МОДУЛ | **СУМАТОРИ**

ТЕМА 2 | **ЕДНОРАЗРЯДНИ СУМАТОРИ**

Ключови думи:

Полусуматор
Пълен суматор
Правило на Де Морган
Карта на Карно
Съвършена конюнктивна нормална форма (СКНФ)
Съвършена дизюнктивна нормална форма (СДНФ)

Забележка: *За да усвоите този материал, е необходимо да сте предварително запознат(а) с теорията за синтез и анализ на логически схеми.*

Цели:

След запознаване с материала Вие трябва да можете:

- ✓ да посочите разликите между полусуматор и пълен суматор;
- ✓ да съставите функциите на сумата и преноса на едноразряден пълен комбинационен суматор;
- ✓ да синтезирате схема на едноразряден пълен комбинационен суматор;
- ✓ да обясните принципа на работа на едноразряден натрупващ суматор;
- ✓ да изведете функциите на сумата и преноса на едноразряден натрупващ суматор.

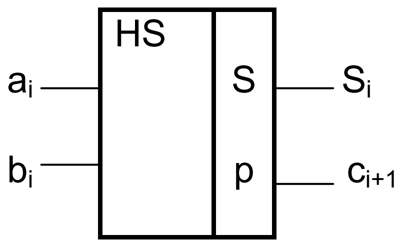
1. Едноразрядни комбинационни суматори

Съществуват два вида такива суматори:

- с два входа - полусуматор;
- с три входа - пълен суматор.

Полусуматорът реализира следната функция:

a_i	b_i	S_i	c_{i+1}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

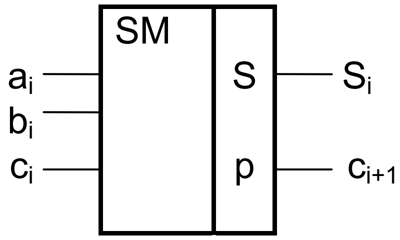


$$S_i = \overline{a_i}\, b_i \vee a_i\, \overline{b_i}$$

$$c_{i+1} = a_i b_i$$

Пълният суматор реализира следната функция:

a_i	b_i	c_i	S_i	c_{i+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



$$S_i = \overline{a_i}\,\overline{b_i}c_i \vee \overline{a_i}b_i\overline{c_i} \vee a_i\overline{b_i}\,\overline{c_i} \vee a_ib_ic_i = a_i \oplus b_i \oplus c_i$$

$$c_{i+1} = \overline{a_i}b_ic_i \vee a_i\overline{b_i}c_i \vee a_ib_i\overline{c_i} \vee a_ib_ic_i = a_ib_i \vee a_ic_i \vee b_ic_i$$

Тази функция може да бъде реализирана с използване на логически елементи И-ИЛИ-НЕ, технологията на чието производство е с по-висок рандеман, по следния начин:

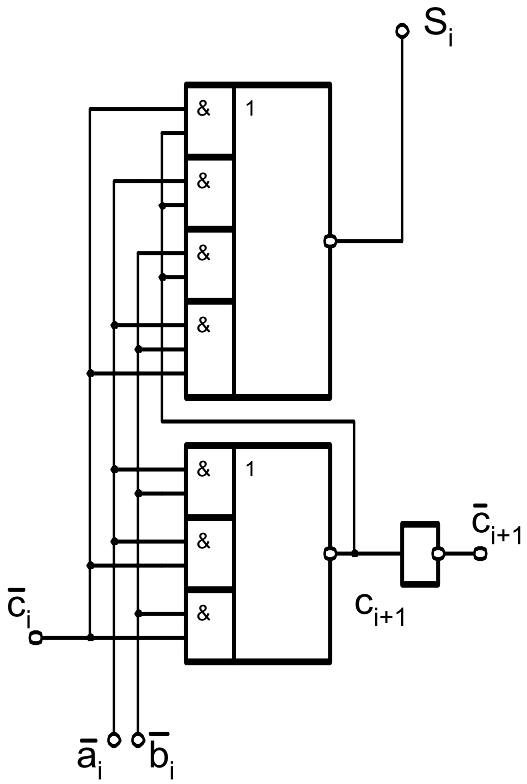
$$c_{i+1} = \text{СКНФ} = (a_i \vee b_i \vee c_i)(a_i \vee b_i \vee \overline{c_i})(a_i \vee \overline{b_i} \vee c_i)(\overline{a_i} \vee b_i \vee c_i) =$$
$$= \{\text{"два пъти де Морган"}\} = \overline{\overline{a_i}\,\overline{b_i} \vee \overline{a_i}\,\overline{c_i} \vee \overline{b_i}\,\overline{c_i}}$$

