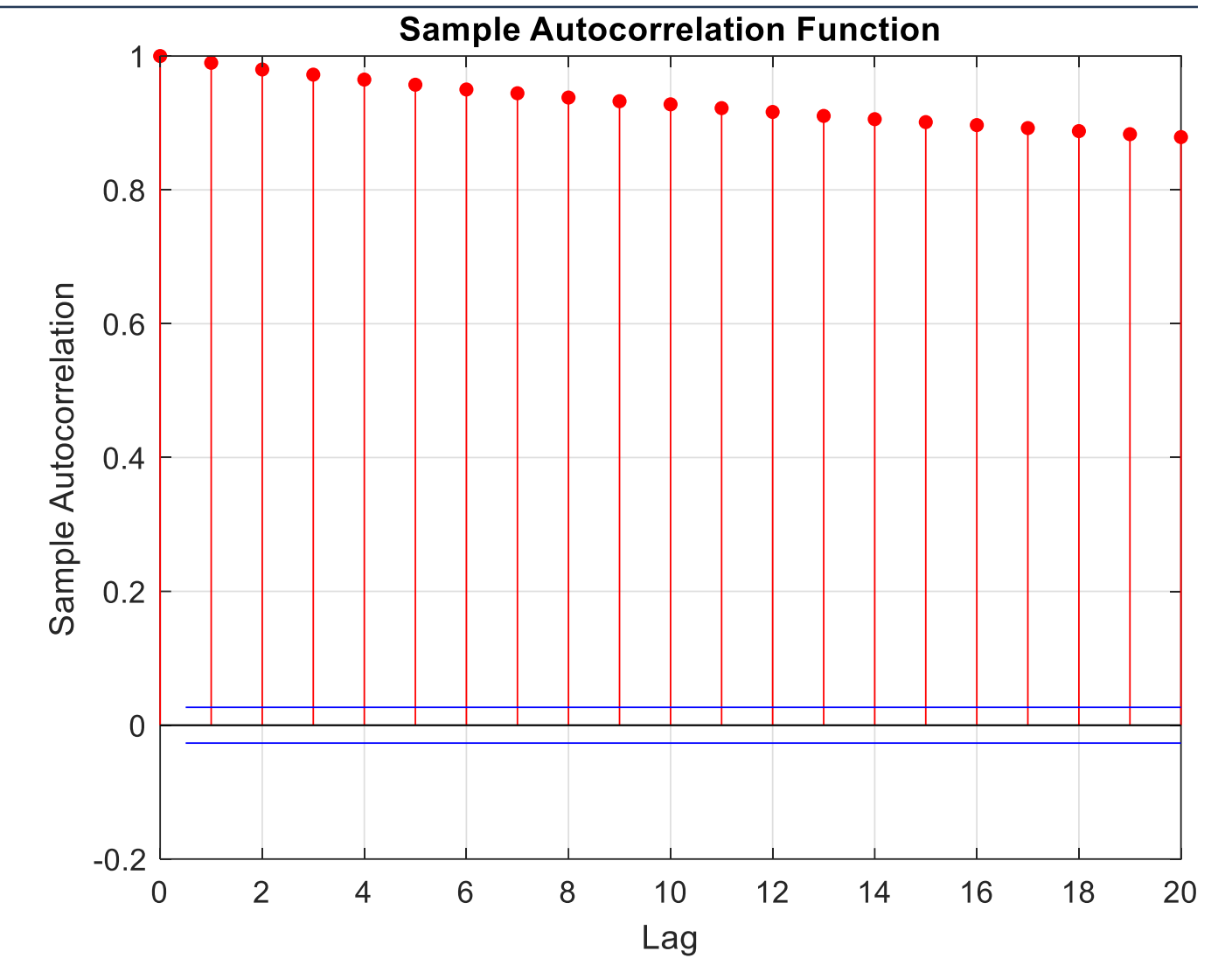
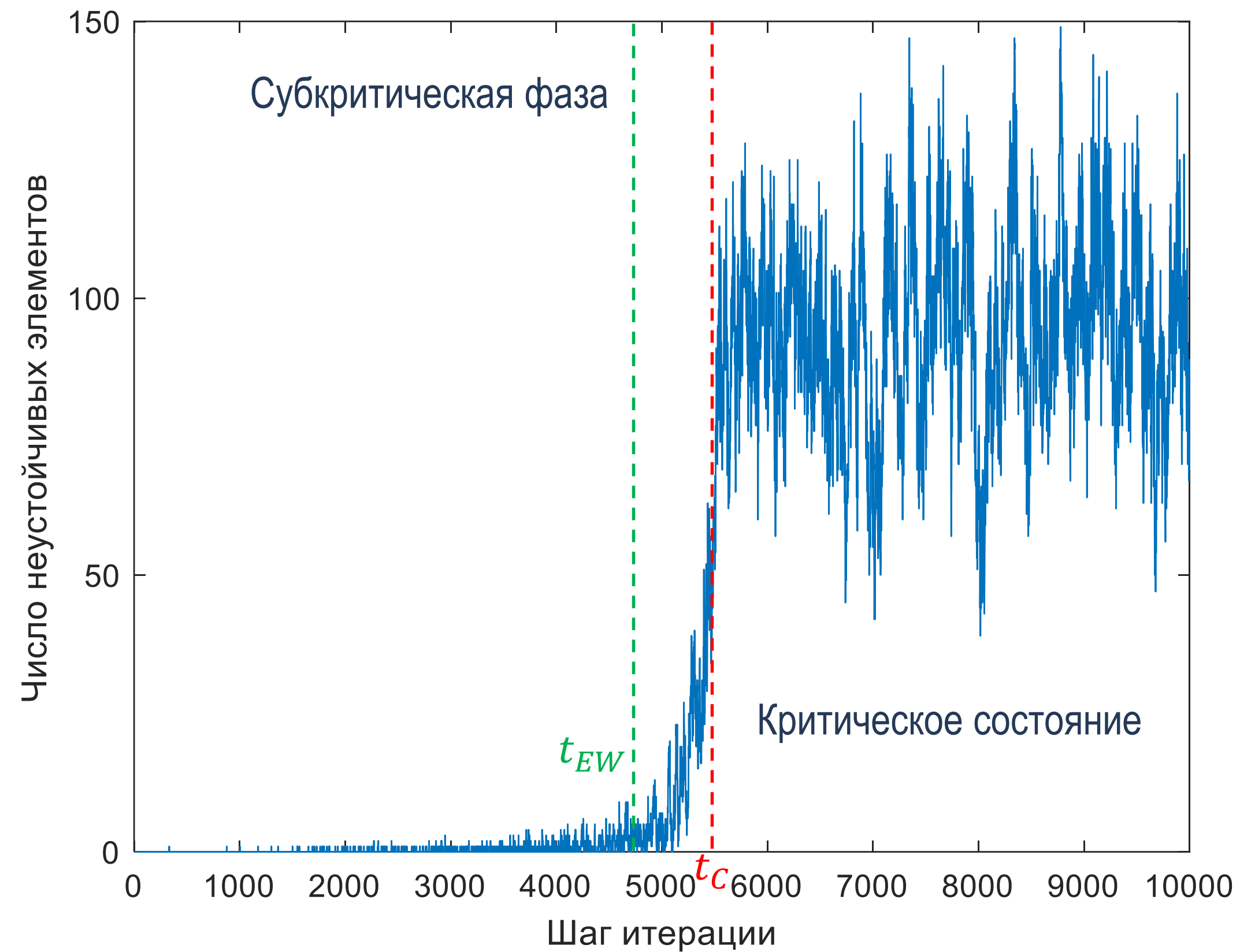


