

Estruturas de Concreto III - Resumo

@ivansnpmaster

September 15, 2018

1 Introdução à pilares

Em estruturas de edifícios, os pilares são elementos verticais que tem a função primária de transmitir as **ações verticais** gravitacionais e de serviço e as **orizontais (vento)** às fundações, além de conferirem **estabilidade global** ao edifício. Os pilares usuais dos edifícios apresentam um comportamento de flexo-compressão, sendo as forças normais preponderantes. Em edifícios de concreto armado, as seções dos pilares são geralmente **retangulares**.

Pilares de seção **quadrada** ou **circular** também podem ser considerados em projetos estruturais de edifícios. Em virtude do tipo de material (concreto) e da solicitação preponderantemente de força de compressão, os pilares apresentam **rupturas frágeis**. A **ruína** de uma seção transversal de **um único pilar** pode ocasionar o **colapso** progressivo dos demais pavimentos.

As **disposições** dos pilares na planta de forma de um edifício são importantes, pois, junto com as vigas, formam **pórticos** que proporcionam **rigidez** e **estabilidade global** ao edifício.

Os pilares são peças estruturais que precisam ser projetadas **cuidadosamente** em termos de resistência, estabilidade e durabilidade, sempre respeitando as diretrizes e recomendações das **normas técnicas**.

O dimensionamento dos pilares é feito em função dos esforços externos solicitantes de cálculo, que compreendem as forças normais (N_d) e os momentos

fletores (M_{dx} e M_{dy}).

2 Agressividade do ambiente

Está relacionada às **ações físicas** e **químicas** que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das **ações mecânicas**, das variações térmicas, da retração e outras previstas no dimensionamento das estruturas.

Nos projetos das estruturas, a agressividade ambiental deve ser classificada de acordo com a Tabela 6.1 da ABNT NBR 6118 e pode ser avaliada segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes. Conhecendo o ambiente em que a estrutura será construída, o projetista estrutural pode considerar uma condição de agressividade maior que a tabela.

Conforme a NBR 6118 - item 7.4: A durabilidade das estruturas é **altamente dependente** das características do concreto e da **espessura** e **qualidade** do concreto de cobrimento da armadura.

Ensaio **comprobatórios** de desempenho da durabilidade da estrutura frente ao tipo e classe de agressividade prevista em projeto devem estabelecer os parâmetros mínimos a serem atendidos. Na falta destes e devido à existência de uma **forte correspondência** entre a **relação água/cimento** e a **resistência do concreto** e sua **durabilidade**, permite-se que sejam adotados os requisitos mínimos da tabela abaixo:

Tabela 1: Tabela 7.1 da NBR 6118.

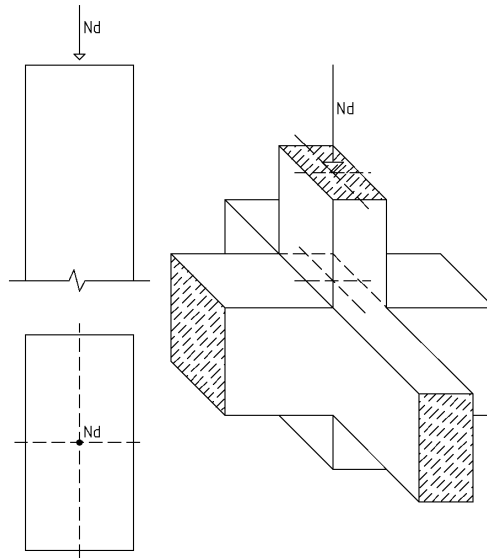
Concreto	Classe de Agressividade Ambiental (CAA)			
	I	II	III	IV
Relação a/c	$\leq 0,65$	$\leq 0,6$	$\leq 0,55$	$\leq 0,45$
Classe de concreto	$\geq C20$	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C40$

3 Solicitações normais

Os pilares podem estar submetidos à forças normais e momentos fletores, gerando compressão simples e flexão composta.

- **Compressão simples:** Também chamada de compressão centrada ou compressão uniforme, é caracterizada pela aplicação da força normal (N_d) no centro geométrico da seção transversal do pilar.

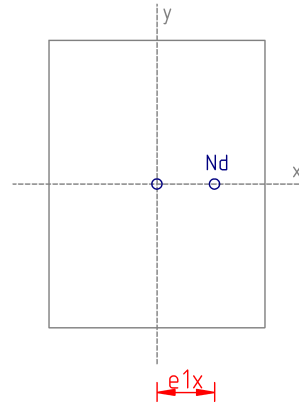
Figura 1: Solicitação normal acontecendo no centro geométrico da seção transversal do pilar.



- **Flexão composta:** Ocorre força normal e momento fletor sobre o pilar. Há dois casos:
 - *Flexão composta normal (ou reta):* Existe a força normal e um momento fletor em uma direção, sendo:

$$M_{1dx} = e_{1x} \cdot N_d \quad (1)$$

Figura 2: Solicitação normal acontecendo fora do centro geométrico da seção transversal do pilar, em apenas uma direção.

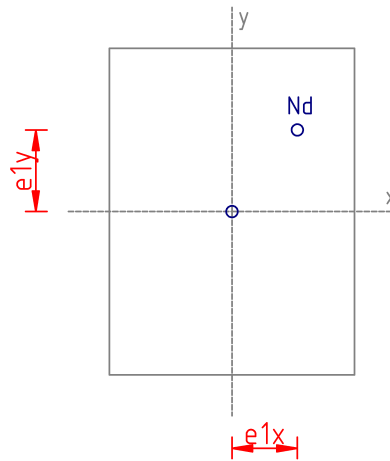


- *Flexão composta oblíqua*: Existe força normal e dois momentos fletores, sendo:

$$M1_{dx} = e1_x \cdot N_d$$

$$M1_{dy} = e1_y \cdot N_d \quad (2)$$

Figura 3: Solicitação normal acontecendo fora do centro geométrico da seção transversal do pilar, em duas direções.



4 Carga sobre pilares

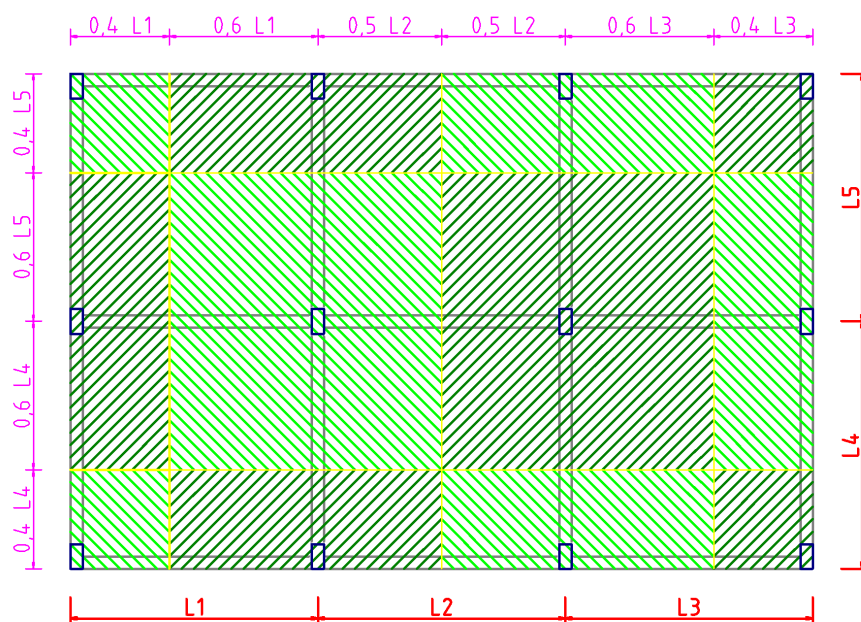
Durante o desenvolvimento e desenho da planta de fôrma é necessário definir as dimensões dos pilares, antes mesmo que se conheçam os esforços solici-

