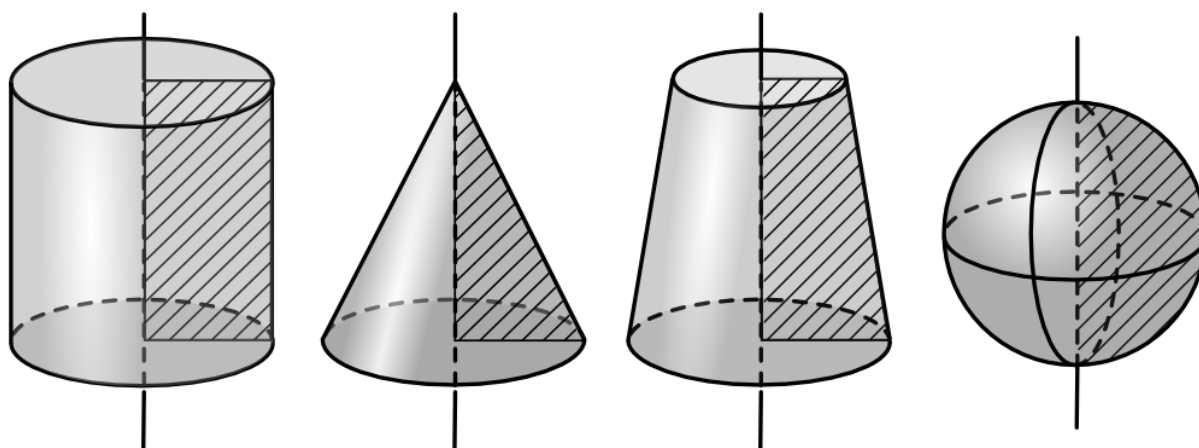


Волумен на вртливо (ротационо) тело

Thursday, April 2, 2020 13:00

Поим за вртливо тело: За едно тело во просторот се вели дека е вртливо (ротационо) тело ако истото може да се генерира со ротација на рамнинска фигура во простор околу некоја права, т.н. **оска на ротација**, која лежи во иста рамнина со дадената фигура.

Примери на вртливи тела: цилиндар, конус, пресечен конус, топка.



Случај 1: Волумен на тело добиено со ротација околу x – оската на рамнински лик ограничен со графикот на функцијата $y = f(x)$, x – оската и правите $x = a$ и $x = b$ ($a < b$) е еднаков на

$$V = \pi \int_a^b y^2 dx = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx,$$

а ако на интервалот $[a, b]$ може да се изврши параметризација на кривата $x = x(t)$, $y = y(t)$ каде $t \in [t_1, t_2]$ и притоа $a = x(t_1)$, $b = x(t_2)$, тогаш волуменот ќе биде еднаков на

$$V = \pi \int_{t_1}^{t_2} [y(t)]^2 x'_t(t) dt.$$

Случај 2: Волумен на тело добиено со ротација околу y – оската на рамнински лик ограничен со графикот на функцијата $x = g(y)$, y – оската и правите $y = c$ и $y = d$ ($c < d$) е еднаков на

$$V = \pi \int_c^d x^2 dy = \pi \int_c^d [g(y)]^2 dy,$$

а ако на интервалот $[c, d]$ може да се изврши параметризација на кривата $x = x(t)$, $y = y(t)$ каде $t \in [t_1, t_2]$ и притоа $c = y(t_1)$, $d = y(t_2)$, тогаш волуменот ќе биде еднаков на

$$V = \pi \int_{t_1}^{t_2} [x(t)]^2 y'_t(t) dt .$$

Задачи 1. – 6. од Материјали (Гл. 3, стр. 171 – стр. 178)