

Signaux et Systèmes II

SOMMAIRE

I - Cours

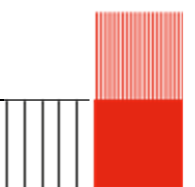
- 1- Analyse spectrale de signaux
- 2- Représentation de systèmes linéaires
- 3- Etude de systèmes en boucles fermée et analyse de leur stabilité

II - Travaux dirigés

- 1- Analyse spectrale d'un signal périodique
- 2- Mise en équations d'un système linéaire
- 3- Réponse d'un système linéaire à une entrée périodique
- 4- Etude d'un système bouclé et de sa stabilité
- 5- Etude de la stabilité d'un système

III - Travaux pratiques

- TP n° 1** : Séries et Transformée de Fourier
- TP n° 2** : Etude de la réponse d'un système linéaire
- TP n° 3** : Etude de stabilité d'un système en boucle *fermée*



INSA

INSTITUT NATIONAL
DES SCIENCES
APPLIQUÉES
RENNES

Signaux et systèmes II

INSA DE RENNES

**Département Electronique et Informatique
Industrielle**

INSA

INSTITUT NATIONAL
DES SCIENCES
APPLIQUÉES
RENNES

Signaux et systèmes II

Kidiyo KPALMA

Département EII
Laboratoire IETR – Traitement d'images
Bureau 227 au bâtiment 10

DS 1h avec documents : 13 janvier 2025 (13h30-14h30) – Amphi C

3^e Année

Signaux et systèmes

- Généralités sur les signaux
- Généralités sur les systèmes
- Série et transformée de Fourier
- Transformée de Laplace
- Diagrammes (Bode, Nyquist, Black)
- Stabilité de systèmes en boucle fermée

3^e Année

Théorie et Traitement des signaux

- Définition et classification des signaux
- Signaux déterministes
- Signaux aléatoires
- Filtrage linéaire
- Modulation et démodulation

4^e Année

Traitement numérique du signal

- Numérisation d'un signal
- Transformations d'un signal numérique
- Filtrage numérique
- Transformée en z
- Communications numériques

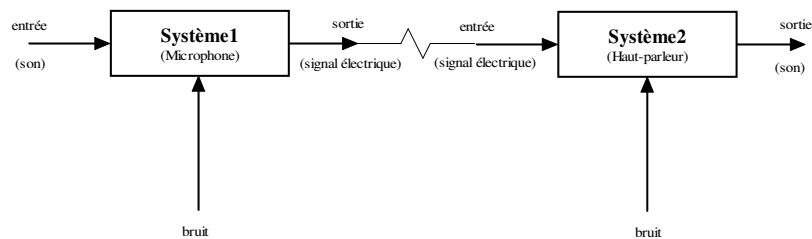
Disciplines connexes

- Electronique (3^e et 4^e Années)
- Automatique (4^e Année)
- Traitement d'images (4^e Année)
- DSP (5^e Année)

1. Définition d'un signal et son analyse spectrale
2. Représentation des systèmes et étude de leur stabilité

Un signal est une observation de l'évolution d'une grandeur physique observable (mesurable) par un système approprié. On peut citer :

- la température que l'on mesure à l'aide du thermomètre,
- la tension électrique que l'on mesure avec l'oscilloscope ou le voltmètre,
- le signal sonore *observable* par l'oreille,
- la lumière observable par l'œil,
- et bien d'autres



Cette grandeur physique est, généralement, représentée par une fonction d'une ou de plusieurs variables dont la plus fréquente est le temps. On peut donc définir le signal s comme étant une fonction de temps t :

$$s: t \rightarrow s(t)$$

Généralement, c'est une fonction réelle mais elle peut être complexe. Le signal est porteur de l'information (message) et aussi de l'énergie :

$$Es = \|s\|^2 = \int \|s(t)\|^2 dt$$

Analyser un signal revient à extraire l'information que porte ce signal pour :

- la reproduire fidèlement : ex. radio, TV, téléphone, ...
- détecter des événements : ex. surveillance, détection, radar, ...
- connaître les propriétés de la source : ex. bande spectrale occupée, spectre, ...

Ce signal peut être de nature différente selon qu'il est **continu** ou **discret** ou que la variable temps est **continue** ou **discrète**. On distingue ainsi (cf. ESM05-SIG) :

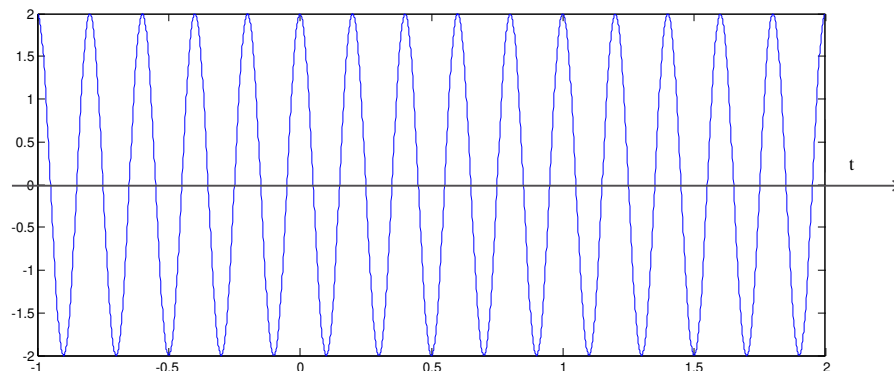
	Temps continu	Temps discret
Signal continu	Signal continu à temps continu (analogique)	Signal continu à temps discret : signal échantillonné
Signal discret	Signal discret à temps continu	Signal discret à temps discret : signal numérique

Représentation temporelle et fréquentielle

Exemple 1 : un signal sinusoïdal d'amplitude A et de fréquence f_0 .

$$x(t) = A \cos(2\pi f_0 t) = \frac{A}{2} [e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j2\pi f_0 t}]$$

$$A_0 = 2; \quad f_0 = 5 \text{ Hz}$$

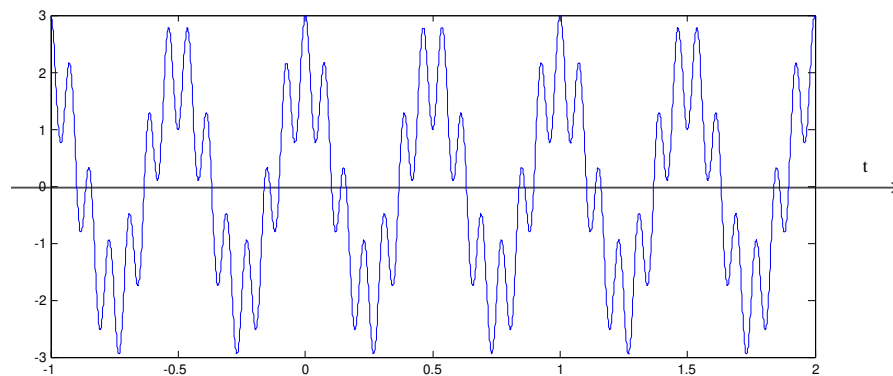


Représentation temporelle et fréquentielle

Exemple 2 : un signal comportant deux sinusoïdes.

$$x(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t) = \frac{A_1}{2} [e^{2j\pi f_1 t} + e^{-2j\pi f_1 t}] + \frac{A_2}{2} [e^{2j\pi f_2 t} + e^{-2j\pi f_2 t}]$$

$$A_1 = 2; \quad A_2 = 1; \quad f_1 = 2\text{Hz}; \quad f_2 = 13\text{Hz}$$



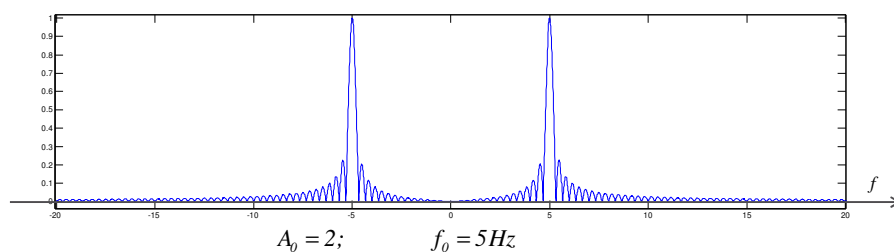
Représentation temporelle et fréquentielle

Exemple 1 : un signal sinusoïdal d'amplitude A et de fréquence f_0 .

$$x(t) = A \cos(2\pi f_0 t) = \frac{A}{2} [e^{2j\pi f_0 t} + e^{-2j\pi f_0 t}]$$

$$X(f) = TF\{A \cos(2\pi f_0 t)\} = TF\left\{\frac{A}{2} [e^{2j\pi f_0 t} + e^{-2j\pi f_0 t}]\right\}$$

$$= \frac{A}{2} [\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0)]$$

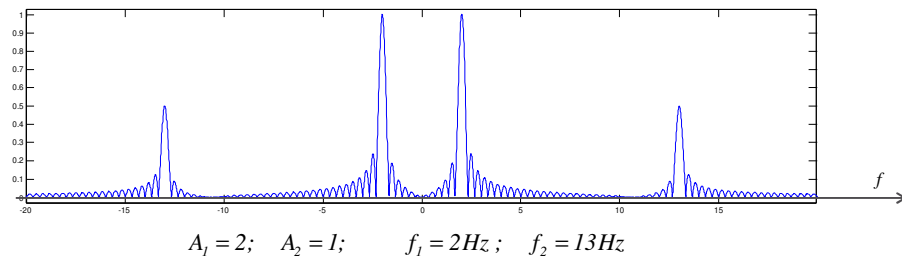


Représentation temporelle et fréquentielle

Exemple 2 : un signal comportant deux signaux sinusoïdaux.

$$x(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t) = \frac{A_1}{2} [e^{2j\pi f_1 t} + e^{-2j\pi f_1 t}] + \frac{A_2}{2} [e^{2j\pi f_2 t} + e^{-2j\pi f_2 t}]$$

$$\begin{aligned} X(f) &= TF\{A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t)\} \\ &= TF\left\{\frac{A_1}{2} [e^{2j\pi f_1 t} + e^{-2j\pi f_1 t}] + \frac{A_2}{2} [e^{2j\pi f_2 t} + e^{-2j\pi f_2 t}]\right\} \\ &= \frac{A_1}{2} [\delta(f - f_1) + \delta(f + f_1)] + \frac{A_2}{2} [\delta(f - f_2) + \delta(f + f_2)] \end{aligned}$$



Représentation temporelle et fréquentielle d'un signal périodique

Un signal **périodique** $x(t)$, de période $T = 1/F_0 = 2\pi/\omega_0$, continu partout sauf en certains points où il présente des discontinuités simples (de première espèce) correspond une série trigonométrique, dite série de Fourier, définie par

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi n f_0 t)] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{2j\pi n f_0 t} \end{aligned}$$



Joseph Fourier
1768 (Auxerre)-1830 (Paris)

$$a_n \Big|_{n=0,+\infty} = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n \Big|_{n=1,+\infty} = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

$$C_n \Big|_{n=-\infty,+\infty} = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} x(t) e^{-2j\pi n f_0 t} dt$$

$$C_{-n} = C_n^* = \frac{a_n + jb_n}{2}$$

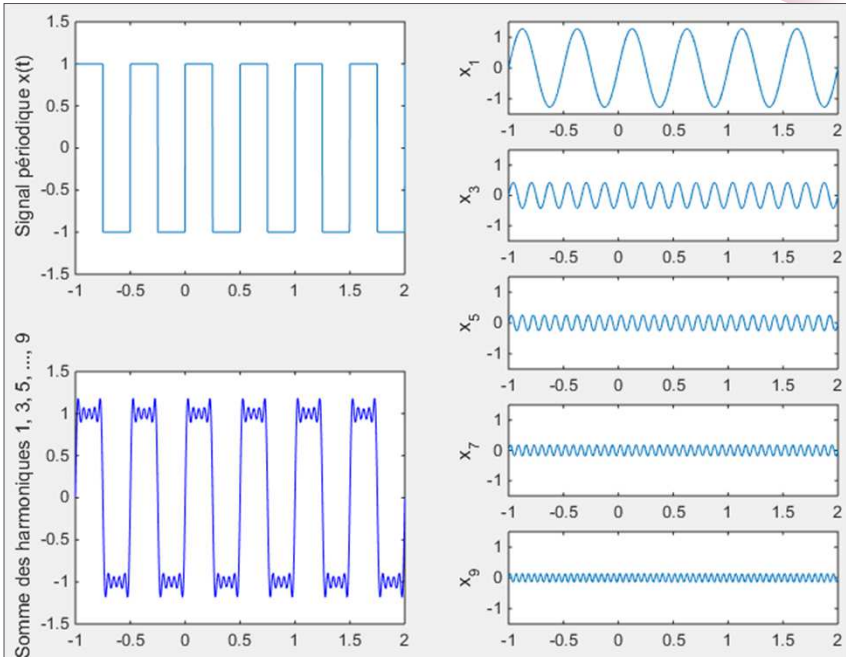
Représentation temporelle et fréquentielle d'un signal périodique

Exemple :
signal carré

$$f_0 = 2$$

$$a_n = 0$$

$$b_{2p+1} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p+1}$$

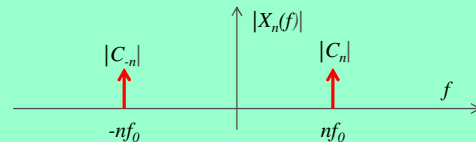


Représentation temporelle et fréquentielle d'un signal périodique

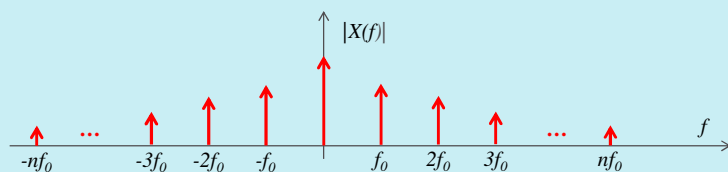
Le signal périodique $x(t)$ est composé d'une multitude d'harmoniques (de fréquences multiples de f_0)

$$\begin{aligned} x_n(t) &= a_n \cos(2\pi f_0 t) + b_n \sin(2\pi f_0 t) \\ &= C_{-n} e^{-2j\pi f_0 t} + C_n e^{2j\pi f_0 t} = C_{-n}^* e^{-2j\pi f_0 t} + C_n e^{2j\pi f_0 t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_n(f) &= C_{-n}^* \delta(f + nf_0) + C_n \delta(f - nf_0) \\ &= C_{-n} \delta(f + nf_0) + C_n \delta(f - nf_0) \end{aligned}$$



$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \delta(f - nf_0)$$



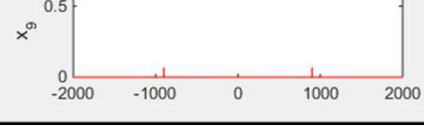
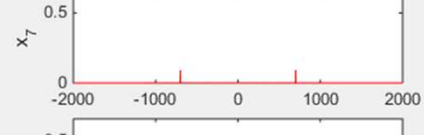
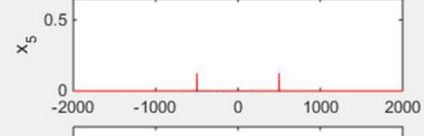
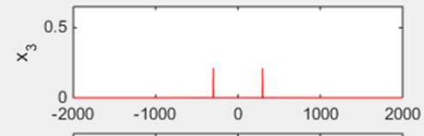
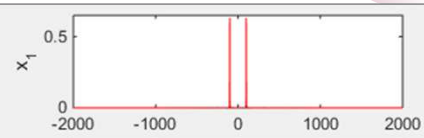
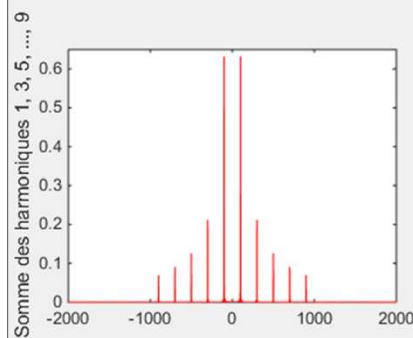
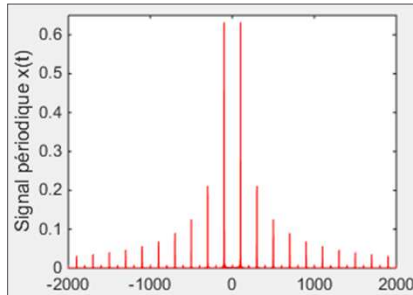
Représentation temporelle et fréquentielle d'un signal périodique