За представяне на S_I по същия начин и освен това като функция и на c_{i+1} , т.е. $S_i = f\,(a_i, b_i, c_i, c_{i+1})$ се използва картата на Карно, като с цел минимизиране на функцията, там където тя е неопределена, по целесъобразност се записва “0” или “1” – в конкретния случай в долната таблица с наклонен шрифт са добавени “1”.

a_ib_i \ $c_i\,c_{i+1}$	00	01	11	10
00	0			1
01	1		0	**1**
11	**1**	0	1	**1**
10	1		0	**1**

$$S_i = c_i\,\overline{c_{i+1}} \vee a_i\,\overline{c_{i+1}} \vee b_i\,\overline{c_{i+1}} \vee a_ib_ic_i = \{\text{"де Морган"}\} =$$
$$= \overline{\overline{c_i}\,c_{i+1} \vee \overline{a_i}\,c_{i+1} \vee \overline{b_i}\,c_{i+1} \vee \overline{a_i}\,\overline{b_i}\,\overline{c_i}}$$

Схемата на построения в съответствие с тези изрази суматор е показана на фиг.1.



Фиг.1. Схема на едноразряден пълен комбинационен суматор – 1-ви вариант

Ако с τ бъде означено закъснението на сигнала при преминаването му през всеки един от логическите елементи от фиг.1, то тогава бързодействието на този суматор може да бъде охарактеризирано чрез:

$t_S = 2\tau$ - времето, необходимо за формиране на сумата на двата разряда.

$t_{\bar{c}} = 2\tau$ - времето, необходимо за формиране на сигнала за преноса, който трябва да бъде подаден към следващия разряд.

Както ще бъде показано по-късно, при т.нар. синхронни суматори с последователен пренос, времето за формиране на сумата зависи най-силно от t_c . Ето защо, с цел намаляване на това време, пълният суматор се строи в съответствие със следните изрази за сумата и преноса:

- пренос от четните към нечетните разряди ($2i \rightarrow 2i+1$)

$$c_{2i+1} = \text{СКНФ} = (a_{2i} \vee b_{2i} \vee c_{2i})(a_{2i} \vee b_{2i} \vee \overline{c_{2i}})(a_{2i} \vee \overline{b_{2i}} \vee c_{2i})(\overline{a_{2i}} \vee b_{2i} \vee c_{2i}) =$$
$$= \overline{\overline{a_{2i}b_{2i}} \vee \overline{a_{2i}c_{2i}} \vee \overline{b_{2i}c_{2i}}}$$

- пренос от нечетните към четните разряди (2i+1→2i+2)

$$\overline{c_{2i+2}} = \overline{СДНФ} = \overline{\overline{a_{2i+1}}b_{2i+1}c_{2i+1} \vee a_{2i+1}\overline{b_{2i+1}}c_{2i+1} \vee a_{2i+1}b_{2i+1}\overline{c_{2i+1}} \vee a_{2i+1}b_{2i+1}c_{2i+1}} =$$
$$= \overline{a_{2i+1}b_{2i+1} \vee a_{2i+1}c_{2i+1} \vee b_{2i+1}c_{2i+1}}$$

- сума в четните разряди

$$S_{2i} = \overline{c_{2i+1}\overline{c_{2i}} \vee c_{2i+1}\overline{a_{2i}} \vee c_{2i+1}\overline{b_{2i}} \vee \overline{a_{2i}}\,\overline{b_{2i}}\,\overline{c_{2i}}}$$

