BACK

Практическо упражнение No 3

МЕТОДИ И ОПЕРАЦИОННИ БЛОКОВЕ ЗА ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА ЧИСЛАТА ОТ ДЕСЕТИЧНА В ДВОИЧНА БРОЙНА СИСТЕМА

1. Цел на упражнението:

Целта на упражнението е, работейки с програмните модели на операционните блокове за преобразуване на цели и дробни числа от десетична в двоична бройна система, студентите да добият по-ясна представа за начините за реализиране на съответните методи, а също така да се установи степента на усвояване на микроалгоритмите за преобразуване.

2. Теоретична част:

2.1. Общ метод за преобразуване на числата от една позиционна бройна система в друга.

Постановка на задачата: Да се преобразува число, записано в система с основа q в система с основа p, т.е. да се представи например в следния вид:

$$A_P = a_n\, p^{n-1} + a_{n-1}p^{n-2} + a_{n-2}p^{n-3} + \ldots + a_3\, p^2 + a_2\, p + a_1 +$$
$$+ a_{-1}\, p^{-1} + a_{-2}\, p^{-2} + a_{-3}p^{-3} + \ldots + a_{-k}\, p^{-k} =$$
$$= A_{ЦЧ} + A_{ДЧ}$$

Преобразуването на цялата ($A_{ЦЧ}$) и на дробната ($A_{ДЧ}$) част на числото се извършва по различни начини т.е. отделно.

2.1.1. Преобразуване на цели числа - извършва се като $A_{ЦЧ}$ се раздели на p и се отдели целочисленото частно A' и остатъкът, а след това A' се раздели на p и се отдели целочисленото частно A'' и остатъкът и т.н. докато се получи частно равно на 0. Получените остатъци са търсените цифри a_i като последният остатък е старшата цифра на числото A_P.

Доказателство: Допускаме, че числото вече е преобразувано.

$A_{ЦЧ}/p = a_n\, p^{n-2} + a_{n-1}p^{n-3} + a_{n-2}p^{n-4} + \ldots + a_3\, p + a_2 + a_1/p;$ a_1 - остатък

$A'/p = a_n\, p^{n-3} + a_{n-1}p^{n-4} + a_{n-2}p^{n-5} + \ldots + a_3 + a_2/p;$ a_2 - остатък

....

Делението се извършва в система с основа q, т.е. основата p трябва предварително да се представи в тази система (ако е необходимо). Цифрите a_1, a_2, ... също се поучават в система с основа q и трябва впоследствие да се преобразуват (ако е необходимо).

По-долу в качеството на пример ще бъде показано преобразуването на цели числа от десетичната в осмичната система и обратно. Както вече беше споменато, при това всички действия се извършват в системата, от която се преминава към друга система. За облекчаване на преобразуването от осмичната в десетичната система е показано и съответствието между числата в тези две системи.

“10”	0	...	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	...
“8”	0	...	7	10	11	12	13	14	15	16	17	20	...

$(147)_{10} \rightarrow (?)_8$

147	: 8		
-144	18	: 8	
3	-16	2	: 8
a_1	**2**	-0	0
	a_2	**2**	
		a_3	

$(147)_{10} \rightarrow (223)_8$

$(223)_8 \rightarrow (?)_{10}$

223	:12		
-214	16	:12	
7	-12	1	:12
a_1	**4**	-0	0
	a_2	**1**	
		a_3	

$(223)_8 \rightarrow (147)_{10}$

2.1.2. Преобразуване на дробни числа - извършва се като $A_{ДЧ}$ се умножи на p и се отдели дробната част A’ и цялата част, след това A' се умножи на p и се отдели дробната част A’’ и цялата част и т.н. докато се получи дробна част равна на 0 или докато не се получат толкова на брой разряди, че точността на представяне на числото след преобразуването да бъде същата като тази преди преобразуването. Получените цели части са търсените цифри a_{-i} като първата цяла част е старшата цифра на числото A_P.

Доказателство: Допускаме, че числото вече е преобразувано.