Exemple :
signal carré

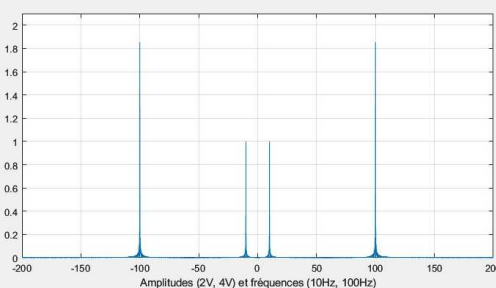
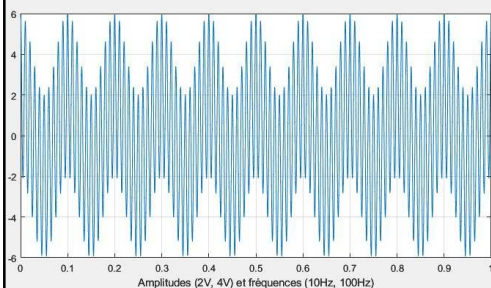
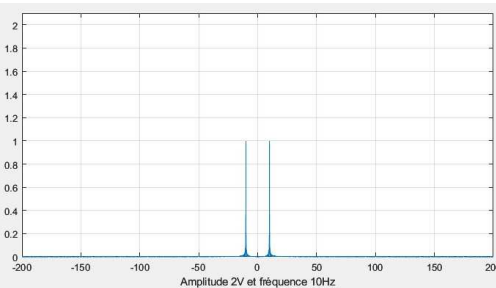
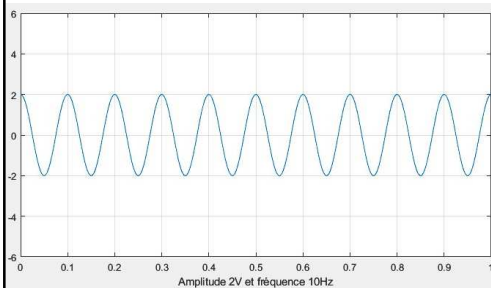
$$f_0 = 100$$

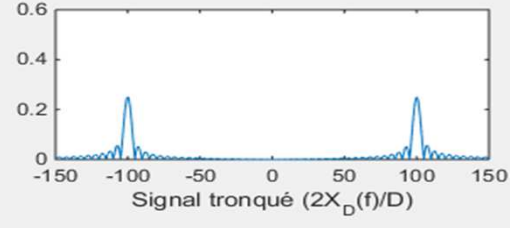
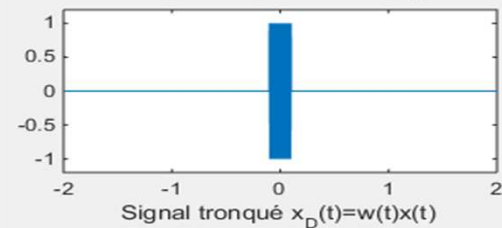
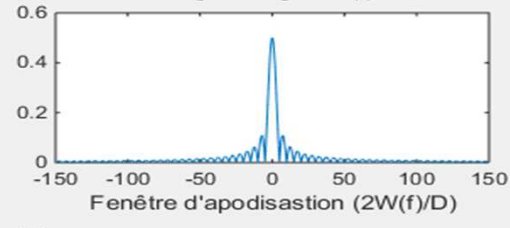
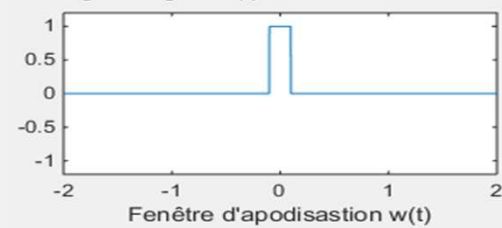
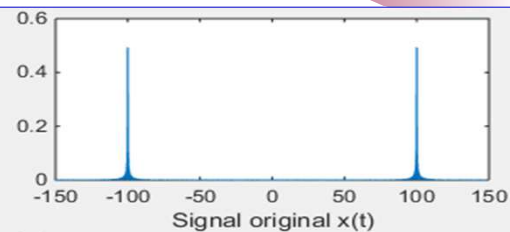
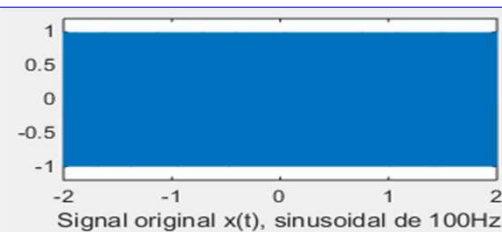
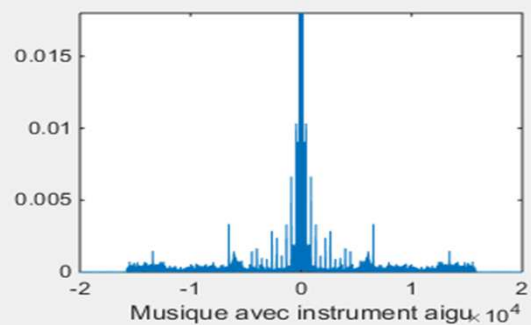
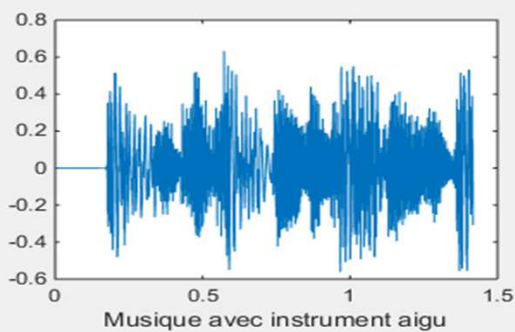
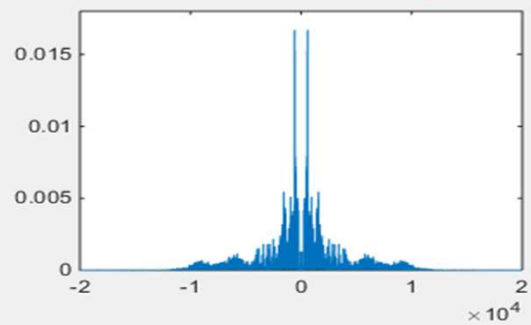
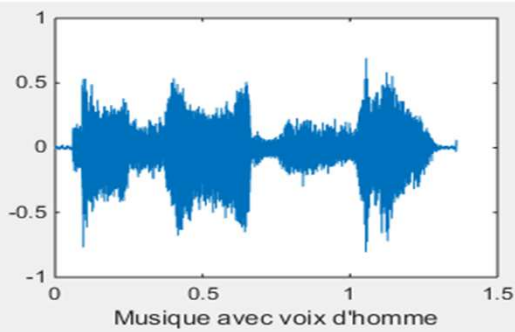
$$a_n = 0$$

$$b_{2p+1} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p+1}$$



Représentation temporelle et fréquentielle d'un signal périodique



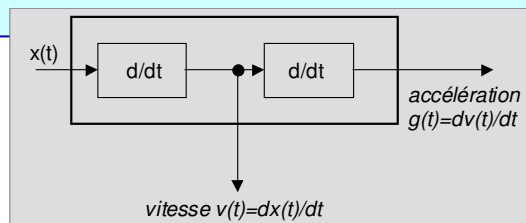


Définition

Un système est un ensemble **directionnel et hiérarchique** comportant une ou plusieurs **entrées** et une ou plusieurs **sorties**.

Le signal d'entrée (**cause**) agit sur le système pour donner le signal de sortie (**effets**).

- pour les entrées, on distingue :
 - les **commandes** destinées à piloter le système vers une situation (ou réponse) bien définie : c'est la **consigne**,
 - les **perturbations** (indésirables : bruit) qui agissent sur le système sans que l'on puisse les modifier ou même les identifier explicitement
- pour les sorties, les résultats dépendent du point d'observation : vitesse, couple d'un moteur, l'état du système grâce à ses **variables d'état** en plaçant des points d'observation à différents endroits du systèmes



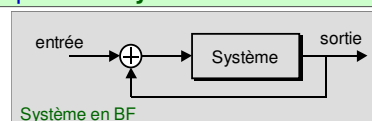
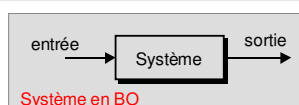
Définition

- un système est composé d'éléments qui peuvent être de natures différentes (électronique, mécanique, thermique, hydraulique, ...).

- l'analyse d'un système consiste à déterminer les lois mathématiques permettant de prévoir son comportement vis-à-vis d'une entrée : **c'est le problème de la mise en équation**

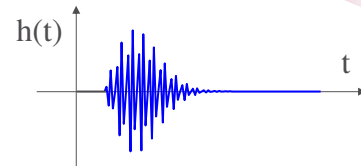


- quand l'entrée du système ne subit pas le signal de sortie, le système est dit en **boucle ouverte**. Par contre si le signal de sortie vient agir sur le signal d'entrée, on dit que le système est en **boucle fermée** : on parle de **système asservi**

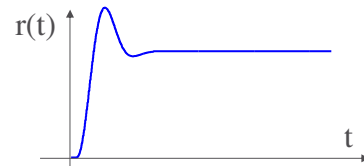


Caractérisation d'un système en fonction de l'entrée :

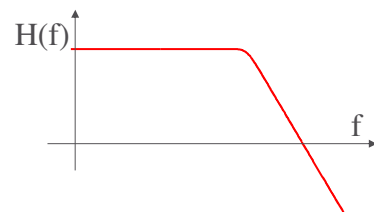
l'impulsion renseigne sur la stabilité du système. Un système stable doit revenir à son état d'équilibre après en être écarté par une brève excitation. La réponse à l'impulsion de Dirac est la **réponse impulsionnelle $h(t)$** .



l'échelon renseigne sur la capacité du système à suivre un front "vertical". On le caractérisera par le temps de montée, le facteur d'amortissement, la fréquence propre et le taux de dépassement (overshoot). La réponse à l'échelon est appelée **réponse indicielle**.

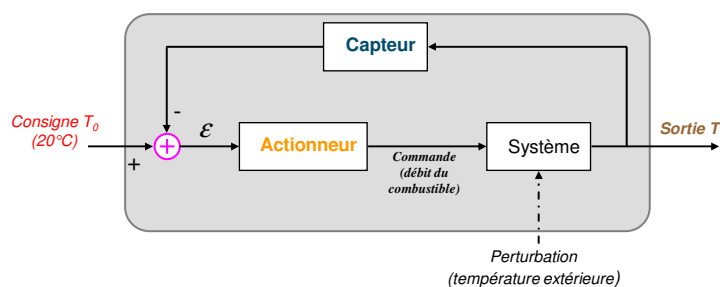


le signal sinusoïdal, quant à lui, renseigne sur le comportement fréquentiel du système et renseigne notamment sur ses propriétés de filtrage et sa linéarité. La réponse à une excitation sinusoïdale est dite **réponse harmonique**.



Définition : un système asservi comporte :

- ❑ la **consigne** qu'on souhaite suivre,
- ❑ un **capteur** permettant d'évaluer la grandeur de **sortie**,
- ❑ un **comparateur** ou **détecteur d'écart** pour comparer la **sortie** à la **consigne**,
- ❑ un **actionneur** pour générer une **commande** en rapport avec l'écart entre la sortie et la consigne.



Exemple de système asservi : régulation de chauffage

Définition : un système asservi comporte :

- ❑ la **consigne** qu'on souhaite suivre,
- ❑ un **capteur** permettant d'évaluer la grandeur de **sortie**,
- ❑ un **comparateur** ou **détecteur d'écart** pour comparer la **sortie** à la **consigne**,
- ❑ un **actionneur** pour générer une **commande** en rapport avec l'écart entre la sortie et la consigne.

Exemple de régulation d'un chauffage

Système en BO

Le débit du combustible est bloqué pour respecter la consigne quand la température extérieure est de 10°C. Dès que la température extérieure varie, celle de l'intérieur varie aussi proportionnellement.



Définition : un système asservi comporte :

- ❑ la **consigne** qu'on souhaite suivre,
- ❑ un **capteur** permettant d'évaluer la grandeur de **sortie**,
- ❑ un **comparateur** ou **détecteur d'écart** pour comparer la **sortie** à la **consigne**,
- ❑ un **actionneur** pour générer une **commande** en rapport avec l'écart entre la sortie et la consigne.

Exemple de régulation d'un chauffage



Système en BF

Le régulateur en BF règle le débit du combustible en **permanence** en fonction de l'écart entre la température intérieure et la consigne de 20°C, pour atteindre et rester à cette consigne.

Pour améliorer la **stabilité**, la **précision** et la **rapidité** des systèmes et limiter l'effet des perturbations, l'automaticien réalise couramment des systèmes bouclés.

ne entrée bornée
reste

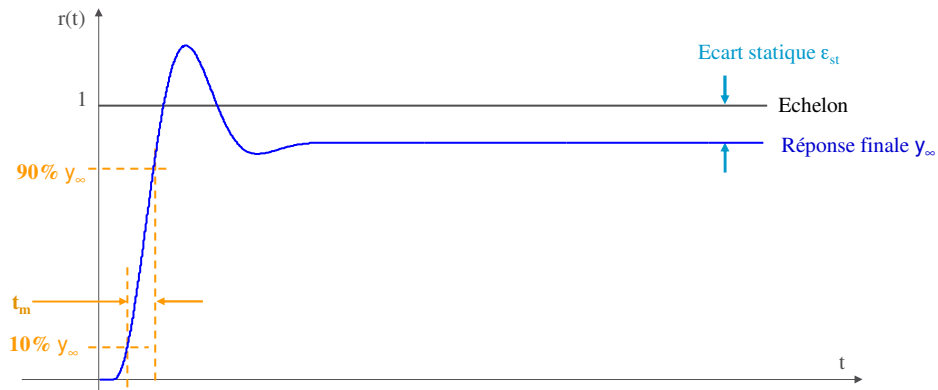
rapide - attente et état initial rapidement

Exemple de caractérisation : réponse indicielle

La **réponse indicielle** indique la capacité du système à suivre un front "vertical".

On le caractérise par

- temps de montée t_m : temps écoulé entre les 10% et 90% de la réponse finale
- écart statique $\epsilon_{st} = y_c - y_\infty$,
- taux de dépassement (overshoot) D_1 et sa localisation T_1 ,
- retard τ ,
- temps de réponse $tr_{5\%}$ à 5%,

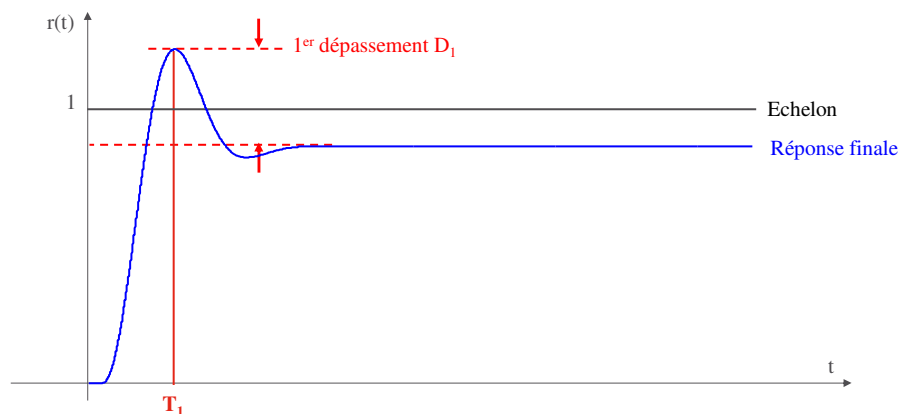


Exemple de caractérisation : réponse indicielle

La **réponse indicielle** indique la capacité du système à suivre un front "vertical".

On le caractérise par

- temps de montée t_m : temps écoulé entre les 10% et 90% de la réponse finale
- écart statique $\epsilon_{st} = y_c - y_\infty$,
- taux de dépassement (overshoot) D_1 et sa localisation T_1 ,
- retard τ ,
- temps de réponse $tr_{5\%}$ à 5%,

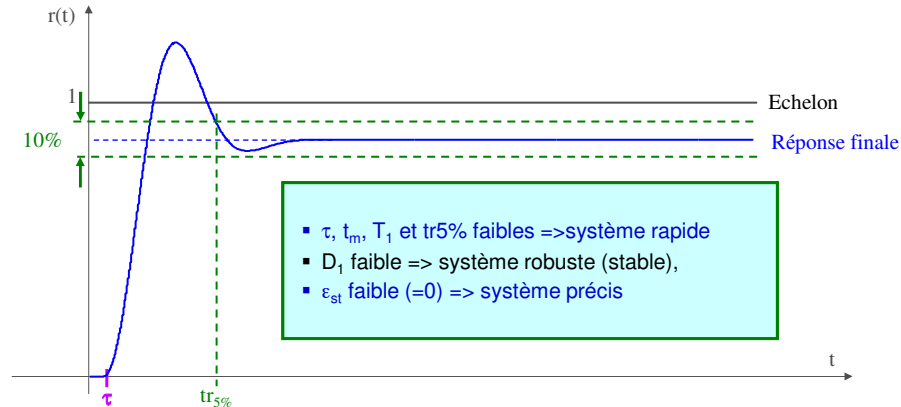


Exemple de caractérisation : réponse indicielle

La réponse indicielle indique la capacité du système à suivre un front "vertical".

On le caractérise par

- temps de montée t_m : temps écoulé entre les 10% et 90% de la réponse finale
- écart statique $\varepsilon_{st} = y_c - y_{\infty}$,
- taux de dépassement (overshoot) D_1 et sa localisation T_1 ,
- retard τ ,
- temps de réponse $tr_{5\%}$ à 5%,

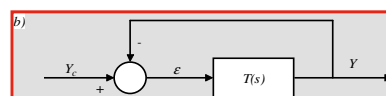
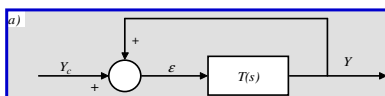


Les systèmes en boucle fermée

Un système en BF est un système dont la **sortie interagit sur l'entrée**. La détermination de sa fonction de transfert est d'autant plus compliquée que les branches de boucle sont plus complexes.