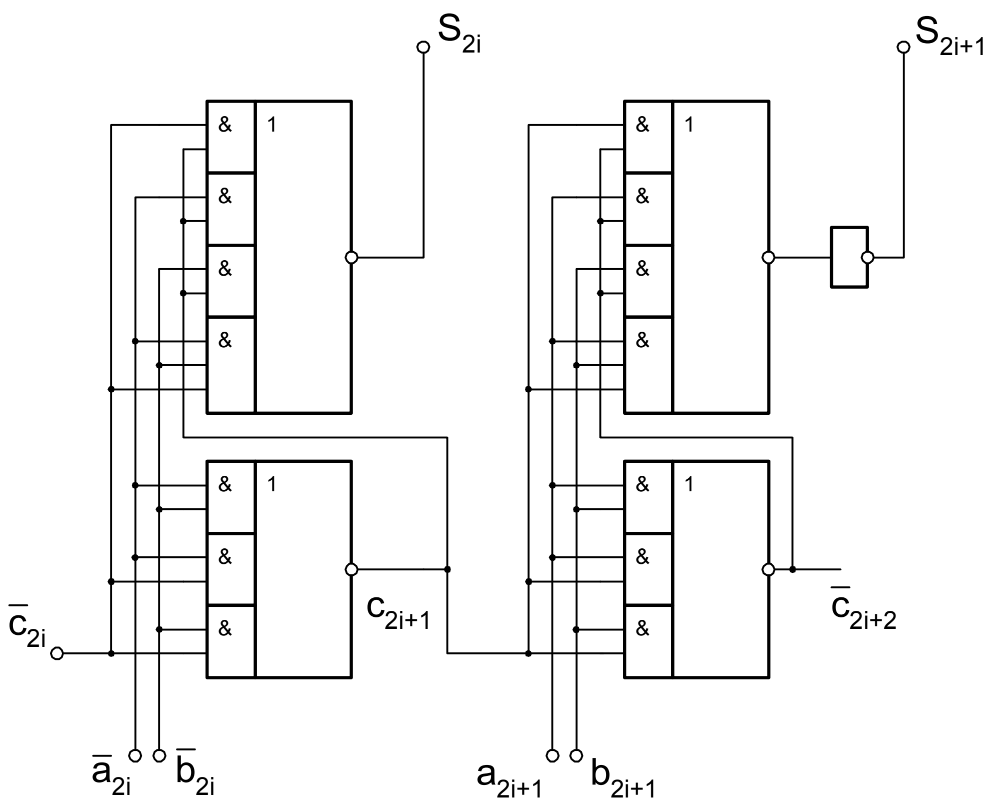
- сума в нечетните разряди

$$\overline{S_{2i+1}} = \overline{\overline{c_{2i+2}}\,c_{2i+1} \vee \overline{c_{2i+2}}a_{2i+1} \vee \overline{c_{2i+2}}b_{2i+1} \vee a_{2i+1}b_{2i+1}c_{2i+1}}$$

Схемата на построения в съответствие с тези изрази суматор е показана на фиг.2. Очевидно е, че в този случай, времето, необходимо за формиране на сигнала за преноса, който трябва да бъде подаден към следващия разряд, е два пъти по-малко от това при суматора от фиг.1.