$A_{ДЧ} \cdot p = a_{-1} + a_{-2}\,p^{-1} + a_{-3}\,p^{-2} + \ldots + a_{-k}\,p^{-(k-1)}$; $\quad a_{-1}$ - цяла част

$A' \cdot p = a_{-2} + a_{-3}\,p^{-1} + \ldots + a_{-k}\,p^{-(k-2)}$; $\quad a_{-2}$ - цяла част

....

Умножението се извършва в система с основа q, т.е. основата p трябва предварително да се представи в тази система (ако е необходимо). Цифрите a_{-1}, a_{-2}, ... също се получават в система с основа q и трябва впоследствие да се преобразуват (ако е необходимо).

В случай, че при умножението на p не се получава дробна част равна на нула, се изчисляват толкова на брой разряди след запетаята, колкото е необходимо за запазване на точността на представяне. Този брой може да се определи по следната формула:

$n_P = n_q \cdot \lg q / \lg p$,

където n_q е броят разряди след запетаята на числото в система с основа q, а n_P е минималният брой разряди, които трябва да се получат в процеса на преобразуването.

По-долу в качеството на пример ще бъде показано преобразуването на дробни числа от десетичната в осмичната система и обратно.

$(0,6875)_{10} \rightarrow (\ ?\ )_8$

0,	6875
x	8
a_{-1} **5,**	5000
x	8
a_{-2} **4,**	0000

$(0,6875)_{10} \rightarrow (0,54)_8$

$(0,54)_8 \rightarrow (\ ?\ )_{10}$

0,	54
x	12
1,	30
+5,	4
a_{-1} **6←6,**	70
x	12
1,	60
+7,	0
a_{-2} **8←10,**	60
x	12
1,	40
+6,	0
a_{-3} **7←7,**	40
x	12
1,	00
+4,	0
a_{-4} **5←5,**	00

$(0,54)_8 \rightarrow (0,6875)_{10}$

2.2. Методи за преобразуване от десетична в двоична система.

2.2.1. Метод за ръчно преобразуване - използва се общият метод, т.е. чрез деление на цялата част и умножение на дробната част на 2.

$(147)_{10} \rightarrow (\ ?\ )_2$

147	: 2							
146	73	: 2						
1	72	36	: 2					
a_1	**1**	36	18	: 2				
	a_2	**0**	18	9	: 2			
		a_3	**0**	8	4	: 2		
			a_4	**1**	4	2	: 2	
				a_5	**0**	2	1	: 2
					a_6	**0**	0	0
						a_7	**1**	
							a_8	

$(147)_{10} \rightarrow (10010011)_2$

$(0,6875)_{10} \rightarrow (\ ?\ )_2$

0,	6875
x	2
a_{-1} **1**,	3750
x	2
a_{-2} **0**,	7500
x	2
a_{-3} **1**,	5000
x	2
a_{-4} **1**,	0000

$(0,6875)_{10} \rightarrow (0,1011)_2$

2.2.2. Методи за машинно преобразуване:

а. програмно - използват се специални подпрограми, алгоритмите на които са съставени на базата на показаните по-долу изрази.

За цели десетични числа:

$$A_{ЦЧ} = a_n\,10^{n-1} + a_{n-1}10^{n-2} + \ldots + a_2\,10 + a_1 =$$
$$= ((\ \ldots\ ((0 + a_n)10 + a_{n-1})10 + \ldots + a_2)10 + a_1$$

За дробни десетични числа:

$$A_{ДЧ} = a_{-1}\,10^{-1} + a_{-2}\,10^{-2} + \ldots + a_{-(k-1)}10^{-(k-1)} + a_{-k}10^{-k} =$$
$$= ((\ldots((0 + a_{-k})/10 + a_{-(k-1)})/10 + \ldots + a_{-2})/10 + a_{-1})/10$$

Цифрите a_i на десетичното число, а също и основата на десетичната система се представят в двоичната (използва се код 8421) и всички действия се извършват в тази система. В резултат се получава A в двоичната система.

б. апаратно - десетичното число се представя в десетична двоично - кодирана система с използване на код 8421.