Le système en boucle fermée le plus simple est celui dont le retour est unitaire ; la sortie est directement ramenée à l'entrée avec un gain égal à ± 1 :

- si le gain est **+1**, la **réaction est dite positive** (le système est généralement instable)
- si le gain est **-1**, la **réaction est dite négative** ou *contre-réaction*.



$T(s) = N(s)/D(s)$ est appelé gain en boucle ouverte du système tandis que $G(s)$, le gain en boucle fermée du système peut être exprimé (pour le système à contre-réaction : Fig. b) par la relation suivante :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{Y_c(s)} = \frac{T(s)}{1 + T(s)} = \frac{N(s)}{N(s) + D(s)}$$

Le dénominateur peut s'annuler lorsque $T(s) = -1$ (ou $N(s) = -D(s)$). Dans cas, le gain en boucle fermée **G est infini** et le système devient **instable**.

Définitions

1- un système est stable si, après avoir reçu une excitation passagère, sa réponse en fonction du temps revient à l'état d'équilibre :

- si la réponse $f(t)$ est infinie pour t tendant vers l'infini : le système est instable,
- si la réponse $f(t)$ est bornée, non nulle pour t tendant vers l'infini : le système est à la limite d'entretien (donc instable),
- si la réponse $f(t)$ tend vers zéro, le système est stable.

ou encore

2- un système est stable si pour une entrée bornée, il délivre une sortie bornée.

Exemple d'illustration

Soit $F(s)$, une fonction de transfert (avec a et b des réels quelconques)

$$F(s) = \frac{1}{s^2 + as + b} = \frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{1}{s_1-s_2} \left(\frac{1}{s-s_1} - \frac{1}{s-s_2} \right)$$

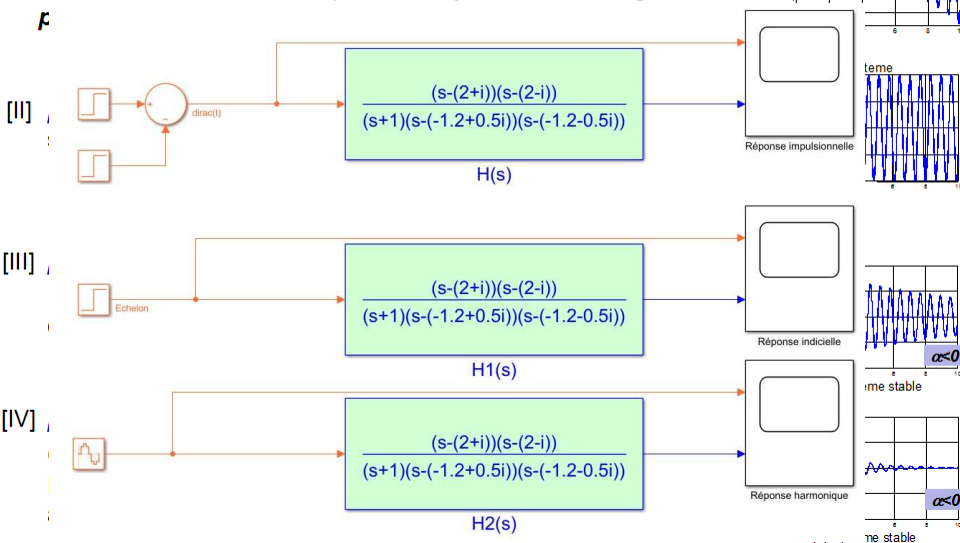
En calculant la transformée de Laplace inverse (cf. ESM05-SIG) de $F(s)$, on obtient :

$$f(t) = \frac{1}{s_1 - s_2} (e^{s_1 t} - e^{s_2 t}) \mathcal{U}(t)$$

Il en découle différents cas possibles

[I] parties réelles positives ($s_2 = s_1^* = \alpha + j\beta$) :

$f_2(t) = e^{\alpha t} \sin(\beta t) \mathcal{U}(t) / \beta$. α étant positif, le système est divergent et donc



En conclusion

La stabilité d'un système est liée à la position des pôles de sa fonction de transfert dans le plan complexe.

Il suffit d'observer le signe de la partie réelle des pôles de sa fonction de transfert $F(s)$ pour savoir si le système est stable ou non :

- un pôle, au moins, est à **partie réelle positive** le système est divergent : il est **instable**.
- une paire de pôles, au moins, est **imaginaire pure** et les autres à **partie réelle négative** (oscillation) : le système est à la **limite d'entretien** : il est **instable**.
- dans tous les autres cas (**tous les pôles** sont à **partie réelle négative**), la réponse impulsionnelle tend vers zéro lorsque **t tend vers l'infini** donc le système est **stable**.

Comment procéder lorsqu'on ne peut pas calculer explicitement les pôles de la fonction de transfert ?

On dispose alors de critères comme :

- 1. le critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert**
- 2. les critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe**

Le critère de Routh-Hurwitz (ou critère de Routh) est basé sur les propriétés du polynôme dit de Hurwitz dont *toutes les racines sont dans le demi-plan gauche du plan complexe*.

- ❶ un polynôme est de Hurwitz si tous ses coefficients sont réels et de même signe
- ❷ la partie réelle du rapport des parties paire $D_p(s)$ et impaire $D_i(s)$ d'un polynôme de Hurwitz est du même signe que la partie réelle de la variable s .
- ❸ les racines des parties paire $D_p(s)$ et impaire $D_i(s)$ d'un polynôme de Hurwitz sont simples, imaginaires pures et enchevêtrées

1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe

Pour l'étude de stabilité, ce sont les pôles qui nous intéressent. Donc le polynôme à étudier est le polynôme $D(s)$ du dénominateur.

Soit $D(s)$ un polynôme de degré n de la variable complexe s :

$$D(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + a_4s^4 + \dots + a_ns^n$$

En pratique on construit le tableau de Routh dont on vérifie les critères. C'est un tableau à $n+1$ lignes et $(n+1)/2$ colonnes,

1- Le polynôme est d'abord scindé en 2 :

- la partie paire $D_p(s) = a_0 + a_2s^2 + a_4s^4 + a_6s^6 + \dots$
- et la partie impaire $D_i(s) = a_1s + a_3s^3 + a_5s^5 + a_7s^7 + \dots$

2- Remplir la 1^{ère} ligne du tableau avec les coef. du polynôme du degré le plus élevé :

- coefficients de $D_p(s)$ si n est pair
- ou coefficients de $D_i(s)$ si n est impair.

3- Remplir la 2^e ligne du tableau avec les coefficients du polynôme restant :

NB : les coefficients sont rangés dans l'ordre décroissant de leur degré dans des colonnes numérotées dans l'ordre croissant.

1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

2. critères graphiques basé sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe

L_1	s^n	$b_{1,1}=a_n$	$b_{1,2}=a_{n-2}$	$b_{1,3}=a_{n-4}$	$b_{1,4}=a_{n-6}$...
L_2	s^{n-1}	$b_{2,1}=a_{n-1}$	$b_{2,2}=a_{n-3}$	$b_{2,3}=a_{n-5}$	$b_{2,4}=a_{n-7}$...

Le reste des termes $b_{i,j}$ (de la ligne L_i , $3 \leq i \leq n+1$ et de la colonne C_j) du tableau est alors donné par les déterminants des matrices 2×2 définie par :

$$b_{i,j} = -\frac{1}{b_{i-1,1}} \det \begin{pmatrix} b_{i-2,1} & b_{i-2,j+1} \\ b_{i-1,1} & b_{i-1,j+1} \end{pmatrix} = -\frac{b_{i-2,1} \cdot b_{i-1,j+1} - b_{i-1,1} \cdot b_{i-2,j+1}}{b_{i-1,1}}$$

			C_1	C_2	C_3	C_4	...
L_1	s^n		a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	...
L_2	s^{n-1}		a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}	...
L_3	s^{n-2}		$b_{3,1}$	$b_{3,2}$	$b_{3,3}$	$b_{3,4}$...
L_4	s^{n-3}	$B=$	$b_{4,1}$	$b_{4,2}$	$b_{4,3}$	$b_{4,4}$...
...
L_{n-1}	s^2		$b_{n-1,1}$	$b_{n-1,2}$	$b_{n-1,3}$	$b_{n-1,4}$...
L_n	s^1		$b_{n,1}$	$b_{n,2}$	$b_{n,3}$	$b_{n,4}$...
L_{n+1}	s^0		$b_{n+1,1}$	$b_{n+1,2}$	$b_{n+1,3}$	$b_{n+1,4}$...

- Si tous les coefficients de la première colonne sont de même signe, alors le polynôme n'a pas de racines à partie réelle positive : le système est donc stable
- Le nombre de racines à partie réelle positive est égal au nombre de changement de signe dans la première colonne
- Si tous les coefficients d'une ligne sont nuls, alors il y a au moins 2 racines imaginaires pures qui sont solution du polynôme dont les coefficients sont ceux de la ligne immédiatement au-dessus. Pour continuer, on remplace la ligne nulle par la dérivée du polynôme immédiatement au-dessus.
- Lorsque $j+1$ est trop grand (hors du tableau), on prend $b_j=0$.

1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe

Exemple d'application

On considère un système dont la fonction de transfert en BO est T(s)

$$T(s) = \frac{10}{1 + 2s + ks^2 + s^3 + 2s^4}$$

En utilisant le critère de Routh déterminer k pour que le système soit stable en BF.

$$D(s) = 1 + 2s + ks^2 + s^3 + 2s^4 \Rightarrow \begin{cases} D_p(s) = 1 + ks^2 + 2s^4 \\ D_i(s) = 2s + s^3 \end{cases}$$

1- déterminer d'abord la stabilité en BO. Le polynôme est de degré 4 donc le tableau est de taille 5 lignes et 3 colonnes

		C ₁	C ₂	C ₃
L ₁	s ⁴	2	k	1
L ₂	s ³	1	2	0
L ₃	s ²	k-4	1	0
L ₄	s ¹	$\frac{2(k-4)-1}{k-4}$	0	0
L ₅	s ⁰	1	0	0

Pour que le système soit stable en BO, il faut que tous les coefficients de la colonne C1 soient positifs

$$\Rightarrow \begin{cases} k-4 > 0 \\ \frac{2(k-4)-1}{k-4} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k > 4 \\ k > 4.5 \end{cases} \Rightarrow k > 4.5$$

1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe

Exemple d'application

On considère un système dont la fonction de transfert en BO est T(s)

$$G(s) = \frac{T(s)}{1+T(s)}$$

En utilisant le critère de Routh déterminer k pour que le système soit stable en BF à boucle unitaire à contre-réaction.

$$G(s) = \frac{10}{11 + 2s + ks^2 + s^3 + 2s^4}$$

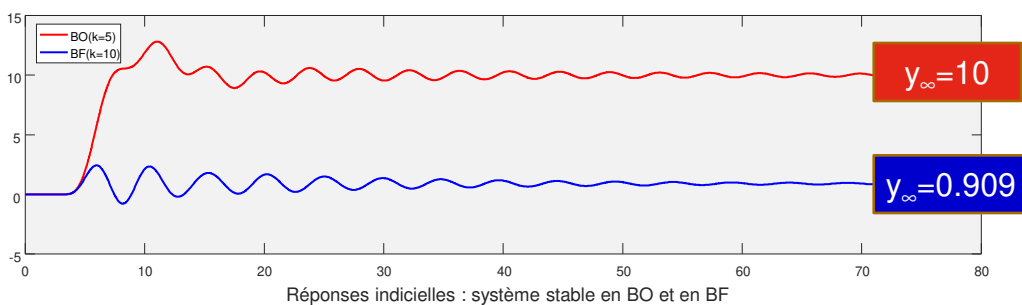
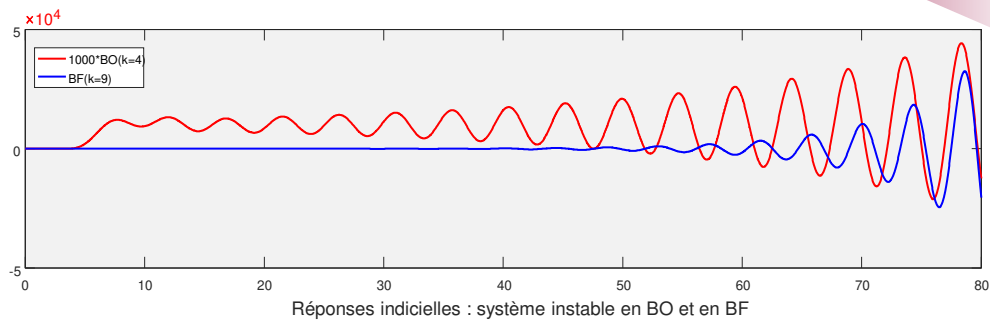
$$D(s) = 11 + 2s + ks^2 + s^3 + 2s^4 \Rightarrow \begin{cases} D_p(s) = 11 + ks^2 + 2s^4 \\ D_i(s) = 2s + s^3 \end{cases}$$

2- déterminer ensuite la stabilité en BF. Le polynôme D(s) est de degré 4 donc le tableau est de taille 5 lignes et 3 colonnes

		C ₁	C ₂	C ₃
L ₁	s ⁴	2	k	11
L ₂	s ³	1	2	0
L ₃	s ²	k-4	11	0
L ₄	s ¹	$\frac{2(k-4)-11}{k-4}$	0	0
L ₅	s ⁰	11	0	0

Pour que le système soit stable en BO, il faut que tous les coefficients de la colonne C1 soient positifs

$$\Rightarrow \begin{cases} k-4 > 0 \\ \frac{2(k-4)-11}{k-4} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k > 4 \\ k > 9.5 \end{cases} \Rightarrow k > 9.5$$



1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

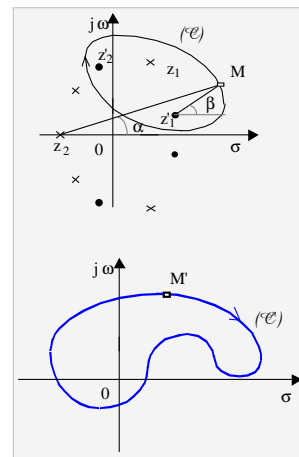
2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Le critère de Nyquist permet de déduire le nombre de pôles d'une fonction $H(s)$ dans le demi-plan droit, quand on connaît le nombre de ses zéros dans ce même demi-plan.

Ce critère est basé sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe dont l'énoncé est :

Enoncé du théorème :

Soit $H(s)$ une fonction holomorphe (définie et dérivable) à l'intérieur d'un contour fermé (\mathcal{C}) , sauf en un certain nombre de pôles. Si l'image M de s décrit le contour (\mathcal{C}) dans le sens des aiguilles d'une montre, alors l'image M' de $H(s)$ décrit un contour fermé (\mathcal{C}') autour de l'origine dans le même sens. La variation de l'argument de $H(s)$ est égale à $2\pi(Z-P)$. Z et P étant les nombres de zéros et de pôles de la fonction $H(s)$, à l'intérieur du contour (\mathcal{C})



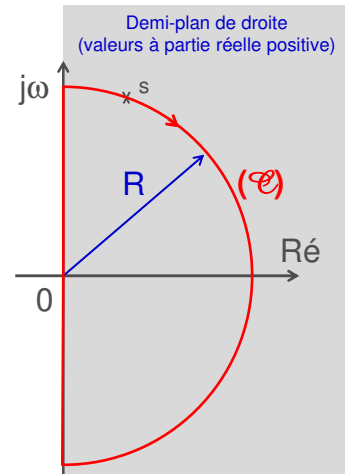
1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Remarque : ici, nous sommes intéressés de savoir s'il y a des pôles dans le demi-plan de droite. Donc le contour (\mathcal{C}) est, naturellement, le contour entourant le demi-plan droit du plan complexe. Ce contour, c'est le contour de Nyquist formé par l'axe des imaginaires et le demi-cercle de rayon R infini centré sur 0.

Il suffit alors de

1. parcourir le contour (\mathcal{C}) avec s
2. tracer le lieu de $H(s)$
3. et compter le nombre de **tours x que l'image M' de $H(s)$ fait autour de l'origine.**
 - Si le nombre Z de zéros dans le demi-plan droit (entourés par le contour (\mathcal{C})) est connu, alors le nombre P de pôles dans ce même demi-plan est donné par la relation : **$x=Z-P$.**
 - Si x est négatif ($x < 0 \Rightarrow P > Z$) donc il y a des pôles à partie réelle positive **\Rightarrow le système est instable**
 - Si x est positif le système est **stable uniquement si $Z=x$**



1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Enoncé du critère de Nyquist

Système en boucle ouverte : un système, en boucle ouverte, est stable si le diagramme de Nyquist de sa fonction de transfert entoure l'origine dans le sens des aiguilles d'une montre autant de fois que cette fonction a de zéros dans le demi-plan droit (**$x=Z \Rightarrow P=0$: pas de pôle à partie réelle positive**).

