Estruturas de Concreto I - Resumo

@ivansnpmaster

September 3, 2018

1 Pré-dimensionamento de lajes maciças

Para o pré-dimensionamento da espessura das lajes maciças, deve-se utilizar a seguinte equação:

$$h = \frac{lx}{40}$$

Onde h é a altura da laje em cm e lx é menor medida em cm de um dos lados da laje.

As dimensões mínimas especificadas na **NBR 6118/14** são, em cm:

- $h \geqslant 7$ para lajes de cobertura (não em balanço);
- $h \geqslant 8$ para lajes de piso (não em balanço);
- $h \geqslant 10$ para lajes em balanço;
- $h \geqslant 10$ para estacionamento para veículos até 30 kN;
- $h \geqslant 12$ para estacionamento para veículos com mais de 30 kN.

Tentar sempre arredondar para o inteiro superior mais próximo, a fim de facilitar a confecção da forma da laje, sempre se atentando ao mínimo exigido na norma.

Em lajes em balanco, deve-se utilizar um coeficiente de majoração adicional (γ_n) na definição do momento fletor de projeto (M_d), esse coeficiente depende da altura da laje em balanço, sendo utilizado para lajes com espessura inferior a 19 cm, de acordo com a seguinte tabela:

$h(cm)$	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
γ_n	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45

Tabela 1: Coeficiente de majoração adicional (γ_n) para majoração do momento fletor de projeto.

2 Pré-dimensionamento de pilares maciços

Os pilares são pré-dimensionados para atuarem com uma **tensão de serviço** (σ) de $1,0$ a $1,5$ kN/cm^2 submetidos a uma ação de 10 a 12 kN/m^2 por pavimento (carga por pavimento).

Deve-se considerar os seguintes itens para a obtenção das medidas de seção dos pilares:

- Espessura dos blocos das paredes adjacentes (19 cm para pilares externos e 14 cm para internos);
- Tensão de serviço;
- Carga por pavimento;
- Número de pavimentos.

A carga na base do pilar é o produto:

$$F_b i = A_{inf} i \cdot F_{pav} \cdot N_{pav}$$

Onde $F_b i$ é a força na base do pilar i em kN, $A_{inf} i$ é a área de influência das lajes adjacentes ao pilar i em m^2, F_{pav} é a carga por pavimento em kN/m^2 e N_{pav} é o número de pavimentos.

As dimensões da área de influência das lajes em um determinado pilar são montadas a partir da metade da distância até os pilares adjacentes, como na seguinte imagem:

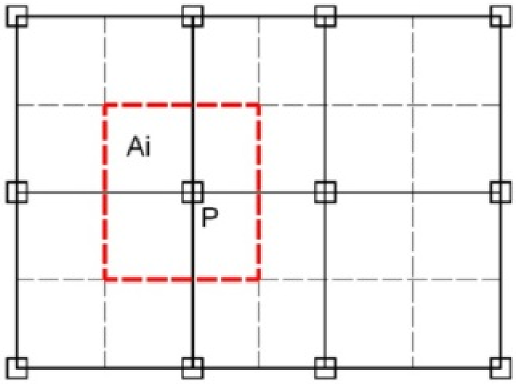


Figura 1: Área de influência i das lajes adjacentes em um pilar P.

Obtida a carga na base do pilar, pode-se obter a área da seção pelo quociente, lembrando-se que $\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$, portanto:

$$A_i = \frac{F_b i}{\sigma}$$

Onde A_i é a área da seção transversal do pilar i em cm^2, $F_b i$ é a força na base do pilar i em kN e σ é a tensão de serviço em kN/cm^2.

A **área mínima** de seção transversal para pilares é de 360 cm^2 e deve ser adotada caso a equação acima dê um valor inferior.

Obtida a área da seção, pode-se finalmente obter a estimativa das dimensões do pilar. Tem-se previamente uma das dimensões (19 cm para pilares externos e 14 cm para internos) e pode-se encontrar a restante a partir da equação da área do retângulo ($base \cdot altura$) para pilares retangulares.

A nomenclatura das dimensões dos pilares em projetos de estruturas (plantas) é **Pi (largura x altura)**, por exemplo, **P5 (19 x 35)**.

3 Cargas nas lajes

Há basicamente dois tipos de cargas verticais em lajes maciças, **cargas permanentes** e **cargas acidentais**. A primeira sempre existirá na vida útil do edifício, a segunda é decorrente da utilização do ambiente. As cargas acidentais são tabeladas e definidas pela **NBR 6120**.