- **преобразуване на цели числа** - използва се общият метод, т.е. чрез деление на 2 и отделяне на остатъците.

Апаратното деление на 2 става чрез изместване на двоично-десетичния код на десетичното число на един разряд надясно. При това, ако в старшия разряд на дадената тетрада не се прехвърли “1” от съседната й в ляво, то, в резултат на изместването, в тази тетрада действително се получава кодът на разделената на 2 десетична цифра. Например:

	80	40	20	10	8	4	2	1	
	1	0	0	0	0	1	1	0	86
ИД	0	1	0	0	0	0	1	1	43

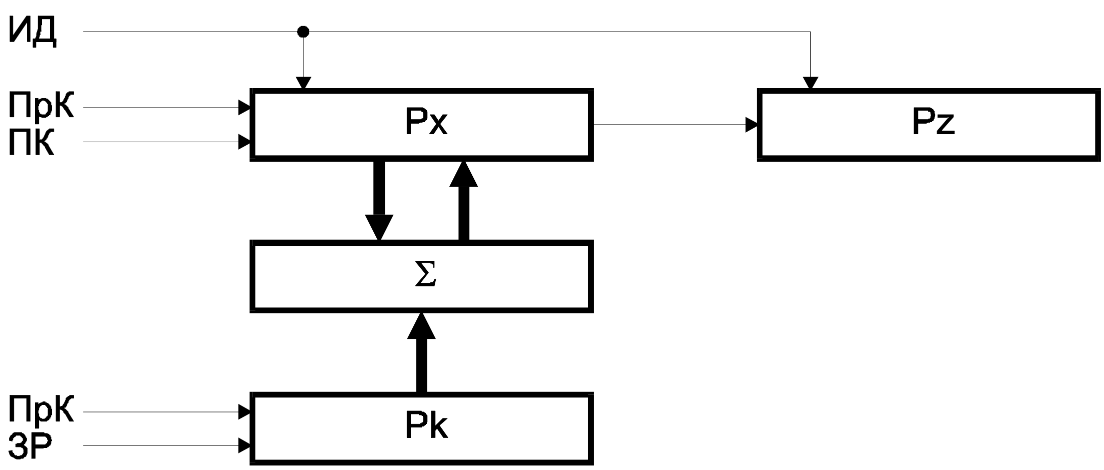
Но, ако след изместването в старшия разряд на дадена тетрада се появи “1”, тя ще получи тегло 8, а не 10/2=5, както би трябвало да бъде. Следователно съдържанието на всяка тетрада, в старшия разряд на която се е появила “1”, трябва да се намалява с 8-5=3. Но това изисква използването на субтрактор, което може да се избегне, ако вместо да се изважда 3 се прибавя 13, т.е. 1101. При това, тъй като в старшия разряд на тетрадата има “1”, а събирането е двоично, то винаги ще възниква пренос с тегло 16. Ако този пренос не бъде отчетен, в крайна сметка се получава корекция 13-16=-3, както и трябва да бъде. Например:

	80	40	20	10	8	4	2	1	
	1	0	0	1	0	1	1	0	96
ИД	0	1	0	0	**1**	0	1	1	
					+				
кор.	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	
	0	1	0	0	1	0	0	0	48

Схемата на операционната част на блока за преобразуване на цели десетични числа в двоичната система е показана на фиг.1. В Рх се записва двоично-десетичният код на десетичното число, в Рк се записват кодовете на корекциите, а в Pz след съответния брой цикли се получава двоичният код на числото. Във всеки от циклите се извършват последователно следните микрооперации:

- ИД Рх и ИД Pz;
- ЗРк;
- ПрК Рх и ПрК Рк в $\sum$;
- ПК Рх.

Забележка: При корекция = 0 може да се извършва направо ИД.



Фиг.1. Схема на операционната част на блока
за преобразуване на цели десетични числа в двоичната система

Действието на блока за преобразуване е пояснено и чрез цифровата диаграма на фиг.2.