Si la fonction n'a pas de zéro dans le demi-plan droit alors le système est stable si le diagramme de Nyquist n'entoure pas l'origine (**$P=0 \Rightarrow x=0$: pas de pôles à partie réelle positive**).

1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

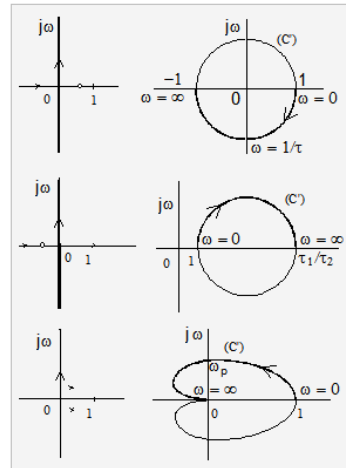
2. critères graphiques basé sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Exemples d'application du critère de Nyquist

$$F_1(s) = \frac{1 - \tau s}{1 + \tau s} \Rightarrow Z=1, x=1 \Rightarrow P=0$$

$$F_2(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s} \Rightarrow Z=0, x=0 \Rightarrow P=0$$

$$F_3(s) = \frac{\omega_p^2}{s^2 - 2\zeta\omega_p s + \omega_p^2} \Rightarrow Z=0, x=? \Rightarrow P=?$$



1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

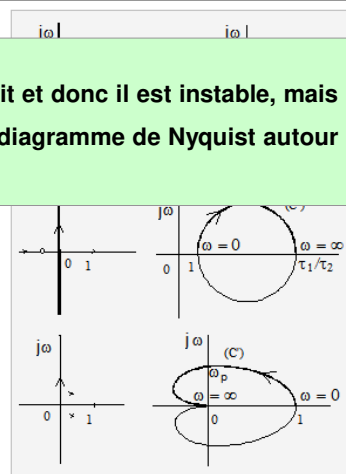
2. critères graphiques basé sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Exemples d'application du critère de Nyquist

Remarque : $F_3(s)$ a ses deux pôles dans le demi-plan droit et donc il est instable, mais il est difficile de voir le nombre de tours que fait son diagramme de Nyquist autour de l'origine pour pouvoir utiliser le critère de Nyquist.

$$F_2(s) = \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s} \Rightarrow Z=0, x=0 \Rightarrow P=0$$

$$F_3(s) = \frac{\omega_p^2}{s^2 - 2\zeta\omega_p s + \omega_p^2} \Rightarrow Z=0, x=? \Rightarrow P=?$$

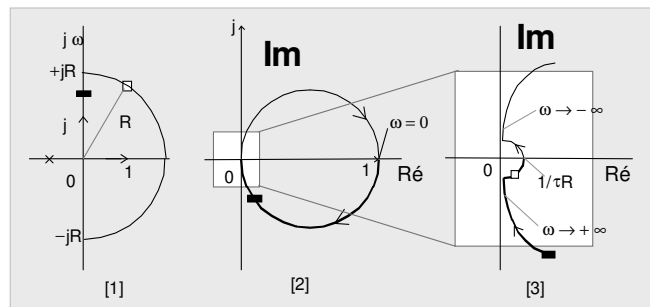


1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Remarque : $F_3(s)$ a ses deux pôles dans le demi-plan droit et donc il est instable, mais il est difficile de voir le nombre de tours que fait son diagramme de Nyquist autour de l'origine pour pouvoir utiliser le critère de Nyquist.

En pratique, pour utiliser le critère de Nyquist, il est nécessaire de faire une analyse très fine pour R (rayon du contour de Nyquist) tendant vers l'infini.



Exemple : la fonction $1/(1+\tau s)$

1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Enoncé du critère de Nyquist

Système en boucle fermée : cas des systèmes munis d'une boucle de réaction

On considère un système stable en BO dont la fonction de transfert est $\mathcal{R}(s)$. Ce système est bouclé avec une boucle à réaction unitaire. Le gain en boucle fermée devient :

$$G(s) = \frac{\mathcal{R}(s)}{1 - \mathcal{R}(s)}$$

$\mathcal{R}(s) = N_T(s)/D_T(s)$, donc

$$\mathcal{G}(s) = 1 - \mathcal{R}(s) = 1 - \frac{N_T(s)}{D_T(s)} = \frac{D_T(s) - N_T(s)}{D_T(s)}$$

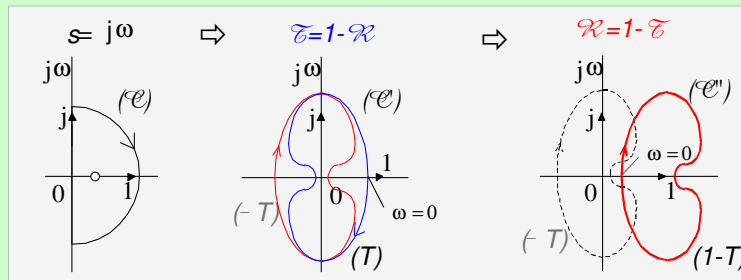
On observe donc que les pôles de $\mathcal{G}(s)$ sont les mêmes que ceux de $\mathcal{R}(s)$ or on a supposé que $\mathcal{R}(s)$ est stable et donc n'a pas de pôles dans le demi-plan droit. Par conséquent, $\mathcal{G}(s)$ aussi n'a pas de pôles dans le demi-plan droit ($\Rightarrow P=0$).

Donc d'après le critère de Nyquist, le nombre de zéros de $\mathcal{G}(s)$ situés dans le demi-plan droit est égal au nombre de tours que le diagramme de Nyquist de $\mathcal{G}(s)$ fait autour de l'origine, puisque $x=Z-P$ avec $P=0$.

1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert
2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Critère de Nyquist pour les systèmes munis d'une boucle de réaction

Or $\mathcal{C}(s) = 1 - \mathcal{R}(s) \Rightarrow \mathcal{R}(s) = 1 - \mathcal{C}(s)$



En pratique, pour l'étude de stabilité d'un système bouclé à gain unitaire, on analyse son diagramme de boucle $\mathcal{R}(s)$ qui est toujours accessible.

Le nombre de tours fait par le diagramme de Nyquist de $\mathcal{C}(s)$ autour de l'origine	=	Le nombre de tours fait par le diagramme de Nyquist de $\mathcal{R}(s)$ autour du point critique (1,0j) dans le même sens que $\mathcal{C}(s)$.
---	---	--

1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert
2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Enoncé du critère de Nyquist pour les systèmes bouclés

1. Un système muni d'une **boucle de réaction** (dont la boucle est stable) est stable si le diagramme de Nyquist du gain de boucle n'entoure pas le point critique +1.

Autrement, si ce diagramme entoure le point critique, le système bouclé est instable.

De même

2. Un système muni d'une **boucle de contre-réaction** (dont la boucle est stable) est stable si le diagramme de Nyquist du gain de boucle n'entoure pas le point critique -1.

Autrement, si ce diagramme entoure le point critique, le système bouclé est instable.

1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

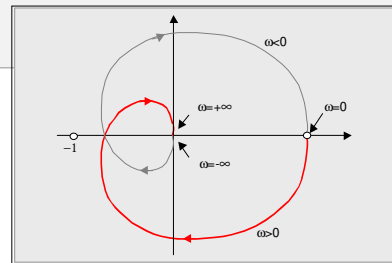
2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Rappel :

On sait que pour une fonction réelle $x(t)$ de transformée de Fourier $X(\omega)$, on a la **symétrie hermitienne** : $X(\omega) = X^*(-\omega)$

$$X(-\omega) = X^*(\omega) \Leftrightarrow \begin{cases} X(-\omega) = \text{Re}(X(\omega)) - j \text{Im}(X(\omega)) \\ \text{ou} \\ X(-\omega) = |X(\omega)| e^{-j \arg(X(\omega))} \end{cases}$$

Grâce à cette propriété, le lieu de Nyquist de $X(\omega)$ pour les pulsations négatives se déduit aisément de celui des pulsations positives par simple symétrie par rapport à l'axe des réels



1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Considérons un système bouclé avec une **contre-réaction** unitaire dont le gain de boucle est $\mathcal{A}(\omega) = X(\omega)$.

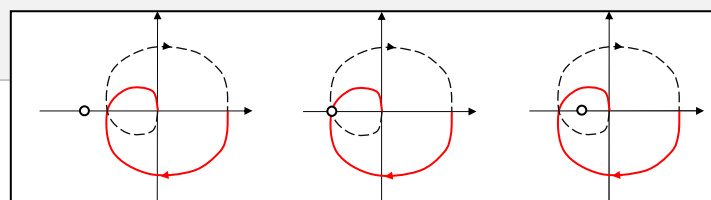
On sait que si le système en boucle ouverte est stable alors le système en boucle fermée $H(\omega)$ est :

- stable si le lieu de Nyquist de $\mathcal{A}(\omega)$ n'entoure pas le point critique $(-1, 0)$
- instable dans le cas contraire.

Comme on peut le voir sur les figures suivantes, ce critère de stabilité peut s'énoncer dans les termes suivants :

un système bouclé avec une boucle de contre-réaction unitaire n'est stable que si, en parcourant le lieu de Nyquist en BO dans le sens des pulsations croissantes, on laisse le point critique $(-1, 0)$ à gauche.

C'est le critère du revers



[1]: stable

[2]: limite de stabilité

[3]: instable

1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

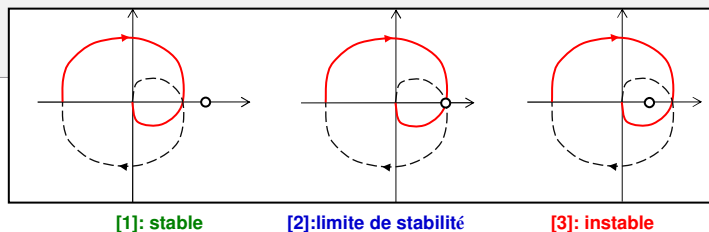
2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

De même pour un système bouclé avec une **réaction (positive)** unitaire dont le gain de boucle est $\mathcal{H}(\omega)=X(\omega)$. On sait que si le système en boucle ouverte est stable alors le système en boucle fermée $H(\omega)$ est :

- stable si le lieu de Nyquist de $\mathcal{H}(\omega)$ n'entoure pas le point critique $(+1,0)$
- instable dans le cas contraire.

Comme on peut le voir sur les figures suivantes, ce critère de stabilité peut s'énoncer dans les termes suivants : **un système bouclé avec une boucle de réaction unitaire n'est stable que si, en parcourant le lieu de Nyquist en BO dans le sens des pulsations croissantes, on laisse le point critique $(+1,0)$ à gauche.**

C'est le critère du revers

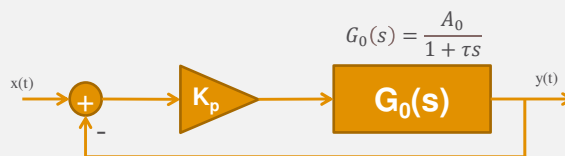


1. critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert

2. critères graphiques basés sur le théorème de Cauchy relatif aux fonctions d'une variable complexe : ex. le critère de Nyquist

Exercice d'application

On considère un système bouclé avec une boucle à contre-réaction unitaire dont le gain de boucle est donné par K_p et $G_0(s)$ avec τ un réel positif et $A_0=0.25$.



- Déterminer les pôles du système en BF et étudier sa stabilité.
- Tracer le lieu de Nyquist du système en BO.
- Indiquer le sens de parcours du lieu lorsque la fréquence f varie dans le sens croissant,
- En appliquant le critère du revers, étudier la stabilité du système en BF en fonction du gain statique K_p .
- Déterminer la réponse impulsionnelle $g(t)$ du système en boucle fermée et confirmer l'état de stabilité de la question précédente.
- Pour une valeur de K_p dans la plage de stabilité, calculer et tracer l'allure de la réponse indicielle $y(t)$ puis déterminer la valeur finale y_∞ de cette réponse ainsi que l'erreur statique ε_{st} .

KK0

Diapositive 51

KK0 Fait!

Kpalma Kidiyo; 2023-11-30T15:20:14.517

Abaque de Black

Représentation d'un système dans l'abaque de Black.

L'abaque de Black permet de "récupérer" les diagrammes de Bode (ou de Black) d'une fonction de transfert en **boucle fermée à retour unitaire** connaissant les diagrammes en boucle ouverte.

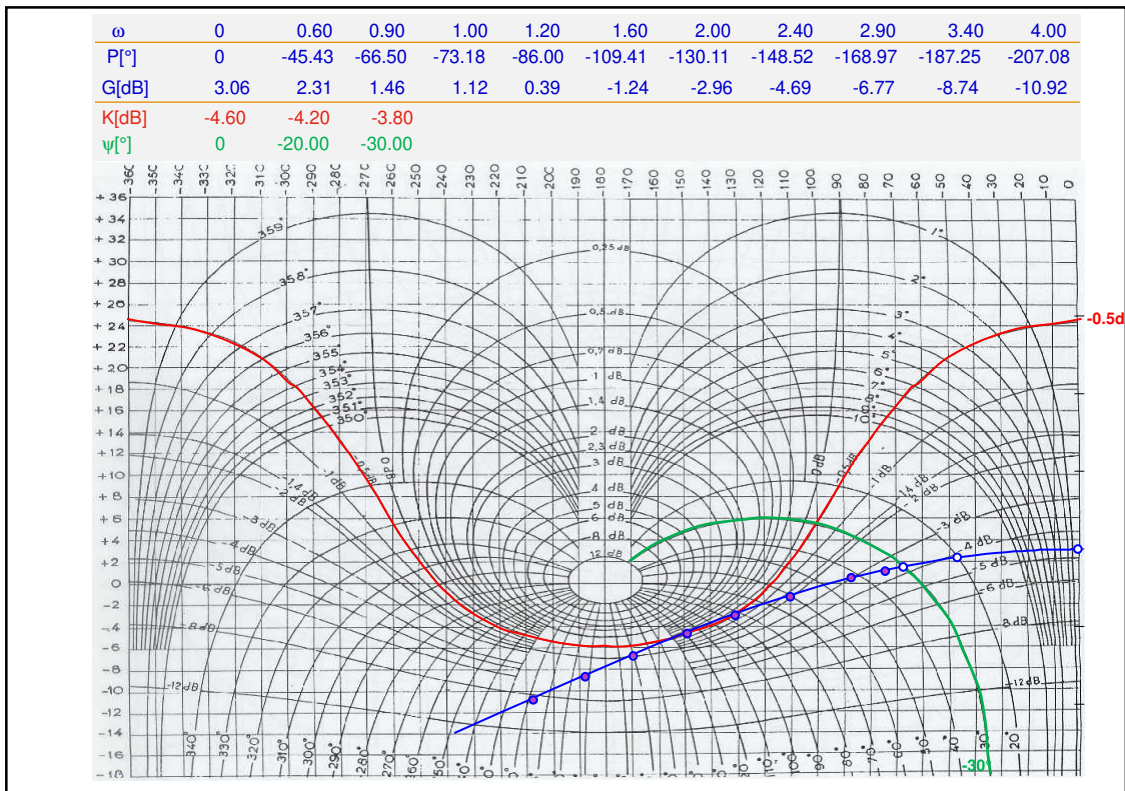
Si $T(s)$ est la fonction de transfert en boucle ouverte et $F(s)$ la fonction de transfert en boucle fermée (avec une boucle à contre-réaction), alors on a la relation :