$t_S = 2\tau$

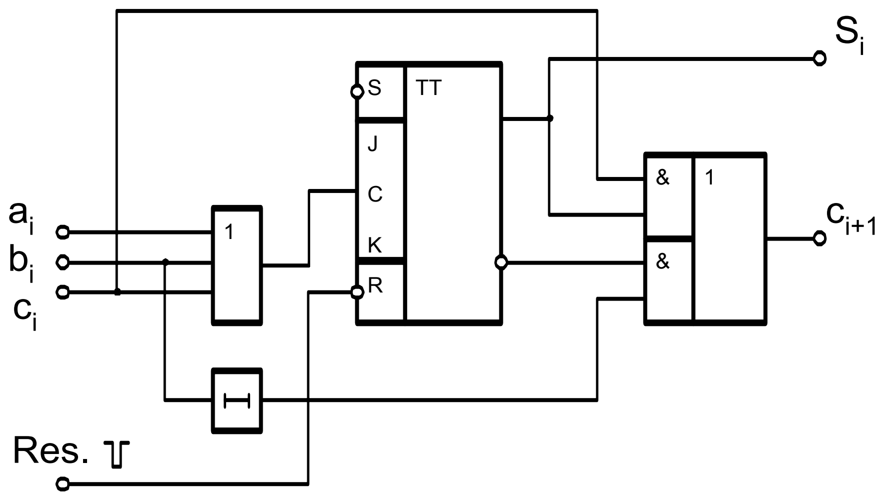
$t_c = \tau$



Фиг.2. Схема на едноразряден пълен комбинационен суматор – 2-ри вариант

2. Едноразряден натрупващ суматор

Примерната схема на един такъв суматор е показана на фиг.3.



Фиг.3. Схема на едноразряден натрупващ суматор

Вместо J-K тригер може да се използва и D тригер в броячен режим.

Известно е, че тригер работещ в броячен режим изпълнява функцията “сума по модул 2”, т.е.

Q_t	C_t	Q_{t+1}
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Q_{t+1} = \overline{Q_t}\, c_t \vee Q_t\, \overline{c_t} = Q_t \oplus c_t$$

По-горе с Q_t и Q_{t+1} са означени състоянията на тригера в моментите t и t+1, а с C_t – сигналът, подаван на входа C в момента t.

След нулирането на тригера $Q_0 = 0$.

След подаването на:

$$a_i \to Q_1 = Q_0 \oplus a_i = a_i$$

$$b_i \to Q_2 = Q_1 \oplus b_i = \overline{a_i}\, b_i \vee a_i\, \overline{b_i}$$

$$c_i \to Q_3 = Q_2 \oplus c_i = \left(\overline{\overline{a_i}\, b_i \vee a_i\, \overline{b_i}}\right) c_i \vee \left(\overline{a_i}\, b_i \vee a_i\, \overline{b_i}\right) \overline{c_i} =$$

$$= \overline{a_i}\,\overline{b_i}\, c_i \vee \overline{a_i}\, b_i\, \overline{c_i} \vee a_i\, \overline{b_i}\,\overline{c_i} \vee a_i b_i c_i = S_i$$

Следователно след постъпването на c_i в тригера се получава и запомня сумата на a_i , b_i и c_i .

На изхода на логическия елемент И-ИЛИ след постъпването на c_i се получава :

$$
\begin{aligned}
Q_2 c_i \vee \overline{Q_2}\, b_i &= \left(\overline{a_i}\, b_i \vee a_i\, \overline{b_i}\right) c_i \vee \overline{\left(\overline{a_i}\, b_i \vee a_i\, \overline{b_i}\right)}\, b_i = \\
&= \overline{a_i}\, b_i c_i \vee a_i\, \overline{b_i}\, c_i \vee \left(\overline{a_i}\,\overline{b_i} \vee a_i b_i\right) b_i = \\
&= \overline{a_i}\, b_i c_i \vee a_i\, \overline{b_i}\, c_i \vee a_i b_i \left(c_i \vee \overline{c_i}\right) = \\
&= \overline{a_i}\, b_i c_i \vee a_i\, \overline{b_i}\, c_i \vee a_i b_i\, \overline{c_i} \vee a_i b_i c_i = c_{i+1}
\end{aligned}
$$

Но сигналът c_{i+1} съществува само докато състоянието на тригера е Q_2.

? Контролни въпроси:

1. Какви са разликите между полусуматор и пълен суматор?

2. Как се формират функциите на сумата и преноса на едноразряден пълен комбинационен суматор?

3. От какво зависи най-силно времето за формиране на сумата при синхронните суматори с последователен пренос?

4. Защо времето, необходимо за формиране на сигнала за преноса при суматора от фиг.2 е два пъти по-малко от това при суматора от фиг.1?

5. Как се формират функциите на сумата и преноса на едноразряден пълен натрупващ суматор?