$(75)_{10} \rightarrow (\ ?\ )_2$

		Px		Pz
		0111	0101	0000000
ИД$_1$		0011	**1**010	1000000
Кор.	+	0000	1101	
		0011	0111	
ИД$_2$		0001	**1**011	1100000
Кор.	+	0000	1101	
		0001	1000	
ИД$_3$		0000	**1**100	0110000
Кор.	+	0000	1101	
		0000	1001	
ИД$_4$		0000	0100	1011000
Кор.	+	0000	0000	
		0000	0100	
ИД$_5$		0000	0010	0101100
Кор.	+	0000	0000	
		0000	0010	
ИД$_6$		0000	0001	0010110
Кор.	+	0000	0000	
		0000	0001	
ИД$_7$		0000	0000	1001011

Фиг.2. Цифрова диаграма на блока
за преобразуване на цели числа от
десетичната в двоичната система

- **преобразуване на дробни числа** - използва се общият метод, т.е. чрез умножение на 2 и отделяне на целите части.

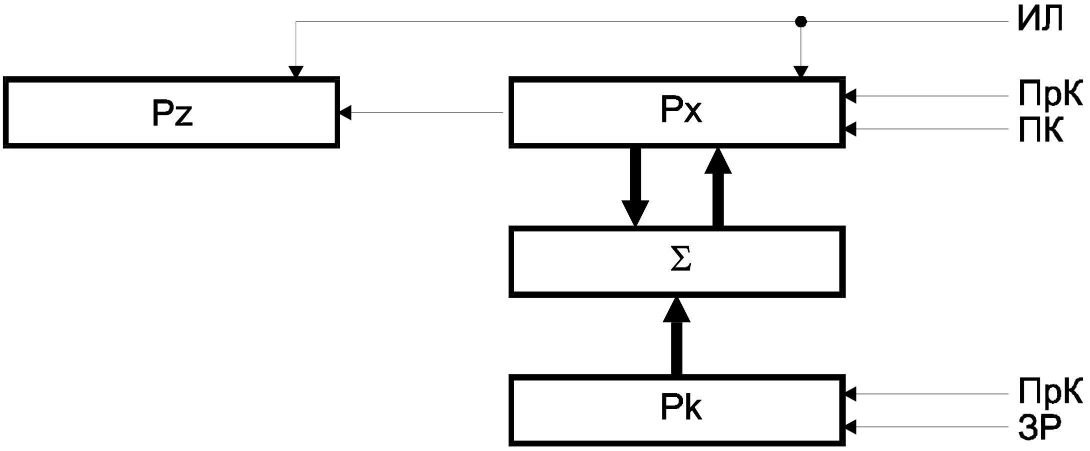
Апаратното умножение на 2 става чрез изместване на двоично-десетичния код на десетичното число на един разряд наляво, което е равносилно на събиране на две еднакви числа. При това, за да се получи кодът на удвоеното число се налага прибавянето на корекция (+6) към тези тетради, в които след изместването се е получил код на цифра > 9, а също и към тетрадите, в старшия разряд на които преди изместването е имало “1”, т.е. от които при изместването се е получил пренос. С цел да се опрости апаратната реализация на това правило преди изместването се прибавя корекция (+3) към всички тетради, в които има кодове на цифри > 4. Валидността на последното може да бъде показана със следната таблица:

	Преди изместване				След изместването					Кор.	Забележка
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Корекция не е необходима
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	
2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	
3	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	
4	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	
5	0	1	0	1	0	1	0	1	0	+6	Тетрада по-голяма от 9
6	0	1	1	0	0	1	1	0	0	+6	
7	0	1	1	1	0	1	1	1	0	+6	
8	1	0	0	0	1	0	0	0	0	+6	Пренос
9	1	0	0	1	1	0	0	1	0	+6	Пренос

Схемата на операционната част на блока за преобразуване на дробни десетични числа в двоичната система е показана на фиг.3. В Px се записва двоично-десетичният код на десетичното число, в Рк се записват кодовете на корекциите, а в Pz след съответния брой цикли се получава двоичният код на числото. Във всеки от циклите се извършват последователно следните микрооперации:

- ЗРк;
- ПрК Px и ПрК Рк в $\sum$;
- ПК Px;
- ИЛ Px и ИЛ Pz.