tantes atuantes. Alguns processos podem ser utilizados para fixação das dimensões dos pilares, entre eles, a **experiência** do engenheiro. Outro processo simples que auxilia na fixação das dimensões do pilar é a estimativa da carga vertical no pilar pela sua área de influência, ou seja, a carga que estiver na laje dentro da área de influência do pilar "caminhará" até o pilar.

No entanto, é necessário ter um valor que represente a carga total por metro quadrado de laje, levando-se em conta todos os carregamentos **permanentes** e **variáveis**. Para edifícios com fins residenciais e de escritórios, pode-se estimar a carga total de 8 a 10 kN/m^2 ou 800 a 1000 kgf/m^2 para pisos e 600 a 800 kgf/m^2 para cobertura. Edifícios com outros fins podem ter **cargas superiores** e edifícios onde a ação do **vento** é significativa, a carga por metro quadrado deve ser majorada.

Lembrando que essa carga de piso é em **um andar**. A cada andar para baixo esses valores vão sendo **agregados**. É importante salientar que a carga estimada serve apenas para o pré-dimensionamento da seção transversal dos pilares. O dimensionamento final deve ser obrigatoriamente feito com os **esforços reais** calculados em função das cargas das vigas e lajes sobre o pilar, e com a atuação das forças do vento e outras que existirem.

Figura 4: Considerações de distâncias para obtenção da área de influência de cada pilar em um pavimento.



A carga do pilar pode ser obtida através da fórmula:

$$N_k = [(q + g) \cdot A_{inf} \cdot n] + (A_{inf} \cdot g_{cobertura}) \quad (3)$$

Onde N_k é a carga do pilar em kgf , A_{inf} é a área de influência do pilar em m^2 , q é a carga de utilização do ambiente em kgf/m^2 , g é a carga do peso próprio em kgf/m^2 e n é o número de pavimentos acima da seção analisada.

A carga do pilar também pode ser obtida quando se tem os cálculos de força cortante das vigas, as quais já receberam as cargas das lajes.

5 Efeitos de 1ª e 2ª ordem

As estruturas de concreto armado devem ser projetadas, construídas e utilizadas de modo que, sob condições ambientais previstas e respeitadas as condições de manutenção preventiva especificadas no projeto, conservem sua **segurança, estabilidade** e **aparência aceitável**, sem exigir medidas extras de manutenção e reparo.

Há duas formas de se analisar estruturalmente uma edificação:

- Análise linear;
- Análise não-linear.

Se fosse feita uma análise puramente linear, o **deslocamento** resultante seria **proporcional** ao acréscimo de carga.

A resposta da estrutura em termos de deslocamentos teria um comportamento **linear** à medida que o carregamento fosse aplicado.

Por outro lado, se fosse efetuada uma análise não-linear, o deslocamento resultante **não seria proporcional** ao acréscimo de carga. E mais, provavelmente seria **maior** que o encontrado na análise linear.

Pode-se dizer que uma **análise não-linear** é um cálculo no qual a resposta da estrutura, seja em deslocamentos, esforços ou tensões, possui um comportamento **desproporcional** à medida que um carregamento é aplicado.

Os fatores que tornam as análises não-lineares importantes no projeto estrutural de edifícios de concreto armado são:

- O concreto armado é um material que possui um comportamento **essencialmente** não-linear;
- Pelas análises não-lineares, é possível simular o comportamento de um edifício de concreto armado de forma muito mais **realista**;
- Os elementos estruturais estão cada vez mais **esbeltos**, de tal forma que as **não-linearidades**, em muitos casos, passam a ser **preponderantes**.

Dois fatores que geram o comportamento não-linear de uma estrutura à medida que o carregamento é aplicado:

- **Não-linearidade física:** Alteração das **propriedades** dos materiais que compõem a estrutura;
- **Não-linearidade geométrica:** Alteração da geometria da estrutura.

6 Não-linearidade física

O material é linear quando obedece à Lei de Hooke, ou seja, quando a tensão é proporcional à deformação ($\sigma = E \cdot \epsilon$). Considerando-se uma estrutura de concreto armado, a não-linearidade física resulta da resposta não-linear do **aço** e do **concreto**.

Além do comportamento não-linear dos materiais, existe um outro fator que é preponderante na análise de edifícios: a **fissuração**. Por causa da baixa resistência do concreto à tração, é comum o surgimento de fissuras à medida que o carregamento é aplicado à estrutura.

A NBR 6118 - item 15.3: "Princípios básicos de cálculo" é bem clara: a não-linearidade física, presente nas estruturas de concreto armado, deve ser obrigatoriamente considerada.

7 Não-linearidade geométrica

Ocorre em razão de mudanças na **geometria** dos elementos estruturais à medida que um carregamento é aplicado à estrutura.

Para que a influência da não-linearidade geométrica na análise de uma estrutura seja compreendida, é necessário entender o que são os **efeitos de segunda ordem**.

A condição de equilíbrio sempre foi considerada na configuração geométrica **inicial** da estrutura, isto é, na sua posição **não-deformada**. Esta análise se chama **Análise de primeira ordem** e os seus efeitos (deslocamentos e esforços resultantes) são chamados de **Efeitos de primeira ordem**.

Ao admitir o equilíbrio na configuração **indeformada**, passa-se a se fazer uma aproximação. Porém, na realidade, o equilíbrio de uma estrutura se dá **sempre** numa configuração **deformada**.

A análise do equilíbrio de uma estrutura na sua posição deformada é denominada de **Análise de segunda ordem** e os seus efeitos são chamados de **Efeitos de segunda ordem**.

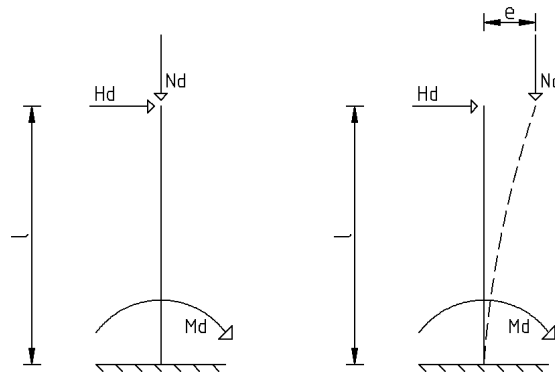
A análise de 1ª ordem é uma aproximação que pode ser perfeitamente utilizada pelo fato de os efeitos de 2ª ordem, em muitos casos, **serem desprezíveis** (quando não apresentam acréscimo superior a 10% nas solicitações em relação aos efeitos de 1ª ordem).