Критическое состояние



Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

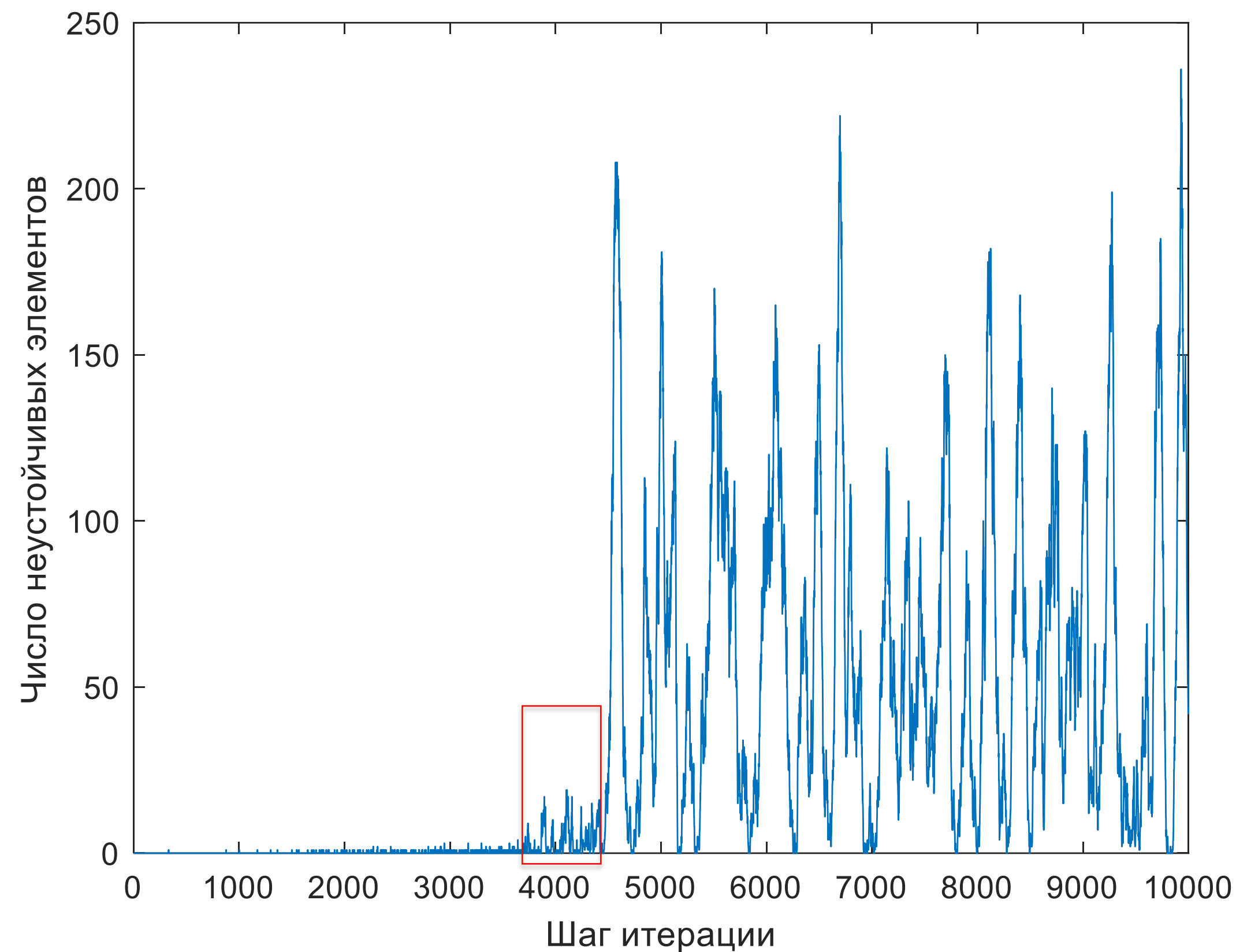
Особенности динамических рядов, порождаемых сложными системами



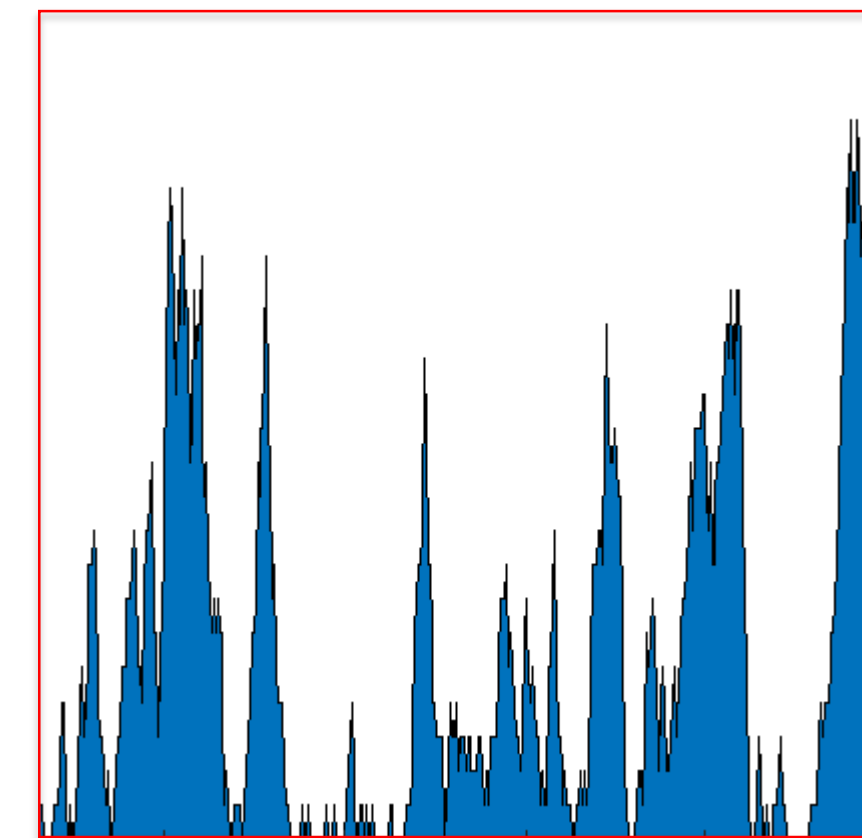


Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Скользящее окно с левой фиксированной границей для идентификации предвестников критических переходов