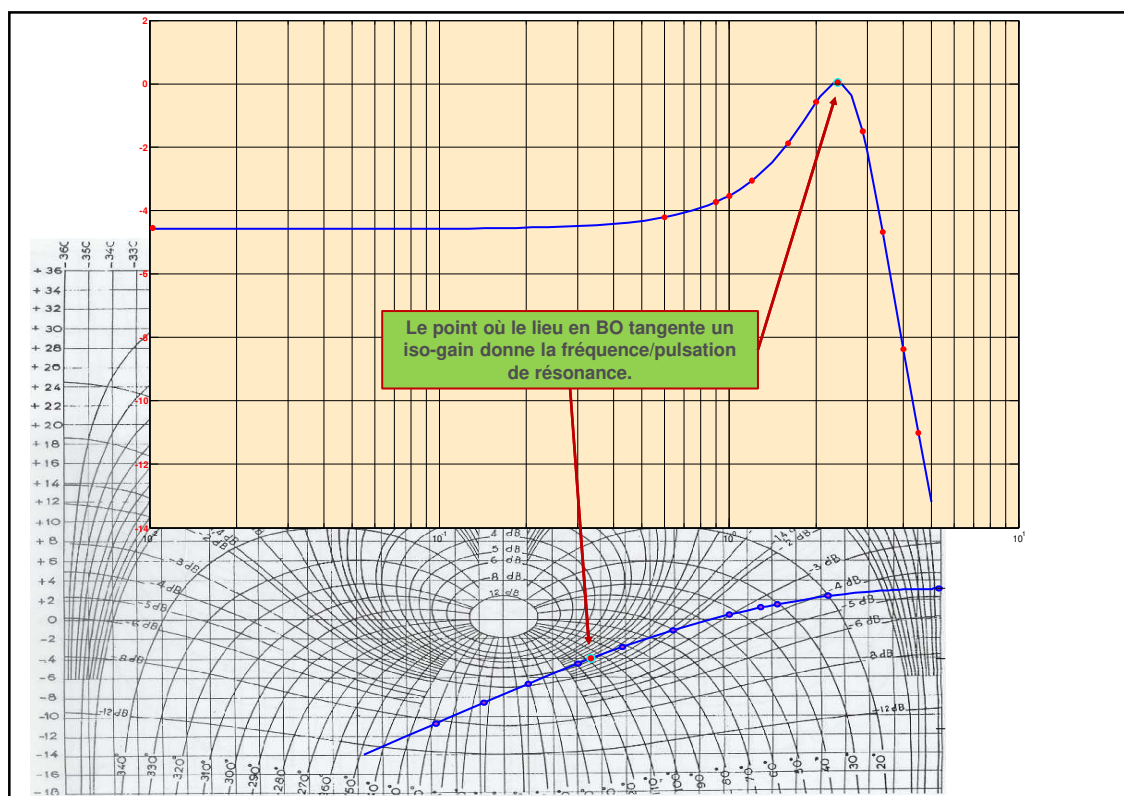
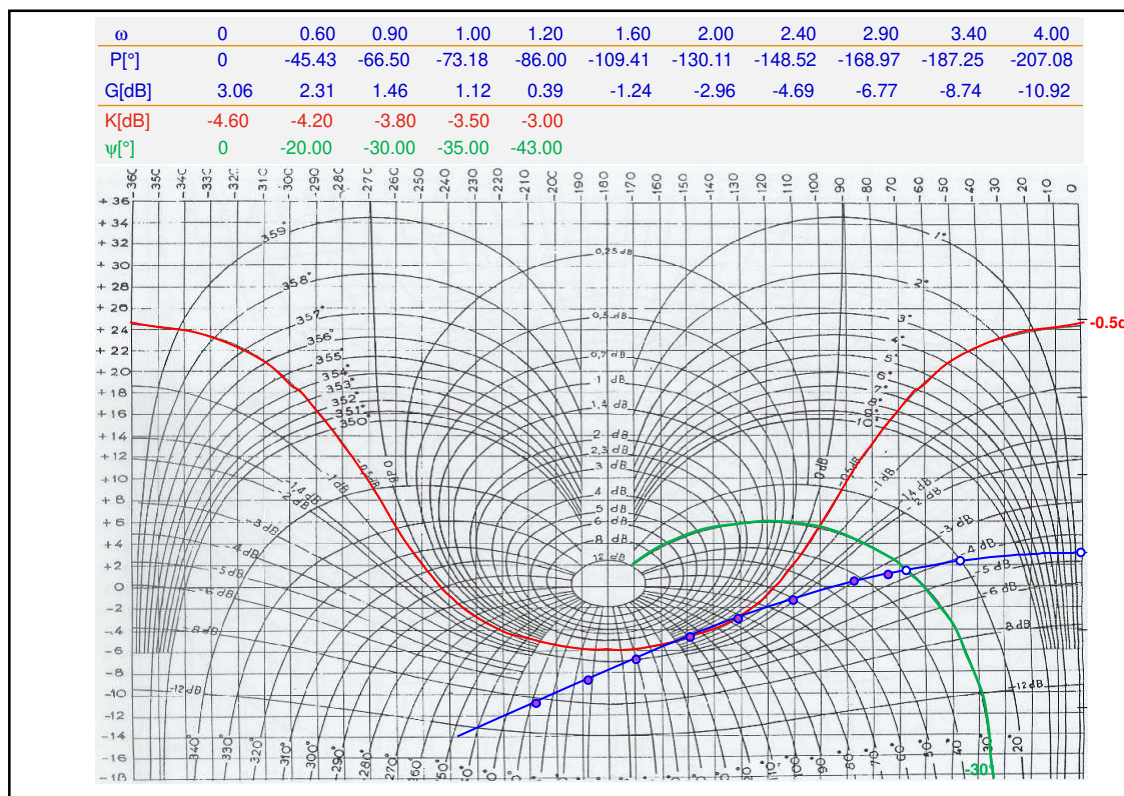
$$(eq.1): F(j\omega) = \frac{T(j\omega)}{1+T(j\omega)} = \frac{Ge^{j\phi}}{1+Ge^{j\phi}} = Me^{jP} \Rightarrow \begin{cases} M = \left| \frac{Ge^{j\phi}}{1+Ge^{j\phi}} \right| \\ P = \arg \left(\frac{Ge^{j\phi}}{1+Ge^{j\phi}} \right) \end{cases}$$

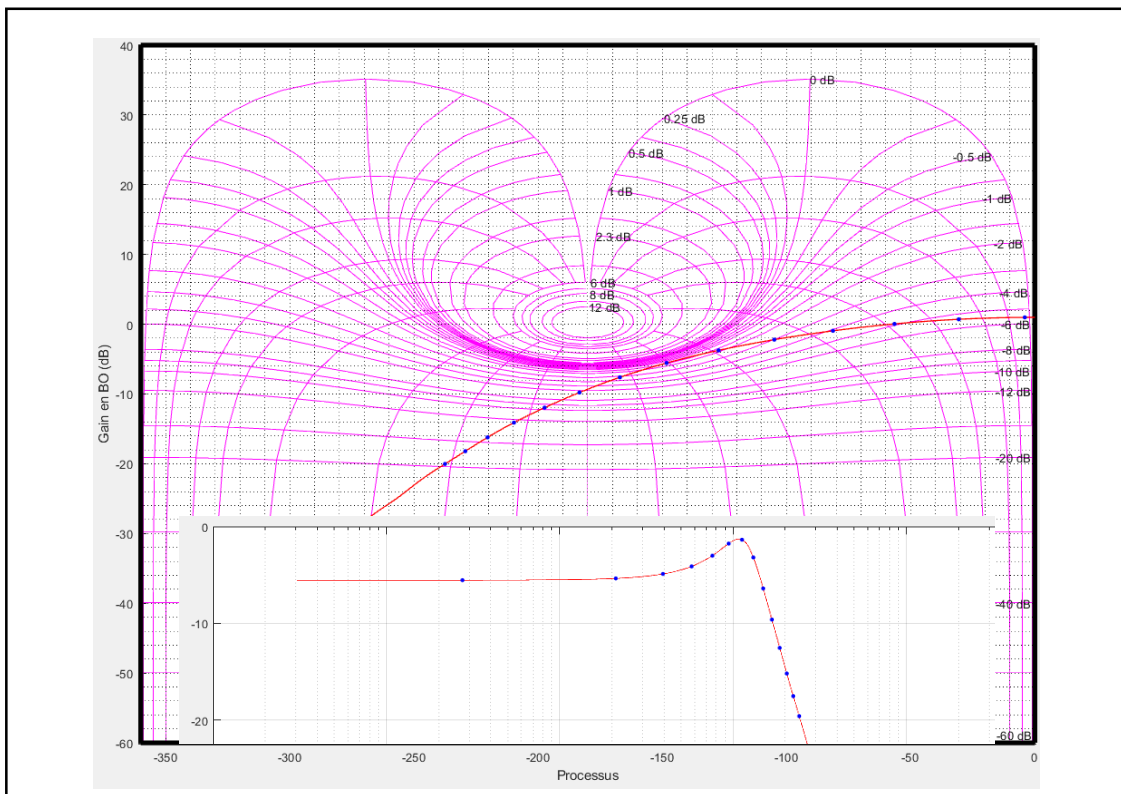
$$(eq.2): (M^2 - 1)G^2 + 2GM^2 \cos(\phi) + M^2 = 0$$

$$(eq.3): G \cdot \tan(P) + \cos(\phi) \cdot \tan(P) - \sin(\phi) = 0$$

1. $eq(2)$: on fixe le gain M , en BF, à une valeur constante K et on trace l'ensemble des points (ϕ, G) vérifiant l'équation (2). On obtient alors le réseau de courbes à gain constant (gain en **dB**) : ce sont les **iso-gains**.
2. $eq(3)$: on fixe la phase P , en BF, à une constante ψ pour déterminer l'ensemble des points (ϕ, G) vérifiant l'équation (3). Ce qui nous donne alors le réseau de courbes à phase constante (en degrés) : ce sont les **iso-phases**.
3. Une fois l'abaque tracé, reporter le diagramme de Black de la fonction de transfert en boucle ouverte dessus et relever les valeurs correspondant à l'amplitude M [dB] et la phase P [°] de la fonction de transfert en boucle fermée, en utilisant les iso-gains et les iso-phases.



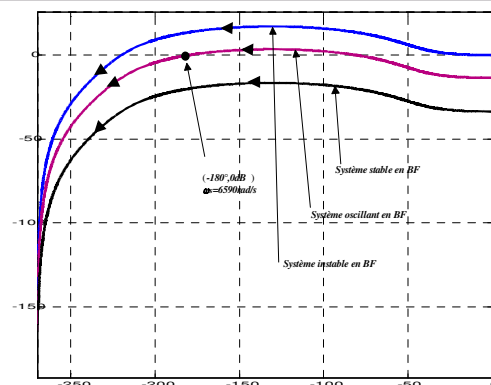




- critère algébrique de Routh-Hurwitz appliqué à la fonction de transfert
- **critères graphiques : critère du revers appliqué au diagramme de Black**

Un système muni d'une boucle de contre-réaction est stable si en parcourant le lieu de Black de son gain de boucle dans le sens des pulsations croissantes on laisse le point critique (-180° , 0dB) à droite.

Sinon le système est instable quand on le laisse à gauche et il est à la limite d'entretien si le lieu de Black traverse ce point.



Robustesse de la stabilité : la marge de phase et la marge de gain

Dans l'étude de la stabilité d'un système en boucle fermée, il est important de tenir compte de deux paramètres qui permettent d'éviter l'instabilité qui pourrait survenir à cause des **perturbations imprévues** ou à cause des **imprécisions sur les composants** et dont on n'a pas tenu compte dans l'analyse du système.

Il s'agit des deux paramètres suivants :

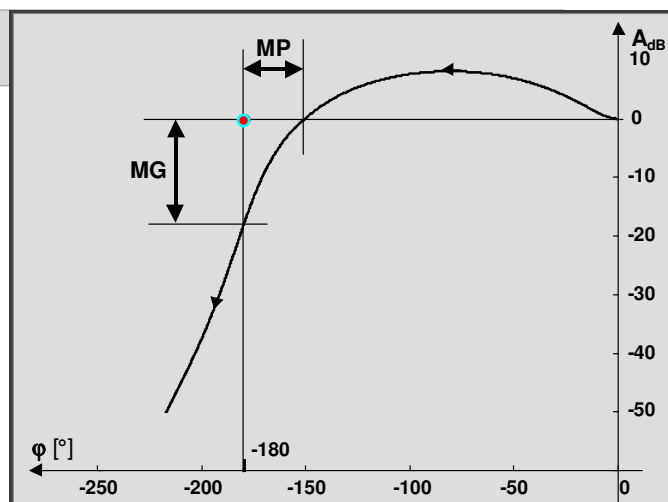
- la **marge de gain MG (ΔG)** qui est le gain qu'il faut ajouter au gain en BO pour atteindre l'instabilité en BF (10 à 15 dB recommandée),
- la **marge de phase MP (ΔP)** qui est le déphasage qu'il faut ajouter à la phase en BO pour atteindre l'instabilité en BF (45° à 60° recommandée)

Robustesse de la stabilité : la marge de phase et la marge de gain

Dans le plan de Black

Les deux marges :

- la **marge de gain MG** : gain à ajouter au gain en boucle ouverte pour atteindre l'instabilité (10dB à 15dB recommandée),
- la **marge de phase MP** : déphasage à ajouter à la phase en boucle ouverte pour atteindre l'instabilité (45° à 60° recommandée)

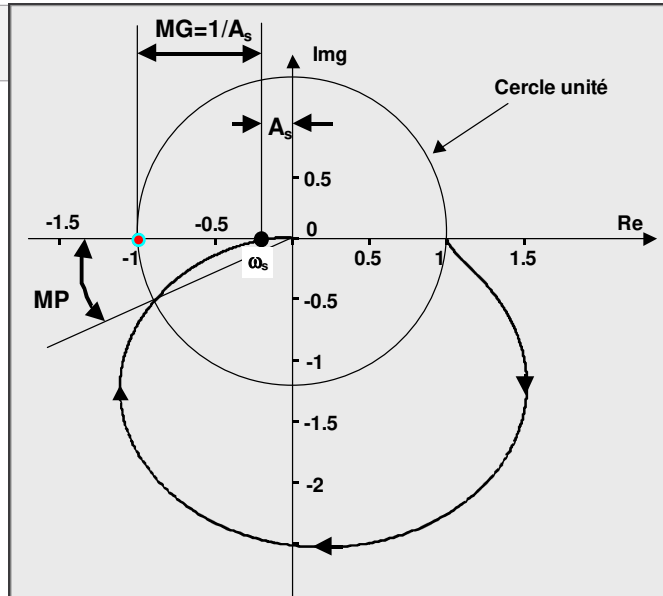


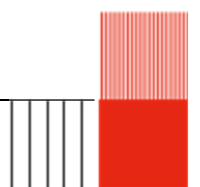
Robustesse de la stabilité : la marge de phase et la marge de gain

Dans le plan de Nyquist

En d'autres termes :

- la **marge de gain MG** : de combien faut-il multiplier le gain en BO pour atteindre l'instabilité en BF (3.1623 à 5.6234 recommandée) ?
- la **marge de phase MP** : de combien faut-il tourner le gain en BO pour atteindre l'instabilité en BF (45° à 60° recommandée) ?





Signaux et Systèmes II

SOMMAIRE

I - Cours

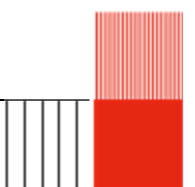
- 1- Analyse spectrale de signaux
- 2- Représentation de systèmes linéaires
- 3- Etude de systèmes en boucles fermée et analyse de leur stabilité

II - Travaux dirigés

- 1- Analyse spectrale d'un signal périodique
- 2- Mise en équations d'un système linéaire
- 3- Réponse d'un système linéaire à une entrée périodique
- 4- Etude d'un système bouclé et de sa stabilité
- 5- Etude de la stabilité d'un système

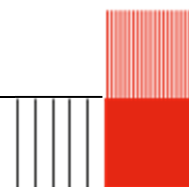
III - Travaux pratiques

- TP n° 1** : Séries et Transformée de Fourier
- TP n° 2** : Etude de la réponse d'un système linéaire
- TP n° 3** : Etude de stabilité d'un système en boucle *fermée*



Travaux dirigés

par
Yassine DHAHRI
Xiaoran JIANG



Travaux dirigés

1- Analyse spectrale d'un signal périodique

On considère le signal $r(t)$ défini par $r(t) = \text{rect}(t/\theta)$ où θ est une constante réelle positive.

- 1.1) Calculez $R(f)$, la transformée de Fourier de $r(t)$.
- 1.2) On définit un signal périodique $x(t) = r(t) * \delta_T(t)$ où T est un réel positif avec $T > \theta$. Calculez les coefficients cissoïdaux X_n de Fourier de $x(t)$.
- 1.3) Montrez que ces coefficients peuvent être extraits directement de $R(f)$.
- 1.4) Pour $\theta = T/2$, donnez l'expression de X_n et tracez la représentation graphique du spectre d'amplitude de $x(t)$.

2- Mise en équations d'un système linéaire

On considère le circuit représenté ci-dessous.

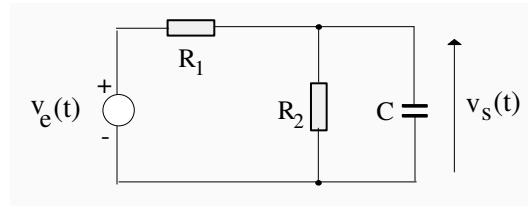


Figure 1

- 2.1) Calculez sa fonction de transfert $H(s) = V_s(s)/V_e(s)$ que vous écrirez sous la forme

$$H(s) = \frac{K}{T_0 s + 1}.$$

- 2.2) Calculez T_0 pour avoir une pulsation de coupure à -3dB de 1010 rad/s.
- 2.3) Pour $C = 1 \mu\text{F}$ et $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, calculez R_2 puis déterminez K .
- 2.4) Calculez la réponse impulsionnelle du système
- 2.5) Calculez la réponse indicielle du système et donnez sa représentation graphique.

3- Réponse d'un système linéaire à une entrée périodique

A l'entrée du système de l'exercice précédent, on applique le signal $v_e(t) = x(t)$ où $x(t)$ est le signal de la question 1.4.

- 3.1) En utilisant les résultats de l'exercice 2, donnez les coefficients cissoïdaux C_n de $v_s(t)$.
- 3.2) Pour cette question, on prendra $x(t) = r(t - \theta/2) * \delta_T(t)$ où $r(t)$ est le signal défini à l'exercice 1 avec $\theta = T/2$. En vous inspirant de la question 2.5, tracez l'allure de $v_s(t)$ pour $T = 40 \text{ ms}$.

4- Etude d'un système bouclé et de sa stabilité

On considère la figure 4.1 où $A(s)$ et $B(s)$ sont deux fonctions complexes de la variable complexe s . On notera $X(s)$ et $Y(s)$, respectivement, la transformée de Laplace de l'entrée $x(t)$ et de la réponse du système $y(t)$.