No entanto, existem certas situações em que os efeitos de 2ª ordem necessitam, obrigatoriamente, serem considerados, tais como:

- Análise da estabilidade global;

- Cálculo dos esforços para dimensionamento dos pilares.

Figura 5: Efeitos de 1ª ordem à esquerda e Efeitos de 2ª ordem à direita.



8 Estruturas de nós fixos ou móveis

A **estabilidade global** de uma estrutura se dá quando **menores** forem os efeitos de 2ª ordem. Para criar condições de cálculo, as estruturas são definidas de nós fixos ou nós móveis.

- **Estruturas de nós fixos:** Na verdade não são fixos, mas deslocáveis, mas os deslocamentos horizontais são muito pequenos e, por consequência, os **efeitos globais de 2ª ordem** são **desprezíveis** ($<10\%$). Nessas estruturas, basta considerar os **efeitos locais de 2ª ordem**;
- **Estruturas de nós móveis:** Aquelas em que os deslocamentos horizontais **não são pequenos**, exigindo cálculo dos **efeitos globais de 2ª ordem**.

Assim:

- **Nós fixos:** **Não há** necessidade de se calcular efeitos globais de 2ª ordem;
- **Nós móveis:** **Há** necessidade de se calcular.

9 Coeficiente γ_z

O coeficiente γ_z é um parâmetro que avalia a **estabilidade global** de uma estrutura de concreto armado de forma simples e eficiente.

Também é capaz de **estimar** os esforços globais de **2ª ordem** por uma **simples majoração** dos esforços de **1ª ordem** dos **esforços horizontais**. Valores coerentes para esse coeficiente são números um pouco maiores que 1. Porém, valores superiores a 1,2 devem ser evitados, já que as diferenças começam a ficar muito altas.

Valores entre 1,15 e 1,2 começam a aparecer diferenças de 3% contra a segurança. Acima disso, aumentam para mais de 5%.

De acordo com a NBR 6118, o limite para o coeficiente é 1,3 e, acima disso, a estrutura é **instável e impraticável**.

- Nós fixos: $\gamma_z \leq 1,1 \rightarrow$ Não calcula efeitos globais de 2ª ordem para carga horizontal;
- Nós móveis: $1,1 < \gamma_z \leq 1,3 \rightarrow$ Calcular os efeitos.

Este método é válido para edifícios acima de 4 andares. Abaixo disso, **não se deve majorar** as cargas horizontais com γ_z .

O coeficiente γ_z é:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{total,d}}{M_{1,total,d}}} \quad (4)$$

Onde $\Delta M_{total,d}$ é a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura com seus valores de cálculo pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, sendo:

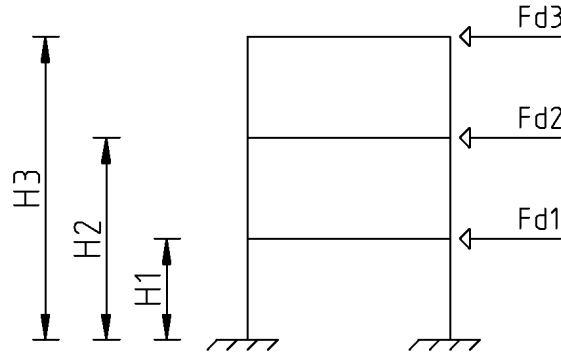
$$\Delta M_{total,d} = P_d \cdot d_{horiz} \quad (5)$$

P_d é a soma de todas as cargas verticais (g e q) multiplicada pela majoração do concreto, já d_{horiz} é o deslocamento horizontal devido à carga horizontal

(obtido no FTOOL).

$$M_{1,total,d} = \sum_{i=1}^n F_{d,i} \cdot H_i \quad (6)$$

Figura 6: $M_{1,total,d}$ identificado na estrutura.



Com isso, é possível verificar o deslocamento horizontal máximo permitido pela NBR 6118 - tabela 13.3. No topo é $H/1700$ e entre pavimentos é $H_{pisos}/850$, adotando-se coeficiente de pressão dinâmica do vento para cálculo do estado limite $\psi_1 = 0,30$.

Exercício: Verificar o deslocamento horizontal (global e local) da estrutura abaixo em relação aos limites impostos pela NBR 6118 através do coeficiente γ_z , considerando somente a primeira combinação do ELU, sabendo-se que:

- Edifício com térreo + 6 pavimentos;
- Altura entre pisos de 3 m;
- Carga acidental no andar-tipo de 191,52 kN;
- Carga acidental na cobertura de 63,84 kN;
- Carga permanente no andar-tipo de 1380,48 kN;
- Carga permanente na cobertura de 732,576 kN;
- Pilares de (12x40) cm;
- Quatro pilares na face do vento.

Nota: As unidades de carga descritas acima representam as reações de apoio das vigas nos pilares.

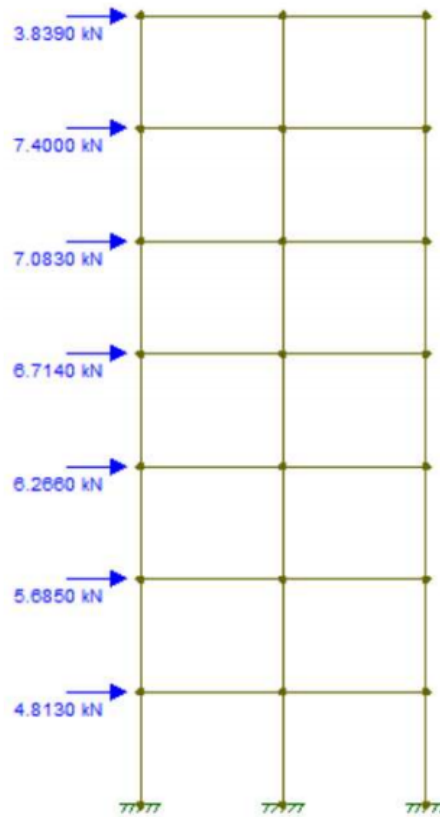
Dada a quantidade de valores para manuseio, recomenda-se para o leitor utilizar alguma planilha eletrônica para facilitar a compreensão. O primeiro passo é colocar as seguintes cargas no pórtico do presente exercício, atentando-se ao fato de que os valores de carga de vento (H_v) devem ser divididos pela quantidade de pilares na face do vento (4).

Tabela 2: Valores de cota (z) e valores de carga de vento (H_v) para o presente exercício.

z (m)	H_v (kN)
3	19,255
6	22,740
9	25,065
12	26,857
15	28,333
18	29,602
21	15,358

Monta-se o pórtico no FTOOL e coloca-se 1/4 da carga de H_v em cada pilar, de modo a ficar como segue:

Figura 7: Esquematização do exercício proposto e distribuição das cargas horizontais.