As cargas permanentes podem ser subdivididas em quatro, sendo:

- **Peso próprio da laje (g1)**:

$$g1 = \gamma_c \cdot h$$

  Onde γ_c é o peso específico da laje em kN/m^3 e h é a altura da laje em m. Portanto, a unidade de $g1$ é kN/m^2, ficando em função da área da laje.

- **Revestimento (g2)**: Considera-se geralmente de $1,0$ a $1,5$ kN/m^2.

- **Enchimento (g3)**: Encontra-se geralmente no teto de banheiros, onde há passagem da tubulação.

$$g3 = \gamma_e \cdot h_e$$

  Onde γ_e é o peso específico do enchimento em kN/m^3 e h_e é a altura do enchimento em m. Portanto, a unidade de $g3$ é kN/m^2, ficando em função da área da laje.

- **Alvenaria direta sobre a laje (g4)**: Consiste na consideração da influência das paredes sobre a laje.

$$g4 = \frac{\gamma_a \cdot V_a}{lx \cdot ly}$$

  Onde γ_a é o peso específico da alvenaria em kN/m^3, V_a é o volume da alvenaria em m^3, lx e ly são o menor e maior vão da laje, respectivamente, em m. Portanto, a unidade de $g4$ é kN/m^2, ficando em função da área da laje.

Alguns exemplos de cargas acidentais em edifícios (NBR 6120):

- Dormitório, sala, cozinha e banheiro ($1,5\ kN/m^2$);
- Despensa, área de serviço ($2,0\ kN/m^2$);
- Varanda ($3,0\ kN/m^2$).

Conhecendo-se as cargas permanentes e acidentais, considera-se a carga final na laje (P) como:

$$P = P_{pe} + P_{ac} = (g1 + g2 + g3 + g4) + P_{ac}$$

Onde P_{pe} é a carga permanente total e P_{ac} é a carga acidental do ambiente. A carga final é utilizada para definir o carregamento nas vigas adjacentes às lajes.

4 Pré-dimensionamento de vigas maciças

Para o pré-dimensionamento da altura de vigas, deve-se observar o número de apoios na qual ela está sujeita. Para obtenção dessa altura, deve-se utilizar as seguintes equações:

- Para **vigas contínuas** com mais de dois apoios, subdivide-se a viga em vigas menores, portanto:

  $$h = c \cdot \frac{L}{10}$$

  Onde h é a altura da viga, L é o comprimento do trecho e c é 0,75 para vigas nas extremidades e 0,7 para as demais. Adota-se a maior altura encontrada para toda a seção transversal.

- Para **vigas em balanço**, temos:

  $$h = \frac{L}{5}$$

  Onde h é a altura da viga e L seu comprimento.

- Para **vigas biapoiadas**, temos:

$$h = \frac{L}{10}$$

Onde h é a altura da viga e L seu comprimento.

Recomenda-se **não pré-dimensionar** vigas com menos de 25 cm de altura.

Deve-se atentar, entretanto, que para lajes onde há a necessidade da passagem de tubulações, é necessário ajustar a altura da viga. Por exemplo, o teto de banheiros precisa de tubulações, deve-se considerar a espessura da laje do banheiro e a espessura do local onde ficará a tubulação. Para que as vigas não fiquem aparentes, além do usual método de adotar **alturas de 5 em 5** cm para facilitar a montagem da forma, deve-se **cobrir toda essa espessura onde há a tubulação + laje**. Isso é muito importante.

Adota-se $bw \geqslant 14\ cm$, podendo ser $\geqslant 12\ cm$ em casos especiais.

5 Cargas nas vigas

As cargas verticais nas vigas são:

- **Peso próprio da viga**:

$$g_{viga} = \gamma_c \cdot bw \cdot h$$

Onde g_{viga} é o peso próprio da viga em kN/m^3, γ_c é o peso específico do concreto armado, bw é a largura da seção transversal da viga em m e h é a altura da seção transversal da viga em m.

- **Alvenaria sobre a viga**:

$$g_{alv} = \gamma_{alv} \cdot h \cdot e$$

Onde g_{alv} é o peso da alvenaria sobre a viga em kN/m, γ_{alv} é o peso específico da alvenaria que está sobre a viga em kN/m^3, h é a altura da parede em m e e é a espessura da parede em m.

- **Carga das lajes sobre as vigas**:

  Sendo P a carga nas lajes, devemos distribuir geometricamente P para as vigas. Isso é feito analisando os apoios da laje, pois apoios engastados geralmente recebem mais carga. O primeiro passo é encontrar a área de influência das lajes para as vigas em função dos seus apoios, como na seguinte figura:

  A carga px e py, obviamente, serão menores que a carga P, entretanto, suas unidades são diferentes. P está em função da área da laje, já px e py estão em função do comprimento da viga.