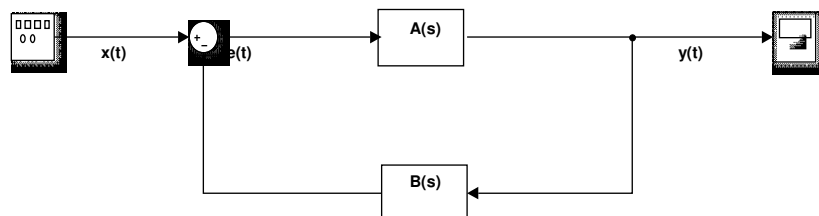


Fig. 4.1

- 4.1) Calculez la fonction de transfert $H(s)$ du système en boucle fermée.
- Pour la suite, on considère le système de la figure 4.2 où K est une constante réelle positive. $A_1(s)$, $A_2(s)$ et $B(s)$ sont des fonctions complexes définies par

$$A_1(s) = \frac{2s(s+1)}{s^2 + s + 2} \quad A_2(s) = \frac{1}{s+1} \quad B(s) = \frac{1}{s}$$



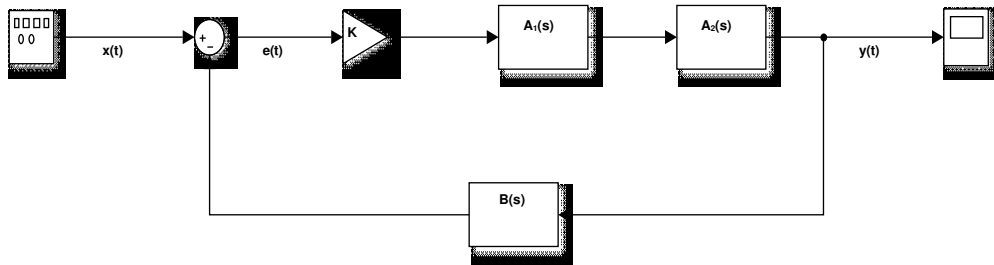


Fig. 4.2

- 4.2) Calculez la fonction de transfert $H(s)$ du système en boucle fermée.
- 4.3) Calculez les pôles et les zéros de $H(s)$.
- 4.4) Donnez les plages de K pour lesquelles le système est stable.
- 4.5) Calculez la réponse impulsionnelle du système en boucle fermée et retrouvez les plages de stabilité en fonction de K .

5- Etude de la stabilité d'un système

On considère le système représenté sur la figure 5 où α et λ sont des constantes réelles positives. K_1 et K_2 sont des interrupteurs. Au départ, on suppose que K_1 et K_2 sont, tous les deux, ouverts.

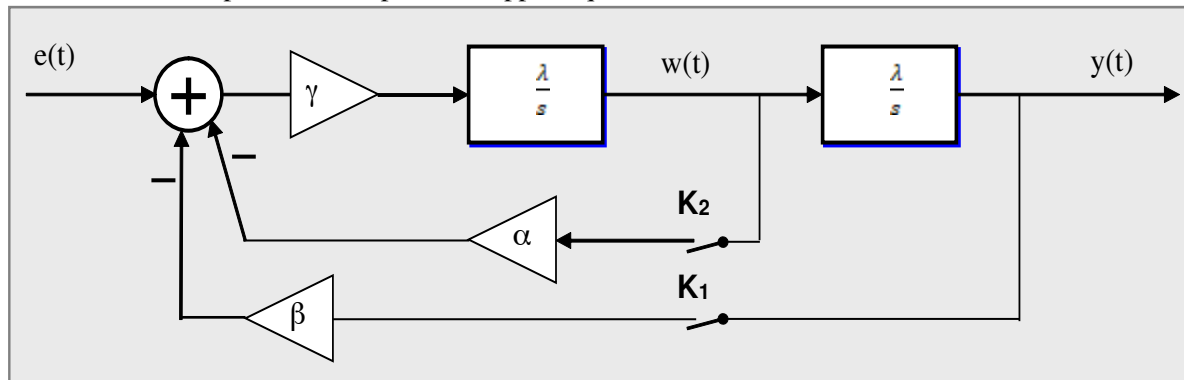


Figure 5

- 5.1) Donnez l'expression de $w(t)$ puis de $y(t)$ en fonction du signal d'entrée $e(t)$.
- 5.2) Déterminez la fonction de transfert $H_0(s)$ de ce système.
- 5.3) En supposant que l'interrupteur K_1 seul est fermé, déterminez la fonction de transfert $H_1(s)$ du système ainsi obtenu. Calculez la réponse impulsionnelle $h_1(t)$ de ce système et montrez qu'il s'agit d'un oscillateur dont vous donnerez la fréquence en fonction de λ .
- 5.4) En supposant, maintenant, que l'interrupteur K_2 seul est fermé, déterminez la fonction de transfert $H_2(s)$ du système ainsi obtenu. Calculez la réponse impulsionnelle $h_2(t)$ de ce système et indiquez les valeurs de α pour lesquelles le système est stable.

Pour la suite, on suppose que les deux interrupteurs sont fermés.

- 5.5) Montrez que la fonction de transfert $H_3(s)$ de ce système est de la forme

$$H_3(s) = \frac{\lambda^2}{s^2 + \alpha\lambda s + \lambda^2}.$$

- 5.6) Déterminez les pôles de $H_3(s)$.
- 5.7) Etudiez la stabilité de ce système en fonction du paramètre α .
- 5.8) Donnez l'expression de la réponse impulsionnelle $h_3(t)$ pour $\alpha \in]0,2[$ dont on tracera l'allure graphique.
- 5.9) Pour $\alpha=0$, donnez l'expression de $h_3(t)$ et comparez-la à $h_1(t)$.
- 5.10) Pour $\alpha>2$, donnez l'expression de la réponse impulsionnelle $h_3(t)$.
- 5.11) Application numérique : pour $\alpha=2.5$, déterminez les pôles du système et donnez l'expression de la réponse impulsionnelles $h_3(t)$ dont vous représenterez graphiquement l'allure.

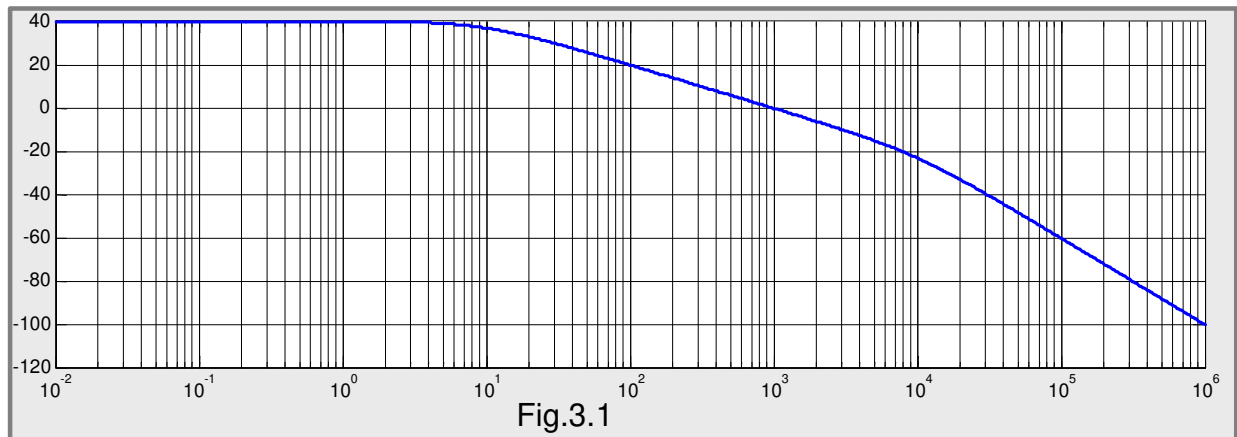
Exercice complémentaire

On considère un système linéaire dont la fonction de transfert $H(s)$ est donnée par

$$H(s) = \frac{abA_0}{(s+a)(s+b)} \text{ où } s \text{ est la variable complexe de Laplace ; } A_0, a \text{ et } b \text{ étant des constantes réelles.}$$

réelles.

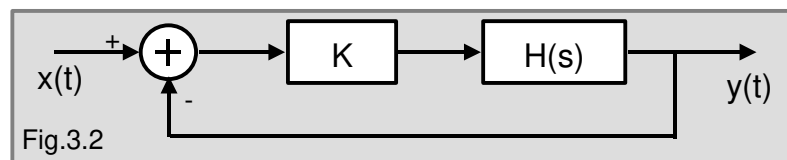
- 3.1) La figure 3.1 représente le diagramme de Bode des amplitudes de ce système. En utilisant les diagrammes asymptotiques correspondant, déterminer les trois paramètres A_0 , a et b sachant que A_0 est un réel positif.



- 3.2) Déterminer la réponse impulsionnelle $h(t)$ du système.

- 3.3) Calculer la réponse indicielle $i(t)$ du système à l'entrée échelon unité $\mathcal{U}(t)$.

On utilise ce système pour construire un système en boucle fermée à contre-réaction comme le montre la figure 3.2. Le paramètre K est un gain réel et constant.



- 3.3) Calculer la fonction de transfert $G(s)$ du système en boucle fermée ainsi obtenu.

- 3.4) Déterminer les pôles et les zéros de $G(s)$ et en déduire la réponse impulsionnelle $g(t)$.

- 3.5) En s'appuyant sur cette réponse impulsionnelle, analyser la stabilité du système en fonction du gain K .

Travaux pratiques

Listes de fonctions fournies et pouvant servir dans les TP

TP N° 1

afourier.m : fonction pour le calcul de la transformée de Fourier "analogique"

decalage.m : décalage d'un tableau de nombre d'échantillons spécifié

repetier .m : répétition d'une séquence

trapeze.m : fonction permettant de générer un trapèze (périodique ou non)

TP N° 2

afourier.m : fonction pour le calcul de la transformée de Fourier "analogique"

convol.m : calcul du produit de convolution entre deux signaux

correl.m : calcul de l'intercorrélation entre deux signaux

decalage.m : décalage d'un tableau de nombre d'échantillons spécifié

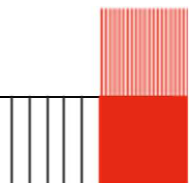
repetier .m : répétition d'une séquence

Tools4SigSysII.slx : quelques outils pour les schémas sous Simulink

TP N° 3

voir le texte du TP

par
Meriem BAYOU-OUTTAS
Yassine DHAHRI
Xiaoran JIANG



TP N° 1

- BUT :**
- Découverte du logiciel MATLAB
 - Représentation de signaux élémentaires
 - Décomposition en Séries de Fourier
 - Analyse spectrale et Transformée de Fourier

1- Découverte du logiciel MATLAB

Afin de comprendre le fonctionnement de Matlab, il vous est demandé d'exécuter les instructions données dans les exemples ci-dessous et d'interpréter les résultats obtenus.

1.1- Introduction

Matlab (MATrix LABoratory) est un logiciel de calcul numérique et de visualisation. Il offre 4 modes de travail :

- **le mode interactif** : sur la ligne de commande de la fenêtre principale de Matlab, l'utilisateur crée des variables et les manipule à l'aide des commandes Matlab :

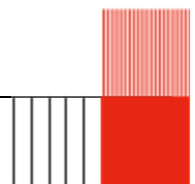
a = 5 ↵	% Création de a initialisé à 5
b = 4 ↵	% création de b initialisé à 4
c = a+b ↵	% création de c initialisé à a+b=9
a = 5+2*c ↵	% affectation de 5+2*9 à a (a=23)
- **le mode programmation à l'aide des fichiers scripts (*.m)** : l'utilisateur crée un fichier à l'extension m (qui peut être une fonction Matlab) contenant les commandes Matlab. Il suffit alors de taper le nom de ce fichier sur la ligne de commandes dans la fenêtre de commandes (ou de l'appeler dans un autre fichier *.m) pour exécuter son contenu. Le fichier n'est pas compilé mais il est interprété commande par commande.

Exemple de fichier *.m

```
% Toute expression précédée du signe % est considérée comme un commentaire
a=[0 1 2]      % création d'un vecteur ligne nommé a.
b=[7 8 9]      % création d'un vecteur ligne nommé b
c=[a 3 4 5 6 b] % création du vecteur ligne c avec une concaténation de a à
                % gauche et b à droite
cmplx=a+i*b    % création d'un vecteur ligne complexe dont la partie réelle
                % est le vecteur a et la partie imaginaire, le vecteur b.
Mod=abs(cmplx) % vecteur des modules de cmplx
Ang=angle(cmplx) % vecteur des arguments de cmplx en radians
```

- **le mode programmation compilé** avec une interface avec un langage de programmation évolué comme le langage C grâce aux fichiers *.mex.
- **le mode programmation par blocs** à l'aide de Simulink qui permet de simuler un système construit à l'aide de blocs de fonctions.

Remarque : nous n'utiliserons que les deux premiers modes.



1.2- Les variables sous Matlab

En langage Matlab, qui s'apparente au langage C, on ne déclare pas les variables. Il suffit de les "créer" (leur affecter une valeur), car en réalité, Matlab ne connaît qu'un seul type : le type matrice (tableau). Ainsi :

- un scalaire est un tableau de taille 1x1,
- un vecteur de taille n est une matrice ligne à n colonnes ou une matrice colonne à n lignes.

Exemples

```
A=[0 1 2; 3 4 5]    % A est une matrice 2x3
B=[6 7 8; 9 0 1]    % B est une matrice 2x3
[l, c]=size(A)       % détermination du nombre l de lignes et du nombre c de
                     % colonnes de A
a=ones(size(A))      % création d'une matrice a de même taille que A et ne
                     % contenant que des "1".
b=zeros(size(A))     % ou bien b=0*A : création d'une matrice b de même taille que A
                     % et ne contenant que des "0".
V=ones(1,5)          % création d'un vecteur ligne 1x5 ne contenant que des "1"
v=V'                  % transposition : v=VT.
LB=sum(B,1)           % somme des lignes : sum(B,1)==sum(B)
CB=sum(B,2)           % somme des colonnes
C=A+B                 % Expliquez le résultat
D=A.*B                % Expliquez le résultat
E=A*B                 % Expliquez le résultat
F=A*B'                % Expliquez le résultat

clear all             % vide la mémoire en effaçant toutes les variables de la mémoire
close all             % ferme toutes les fenêtres graphiques
clc                   % nettoie la fenêtre de commandes

t=debut:pas:fin       % création d'un tableau ligne dont le premier élément est "debut".
                     % Les éléments successifs sont une incrémentation de "pas" et jusqu'à
                     % la valeur maximale de "fin" : t[n+1]=t[n]+"pas" avec t[n+1]<="fin"
```

Remarque : vous noterez que le fait de placer un ";" à la fin d'une instruction fera que les résultats ne seront plus affichés. Ceci permet d'accélérer grandement le traitement.

Exemple de programme : calculer et afficher les fonctions $f(t) = \sin(5\pi t)$, $g(t) = e^{-3(t-1)^2}$ ainsi que leur produit $h(t) = f(t).g(t)$ pour $t \in (-1.5, 3)$ avec un pas d'échantillonnage de 10^{-2} . Créez un fichier `fonc.m` contenant le texte ci-dessous et testez-le.

```
% Création des fonctions
deb=-1.5 ;
fin=3 ;
pas=0.01 ;
t=deb:pas:fin ;      % tableau temps avec un pas d'échantillonnage de 0.01.
f=sin(5*pi*t) ;      % fonction f : f[n] = sin(5*pi*t[n])
g=exp(-3*(t-1).^2) ;  % fonction g : g[n] = e-3(t[n]-1)2
h=f.*g ;             % h[n] = f[n].g[n]

% Affichage des résultats dans une même fenêtre: cf l'aide sur plot (help plot)
plot(f) ;            % Affichage de f en fonction des indices
pause                % Attend qu'on frappe sur une touche pour continuer
plot(t,f,'y',t,g,'r',t,h,'g') ; % Affichage de f, g et h en fonction de t.
```

% Mettre une légende aux courbes : cf. help legend

legend('courbe f','courbe g','courbe h',3);

% Affichage des résultats dans des sous-fenêtres: cf l'aide sur subplot

figure % Ouverture d'une nouvelle fenêtre graphique

subplot(221), plot(t,f,'r') ; % fenêtre haut-gauche

subplot(222), plot(t,g,'g') ; % fenêtre haut-droit

subplot(223), plot(t,h,'b') ; % fenêtre bas-gauche

2- Analyse spectrale d'un signal périodique

2.1- Générer le signal périodique $x_T(t)$ de la figure 1 pour une période $T = 0.0125s$ à l'aide d'une fréquence d'échantillonnage $F_e = 10kHz$. Pour générer ce signal, on peut utiliser la fonction **square** de Matlab.

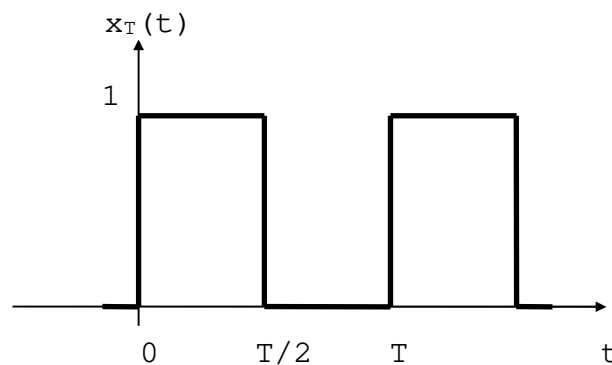


Fig.1

Visualisez $x_T(t)$.

