



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Иркутский государственный университет»
(ФГБОУ ВПО «ИГУ»)

Определение ускорения свободного падения с помощью маятника

Методические рекомендации

Иркутск 2012

Печатается по решению научно-методического совета кафедры общей и
космической физики ИГУ

Описывается один из методов геофизической разведки – гравиразведка (или гравиметрия). С помощью простейшего гравиметра, маятника, предлагается экспериментально измерить ускорение свободного падения в Иркутске и оценить гравитационную аномалию. Предназначено для студентов 1 курса геологического факультета.

Библиогр. 6 назв. Ил. 1.

Составители: к.ф.-м.н. Алексей Андреевич Черных
к.ф.-м.н. Раиса Тимофеевна Сотникова
(кафедра общей и космической физики)

Введение

Экспериментально установлено, что ускорение свободного падения не зависит от массы падающего тела, но зависит от географической широты θ местности и высота h подъема над земной поверхностью. При этом зависимость g от θ двоякая. Во-первых, Земля – не шар, а эллипсоид вращения, то есть радиус Земли на полюсе меньше радиуса Земли на экваторе. Поэтому сила тяжести и вызываемое ею ускорение свободного падения на полюсе больше, чем на экваторе ($g = 9.832 \text{ м/с}^2$ на полюсе и $g = 9,780 \text{ м/с}^2$ на экваторе).

Во-вторых, Земля вращается вокруг своей оси и это влияет на ускорение свободного падения, приводя к его зависимости от географической широты местности. Установлено, что на географической широте 45° у поверхности Земли ускорение свободного падения равно 9.80665 м/с^2 (округленно $9,81 \text{ м/с}^2$). Для расчетов, не требующих большой точности, значение ускорения свободного падения во всех точках поверхности Земли принято считать одинаковым и равным 9.8 м/с^2 .

Земля не является однородным шаром. там, где плотность земного вещества больше, больше сила притяжения и больше ускорение свободного падения. Точные измерения ускорения свободного падения можно использовать для поиска залежей полезных ископаемых, например, железных руд.

При выполнении данной работы измеряется ускорения свободного падения с помощью математического маятника. Математический маятник может быть осуществлен в виде тяжелого груза, достаточно малых размеров, подвешенный на нити. Колебания – движения, обладающие той или иной степенью повторяемости.

Наблюдения над периодом качаний некоторого эталонного маятника позволяют изучить распределение ускорения свободного падения по широте. Метод этот настолько точен, что с его помощью можно обнаружить и более тонкие различия в значении g на земной поверхности. Оказывается, что даже на одной параллели значение g в разных точках земной поверхности различно.

Эти аномалии в распределении ускорения свободного падения связаны с неравномерной плотностью земной коры. Они используются для изучения распределения плотности, в частности для обнаружения залегания в толще земной коры каких-либо полезных ископаемых. *Обширные гравиметрические измерения*, позволившие судить о залегании плотных масс, были выполнены в России в области Курской магнитной аномалии под руководством советского физика Петра Петровича Лазарева. В соединении с данными об аномалии земного магнитного поля эти гравиметрические данные позволили установить распределение залегания железных масс, обуславливающих Курскую магнитную и гравитационную аномалии.

Целью данной работы является определение аномалии силы тяжести (ускорения свободного падения) в данной местности.

Гравиразведка

Гравиразведкой называется геофизический метод, изучающий изменение ускорения свободного падения в связи с изменением плотности геологических тел. Гравиразведка активно применяется при региональном исследовании земной коры и верхней мантии, выявлении глубинных тектонических нарушений, поиске полезных ископаемых – преимущественно рудных, выделении алмазоносных трубок взрыва. Высокоточные гравиметрические измерения используются для определения рельефа местности, так как с увеличением превышений растет мощность осадочных пород над уровнем моря. Гравиразведка позволяет определять литологии магматических пород, поскольку с ростом величины ускорения свободного падения возрастает и концентрация плотных железистых соединений.

Для проведения гравиразведки применяют гравиметры, чувствительные приборы, измеряющие ускорение свободного падения. Единицей измерения этой величины является *Гал* или более употребительный *мГал*. Крупные геологические тела характеризуются аномалиями в десятки и даже сотни *мГал*. В отечественной практике наиболее широко применяются кварцевые гравиметры ГНУ-КС и ГНУ-КВ.

Гравиметрия

Гравиметрия – наука о силе тяжести во всех ее проявлениях. Первоначально гравиметрия занималась только измерением напряженности силового гравитационного поля Земли, которая численно равна ускорению свободно падающего тела. Но постепенно границы науки расширялись, и сейчас к гравиметрии относят не только изучение самой силы тяжести и ее количественное измерение, но и различные проявления ее в истории и развитии Земли.