Временной ряд, изображающий критический переход первого рода





Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

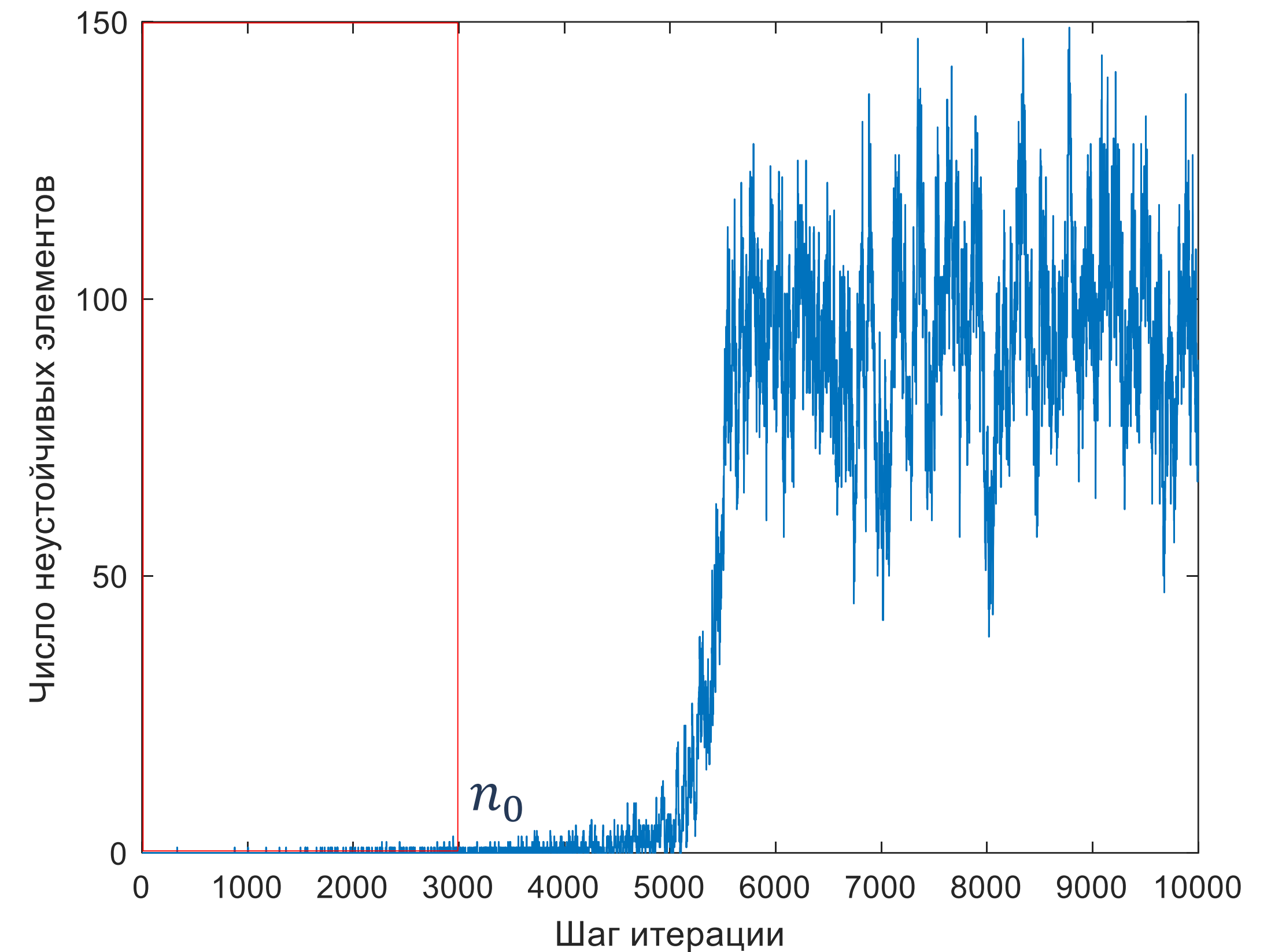
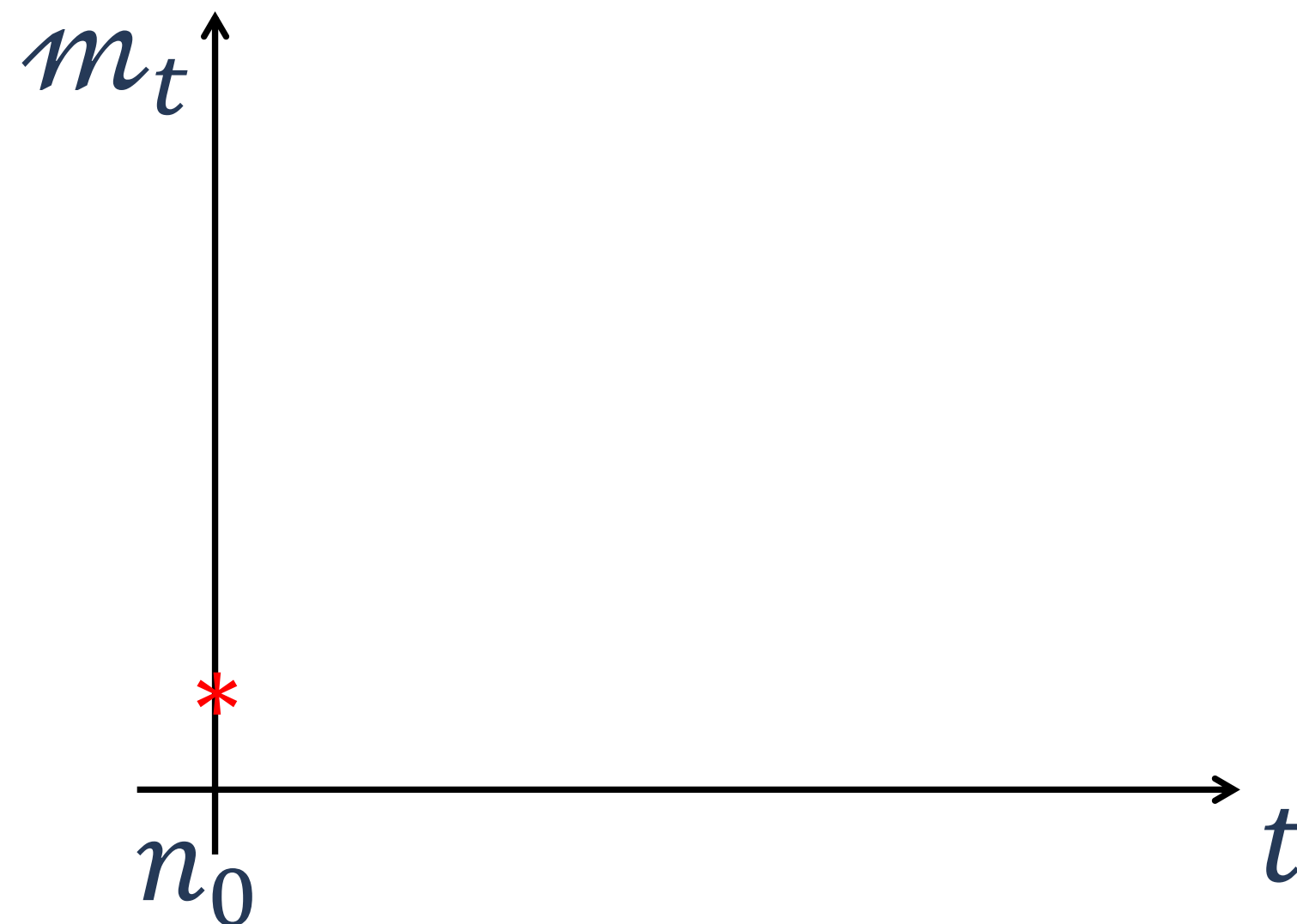
Скользящее окно с левой фиксированной границей для идентификации предвестников критических переходов