Забележка: При корекция = 0 може да се извършва направо ИЛ.



Фиг.3. Схема на операционната част на блока за преобразуване на дробни десетични числа в двоичната система

Действието на блока за преобразуване е пояснено и чрез цифровата диаграма на фиг.4.

$$(0{,}78)_{10} \rightarrow (\ ?\ )_2$$

$$n_2 = n_{10}/\lg 2 = 2/0{,}3 \approx 7$$

Pz		Px		
,0000000		,0111	1000	
	-	,0011	0011	Кор.
		,1010	1011	
,0000001		,0101	0110	$ИЛ_1$
	+	,0011	0011	Кор.
		,1000	1001	
,0000011		,0001	0010	$ИЛ_2$
	-	,0000	0000	Кор.
		,0001	0010	
,0000110		,0010	0100	$ИЛ_3$
	+	,0000	0000	Кор.
		,0010	0100	
,0001100		,0100	1000	$ИЛ_4$
	-	,0000	0011	Кор.
		,0100	1011	
,0011000		,1001	0110	$ИЛ_5$
	+	,0011	0011	Кор.
		,1100	1001	
,0110001		,1001	0010	$ИЛ_6$
	-	,0011	0000	Кор.
		,1100	0010	
,1100011		,1000	0100	$ИЛ_7$

Фиг.4. Цифрова диаграма на блока за преобразуване на дробни числа от десетичната в двоичната система

3. Задачи за изпълнение:

3.1. Да се попълни цифровата диаграма на блока за преобразуване на цели числа от десетичната в двоичната система - X = ...

3.2. Да се попълни цифровата диаграма на блока за преобразуване на дробни числа от десетичната в двоичната система Y = 0, ... Предварително да се изчисли броят на цифрите след запетаята.

3.3. Да се извърши преобразуването на числото X със съответния програмен модел (фиг.5), като междинните резултати се сравняват с цифровата диаграма.

3.4. Да се извърши преобразуването на числото Y със съответния програмен модел (фиг.6), като междинните резултати се сравняват с цифровата диаграма.

4. Контролни въпроси:

4.1. Какво гласи общото правило за преобразуване на цели числа?

4.2. Какво гласи общото правило за преобразуване на дробни числа?

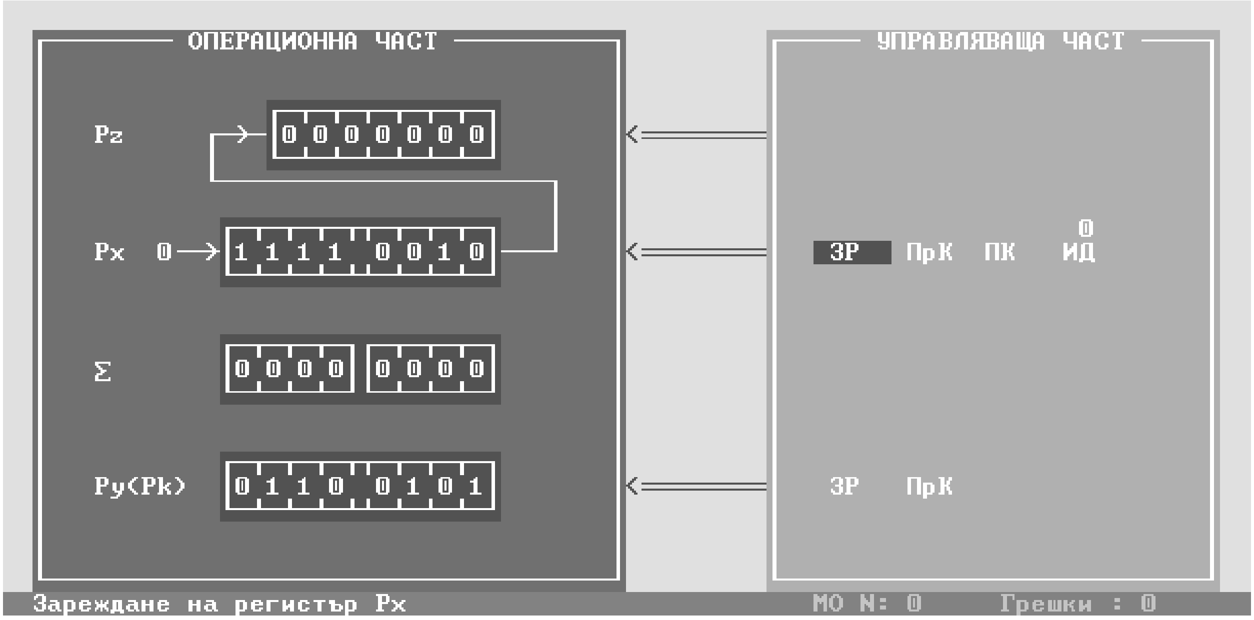
4.3. Как се определя колко на брой разряди трябва да бъдат получени при преобразуване на дробни числа?