Neste exercício, o vento é considerado como efeito secundário, portanto, deve ser minorado por um coeficiente ψ_0 , que no presente exercício equivale a 0,6 (valor para pressão dinâmica do vento para estruturas em geral, vide tabela 11.2 da NBR 6118).

Todo o exercício objetiva o encontro de γ_z para verificar a estabilidade global do edifício e qual tipo de nó está presente na estrutura, com ele pode-se verificar se será necessário considerar os efeitos de 2ª ordem. Os parâmetros de γ_z são $M_{1,total,d}$ e $\Delta M_{total,d}$, que são a carga horizontal final e a carga vertical, respectivamente.

O próximo passo é preencher a seguinte tabela:

Tabela 3: Tabela a ser preenchida para facilitar o cálculo de γ_z .

Andar	F_d <i>minorada</i> (kN)	$M_{1,total,d}$ ($kN \cdot cm$)	P_d (kN)	d_{horiz} (cm) (FTOOL)	d_{horiz} <i>minorada</i> (cm)	$\Delta M_{total,d}$ ($kN \cdot cm$)
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
Total						

Onde $F_{d,minorada}$ é a carga de vento minorada (já que o respectivo efeito é considerado secundário; é a minoração de H_v), $M_{1,total,d}$ é o momento fletor que a carga horizontal causa na estrutura, P_d é a carga vertical atuante na estrutura ($g + q$) unitária de cada andar, d_{horiz} é o deslocamento horizontal causado pela carga horizontal (obtido no FTOOL), d_{horiz} *minorada* é o deslocamento horizontal causado pela carga horizontal minorada (novamente, o efeito dos ventos está sendo considerado como secundário no exercício) e $\Delta M_{total,d}$ é o momento fletor gerado pelo deslocamento horizontal causado pelas cargas verticais. O 7º pavimento é a cobertura.

Calcula-se $F_{d,minorada}$ pela equação:

$$F_{d,minorada} = 1,4 \cdot \psi_0 \cdot H_v \quad (7)$$

Por exemplo, para o 1º e 2º andar, respectivamente:

$$F_{d,minorada} = 1,4 \cdot 0,6 \cdot 19,255 \text{ kN} = 16,1742 \text{ kN}$$

,

$$F_{d,minorada} = 1,4 \cdot 0,6 \cdot 22,740 \text{ kN} = 19,1016 \text{ kN}$$

Preenchendo a respectiva coluna na Tabela 3, tem-se:

Andar	F_d <i>minorado</i> (kN)	$M_{1,total,d}$ ($kN \cdot cm$)	P_d (kN)	d_{horiz} (cm) (FTOOL)	d_{horiz} <i>minorada</i> (cm)	$\Delta M_{total,d}$ ($kN \cdot cm$)
1	16,1742					
2	19,1016					
3	21,0546					
4	22,5599					
5	23,7997					
6	24,8657					
7	12,9007					
Total						

Agora, pode-se calcular o momento fletor ($M_{1,total,d}$) causado por cada força horizontal ($F_{d,minorada}$) em relação à base do edifício. Para o 1º e 2º andar, tem-se, respectivamente:

$$M_{1,total,d} = F_{d,minorada} \cdot z = 16,1742 \text{ kN} \cdot 300 \text{ cm} = 4852,26 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_{1,total,d} = F_{d,minorada} \cdot z = 19,1016 \text{ kN} \cdot 600 \text{ cm} = 11460,96 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Note que a cota (z) é a altura que o respectivo pavimento está da base.

Preenchendo a respectiva coluna na Tabela 3, tem-se:

Andar	F_d <i>minorada</i> (kN)	$M_{1,total,d}$ ($kN \cdot cm$)	P_d (kN)	d_{horiz} (cm) (FTOOL)	d_{horiz} <i>minorada</i> (cm)	$\Delta M_{total,d}$ ($kN \cdot cm$)
1	16,1742	4852,26				
2	19,1016	11460,96				
3	21,0546	18949,14				
4	22,5599	27071,88				
5	23,7997	35699,55				
6	24,8657	44758,26				
7	12,9007	27091,47				
Total		169883,53				

A carga vertical P_d é a mesma para todos os pavimentos tipo, sendo:

$$P_d = g + q = 1,4 \cdot 1380,48 \text{ kN} + 1,4 \cdot 191,52 \text{ kN} = 2200,8 \text{ kN}$$

A carga vertical P_d para a cobertura é:

$$P_d = g + q = 1,4 \cdot 732,576 \text{ kN} + 1,4 \cdot 63,84 \text{ kN} = 1114,9824 \text{ kN}$$

Preenchendo a respectiva coluna na Tabela 3, tem-se:

Andar	F_d minorada (kN)	$M_{1,total,d}$ (kN · cm)	P_d (kN)	d_{horiz} (cm) (FTOOL)	d_{horiz} minorada (cm)	$\Delta M_{total,d}$ (kN · cm)
1	16,1742	4852,26	2200,800			
2	19,1016	11460,96	2200,800			
3	21,0546	18949,14	2200,800			
4	22,5599	27071,88	2200,800			
5	23,7997	35699,55	2200,800			
6	24,8657	44758,26	2200,800			
7	12,9007	27091,47	1114,9824			
Total		169883,53				

O valor de d_{horiz} é obtido através do software livre FTOOL. Preenchendo a respectiva coluna na Tabela 3, tem-se:

Andar	F_d minorada (kN)	$M_{1,total,d}$ (kN · cm)	P_d (kN)	d_{horiz} (cm) (FTOOL)	d_{horiz} minorada (cm)	$\Delta M_{total,d}$ (kN · cm)
1	16,1742	4852,26	2200,800	0,3228		
2	19,1016	11460,96	2200,800	0,7735		
3	21,0546	18949,14	2200,800	1,1816		
4	22,5599	27071,88	2200,800	1,5184		
5	23,7997	35699,55	2200,800	1,7743		
6	24,8657	44758,26	2200,800	1,9440		
7	12,9007	27091,47	1114,9824	2,0326		
Total		169883,53				

O valor contido na tabela de d_{horiz} foi obtido no FTOOL a partir da carga H_v (não minorada). Para obtermos $d_{horiz,minorada}$, deve-se minorar d_{horiz} pelos mesmos fatores utilizados para minorar H_v . Para o 1º e 2º andar, tem-se:

$$d_{horiz,minorada} = 1,4 \cdot \psi_0 \cdot d_{horiz} = 1,4 \cdot 0,6 \cdot 0,3228 \text{ cm} = 0,2712 \text{ cm}$$

$$d_{horiz,minorada} = 1,4 \cdot \psi_0 \cdot d_{horiz} = 1,4 \cdot 0,6 \cdot 0,7735 \text{ cm} = 0,6497 \text{ cm}$$

Preenchendo a respectiva coluna na Tabela 3, tem-se:

Andar	F_d minorada (kN)	$M_{1,total,d}$ ($kN \cdot cm$)	P_d (kN)	d_{horiz} (cm) (FTOOL)	d_{horiz} minorada (cm)	$\Delta M_{total,d}$ ($kN \cdot cm$)
1	16,1742	4852,26	2200,800	0,3228	0,2712	
2	19,1016	11460,96	2200,800	0,7735	0,6497	
3	21,0546	18949,14	2200,800	1,1816	0,9925	
4	22,5599	27071,88	2200,800	1,5184	1,2755	
5	23,7997	35699,55	2200,800	1,7743	1,4904	
6	24,8657	44758,26	2200,800	1,9440	1,6330	
7	12,9007	27091,47	1114,9824	2,0326	1,7074	
Total		169883,53				

A última coluna da tabela, $\Delta M_{total,d}$, que é o momento fletor causado pela carga vertical vezes a excentricidade causada pela carga horizontal, é, para o 1º e 2º andar, respectivamente:

$$\Delta M_{total,d} = P_d \cdot d_{horiz,minorada} = 2200,800 \text{ kN} \cdot 0,2712 \text{ cm} = 596,7513 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$\Delta M_{total,d} = P_d \cdot d_{horiz,minorada} = 2200,800 \text{ kN} \cdot 0,6497 \text{ cm} = 1429,9478 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Preenchendo a respectiva coluna na Tabela 3, tem-se:

	F_d minorada (kN)	$M_{1,total,d}$ ($kN \cdot cm$)	P_d (kN)	d_{horiz} (cm) (FTOOL)	d_{horiz} minorada (cm)	$\Delta M_{total,d}$ ($kN \cdot cm$)
1	16,1742	4852,26	2200,800	0,3228	0,2712	596,7513
2	19,1016	11460,96	2200,800	0,7735	0,6497	1429,9478
3	21,0546	18949,14	2200,800	1,1816	0,9925	2184,3908
4	22,5599	27071,88	2200,800	1,5184	1,2755	2807,0236
5	23,7997	35699,55	2200,800	1,7743	1,4904	3280,0987
6	24,8657	44758,26	2200,800	1,9440	1,6330	3593,8184
7	12,9007	27091,47	1114,9824	2,0326	1,7074	1903,6990
Total		169883,53				15795,7296

Agora, pode-se calcular o valor de γ_z para verificarmos o tipo de nó presente na estrutura.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{total,d}}{M_{1,total,d}}} = \frac{1}{1 - \frac{15795,7296 \text{ kN}}{169883,53 \text{ kN}}} \approx 1,1025$$

Portanto, o tipo de nó é móvel ($1,1 < \gamma_z \leq 1,3$). Nós móveis obriga a definição dos efeitos de 2ª ordem para as cargas horizontais. Para isso, a NBR 6118 permite majorar a carga de vento com a equação:

$$H_{v2} = H_v \cdot 0,95 \cdot \gamma_z \quad (8)$$

Onde H_{v2} é a nova carga de vento majorada em kN , H_v é a carga de vento nos nós da estrutura em kN e γ_z é o coeficiente de estabilidade global (adimensional).

Essa nova carga horizontal ($H_{v2}/4$) deve ser colocada no lugar da antiga ($H_v/4$) no FTOOL objetivando encontrar novos deslocamentos horizontais. Pode-se, então, montar a seguinte tabela para facilitar os cálculos:

Tabela 4: Tabela a ser preenchida para verificação de deslocamento horizontal em nós móveis.

z (m)	H_{v2} (kN)	$\frac{H_{v2}}{4}$ (kN)	$d_{horiz,2}$ FTOOL (cm)	$d_{horiz,2} \cdot \psi_1$ (cm)	$\Delta_{desloc,2}$ (cm)
3	20,1674	5,0419	0,3448		
6	23,8176	5,9544	0,8263		
9	26,2527	6,5632	1,2622		
12	28,1296	7,0324	1,6221		
15	29,6756	7,4189	1,8954		
18	31,0047	7,7512	2,0767		
21	16,0857	4,0214	2,1713		

O coeficiente ψ_1 na penúltima coluna é o valor de pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral (0,3). O valor do produto ($d_{horiz,2} \cdot \psi_1$) diz respeito ao **deslocamento global** da estrutura. O valor de $\Delta_{desloc,2}$ diz respeito a variação de deslocamento entre um pavimento e o logo abaixo, ou seja, o **deslocamento local**. O referido produto para o 6º pavimento e cobertura são, respectivamente:

$$d_{horiz} \cdot \psi_1 = 2,0767 \cdot 0,3 = 0,6230 \text{ cm}$$

$$d_{horiz} \cdot \psi_1 = 2,1713 \cdot 0,3 = 0,6513 \text{ cm}$$

O valor de deslocamento local de cada pavimento deve ser obtido da seguinte forma:

$$\Delta_{desloc,2i} = (d_{horiz} \cdot \psi_1)_i - (d_{horiz} \cdot \psi_1)_{i-1} \quad (9)$$

O valor de $\Delta_{desloc,2}$ para a cobertura é, portanto:

$$\Delta_{desloc,2} = 0,6513 - 0,6230 = 0,0283 \text{ cm}$$

Completando a Tabela 4, tem-se:

z (m)	$H_v \cdot 0,95 \cdot \gamma_z$ (kN)	$\frac{H_v 2}{4}$ (kN)	$d_{horiz,2}$ FTOOL (cm)	$d_{horiz,2} \cdot \phi_1$ (cm)	$\Delta_{desloc2}$ (cm)
3	20,1674	5,0419	0,3448	0,10344	0,1034
6	23,8176	5,9544	0,8263	0,24789	0,1445
9	26,2527	6,5632	1,2622	0,37866	0,1308
12	28,1296	7,0324	1,6221	0,48663	0,1080
15	29,6756	7,4189	1,8954	0,56862	0,0820
18	31,0047	7,7512	2,0767	0,62301	0,0544
21	16,0857	4,0214	2,1713	0,65139	0,0283

Nota: Alguns valores podem ficar bem próximos, já que foram feitos em planilha eletrônica. O importante é entender o processo lógico por trás do método.

Por fim, verifica-se se os deslocamentos estão dentro do aceitável pela NBR 6118, que são:

- Para o topo: $H/1700$, onde H é a cota da cobertura (verificação global);
- Para entre pisos: $H_{pisos}/850$, onde H_{pisos} é a altura piso a piso (verificação local).

Para o topo, tem-se:

$$H/1700 = 2100 \text{ cm}/1700 \approx 1,2553 \text{ cm} > 0,6513 \text{ cm (OK)}$$

Para o entre pisos, checka-se com o maior valor de $\Delta_{desloc,2}$ presente na Tabela 4. Tem-se:

$$H_{pisos}/850 = 300\text{ cm}/850 \approx 0,3529\text{ cm} > 0,1445\text{ cm} (OK)$$

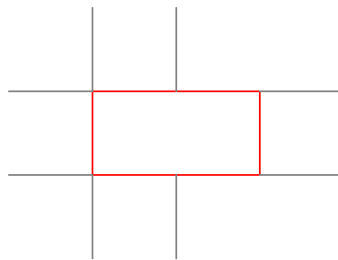
Os deslocamentos global e local atendem às exigências da NBR 6118.

10 Pilar intermediário, de extremidade e de canto

A classificação de pilares tem como objetivo considerar as diferentes situações de projeto e de cálculo, em relação aos esforços solicitantes em que cada um desses pilares se enquadra.