$\{\xi_t, t = \overline{0, N}\}$ – наблюдаемый дискретный ряд

$\{m_t, t = \overline{n_0, N}\}$ – ряд мер раннего предупреждения

$[0, n_0]$ – начальное окно

$$\xi_t \rightarrow m_t$$



Окно с фиксированной левой границей и скользящей правой границей



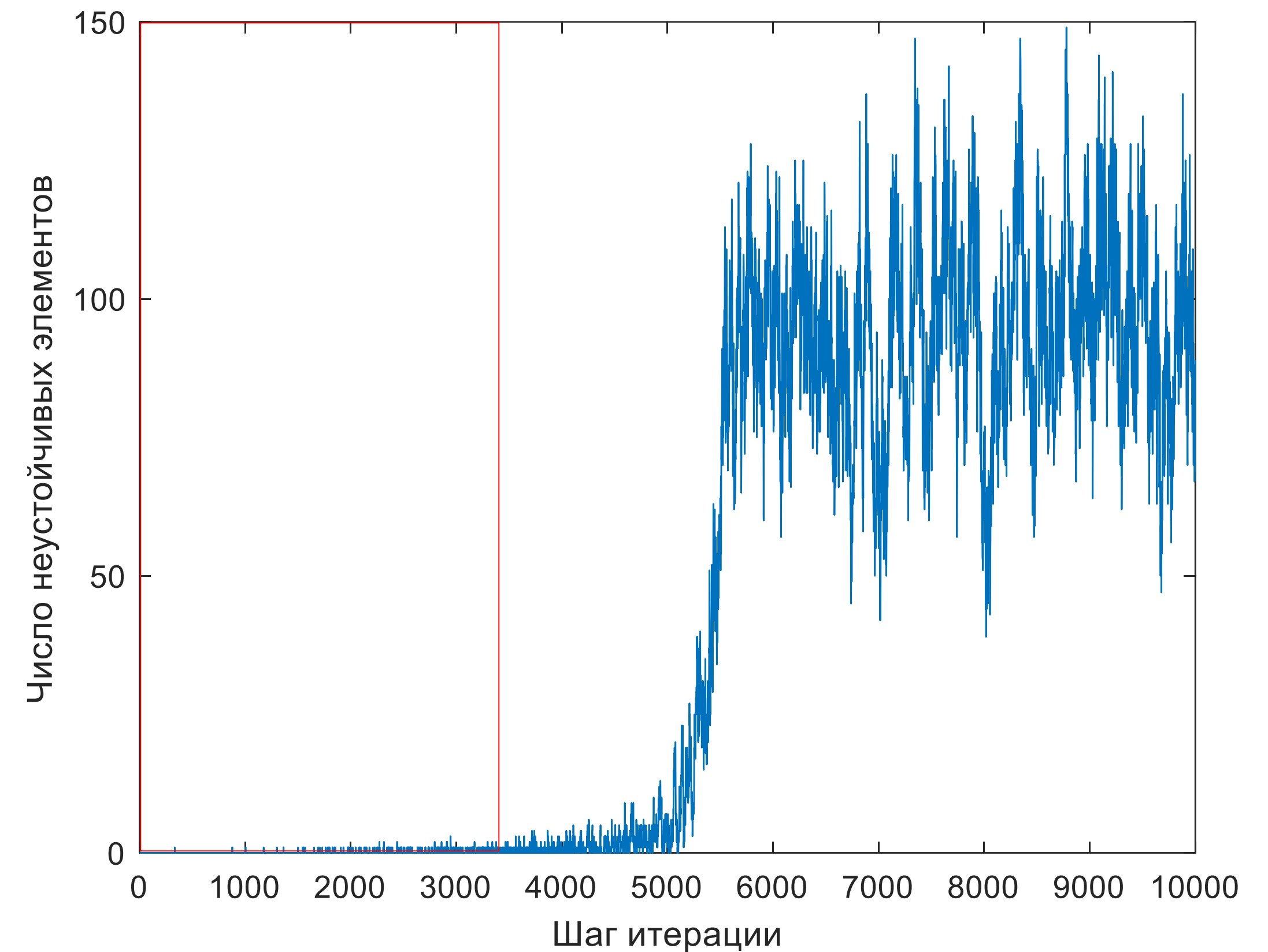
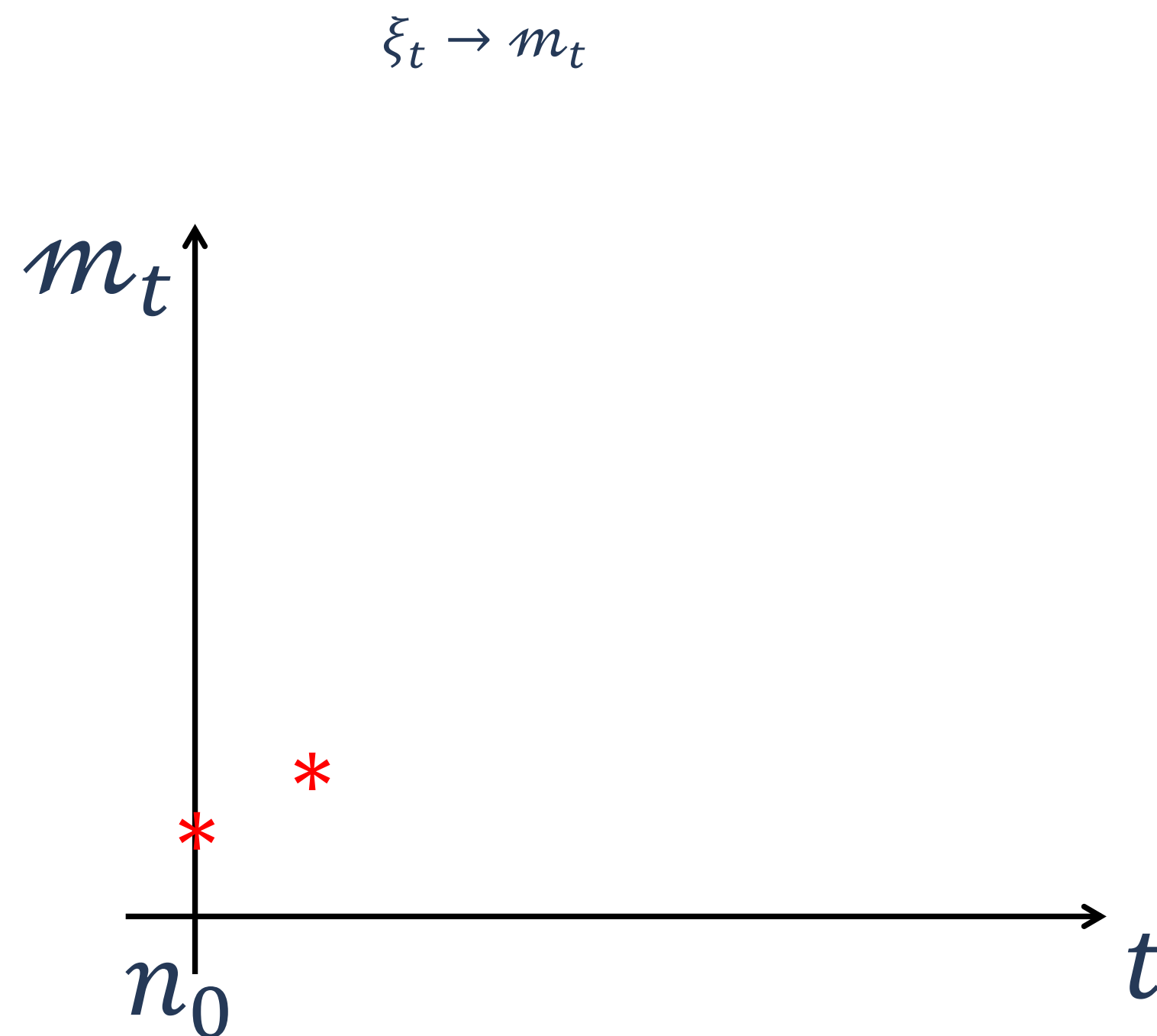
Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Скользящее окно с левой фиксированной границей для идентификации предвестников критических переходов