- Donner l'expression mathématique de la transformée de Fourier de $x_T(t)$.
- Calculez, à l'aide de la fonction `afourier`, et visualisez le spectre d'amplitude correspondant.
- Commentaires ?
- Modifier les paramètres comme suit :
 - F_e variable ($F_e = 100, 1000$ et 10^5), la durée d'observation fixée à 1s et le rapport cyclique fixé à 50%. Quels effets observez-vous sur le spectre?
 - F_e fixée à 10^4 , la durée d'observation variable (0.1s, 1s, 10s) et le rapport cyclique fixé à 50%. Quels effets observez-vous sur le spectre?
 - F_e fixée à 10^4 , la durée d'observation fixée à 1s et le rapport cyclique variable (25%, 50%, 75%). Quels effets observez-vous sur le spectre?

NB : pour chacune de ces cas, utilisez subplot pour afficher les 3 spectres X1, X2 et X3 comme par exemple :

```
subplot(311), plot(f1,abs(X1)); axis([-250 250 0 0.7]) ;
subplot(312), plot(f2,abs(X2)); axis([-250 250 0 0.7]) ;
subplot(313), plot(f3,abs(X3)); axis([-250 250 0 0.7]) ;
```

2.2- Influence des temps de montée et de descente

On souhaite maintenant étudier l'influence des temps de montée T_r et de descente T_f ($T_r = T_f$) sur l'occupation spectrale d'un signal.

- A l'aide de la fonction **trapeze** fournie, générez le signal $x(t)$ de la figure ci-après, pour différentes valeurs de T_r (on prendra $T_r = 0, D/4, D/2$).

On choisira $D = 1s$.

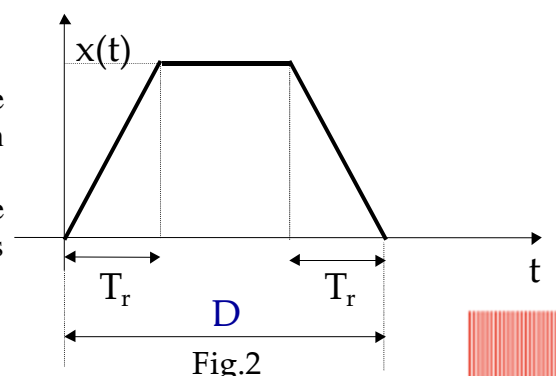


Fig.2

- b) Pour les différentes valeurs de T_r (0, $D/4$, $D/2$), superposez dans la même fenêtre graphique, le spectre d'amplitude des signaux $x(t)$ correspondants.
- c) Expliquez les différents résultats obtenus, en les comparant en termes d'amplitude, d'occupation spectrale et d'allure des lobes...

2.3- Spectre d'un signal périodique

A l'aide de la fonction **trapeze**, générez le signal $y(t)$ de la figure ci-après, qui représente la période principale d'un signal périodique $y_T(t)$.

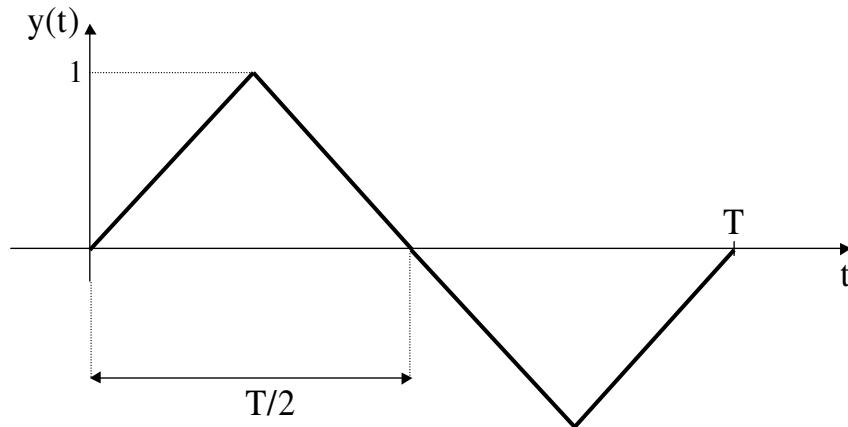


Fig. 3

On choisira $T=1s$.

En utilisant la fonction **trapeze**, générez le signal périodique $y_T(t)$.

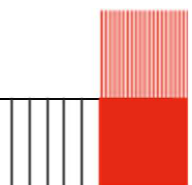
- a) Superposez dans la même fenêtre graphique, le spectre d'amplitude des signaux $y(t)$ et $y_T(t)$.
- b) Expliquez le résultat obtenu.

3- Synthèse d'un signal carré à partir de ses harmoniques

Calculez (**à la main**) les coefficients a_n et b_n du développement en Série de Fourier d'un signal carré, on peut reconstruire ce signal par superposition des harmoniques correspondants.

- a) Calculez les coefficients a_n et b_n de la série de Fourier du signal carré de fréquence 5 Hz dont l'allure est similaire à la figure 1.
- b) Reconstruire progressivement le signal précédent. En particulier, on visualisera le signal reconstruit à partir :
- du fondamental
 - des 2 premiers harmoniques
 - des 4 premiers harmoniques
 - des 10 premiers harmoniques
 - des 100 premiers harmoniques
 - des 1000 premiers harmoniques

Pour cela, on utilisera les possibilités offertes par le langage de programmation de Matlab pour écrire une boucle dans laquelle, à chaque passage, on ajoute un nouvel harmonique au signal à reconstruire. Commentez les résultats obtenus.



TP N° 2

BUT :

- Mise en équation d'un système linéaire
- Etude de la réponse d'un système linéaire à une échelon
- Réponse d'un système linéaire à une entrée périodique

1- Modélisation d'un système linéaire

On considère le circuit représenté ci-dessous.

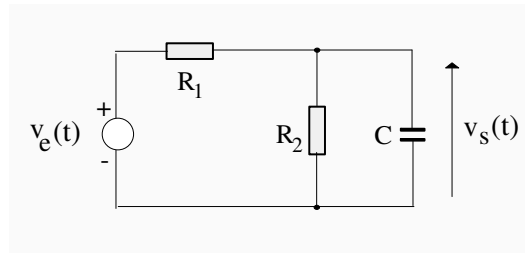


Figure 4

Calculez sa fonction de transfert $H(s) = V_s(s)/V_e(s)$ que vous écrirez sous la forme $H(s) = \frac{K}{T_0 s + 1}$.

Calculez T_0 pour avoir une pulsation de coupure à -3dB de 1010 rad/s.

Pour $C = 1 \mu\text{F}$ et $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, calculez R_2 puis déterminez K .

2- Etude de la réponse d'un système linéaire à un échelon unité ou "how to Simulink ?"

Calculez les expressions algébriques des réponses impulsionnelle et indicielle du système, que vous représenterez graphiquement.

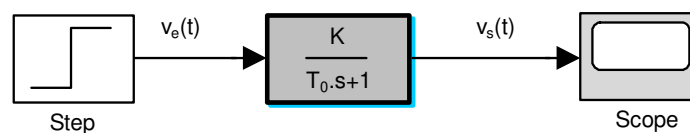
Pour la suite et pour l'utilisation de Simulink, il faut vous référer à l'annexe 3.

A l'aide du montage approprié (voir figure ci-dessous), simulez le système pour une entrée échelon unitaire retardé de 0.25s. Observez les résultats que vous comparerez à la réponse indicielle tracée précédemment.

Évaluez les paramètres suivants :

- le temps de monté t_m ,
- le retard τ ,
- la réponse finale y_∞ ,
- l'écart statique ε_{st} .

NB : on choisira la fréquence d'échantillonnage $T_e = 100 \mu\text{s}$.



Modèle d'un système de du 1er ordre

3- Réponse fréquentielle du système linéaire

Prendre pour T_0 , la valeur calculée plus haut et exécutez les instructions suivantes.

```
num=[1] ;
den=[To 1] ;
sys=tf(num,den) ;
f=logspace(-1,5,10000) ;
bode(sys,f) ;
grid on
```

Interprétez le graphique obtenu.

Donnez l'allure du spectre de $v_s(t)$ lorsque $v_e(t)=\cos(1010t)+\cos(10100t)$.

Simuler le système avec cette entrée et vérifiez vos résultats en calculant le spectre des différents signaux à l'aide de la fonction *afourier* fournie.

4- Réponse d'un système linéaire à une entrée périodique

4.1) Réalisez le système ci-dessous à l'aide de Simulink

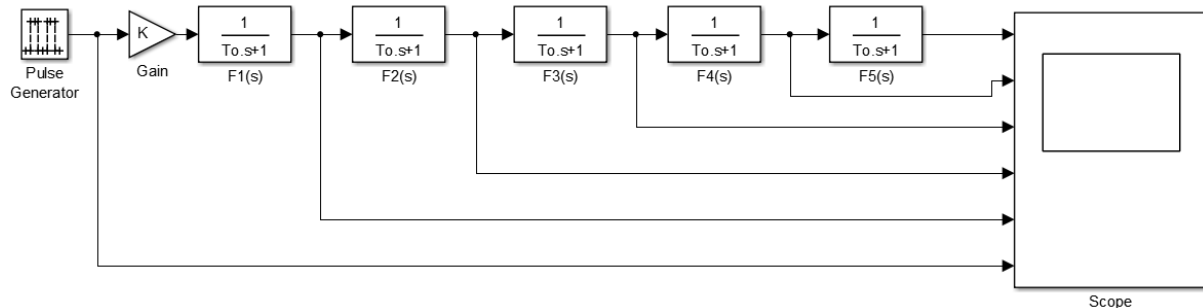


Figure 5

Cliquez droit dans la fenêtre et choisissez "Model Properties" puis "Callbacks".

Sélectionnez "InitFcn" et dans la fenêtre de droite, saisissez le code suivant

```
C=1e-6;
R1=1000;
R2=100000;
K=R2/(R1+R2);
To=R1*R2*C/(R1+R2)
num=[1];
den=[To 1];
sys1=tf(num,den);
sys2=sys1*sys1;
sys3=sys1*sys2;
sys4=sys2*sys2;
sys5=sys2*sys3;
w=logspace(-1,5,10000);
bode(K*sys1,'r',K*sys2,'b',K*sys3,'k',K*sys4,'b-.',K*sys5,'r-.',w)
grid on
```

Ensuite, faites un clic droit dans la fenêtre et choisissez "Model Properties" puis "Callbacks" et sélectionnez "StopFcn" et dans la fenêtre de droite, saisissez le code suivant

```
figure
t=s.time;
S=[];
for k=1:6
    [f, FS]=afourier(s.signals(k).values',t);
    S=[S;abs(FS)];
    subplot(6,1,k),plot(f,S(k,:));
    axis([-600 600 0 1])
end
```

Le signal d'entrée est un signal périodique carré de période $T=10\text{ms}$, comme illustré sur la figure 6. En vous aidant des résultats obtenus au TP1 et du TD, donnez les coefficients de Fourier de $x(t)$.

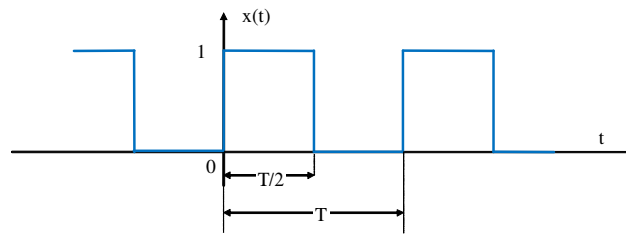


Figure 6 : signal carrée périodique

Configurez l'oscilloscope "Scope" pour sauvegarder les signaux dans la variable "s" au format structure avec le temps, "Structure with time" (cf. Annexe 3 ou Annexe 4).

Simulez le système pour observer et interpréter les différents signaux et graphiques obtenus.

4.2) Remplissez le tableau ci-dessous avec les valeurs observées expérimentalement en sorti de chaque bloc élémentaire du système.

$f[\text{Hz}]$	0	100	300	500
$X(f)$				
$Y_1(f)$				
$Y_2(f)$				
$Y_3(f)$				
$Y_4(f)$				
$Y_5(f)$				

En analysant ces résultats, justifiez la forme des signaux obtenus. $Y_1(f)$, $Y_2(f)$, ..., $Y_5(f)$ étant les transformées de Fourier des réponses des sous-systèmes de la figure 5.

4.3) Modifiez le schéma de la figure 5 comme sur la figure suivante où

$$F(s) = K \times F_1(s) \times F_2(s) \times \dots \times F_5(s)$$

L'entrée est un échelon unitaire retardé de 1s.

- simulez ce système et observez le retard entre les deux signaux (entrée et sortie). Justifiez ce retard.
- évaluez l'écart statique

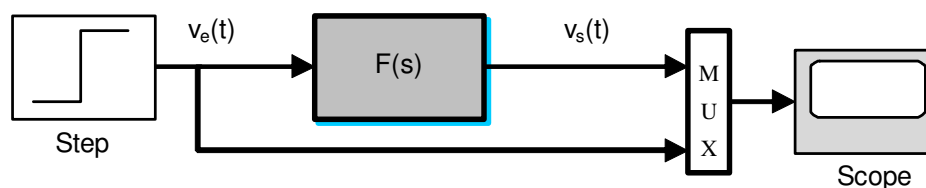


Figure 7 : superposition d'un signal d'entrée et de la réponse du système sur un même graphique

TP N° 3 : Etude de la stabilité d'un système

BUT : ■ Etude de la réponse d'un système bouclé de 2nd ordre

- instabilité
- oscillation
- stabilisation d'un système bouclé

Pour ce TP, on reprendra le montage étudié en TD (exercice 5).

Réalisez progressivement le montage (repris dans la figure ci-dessous) afin de vérifier les résultats obtenus en TD : au départ, on prendra donc $\gamma=\beta=1$.

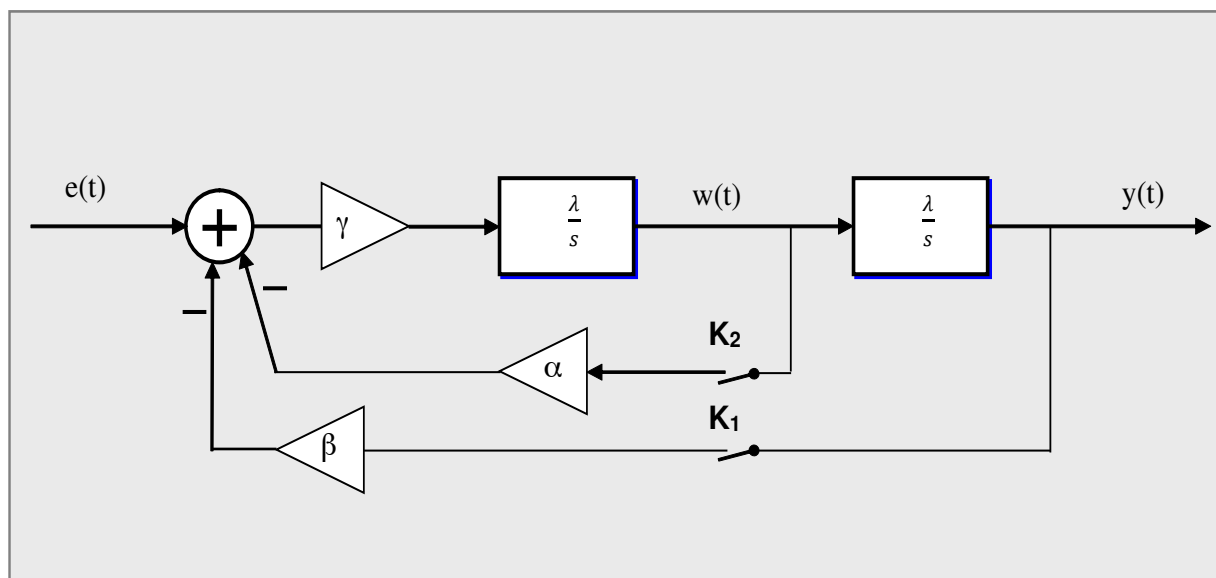


Figure 8 : système linéaire bouclé

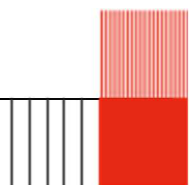
Remarque : il est conseillé d'utiliser les "Callback" comme dans le TP précédent pour le calcul et l'affichage des différentes courbes : les signaux représentés dans l'espace temporel ou l'espace fréquentielle.

Etude de la stabilité d'un système

- a) L'interrupteur K_1 seul est fermé. Pour la suite, on prendra $\lambda=10$.

Comme entrée du système, vous mettrez une impulsion rectangulaire brève pour pouvoir démarre le système. Vous testerez et observerez les sorties des différentes configurations suivantes :

- largeur θ fixe et hauteur A variable (ex. $\theta=100\mu\text{s}$ et $A=0.1\text{V}$, 1V , 10V),
- largeur θ variable et hauteur A fixe (ex. $\theta=100\mu\text{s}$, 1ms , 1s et $A=1\text{V}$),
- largeur θ et hauteur A fixes telles que le produit $\theta \times A$ est égal à l'unité. On prendra successivement $\theta=10\mu\text{s}$, $100\mu\text{s}$, 1ms , 10ms et 100ms puis les valeurs correspondantes pour A .