Отклонение реальной силы тяжести от той, которая была бы, если Земля была правильным эллипсоидом, называется аномалией силы тяжести. Аномалии, как и сама сила тяжести, тесно связана с распределением масс в Земной коре. Изучая аномалии, можно судить о наличии и распределении полезных ископаемых. Поэтому гравиметрия нашла широкое применение при разведке полезных ископаемых, в особенности нефти и газа.

Гравитационное поле Земли изучают также методом космической геодезии по наблюдениям возмущений движения искусственных спутников Земли.

Определения силы тяжести производятся относительным методом, путем измерения при помощи *гравиметров* и *маятниковых приборов* разности силы тяжести в изучаемых и опорных пунктах.

Маятниковые приборы

Маятниковые методы определения ускорения свободного падения основаны на измерении периода колебания маятника. Формула для расчета периода, то есть времени T , необходимого для прохождения маятником от одного крайнего положения до другого, имеет вид:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left(1 + \left(\frac{l}{2} \right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{4} + \dots \right)}$$

где l – длина маятника, α – угол отклонения.

Измерив T , l и α , можно рассчитать g .

При малых $\alpha (< 30^\circ)$ $T \cong 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Сложность и громоздкость абсолютных определений g заключается в том, что период колебаний необходимо измерять с погрешностью до 10^{-7} с, а длину маятника с погрешностью до 0,001 мм. Абсолютные измерения обычно проводят лишь на обсерваториях и некоторых опорных пунктах высшего класса.

Несколько проще с помощью маятниковых приборов проводить относительные измерения силы тяжести. При этом измеряют полупериод колебаний маятника на опорном пункте T_0 , а затем на всех остальных пунктах наблюдений T_i . Далее по формуле $g_i = g_0 \left(\frac{T_0}{T_i}\right)^2$ рассчитывают g_i во всех пунктах, если известно абсолютное значение g_0 на опорном пункте. При относительных измерениях нет необходимости определять длину маятника, что облегчает процесс наблюдения. В маятниковых приборах часто на одном штативе устанавливают несколько (2-6) маятников, что позволяет уменьшить погрешность измерения, а главное, при регистрации разностных колебаний каждой пары маятников появляется возможность наблюдения на движущемся основании, например, на корабле при гравиметрических съемках акваторий морей и океанов.

Определение ускорения свободного падения с помощью маятника

Период колебаний физического маятника зависит от многих обстоятельств: размеров и формы тела, от расстояния между центром тяжести и точкой подвеса и от распределения массы тела относительно этой точки, поэтому вычисление периода подвешенного тела – довольно сложная задача. Проще обстоит дело для математического маятника. Математическим маятником называется материальная точка массой m , подвешенная на невесомой и нерастяжимой нити. На практике приближением к такому маятнику служит подвешенный на тонкой нити шарик, диаметр которого значительно меньше длины нити, а масса шарика много больше массы нити. Из наблюдений над

подобными маятниками можно установить следующие простые закономерности:

1. Подвешивая разные грузы, сохраняя при этом одну и ту же длину маятника (расстояние от точки подвеса до центра тяжести груза), можно получить один и тот же период колебаний. Период математического маятника не зависит от массы груза.
2. Отклоняя маятник на разные (но небольшие) углы, можно убедиться, что период для разных амплитуд колебаний один и тот же. При малых углах отклонения колебания близки к гармоническим, а период математического маятника не зависит от амплитуды колебаний. Это свойство называется изохронизмом (от греческого слова «изос» – равный, «хронос» – время).

Выведем теперь формулу для периода колебаний математического маятника.

Грузик маятника движется ускоренно по дуге под действием возвращающей силы, которая меняется при движении. расчет движения тела под действием непостоянной силы требует навыков решения дифференциальных уравнений, поэтому для упрощения обычно поступают следующим образом: заставляют маятник совершать колебание не в одной плоскости, а описывать конус так, чтобы груз двигался по окружности. Это движение может быть получено в результате сложения двух независимых колебаний: одного по-прежнему в плоскости рисунка и другого – в перпендикулярной плоскости. Очевидно, периоды обеих этих плоских колебаний одинаковы, так как любая плоскость качаний ничем не отличается от всякой другой. Следовательно, и период обращения маятника по конусу (т.е. период конического маятника) будет такой же, что и период колебаний в одной плоскости.

Описание лабораторной установки и методика измерений

Порядок выполнения работы

При выполнении работы измеряется время колебаний маятника.

Целью данной работы является определение аномалии силы тяжести (ускорения свободного падения) в данной местности.

Приборы и принадлежности: штатива, на котором подвешен маятник, секундомер, рулетка.

Задание 1. Экспериментальное определение ускорения свободного падения.

1) Исследовать зависимость периода колебаний T от длины маятника l . Для этого измерять время t двадцати полных колебаний маятника ($N = 20$) и вычислить период колебаний. Угол отклонения (угловую амплитуду) взять равным 10° . Опыты проделать для 10-ти различных длин маятника. Данные занести в таблицу 1.