$\{\xi_t, t = \overline{0, N}\}$ – наблюдаемый дискретный ряд

$\{m_t, t = \overline{n_0, N}\}$ – ряд мер раннего предупреждения

$[0, n_0]$ – начальное окно



Окно с фиксированной левой границей и скользящей правой границей



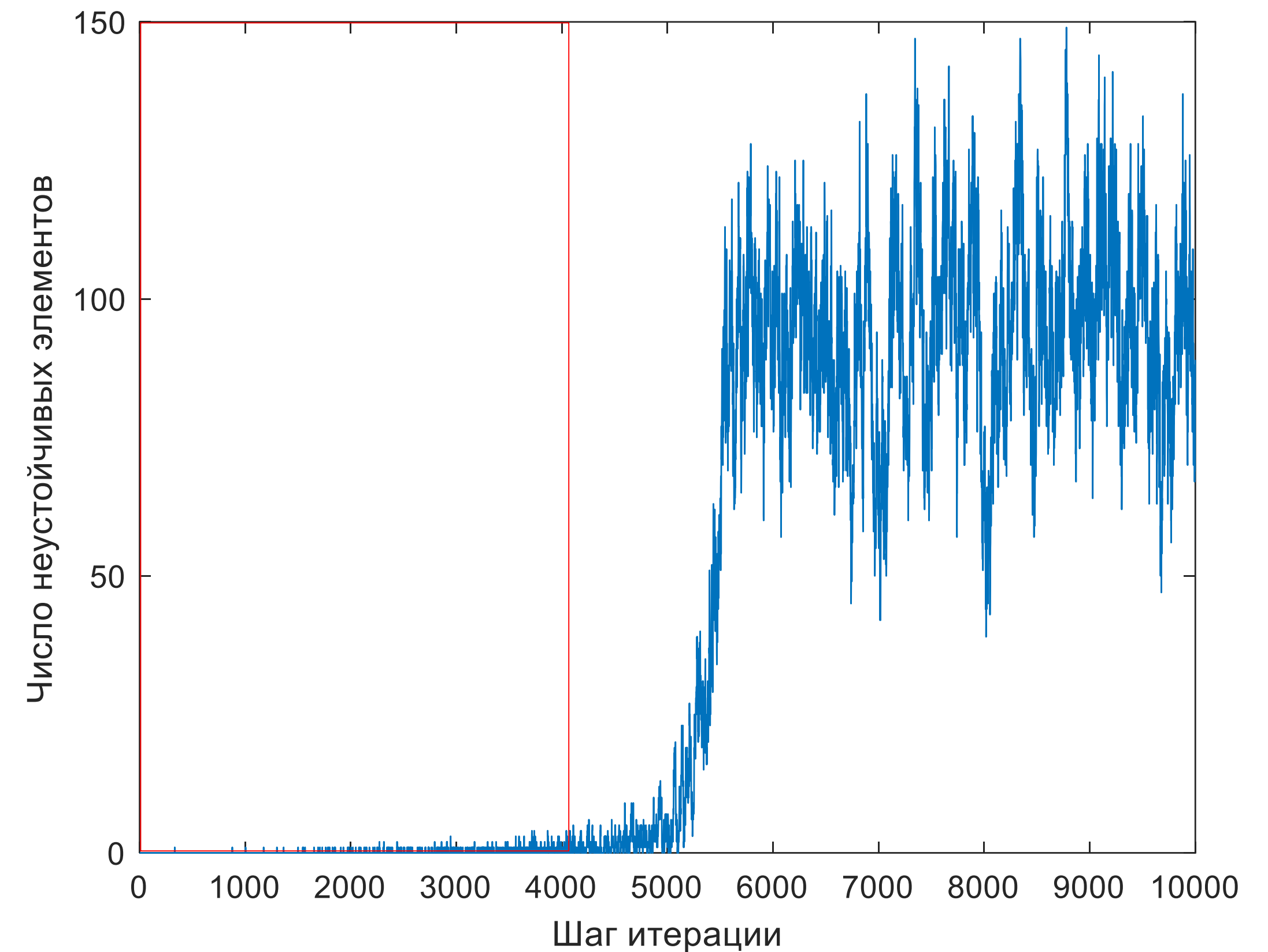
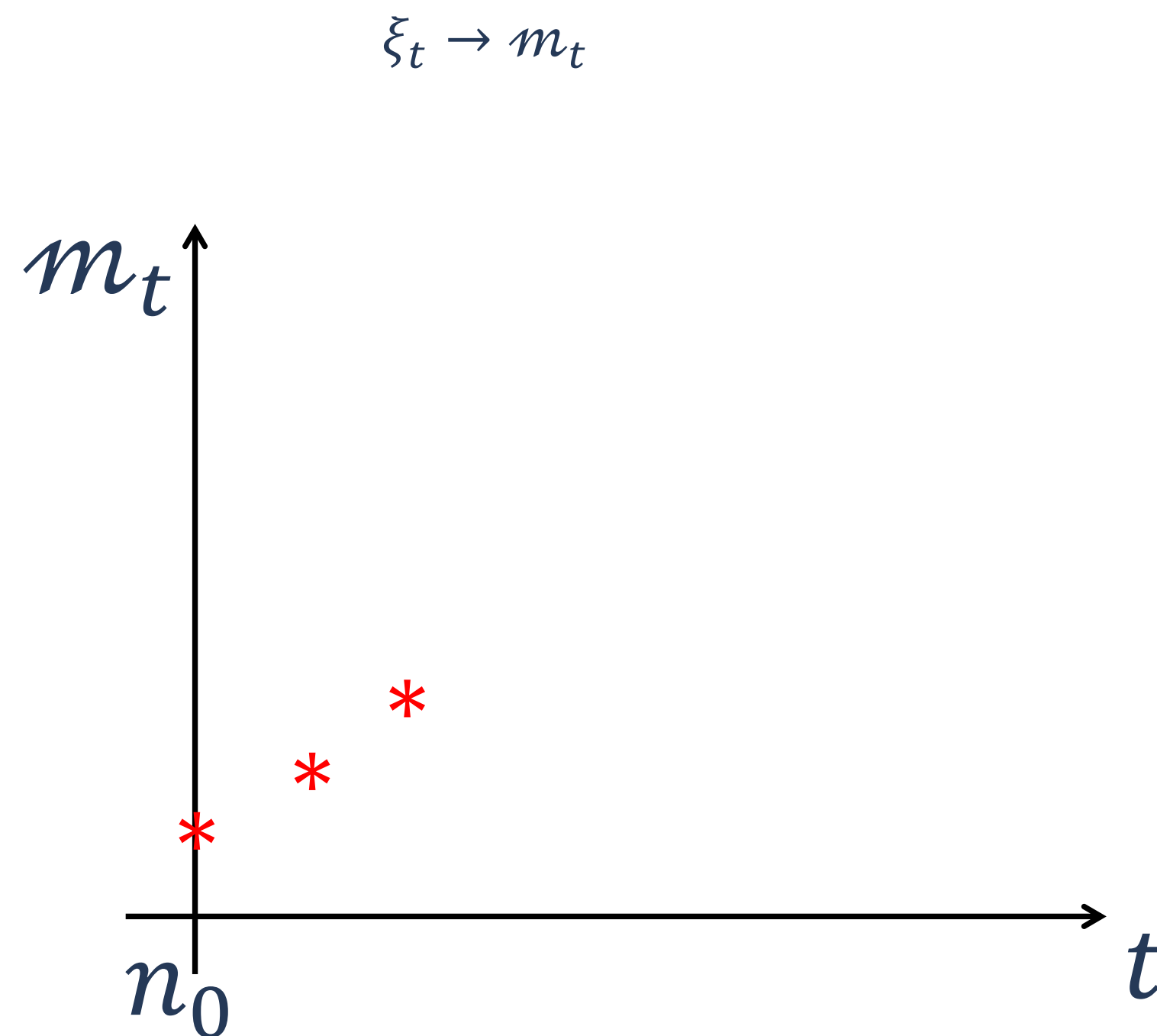
Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Скользящее окно с левой фиксированной границей для идентификации предвестников критических переходов