4.4. Какъв метод се използва при ръчното преобразуване от десетична в двоична система?

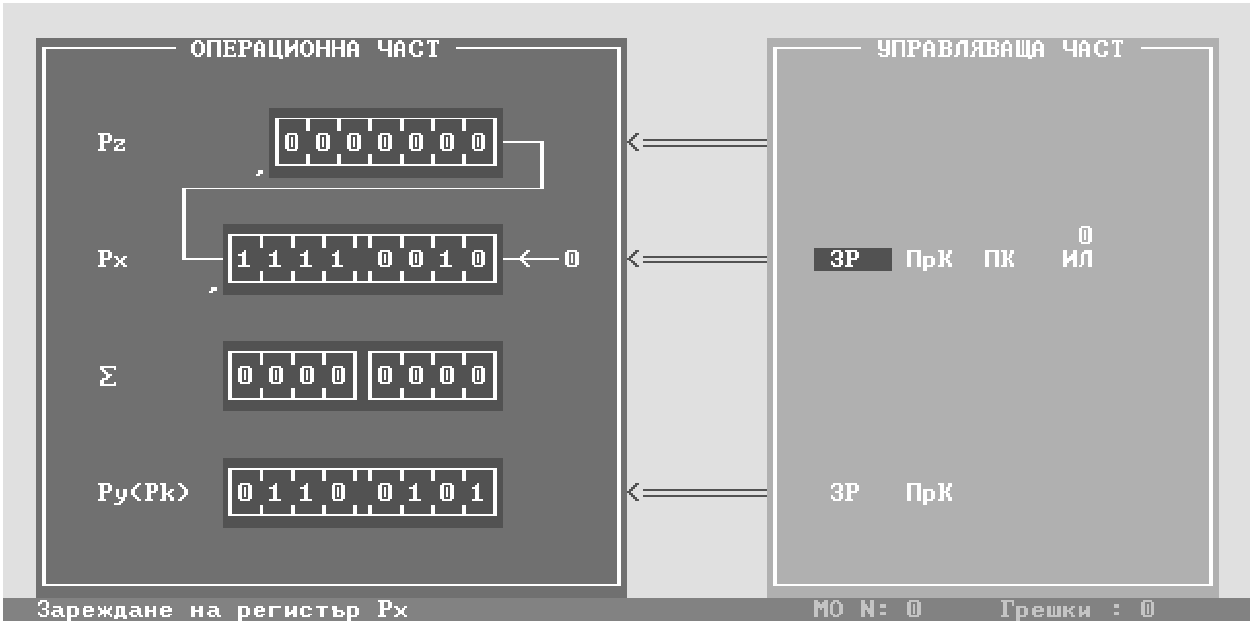
4.5. Какви основни методи се използват при машинното преобразуване от десетична в двоична система?

4.6. Как се извършва апаратното преобразуване на цели числа от десетична в двоична система?

4.7. Как се извършва апаратното преобразуване на дробни числа от десетична в двоична система?



Фиг.5. Програмен модел на блока
за преобразуване на цели десетични числа в двоичната система



Фиг.6. Програмен модел на блока
за преобразуване на дробни десетични числа в двоичната система

BACK