Lancez la simulation pour chaque configuration puis vérifiez le résultat obtenu théoriquement. Indiquez alors les critères nécessaires pour le choix des paramètres A et θ . Indiquez les limites de fonctionnement s'il y en a.

- b) A ce point, on suppose que β et γ sont des variables. Calculez la réponse impulsionnelle du système puis déterminez son amplitude A_0 et sa fréquence f_0 en fonction des paramètres β et γ .

En fixant les valeurs de ces paramètres (ex. $\beta=\gamma=2$), simulez le système pour vérifier les résultats obtenus par calcul.

On veillera à ce que l'aire de l'impulsion soit égale à l'unité: $\theta \times A = 1$.

Pour la suite du TP, on fixera les paramètres γ et β à l'unité.

- c) En supposant, maintenant, que l'interrupteur K_2 seul est fermé avec $\alpha=4$, déterminez la fonction de transfert $H_2(s)$ du système ainsi obtenu ainsi que la réponse impulsionnelle $h_2(t)$.

Lancez la simulation puis comparez au résultat obtenu théoriquement.

- d) Pour la suite, les deux interrupteurs sont fermés.

En reprenant les questions 5.5 à 5.11 du TD, réalisez les différentes expérimentations afin de vérifier vos résultats théoriques.

NB : Comme entrée impulsionnelle, on prendra une impulsion rectangulaire très brève (de l'ordre du μs) dont on adaptera la hauteur pour avoir une aire unité.

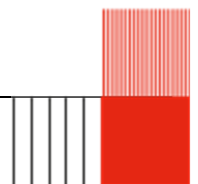
- e) Pour $\alpha=1$, générez la réponse indicielle et relevez les paramètres suivants :

- le temps de montée t_m ,
- le retard τ ,
- premier dépassement D_1 ,
- la réponse finale y_∞ ,
- l'écart statique ε_{st} .

f) Questions bonus (pour les rapides) :

Pour chacun des différents cas ($H_1(s)$, $H_2(s)$ et $H_3(s)$), tracez le lieu de Black-Nichols, en BO correspondant, et vérifiez l'état de stabilité déterminé dans les questions précédentes.

Pour cela, il faut se référer à l'Annexe 4 et utiliser la fonction **nichols**.



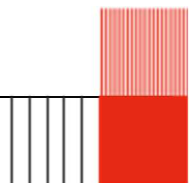
Annexes

Annexe 1 : Quelques fonctions utiles sous Matlab

RAPPEL : POUR AVOIR DE L'AIDE SUR UNE COMMANDE **CMD**, IL SUFFIT DE TAPER **HELP CMD** DANS LA FENETRE DE COMMANDES DE MATLAB.

NAME : FUNCTIONALITY

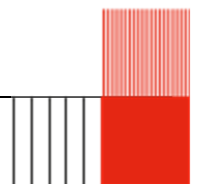
ABS : MAGNITUDE.
 ANGLE : PHASE ANGLE.
 BARTHANNWIN..... : MODIFIED BARTLETT-HANNING WINDOW.
 BARTLETT..... : BARTLETT WINDOW.
 BLACKMAN..... : BLACKMAN WINDOW.
 BOXCAR..... : RECTANGULAR WINDOW.
 BUTTER..... : BUTTERWORTH FILTER DESIGN.
 BUTTORD : BUTTERWORTH FILTER ORDER SELECTION.
 CHEB1ORD..... : CHEBYSHEV TYPE I FILTER ORDER SELECTION.
 CHEB2ORD..... : CHEBYSHEV TYPE II FILTER ORDER SELECTION.
 CHEBY1 : CHEBYSHEV TYPE I FILTER DESIGN.
 CHEBY2 : CHEBYSHEV TYPE II FILTER DESIGN.
 CONV : CONVOLUTION.
 COS : COSINE OF ARGUMENT IN RADIANS.
 ELLIP..... : ELLIPTIC FILTER DESIGN.
 ELLIPORD..... : ELLIPTIC FILTER ORDER SELECTION.
 FFT..... : FAST FOURIER TRANSFORM.
 FFTSHIFT..... : SWAP VECTOR HALVES.
 FILTDEMO : FILTER DESIGN DEMONSTRATION.
 FILTER : FILTER IMPLEMENTATION.
 FIR1 : WINDOW BASED FIR FILTER DESIGN : LOW, HIGH, BAND, STOP.
 FIR2 : WINDOW BASED FIR FILTER DESIGN : ARBITRARY RESPONSE.
 FIRLS..... : FIR FILTER DESIGN : ARBITRARY RESPONSE WITH TRANSITION BANDS.
 FREQZ : Z-TRANSFORM FREQUENCY RESPONSE.
 GAUSSWIN : GAUSSIAN WINDOW.
 HAMMING : HAMMING WINDOW.
 HAMMING : HAMMING WINDOW.
 HANN : HANN WINDOW.
 HANNING : HANNING WINDOW.
 HILBERT..... : HILBERT TRANSFORM.
 IFFT..... : INVERSE FAST FOURIER TRANSFORM.
 IMPZ..... : IMPULSE RESPONSE (DISCRETE).
 KAISER..... : KAISER WINDOW.
 MODDEMO : MODULATION/DEMULATION DEMONSTRATION.
 MODULATE : MODULATION FOR COMMUNICATIONS SIMULATION.
 ONES : ALL ONES
 PARZENWIN : PARZEN (DE LA VALLE-POUSSIN) WINDOW.
 RANDN..... : NORMALLY DISTRIBUTED RANDOM NUMBERS.



RECTWIN..... : RECTANGULAR WINDOW.
 REMEZ : PARKS-MCCLELLAN OPTIMAL FIR FILTER DESIGN.
 REMEZORD : PARKS-MCCLELLAN FILTER ORDER SELECTION.
 SAWTOOTH : SAWTOOTH FUNCTION.
 SIN : SINE OF ARGUMENT IN RADIANS.
 SINC : SINC OR $\text{SIN}(\text{PI} \times \text{X}) / (\text{PI} \times \text{X})$ FUNCTION
 SOSDEMO : SECOND-ORDER SECTIONS DEMONSTRATION.
 SQUARE : SQUARE WAVE FUNCTION.
 STEM..... : PLOT DISCRETE DATA SEQUENCE.
 TRIANG : TRIANGULAR WINDOW.
 UNWRAP : UNWRAP PHASE.
 ZEROS : ALL ZEROS
 ZPLANE : DISCRETE POLE-ZERO PLOT.

Annexe 2 : Opérateurs disponibles sous Matlab

Char	Name	HELP topic		
+	Plus	arith	find	Find indices of non-zero elements.
-	Minus	arith	isnan	True for Not-A-Number.
*	Matrix multiplication	arith	isinf	True for infinite elements.
.*	Array multiplication	arith	finite	True for finite elements.
^	Matrix power	arith	isempty	True for empty matrix.
.^	Array power	arith	isreal	True for real matrix.
\	Backslash or left division slash		issparse	True for sparse matrix.
/	Slash or right division	slash	isstr	True for text string.
./	Array division	slash	isglobal	True for global variables.
kron	Kronecker tensor product	kron		
:	Colon	colon		
()	Parentheses	paren		
[]	Brackets	paren		
{ }	Braces	paren		
.	Decimal point	punct		
..	Parent directory	punct		
...	Continuation	punct		
,	Comma	punct		
;	Semicolon	punct		
%	Comment	punct		
!	Exclamation point	punct		
'	Transpose and quote	punct		
Char	Name	HELP topic		
=	Assignment	punct		
==	Equality	relop		
< >	Relational operators	relop		
&	Element-wise Logical AND	relop		
&&	Short-Circuit Logical AND.			
	Element-wise Logical OR	relop		
	Short-Circuit Logical OR.			
~	Logical NOT	relop		
xor	Logical EXCLUSIVE OR xor			
exist	Check if variables or functions are defined.			
any	True if any element of vector is true.			
all	True if all elements of vector are true.			



Annexe 3 : utilisation de Simulink

Pour des détails supplémentaires, vous pouvez consulter le lien suivant : https://www.tutorialspoint.com/matlab/matlab_simulink.htm

Pour faciliter l'accès aux blocs de Simulink, les plus fréquents pour le TP sont regroupés dans le fichier Tools4SigSysII.slx. Il suffit d'ouvrir ce fichier dans Simulink pour récupérer les blocs et les insérer dans le schéma en construction (voir figure ci-dessous).

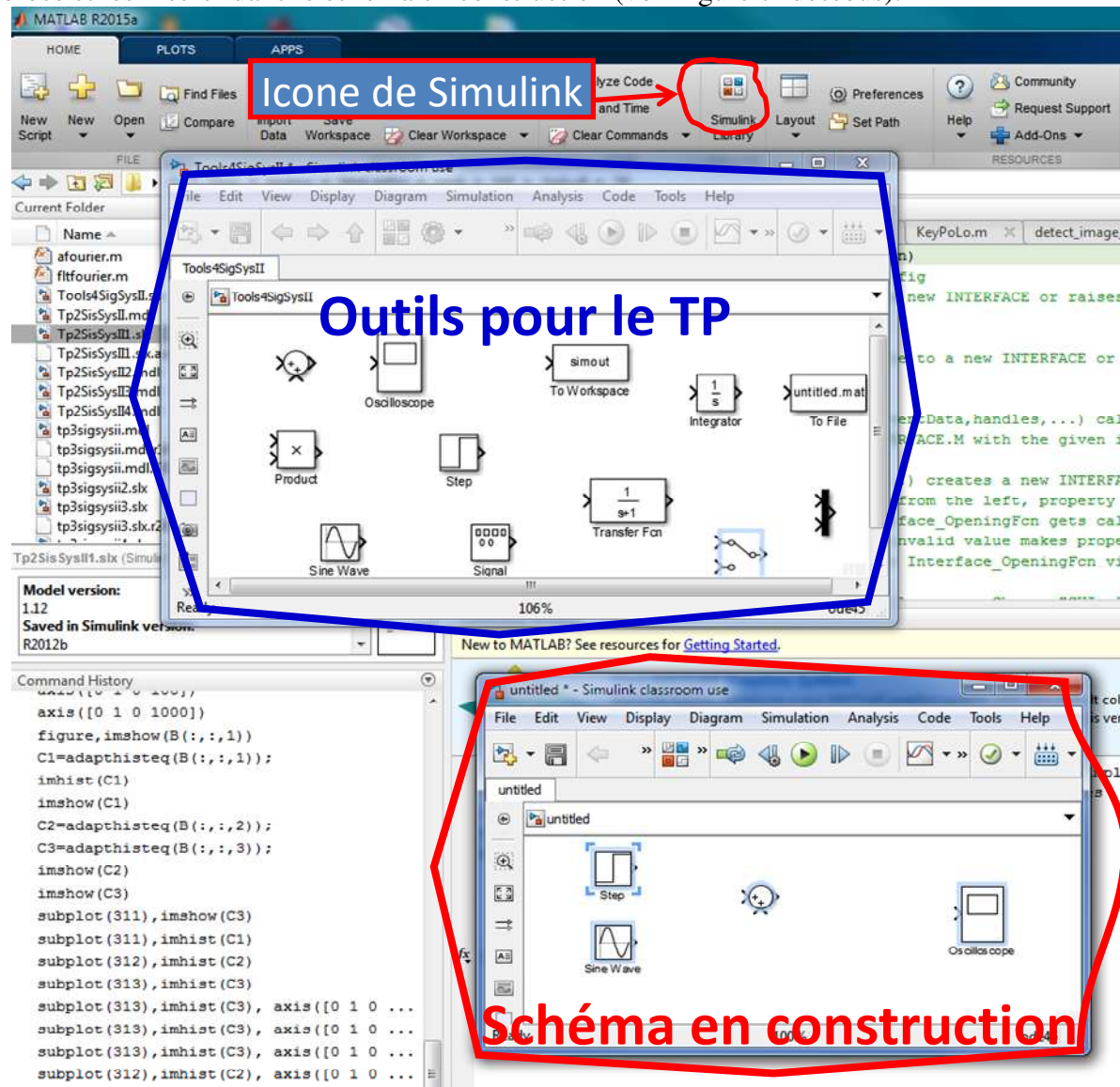
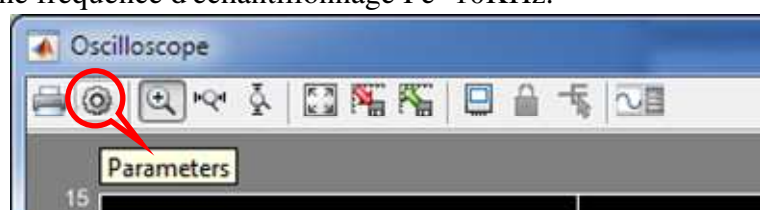


Illustration d'un modèle Simulink

Ouvrez le fichier exemple.slx et complétez le schéma afin de réaliser une somme de deux signaux : un échelon retardé de 0.5s, de hauteur 10 et une sinusoïde d'amplitude 0.5 et de fréquence 20 Hz. Vous prendrez une fréquence d'échantillonnage $F_e=10\text{KHz}$.

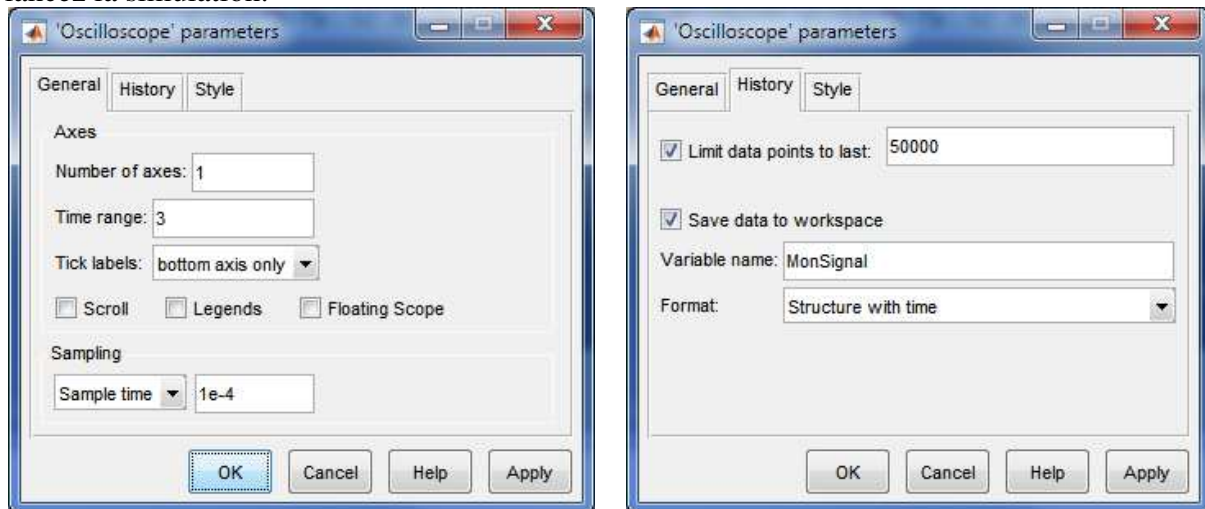
Il ne reste plus qu'à régler l'oscilloscope à l'aide de l'icône paramètres (la roue dentée).

On obtient le menu suivant qui



Icônes de l'oscilloscope de Simulink

comporte 3 onglets. Réglez les paramètres des deux premiers onglets comme ci-dessous puis lancez la simulation.



Comme vous pouvez le voir dans le *workspace*, une nouvelle variable nommée **MonSignal** est créée. C'est une structure contenant le signal dans **MonSignal.signals.values** et la variable temps associée dans **MonSignal.time**.

Pour visualiser ce signal directement dans Matlab en couleur bleue, il suffit de faire

```
plot(MonSignal.time, MonSignal.signals.values, 'b') ;
```

On peut maintenant appliquer des traitements que l'on veut sur ce signal sous Matlab : par exemple calculer et afficher le spectre d'amplitude.

```
[f,X]=afourier(MonSignal.signals.values, MonSignal.time) ;  
plot(f, abs(X), 'r') ;  
axis([-100 100 0 10])
```

Annexe 4 : Quelques éléments utiles de Matlab pour l'automatique

Paramétrage de la simulation :

Dans la barre de menus, cliquer sur **Simulation** puis sur **Configuration Parameters**

Dans l'onglet **Solver** renseigner le temps d'analyse et dans le sous-menu **Solver options** sélectionner **Fixed Step**.

Dans l'onglet **Real time workshop** cliquer sur **browse** et sélectionner **rtwin.tlc**.

Avant de lancer l'analyse, il faut configurer la sauvegarde.

Pour cela double cliquez sur le scope puis sur **parameters**.

Ouvrir **data history** et valider **save to workspace** au format **array**



Tracé des diagrammes graphiques

Le principe de base pour tracer les différents diagrammes est de calculer la fonction de transfert en boucle fermée ou ouverte suivant le cas et appeler la fonction **bode** pour les diagrammes de Bode, **nichols** pour le diagramme de Black-Nichols et **rltool** pour le lieu d'Evans.