- **Pilar intermediário:** Estão submetidos preponderantemente às forças axiais de compressão, pois os módulos dos momentos fletores são de pequena intensidade em relação às ações verticais apenas. Portanto, na situação de projeto, admite-se o pilar intermediário submetido a uma compressão centrada, isto é, a excentricidade inicial é considerada igual a zero para o dimensionamento das áreas das armaduras;

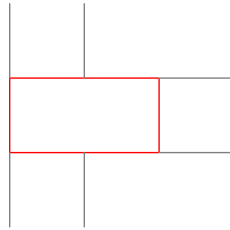
Figura 8: Vista em planta de um pilar intermediário.



- **Pilar de extremidade:** Ficam posicionados nas bordas das edificações, sendo também chamados de laterais ou de borda. O termo "pilar de extremidade" advém do fato do pilar ser extremo para uma viga, aquela que não tem continuidade sobre o pilar. Além de estarem submetidos às forças normais de compressão, também estão sujeitos à ação de momentos transmitidos pelas vigas que têm suas extremidades externas nesses pilares. Portanto, na situação

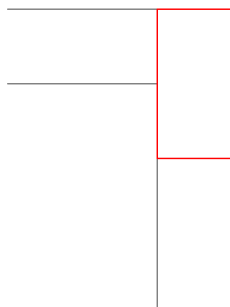
de projeto, admite-se o pilar de extremidade submetido à flexão normal composta, considerando-se excentricidade inicial segundo uma das coordenadas locais da seção transversal do pilar;

Figura 9: Vista em planta de um pilar de extremidade.



- **Pilar de canto:** Além da força normal de compressão atuante, consideram-se os momentos transmitidos pelas vigas, cujos planos médios são perpendiculares às faces dos pilares, e são interrompidas nas bordas do pilar. Na situação de projeto, considera-se o pilar de canto submetido à flexão oblíqua composta, com excentricidades iniciais segundo os eixos coordenados locais.

Figura 10: Vista em planta de um pilar de canto.



11 Pré-dimensionamento da seção do pilar

Para definição da seção de cada tipo de pilar, utiliza-se o **pilar do térreo**, que é o que recebe maior carga entre todos os pilares e mantém-se essa seção até o último andar.

Sabendo-se as cargas acima do pilar (variável e permanente), N_d será o valor da reação de apoio com as majorações necessárias. Se as cargas forem pré-

dimensionadas, é possível também pré-dimensionar a seção dos pilares em função do tipo de pilar e para aço CA-50.

- **Pilar intermediário:**

$$A_c = \frac{N_d}{0,5 \cdot f_{ck} + 0,4} \quad (10)$$

- **Pilar de extremidade e pilar de canto:**

$$A_c = \frac{1,5 \cdot N_d}{0,5 \cdot f_{ck} + 0,4} \quad (11)$$

Onde A_c é a área da seção transversal do pilar, N_d é a força normal de cálculo e f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão.

Lembrando: Sem ter a seção do pilar ainda definida, N_d é calculada apenas com a majoração do concreto:

$$N_d = \gamma_f \cdot N_k = 1,4 \cdot N_k \quad (12)$$

Sabendo-se a área de concreto, devemos consultar a NBR 6118 para saber a área mínima a ser utilizada e também a medida mínima da menor dimensão do pilar.

Item 13.2.3 - A seção transversal de pilares e pilar-paredes maciços, qualquer que seja sua forma, não pode apresentar dimensão menor que 19 *cm*. Em casos especiais, permite-se considerações de dimensões entre 19 e 14 *cm*, desde que se multipliquem os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados no dimensionamento por um coeficiente adicional γ_n , de acordo com o indicado na tabela 13.1 e seção 11 da norma. Em qualquer caso, **não se permite** pilar com seção transversal de área inferior a 360 *cm*².

*inserir tabela

A maior dimensão da seção do pilar deve ser sempre em **múltiplos de 5 *cm***.

Sabendo-se o valor de γ_n , pode-se calcular o valor de N_d :

$$N_d = \gamma_n \cdot \gamma_f \cdot N_k \quad (13)$$

Exercício: Pré-dimensionar a seção de um pilar intermediário, sabendo-se que: Aço CA-50; Concreto C25 ($f_{ck} = 25 \text{ MPa} = 250 \text{ kgf/cm}^2$); $\gamma_f = 1,4$; $q = 14051,52 \text{ kgf}$ e $g = 144529,92 \text{ kgf}$.

Calcular $b = 16 \text{ cm}$ e depois $b = 19 \text{ cm}$. Lembre-se que não queremos pilar-parede (onde $h = 5 \cdot b$).

Para o pilar com $b = 16 \text{ cm}$, tem-se:

$$A_c = \frac{N_d}{0,5 \cdot f_{ck} + 0,4} = \frac{1,4 \cdot 1,15 \cdot (14051,52 + 144529,92)}{0,5 \cdot 250 + 0,4} \approx 2036,0137 \text{ cm}^2$$

Com essa área, checka-se se não é um pilar parede (limite de $5 \cdot b = 5 \cdot 16 \text{ cm} = 80 \text{ cm}$):

$$h = \frac{A_c}{b} = \frac{2036,0137 \text{ cm}^2}{16 \text{ cm}} \approx 127,2508 \text{ cm} \approx 130 \text{ cm}$$

O valor de h ultrapassou o limite e, dessa forma, o pilar é considerado pilar-parede.

Para o pilar com $b = 19 \text{ cm}$, tem-se:

$$A_c = \frac{N_d}{0,5 \cdot f_{ck} + 0,4} = \frac{1,4 \cdot (14051,52 + 144529,92)}{0,5 \cdot 250 + 0,4} \approx 1770,4466 \text{ cm}^2$$

$$h = \frac{A_c}{b} = \frac{1770,4466 \text{ cm}^2}{19 \text{ cm}} \approx 93,1814 \text{ cm} \approx 95 \text{ cm}$$

O valor de h está dentro do limite ($5 \cdot b = 5 \cdot 19 \text{ cm} = 95 \text{ cm}$) e não é considerado pilar-parede.

