

Ключови думи:

Целочислено частно
Остатък
Дробна част
Цяла част
Точност на представяне

Цели:

След запознаване с материала Вие трябва да можете:

- ✓ да обясните общото правило за преобразуване на цели числа;
- ✓ да обясните общото правило за преобразуване на дробни числа;
- ✓ да определите броя на разрядите, които трябва да бъдат получени при преобразуване на дробни числа.

1. Постановка на задачата

Да се преобразува число, записано в система с основа q в система с основа p , т.е. да се представи например в следния вид:

$$\begin{aligned} A_p &= a_n p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-2} + a_{n-2} p^{n-3} + \dots + a_3 p^2 + a_2 p + a_1 + \\ &\quad + a_{-1} p^{-1} + a_{-2} p^{-2} + a_{-3} p^{-3} + \dots + a_{-k} p^{-k} = \\ &= A_{\text{цч}} + A_{\text{дч}} \end{aligned}$$

Преобразуването на цялата ($A_{\text{цч}}$) и на дробната ($A_{\text{дч}}$) част на числото се извършва по различни начини т.е. отделно.

2. Преобразуване на цели числа

Извършва се като $A_{\text{цч}}$ се раздели на p и се отдели целочисленото частно A' и остатъкът, а след това A' се раздели на p и се отдели целочисленото частно A'' и остатъкът и т.н. докато се получи частно равно на 0. Получените остатъци са търсените цифри a_i като последният остатък е старшата цифра на числото A_p .

Доказателство: Допускаме, че числото вече е преобразувано.

$$\begin{aligned} A_{\text{цч}}/p &= a_n p^{n-2} + a_{n-1} p^{n-3} + a_{n-2} p^{n-4} + \dots + a_3 p + a_2 + a_1/p; & a_1 - \text{остатък} \\ A'/p &= a_n p^{n-3} + a_{n-1} p^{n-4} + a_{n-2} p^{n-5} + \dots + a_3 + a_2/p; & a_2 - \text{остатък} \end{aligned}$$

.....

Делението се извършва в система с основа q , т.е. основата p трябва предварително да се представи в тази система (ако е необходимо). Цифрите a_1, a_2, \dots също се поучават в система с основа q и трябва впоследствие да се преобразуват (ако е необходимо).

По-долу в качеството на пример ще бъде показано преобразуването на цели числа от десетичната в осмичната система и

обратно. Както вече беше споменато, при това всички действия се извършват в системата, от която се преминава към друга система. За облекчаване на преобразуването от осмичната в десетичната система е показано и съответствието между числата в тези две системи.

"10"	0	...	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	...
"8"	0	...	7	10	11	12	13	14	15	16	17	20	...

$$(147)_{10} \rightarrow (?)_8$$

$$\begin{array}{r|l}
 147 & : 8 \\
 -144 & 18 \\
 \hline
 3 & -16 \\
 a_1 & 2 \\
 & a_2 \\
 & -0 \\
 & 0 \\
 & a_3
 \end{array}$$

$$(147)_{10} \rightarrow (223)_8$$

$$(223)_8 \rightarrow (?)_{10}$$

$$\begin{array}{r|l}
 223 & : 12 \\
 -214 & 16 \\
 \hline
 7 & -12 \\
 a_1 & 4 \\
 & a_2 \\
 & -0 \\
 & 0 \\
 & a_3
 \end{array}$$

$$(223)_8 \rightarrow (147)_{10}$$

3. Преобразуване на дробни числа

Извършва се като $A_{дч}$ се умножи на p и се отдели дробната част A' и цялата част, след това A' се умножи на p и се отдели дробната част A'' и цялата част и т.н. докато се получи дробна част равна на 0 или докато не се получат толкова на брой разряди, че точността на представяне на числото след преобразуването да бъде същата като тази преди преобразуването. Получените цели части са търсените цифри a_i като първата цяла част е старшата цифра на числото A_p .

Доказателство: Допускаме, че числото вече е преобразувано.

$$A_{дч} \cdot p = a_{-1} + a_{-2} p^{-1} + a_{-3} p^{-2} + \dots + a_{-k} p^{-(k-1)};$$

a_{-1} - цяла част

$$A' \cdot p = a_{-2} + a_{-3} p^{-1} + \dots + a_{-k} p^{-(k-2)};$$

a_{-2} - цяла част

.....

Умножението се извършва в система с основа q , т.е. основата p трябва предварително да се представи в тази система (ако е необходимо). Цифрите a_{-1}, a_{-2}, \dots също се получават в система с основа q и трябва впоследствие да се преобразуват (ако е необходимо).

В случай, че при умножението на p не се получава дробна част равна на нула, се изчисляват толкова на брой разряди след

запетаята, колкото е необходимо за запазване на точността на представяне. Този брой може да се определи по следната формула:

$$n_p = n_q \cdot \lg q / \lg p,$$

където n_q е броят разряди след запетаята на числото в система с основа q , а n_p е минималният брой разряди, които трябва да се получат в процеса на преобразуването.

По-долу в качеството на пример ще бъде показано преобразуването на дробни числа от десетичната в осмичната система и обратно.

$$(0,6875)_{10} \rightarrow (?)_8$$

	0,	6875
	x	8
a₋₁	5,	5000
	x	8
a₋₂	4,	0000

$$(0,6875)_{10} \rightarrow (0,54)_8$$

$$(0,54)_8 \rightarrow (?)_{10}$$

	0,	54
	x	12
	1,	30
	+5,	4
a₋₁	6←6,	70
	x	12
	1,	60
	+7,	0
a₋₂	8←10,	60
	x	12
	1,	40
	+6,	0
a₋₃	7←7,	40
	x	12
	1,	00
	+4,	0
a₋₄	5←5,	00

$$(0,54)_8 \rightarrow (0,6875)_{10}$$

?
Контролни въпроси:

1. Какво гласи общото правило за преобразуване на цели числа?
2. Какво гласи общото правило за преобразуване на дробни числа?
3. Как се определя колко на брой разряди трябва да бъдат получени при преобразуване на дробни числа?