Формули по Висша Математика 1

I. Детерминанти:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21};$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}.a_{22}.a_{33}+a_{12}.a_{23}.a_{31}+a_{13}.a_{21}.a_{32}-a_{13}.a_{22}.a_{31}-a_{11}.a_{23}.a_{32}-a_{12}.a_{21}.a_{33}$$

II. Матрични уравнения:
Нека A, B и X са матрици.
1) Ако $AX = B$, то $X = A^{-1}B$.
2) Ако $XA = B$, то $X = BA^{-1}$.
И в двата случая с A^{-1} е означена обратната на A матрица.

III. Вектори:
1) Ако т.$A\left(x_A, y_A, z_A\right)$ и т.$B\left(x_B, y_B, z_B\right)$, то $\overrightarrow{AB} = \left(x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A\right)$.
2) Ако $\overrightarrow{AB} = (a, b, c)$, то дължината му е $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
3) Ако $\overrightarrow{a}\left(x_a, y_a, z_a\right)$ и $\overrightarrow{b}\left(x_b, y_b, z_b\right)$, то скаларното им произведение

$$\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} = x_a.x_b + y_a.y_b + z_a.z_b.$$

4) Нека $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \neq 0$. Тогава $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ са перпендикулярни.
5) Ако $\overrightarrow{a}\left(x_a, y_a, z_a\right)$, $\overrightarrow{b}\left(x_b, y_b, z_b\right)$ и ъгълът между тях е φ, то

$$\cos\varphi = \frac{\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b}}{\left|\overrightarrow{a}\right|.\left|\overrightarrow{b}\right|}.$$

6) Ако $\overrightarrow{a}\left(x_a, y_a, z_a\right)$ и $\overrightarrow{b}\left(x_b, y_b, z_b\right)$, то векторното им произведение е вектор $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\left(\begin{vmatrix} y_a & z_a \\ y_b & z_b \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} z_a & x_a \\ z_b & x_b \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_a & y_a \\ x_b & y_b \end{vmatrix}\right)$.
7) Ако $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{b}$, то лицето на ΔABC е $S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$.
8) Ако $\overrightarrow{a}\left(x_a, y_a, z_a\right)$, $\overrightarrow{b}\left(x_b, y_b, z_b\right)$ и $\overrightarrow{c}\left(x_c, y_c, z_c\right)$, то смесеното им произведение $\overrightarrow{a}\,\overrightarrow{b}\,\overrightarrow{c} = \begin{vmatrix} x_a & x_b & x_c \\ y_a & y_b & y_c \\ z_a & z_b & z_c \end{vmatrix}$.
9) Нека $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c} \neq 0$. Тогава $\overrightarrow{a}\,\overrightarrow{b}\,\overrightarrow{c} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{c}$ лежат в една равнина.
10) Ако $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{b}$ и $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{c}$, то обемът на пирамидата $ABCD$ е $V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\overrightarrow{a}\,\overrightarrow{b}\,\overrightarrow{c}\right|$.

IV. Уравнение на права в равнината:

1) Общо уравнение на права $g : ax + by + c = 0$.

2) Декартово уравнение на права $g : y = kx + n$.

3) Ако т.$A\left(x_A, y_A\right)$ и т.$B\left(x_B, y_B\right)$, то средата на отсечката AB е точката $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right)$, а правата g, минаваща през точките A и B има уравнение $g : \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$.

4) Ъгловият коефициент на правата g е $k = -\frac{a}{b}$ в зависимост от това дали правата g е зададена с Декартово или общо уравнение.

5) Две прави $g_1 \parallel g_2 \Leftrightarrow k_{g_1} = k_{g_2}$ и $g_1 \perp g_2 \Leftrightarrow k_{g_1}.k_{g_2} = -1$.

V. Производни и интеграли:

$f\left(x\right)$	$f'\left(x\right)$
x^n	nx^{n-1}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$arctgx$	$\frac{1}{1+x^2}$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ n \neq -1$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = tgx + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = arctgx + C$$