Exercício: Admitindo-se um pilar intermediário com uma carga axial de 40000 kgf ; aço CA-50; concreto C25 e $\gamma_f = 1,4$ e sabendo-se que o lado maior da seção do pilar é **duas vezes** o lado menor, qual o valor unitário arredondado para cada lado da seção desse pilar?

$$A_{c1} = \frac{N_d}{0,5 \cdot f_{ck} + 0,4} = \frac{1,4 \cdot 40000}{0,5 \cdot 250 + 0,4} \approx 446,5709 \text{ cm}^2$$

$$A_{c1} = b \cdot (2 \cdot b)$$

$$b = \sqrt{\frac{446,5709 \text{ cm}^2}{2}} \approx 14,9427 \text{ cm} \approx 15 \text{ cm}$$

A área de concreto foi pré-dimensionada sem o γ_n (que depende do menor lado do pilar). No caso de 15 *cm*, seria de $\gamma_n = 1,20$. É necessário recalcular o valor de área de concreto com esse coeficiente.

$$A_{c2} = \frac{N_d}{0,5 \cdot f_{ck} + 0,4} = \frac{1,4 \cdot 1,20 \cdot 40000}{0,5 \cdot 250 + 0,4} \approx 535,8851 \text{ cm}^2$$

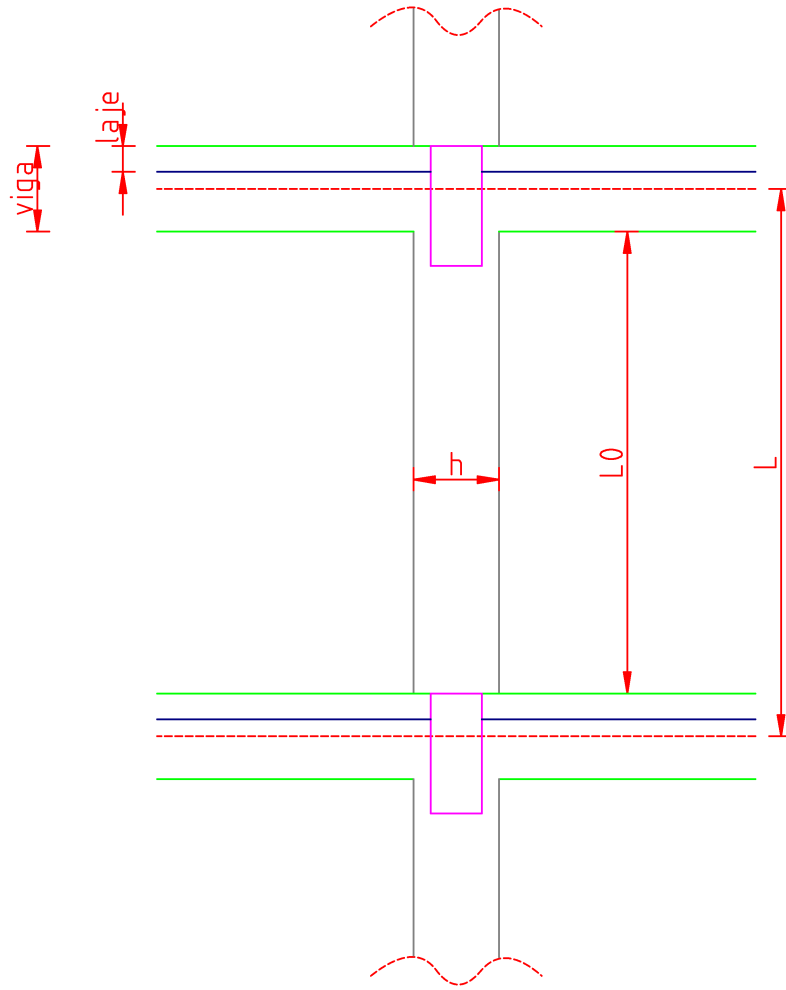
$$b = \sqrt{\frac{535,8851 \text{ cm}^2}{2}} \approx 16,3689 \text{ cm} \approx 17 \text{ cm}$$

Por mais que o lado de 17 *cm* tenha outro γ_n , ele é menor que o γ_n de 15 *cm* e assim sendo, não é necessário pré-dimensionar a área de concreto novamente. O pilar terá um $b = 17 \text{ cm}$ e $h = 34 \text{ cm} \approx 35 \text{ cm}$ (arredondando de 5 em 5 *cm* para facilitar a execução).

12 Comprimento equivalente

O parâmetro L_e é o comprimento equivalente, que depende da composição da estrutura, como abaixo:

Figura 11: Comprimento equivalente de um pilar.

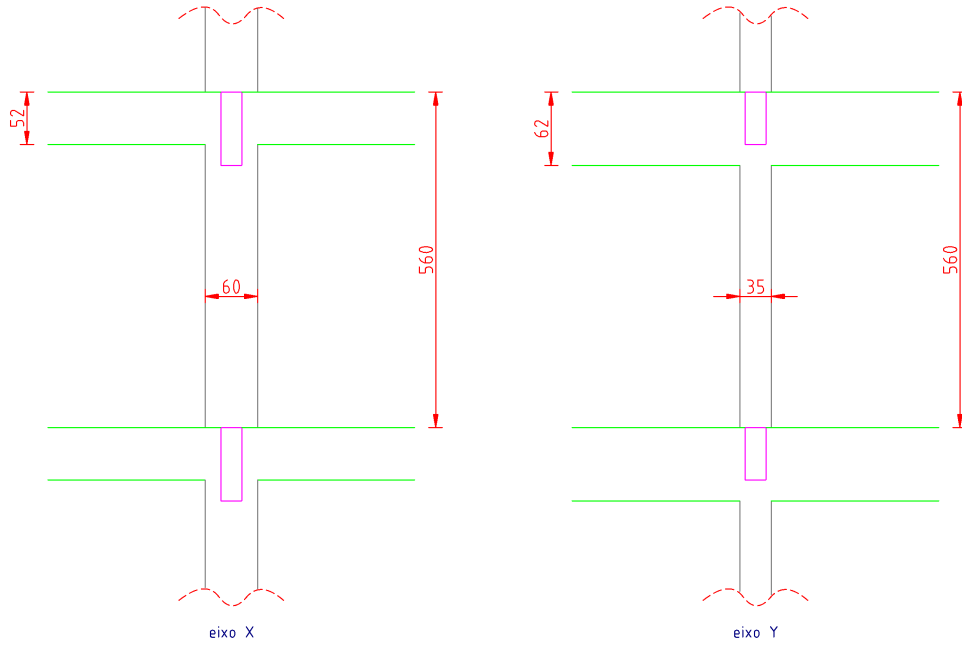


$$L_e \leq \begin{cases} L_0 + h \\ L \end{cases} \quad (14)$$

Onde L_0 é a distância entre faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar, ou seja, a distância do topo da viga inferior à base da viga superior; h é a dimensão da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura em estudo (eixo x e y); e L é a distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado (distância do eixo da viga inferior ao eixo da viga superior).

Exercício: Definir o comprimento equivalente do pilar abaixo para as direções x e y , considerando a seguinte figura para um pilar P1(35x60):

Figura 12: Configuração de um pilar genérico P1 .



$$L_{e, x} \leq \begin{cases} L_0 + h = (560 - 52) + 60 = 568 \text{ cm} \\ L = \mathbf{560 \text{ cm}} \end{cases}$$