$\{\xi_t, t = \overline{0, N}\}$ – наблюдаемый дискретный ряд

$\{m_t, t = \overline{n_0, N}\}$ – ряд мер раннего предупреждения

$[0, n_0]$ – начальное окно



Окно с фиксированной левой границей и скользящей правой границей



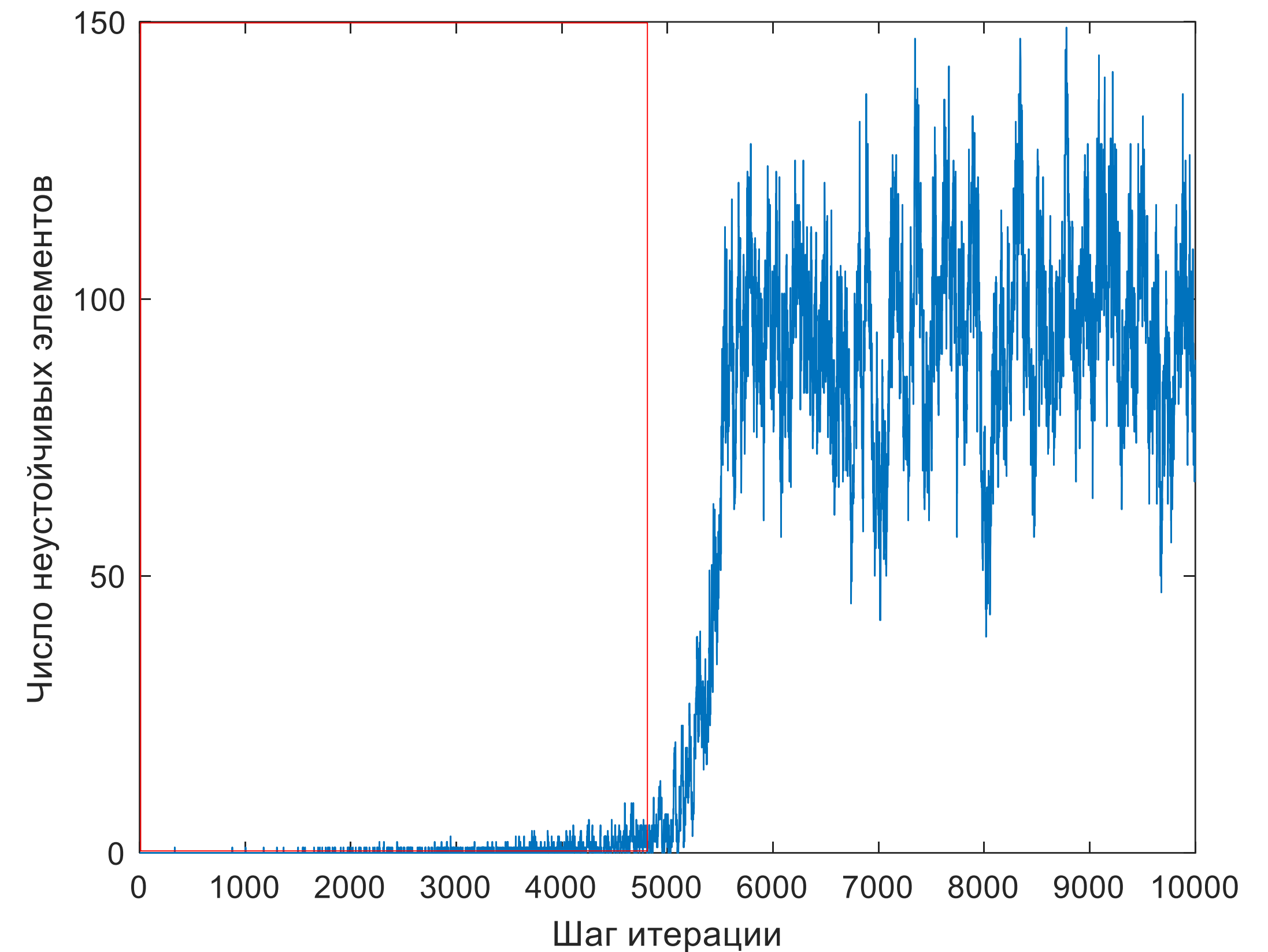
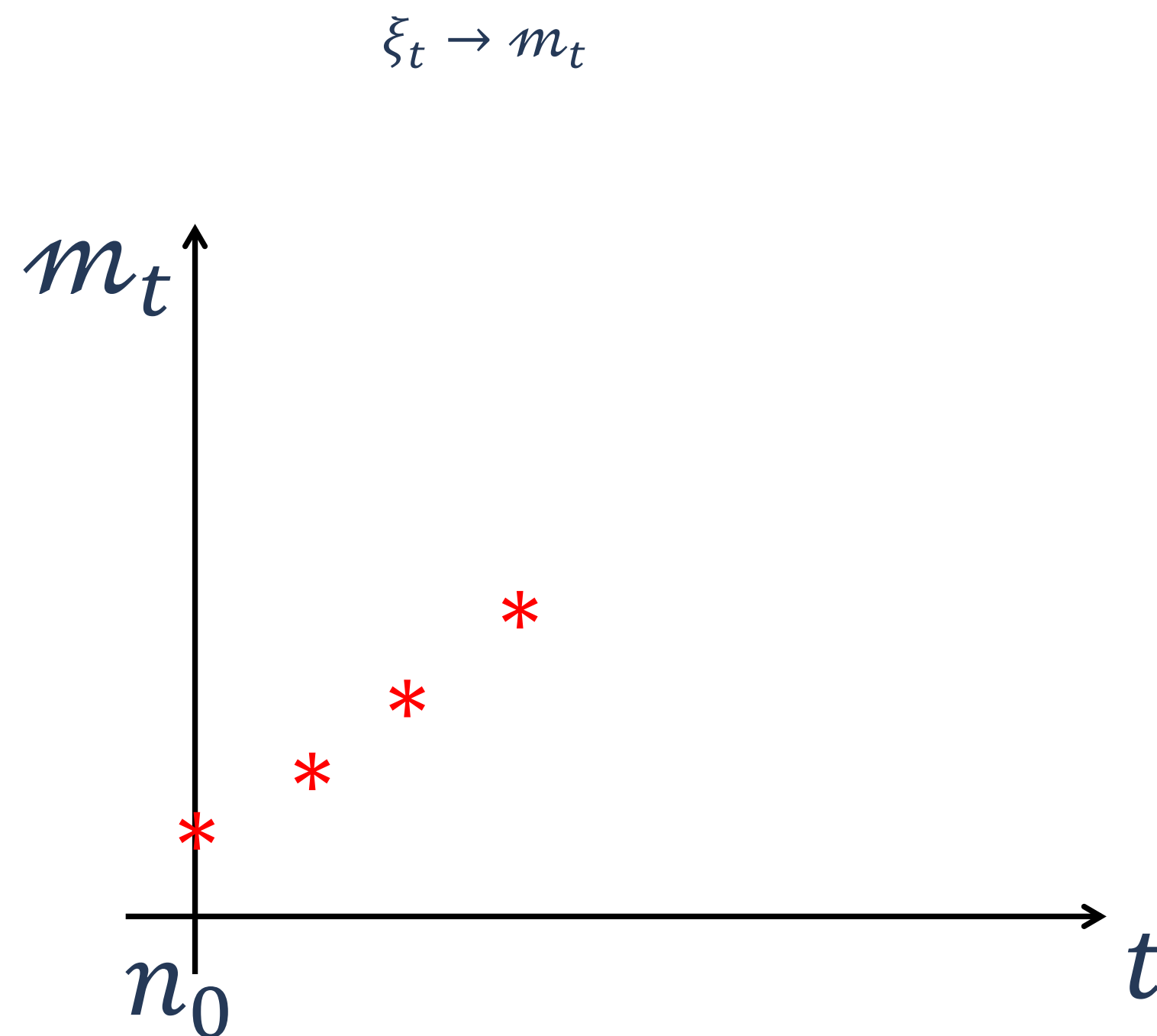
Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Скользящее окно с левой фиксированной границей для идентификации предвестников критических переходов