Таблица 1.

Номер опыта	l , м	t , с	$T = \frac{t}{N}$, с	\sqrt{l} , м ^{1/2}	g , м/с ²	$g - \bar{g}$, м/с ²	$(g - \bar{g})^2$, м/с ²
1							
2							
...							
10							

2) Построить график зависимости $T = f(\sqrt{l})$ по данным эксперимента, откладывая по оси абсцисс \sqrt{l} , по оси ординат - период T . Объяснить вид полученной зависимости.

3) Используя формулу (3), получить формулу для расчета g . Определить ускорение свободного падения g для каждого измерения и занести эти значения в таблицу 1. Вычислить среднее значение \bar{g} .

4) Оценить гравитационную аномалию $\Delta g = g_{cp} - g_0$, где $g_0 = 9.812 \text{ м/с}^2$ - среднее ускорение свободного падения на широте Иркутска. Знак аномалии Δg позволяет судить об избыточной плотности, т.е. о плотности залегающих пород: если $\Delta g < 0$, то эксперимент проводился над относительно «легкими» породами. Соответственно, над более плотными породами аномалия будет положительна, т.е. $\Delta g > 0$.

5) Провести статистическую обработку результатов измерений: найти абсолютную и относительную погрешности эксперимента. Определить доверительный интервал.

Задание 2.

Определить, как зависит период колебаний маятника от амплитуды. Для этого зафиксировать постоянную максимальную длину $l = \text{const}$ и тщательно определить периоды T при разных угловых амплитудах через 10° , начиная от 10° до 60° . Данные занести в таблицу 2.

Таблица 2.

Номер измерения	l , м	α^0	N	t , с	$T = \frac{t}{N}$, с
1					
...					
6					

Контрольные вопросы

1. Что называется математическим маятником?
2. Как выводится формула периода колебаний маятника?
3. От чего зависит период колебаний математического маятника?
4. При любых ли амплитудах маятника справедлива формула Томсона?
5. Чему должен быть равен тангенс угла наклона графика $T = f(\sqrt{l})$ к оси абсцисс?
6. Что называется ускорением свободного падения, от чего оно зависит и от чего не зависит?
7. Какой фундаментальный закон является физической основой гравиметрической разведки? Как с помощью этого закона обнаружить разные по плотности породы в земной коре?
8. Качественная и количественная интерпретация аномалий силы тяжести.
9. Чем сила тяжести отличается от силы тяготения?

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики в 3 т. – М.: Лань, 2007. – 2 т.
2. Трофимова, Т.И. Курс физики: учебное пособие для вузов / Т.И. Трофимова – М.: Высшая школа, 2003
3. Воронов, В.К. Современная физика: Учебное пособие / В.К. Воронов, А.В. Подоплелов. – М.: КомКнига, 2005. –512 с.
4. Шокин П.Ф. Гравиметрия. – М.: 1960. –316 с.
5. Торге В. Гравиметрия: Пер. с англ. / Вольфганг Торге. – М.: «Мир», 1999. – 429 с.
6. Веселов К.Е. Сагитов М.У. Гравиметрическая разведка. – М.: Недра, 1968г. – 512 с.

Определение средней плотности Земли

Зная массу и объем (радиус Земли), ученые рассчитали, что ее средняя плотность примерно в 5,5 раза больше плотности воды. Более точные расчеты можно произвести, используя формулу закона всемирного тяготения Ньютона:

$$F_T = G \frac{m \cdot M}{R^2}, \text{ где}$$

G – гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$;

M – масса Земли, кг;

R – радиус Земли, м;

m – масса тела, кг;

F_T – сила тяготения на поверхности Земли, Н.

Сила тяготения на поверхности Земли численно равна силе тяжести:

$$mg = G \frac{mM}{R^2}$$

Отсюда: $g = G \frac{M}{R^2}$.

Так как плотность может быть вычислена по формуле $\rho = \frac{M}{V}$, где V – объем

Земли (шара); $V = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3$, то $g = G \frac{\frac{4}{3} \pi R \cdot M}{V} = \frac{4}{3} \pi R G \rho$.

Таким образом:

$$\rho = \frac{g}{\frac{4}{3} \pi G R} \quad (4)$$

Считая радиус земли равным $R = 6,371 \cdot 10^6 \text{ м}$ и взяв ускорение свободного падения из эксперимента, по формуле можно определить среднюю плотность Земли ρ на широте города Иркутск.

Одна из наиболее распространенных пород на поверхности Земли – гранит – имеет плотность $2,7 \text{ г/см}^3$, плотность мантии изменяется от 3 до 5 г/см^3 , а в пределах ядра от 8 до 15 г/см^3 . В центре она может достигать 17 г/см^3 .