6 Cálculo da armadura longitudinal em vigas sob flexão normal

O cálculo da quantidade de armadura longitudinal para seções transversais retangulares, conhecidos a resistência do concreto (f_{ck}), a largura da seção (b_w), a altura útil (d) e o tipo de aço (f_{yd} e ϵ_{yd}), é feito de maneira simples, a partir do equilíbrio das forças atuantes na seção. Será estudada a flexão normal pura e simples, representada pelos domínios 2, 3, 4 e 4a.

Considerando o seguinte problema: Conhecidos f_{ck}, b_w, d, tipo de aço (f_{yd} e ϵ_{yd}) e o momento de cálculo M_d ($M_d = 1,4 \cdot M_k$), determinar a área da armadura longitudinal necessária, (A_s) para que uma viga de concreto armado e de seção transversal retangular resista a esse momento fletor.

*Inserir figura

- **Equilíbrio das forças atuantes normais à seção transversal**: Como não há força externa, a força atuante no concreto (F_c), deve ser igual à força atuante na armadura (F_s):

$$\sum F = 0 \rightarrow F_s - F_c = 0 \rightarrow F_s = F_c \tag{1}$$

- **Equilíbrio dos momentos**: O momento das forças internas em relação a qualquer ponto (no caso, em relação ao ponto $C.G.$ da armadura) deve ser igual ao momento externo de cálculo:

$$\sum M = M_d \rightarrow M_d = F_c \cdot z \tag{2}$$

Das Equações (1) e (2), tem-se:

$$M_d = F_s \cdot z \tag{3}$$

- **Posição da linha neutra (x)**: Conhecendo a posição da linha neutra, é possível saber o domínio em que a peça está trabalhando e calcular a resultante das tensões de compressão no concreto (F_c) e o braço de alavanca (z).

$$F_c = (0,85 \cdot f_{cd}) \cdot (b_w) \cdot (0,8 \cdot x) \tag{4}$$

$$z = d - 0,4 \cdot x \tag{5}$$

Colocando F_c e z na Equação (2), tem-se:

$$M_d = F_c \cdot z = (0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x) \cdot (d - 0,4 \cdot x) = b_w \cdot f_{cd} \cdot 0,68 \cdot x \cdot (d - 0,4 \cdot x) \tag{6}$$

Ou, ainda:

$$M_d = (0,68 \cdot x \cdot d - 0,272 \cdot x^2) \cdot b_w \cdot f_{cd} \tag{7}$$

Resolvendo a Equação (7) obtém-se x, o qual define a posição da linha neutra, que é fundamental para a solução do problema proposto. Nota-se que a variação de x não é linear com o esforço solicitante M_d, mas segue um polinômio do segundo grau. Resolvendo a Equação (7) para x, tem-se:

$$x = 1,25 \cdot d \cdot \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot d^2}}\right) \tag{8}$$

Como a soma na Equação (8) não tem sentido físico, tem-se, portanto:

$$x = 1,25 \cdot d \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b_w \cdot f_{cd} \cdot d^2}}\right) \tag{9}$$

- **Cálculo da área necessária de armadura (A_s)**: Com o valor de x determinado, é possível encontrar A_s. A força na armadura (F_s) vem do produto da área de aço (A_s) pela tensão atuante no aço (f_s). Da Equação (3), tem-se $M_d/z = F_s = f_s \cdot A_s$, resultando em:

$$A_s = \frac{M_d}{z \cdot f_s} \tag{10}$$

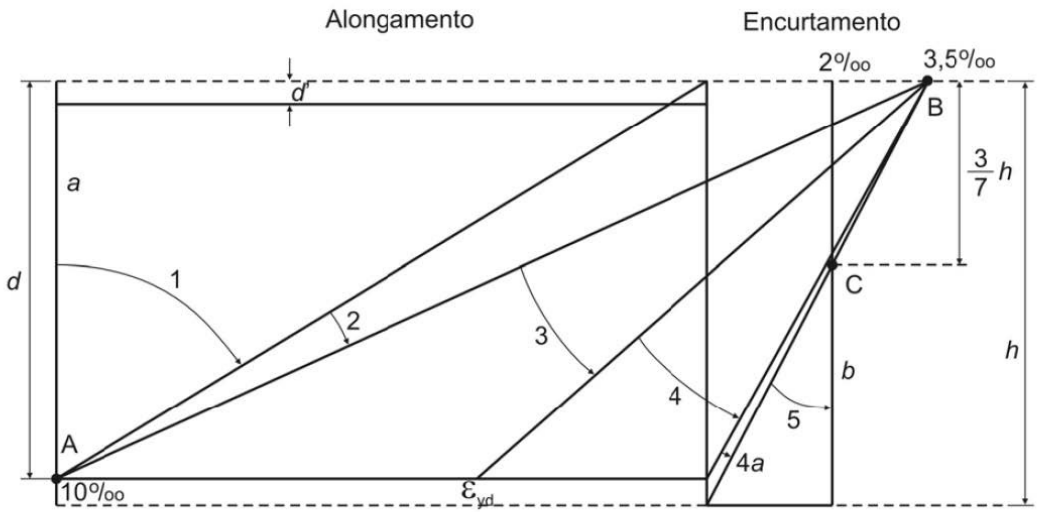
Admitindo que a peça esteja trabalhando no domínio 2 ou 3, para um melhor aproveitamento da armadura, tem-se $\epsilon_s \geqslant \epsilon_{yd}$, resultando na tensão de escoamento na armadura ($f_s = f_{yd}$); caso contrário, tira-se o valor de ϵ_s do diagrama de tensão *versus* deformação do aço e calcula-se f_s. A Equação (10) modifica-se:

$$A_s = \frac{M_d}{z \cdot f_{yd}} \tag{11}$$

7 Domínios de deformação

Obtido o valor de x que define a posição (profundidade) da linha neutra, é possível verificar em que domínio a peça atingirá o Estado Limite Último. Na flexão simples, que está sendo considerada, os domínios possíveis são 2, 3 e 4. No início do domínio 2 tem-se $\epsilon_c = 0$, e no final do domínio 4, $\epsilon_s = 0$, que são as piores situações que podem ocorrer (um dos dois materiais não contribui na resistência). O melhor é que a peça trabalhe no domínio 3; o domínio 2 é aceitável; e o domínio 4 deve ser evitado. Cabe então a pergunta: Conhecido o momento e demais variáveis necessárias para resolver o problema, como saber se a seção está trabalhando no domínio 3 e se a armadura já atingiu a deformação de escoamento? É possível saber por meio da relação entre as deformações e a posição da linha neutra.

Figura 2: Domínios de deformação.



A linha neutra no domínio 1 está em $(-\infty < x \leqslant 0)$; no domínio 2 é necessário encontrar por semelhança de triângulos, já que foi considerada a hipótese de que as seções permanecem planas após as deformações. Ou seja:

$$\frac{x}{3,5‰} = \frac{d-x}{10‰}$$

$$10‰ \cdot x = 3,5‰ \cdot d - 3,5‰ \cdot x$$

Isolando x, tem-se:

$$x = \frac{3,5‰ \cdot d}{10‰ + 3,5‰} = 0,259 \cdot d$$

Portanto, a linha neutra do domínio 2 está em $(0 < x \leqslant 0,259 \cdot d)$. De maneira semelhante, para o domínio 3, tem-se:

$$\frac{x}{3,5‰} = \frac{d-x}{\epsilon_s} \tag{12}$$

Pela Lei de Hooke ($\sigma = \mathrm{E} \cdot \epsilon$) e pelo módulo de Young do aço ser de 210 GPa, o valor de ϵ_s (valor de deformação onde ocorre o início do escoamento do aço) depende do tipo de aço utilizado. O mais comum nas contruções de concreto armado é o aço CA-50. O número 50 diz que a tensão de escoamento desse aço é de 50 kN/cm^2. Aplicando a Lei de Hooke para esse aço, tem-se:

$$50\ \frac{kN}{cm^2} = 21000\ \frac{kN}{cm^2} \cdot \epsilon_k$$

$$\epsilon_k = \frac{50\ \frac{kN}{cm^2}}{21000\ \frac{kN}{cm^2}} = 2,38‰$$

O valor de $\epsilon_s = 2,38‰/1,15 = 2,07‰$. Portanto, desenvolvendo e isolando x na Equação (12) para o aço CA-50, tem-se:

$$\frac{x}{3,5‰} = \frac{d - x}{2,07‰}$$

$$2,07‰ \cdot x = 3,5‰ \cdot d - 3,5‰ \cdot x$$

$$x = \frac{3,5‰ \cdot d}{2,07‰ + 3,5‰} = 0,628 \cdot d$$

Portanto, a linha neutra do domínio 3 está em $(0,259 \cdot d < x \leqslant 0,628 \cdot d)$. Para o domínio 4 e para o aço CA-50, a linha neutra está em $(0,628 \cdot d < x \leqslant d)$; no domínio 4a, está em $(d < x \leqslant h)$ e por último, no domínio 5, está em $(h < x < \infty)$.