$\{\xi_t, t = \overline{0, N}\}$ – наблюдаемый дискретный ряд

$\{m_t, t = \overline{n_0, N}\}$ – ряд мер раннего предупреждения

$[0, n_0]$ – начальное окно



Окно с фиксированной левой границей и скользящей правой границей



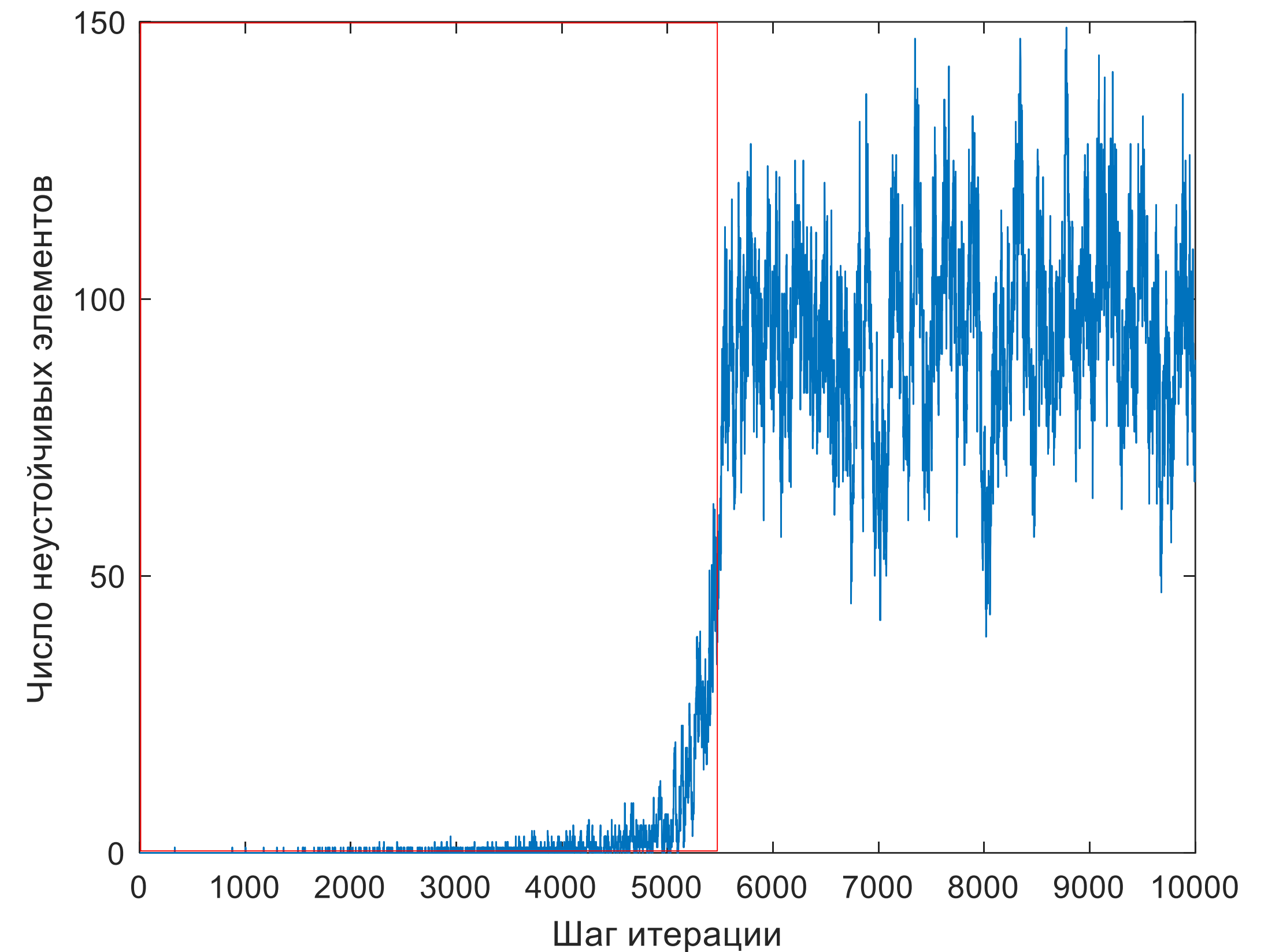
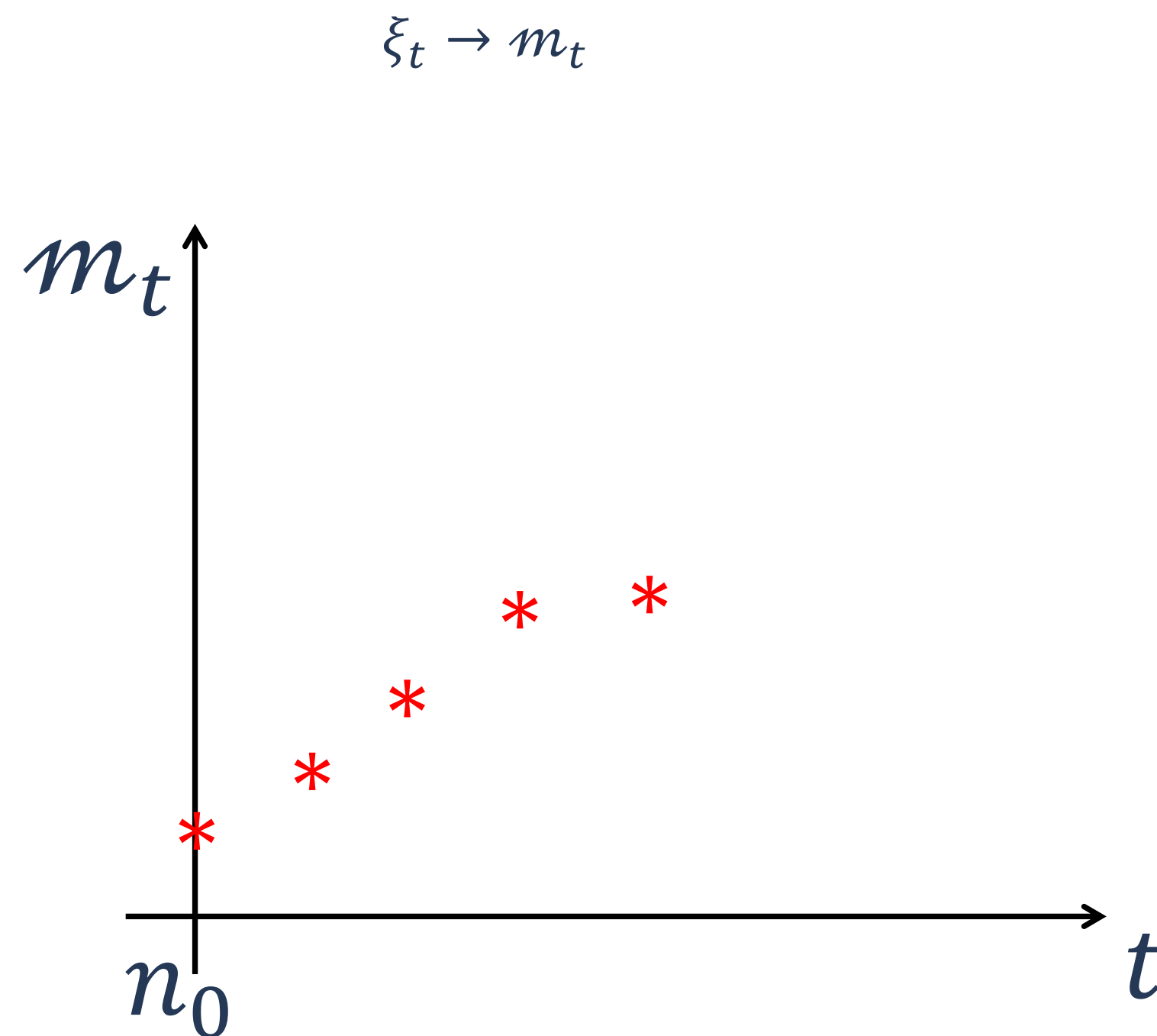
Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Скользящее окно с левой фиксированной границей для идентификации предвестников критических переходов

$\{\xi_t, t = \overline{0, N}\}$ – наблюдаемый дискретный ряд

$\{m_t, t = \overline{n_0, N}\}$ – ряд мер раннего предупреждения

$[0, n_0]$ – начальное окно



Окно с фиксированной левой границей и скользящей правой границей



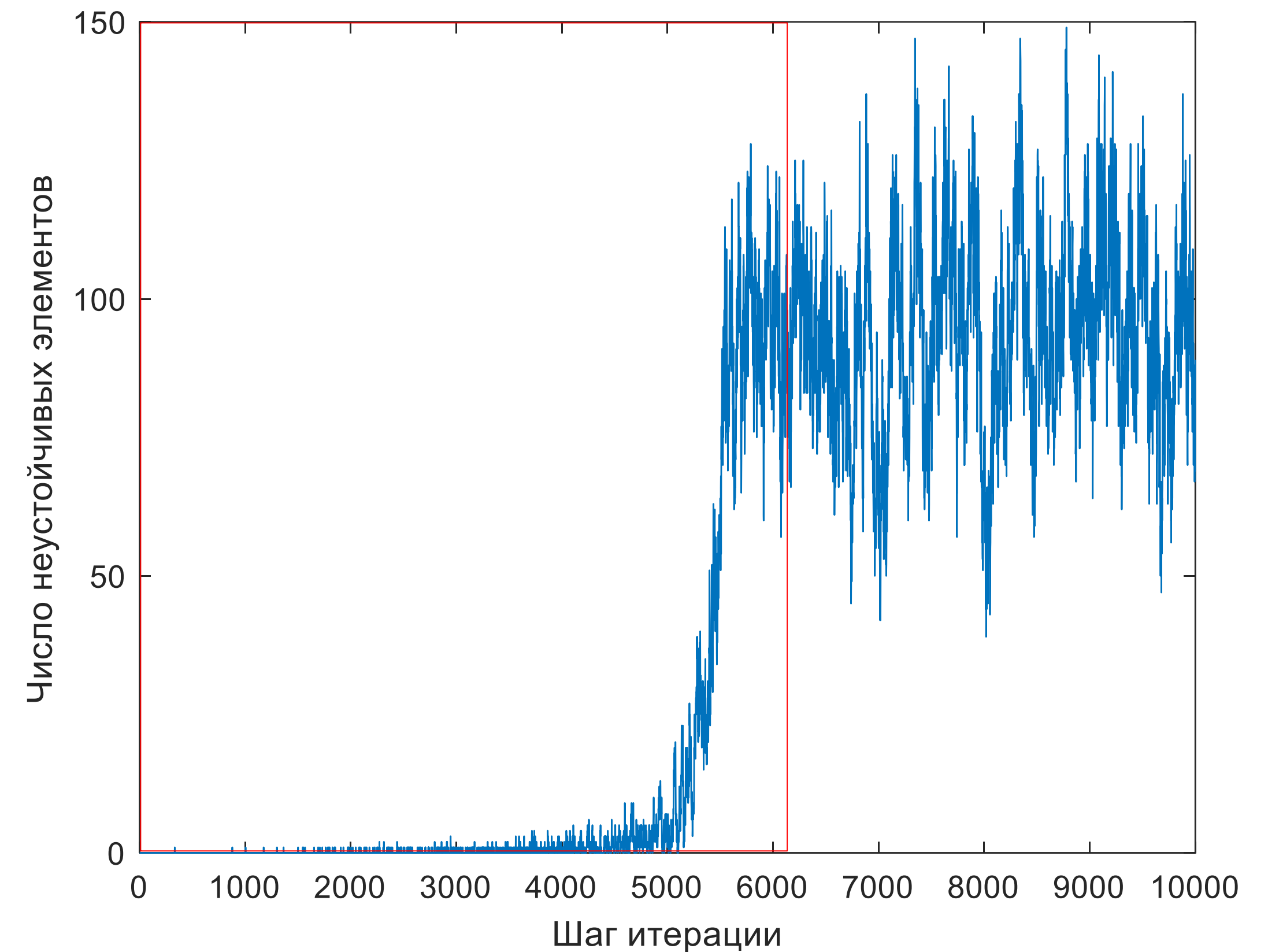
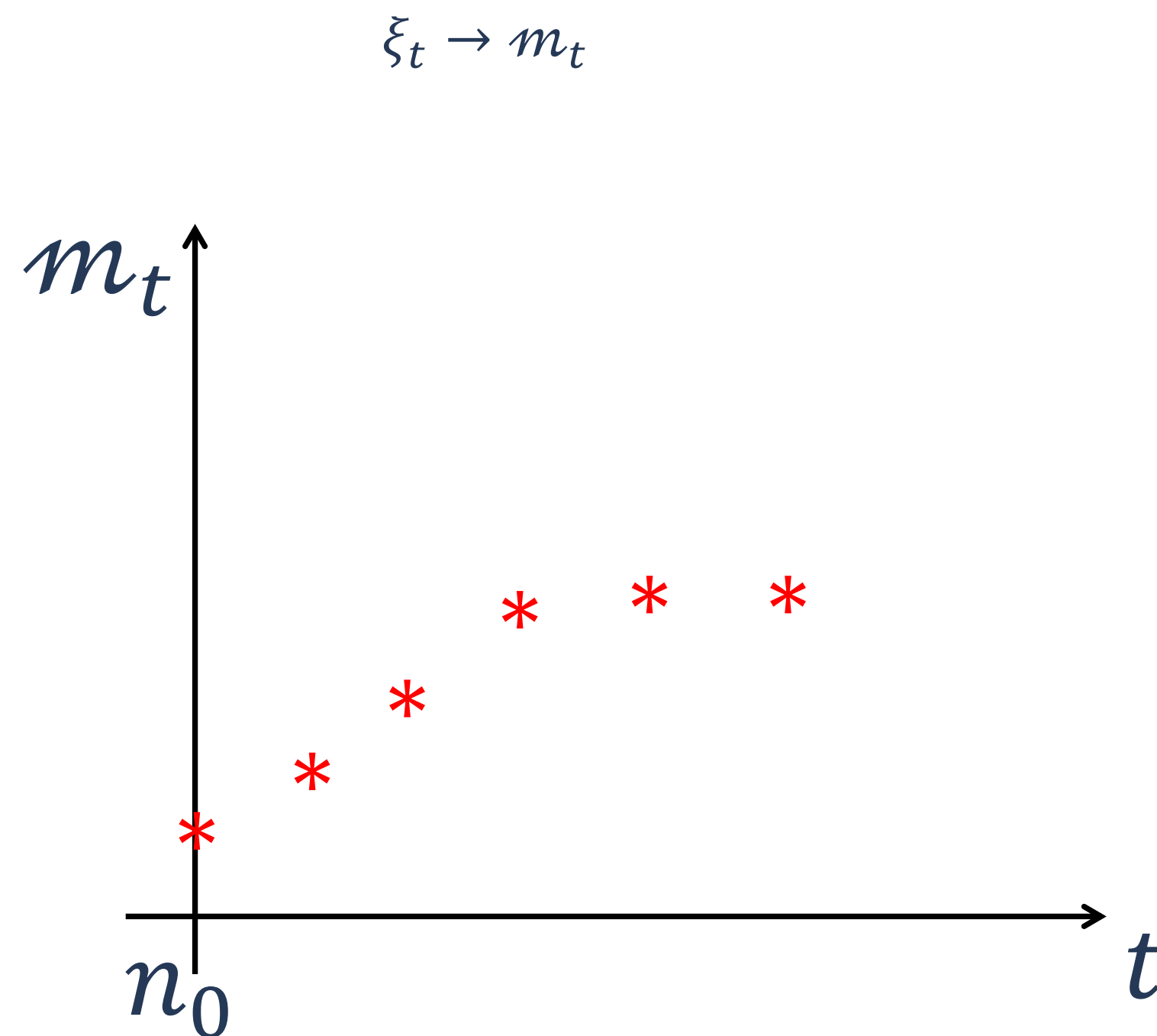
Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Скользящее окно с левой фиксированной границей для идентификации предвестников критических переходов

$\{\xi_t, t = \overline{0, N}\}$ – наблюдаемый дискретный ряд

$\{m_t, t = \overline{n_0, N}\}$ – ряд мер раннего предупреждения

$[0, n_0]$ – начальное окно



Окно с фиксированной левой границей и скользящей правой границей



Сигналы раннего предупреждения критических переходов в сложных системах: постановка задачи

Основные классы мер раннего предупреждения

1. Меры корреляционной теории

дисперсия, асимметрия, эксцесс, автокорреляция с единичным лагом

2. Меры спектральной теории

показатель степенного закона для мощности спектральной плотности, полученной преобразованием Фурье, непрерывным и дискретным вейвлет-преобразованием

3. Монофрактальные и мультифрактальные меры

фрактальная размерность, показатель Херста, показатель Гельдера, параметры формы (центры, ширина и асимметрия) спектра сингулярности

4. Меры теории хаоса

старший показатель Ляпунова, размерность вложения, корреляционная размерность, информационная размерность



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