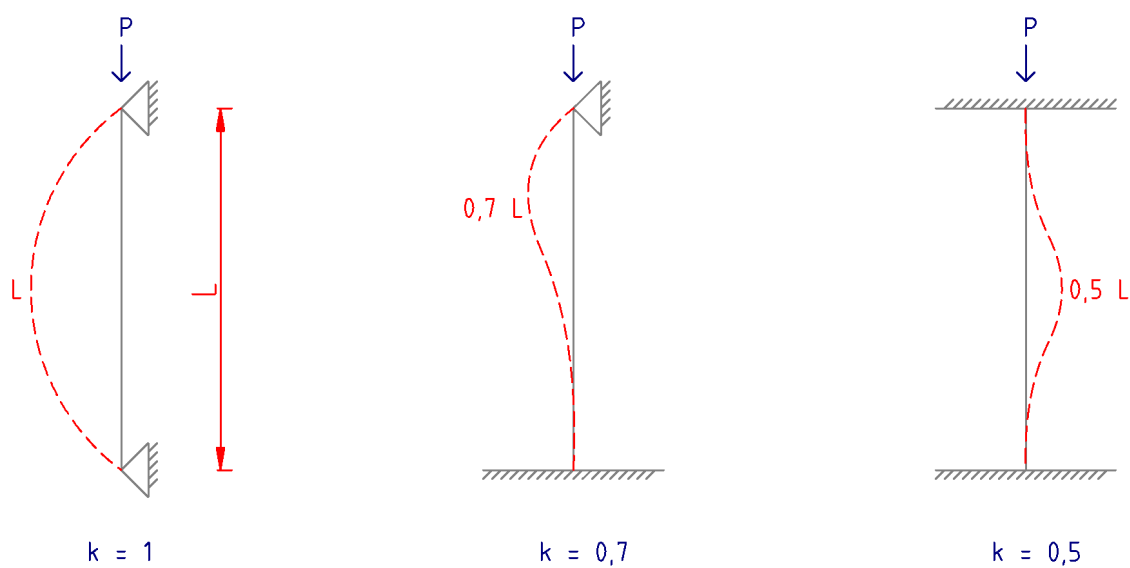
$$L_{e, y} \leq \begin{cases} L_0 + h = (560 - 62) + 35 = \mathbf{533 \text{ cm}} \\ L = 560 \text{ cm} \end{cases}$$

13 Comprimento de flambagem

A deflexão lateral produzida por uma carga sobre um pilar compõe o processo conhecido como **flambagem por flexão**. Ela ocorrerá sempre em torno do eixo de menor momento de inércia de sua seção transversal, pois gerará o maior índice de esbeltez.

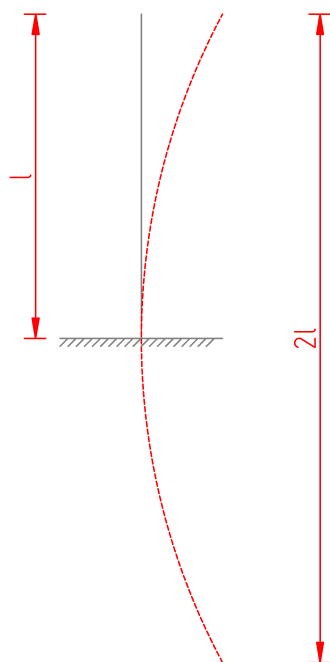
Para calcular o índice de esbeltez é necessário o comprimento de flambagem, que é dado de acordo com o tipo de vinculação na base e no topo do pilar.

Figura 13: Comprimento de flambagem para diferentes pilares.



Porém, a NBR 6118, item 15.8.2 diz: Caso seja pilar engastado e livre no topo, o valor de $L_e = 2 \cdot L$. Nos demais casos, adotar o comprimento equivalente calculado anteriormente pela Equação (14).

Figura 14: Comprimento de flambagem de um pilar engastado na base e livre no topo.



14 Índice de esbeltez

Segundo Leonhardt Euler, o fator mais importante que determina a carga crítica nos elementos comprimidos é a **esbeltez**. Em função dela, conclui-se que, quanto mais esbelto for o elemento estrutural, menor será sua carga crítica.

A determinação do parâmetro **esbeltez** (λ) de um elemento estrutural é função do seu momento de inércia (I) de sua seção transversal, que é determinado em função de sua espessura. A propriedade da seção transversal que é usada na determinação da carga crítica é o **raio de giração da seção transversal** (i), que é relativo ao **momento de inércia**.

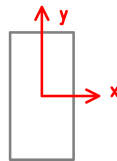
$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (15)$$

Onde i é o raio de giração da seção geométrica da peça, sem considerar a presença da armadura; I é o momento de inércia da seção transversal do pilar em relação ao eixo x ou y ; e A é a área da seção transversal do pilar.

O momento de inércia indica a dificuldade de uma peça girar no eixo escolhido.

Para um pilar em pé em relação à visão em planta:

Figura 15: Exemplo de seção transversal (retangular) para cálculo do momento de inércia.



Na direção x (a base será sempre a face onde o eixo está olhando). Por exemplo, um pilar $P1$ (20x70):

$$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{70 \cdot 20^3}{12} \approx 46666,6667 \text{ cm}^4$$

E na direção y :

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 70^3}{12} \approx 571666,6667 \text{ cm}^4$$

Ou seja, é muito mais difícil rotacionar no eixo y .

O **Índice de Esbeltez** (λ) depende do raio de giração e do comprimento de flambagem e possui limites com a finalidade de **evitar** a grande flexibilidade de peças excessivamente esbeltas.

$$\lambda = \frac{L_e}{i} \leq 200 \quad (16)$$

Para uma seção retangular, o Índice de Esbeltez pode ser definido por:

$$\lambda = \frac{\sqrt{12} \cdot L_e}{h} \leq 200 \quad (17)$$

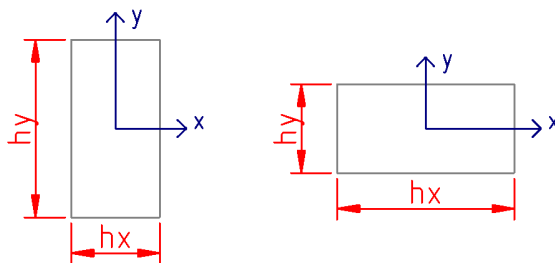
Já que:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{b \cdot h}} = \sqrt{\frac{h^2}{12}} = \frac{h}{\sqrt{12}} \quad (18)$$

A NBR 6118 não admite, em nenhum caso, pilares com λ superior a 200 para edificações. O valor de λ deve ser calculado tanto na direção x quanto na direção y .

Para o cálculo do Índice de Esbeltez, a altura e a base da seção transversal do pilar deve ser padronizada, seguindo as **direções de visão adotadas anteriormente**.

Figura 16: Visualização de h_x e h_y para pilares retangulares, sempre paralelo ao eixo analisado.



O cálculo nas duas direções ficará da seguinte forma:

$$\lambda_x = \frac{\sqrt{12} \cdot L_e}{h_x} \quad (19)$$

$$\lambda_y = \frac{\sqrt{12} \cdot L_e}{h_y} \quad (20)$$

Exercício: Calcular o Índice de Esbeltez de um pilar (25x65) e um pilar (80x25) nas duas direções (x e y). Considerar $L_{ex} = L_{ey} = 2,9 \text{ m}$

P1 (25x65):

$$\lambda_x = \frac{\sqrt{12} \cdot L_{ex}}{h_x} = \frac{\sqrt{12} \cdot 2,9}{0,25} \approx 40,1830$$

$$\lambda_y = \frac{\sqrt{12} \cdot L_{ey}}{h_y} = \frac{\sqrt{12} \cdot 2,9}{0,65} \approx 15,4552$$

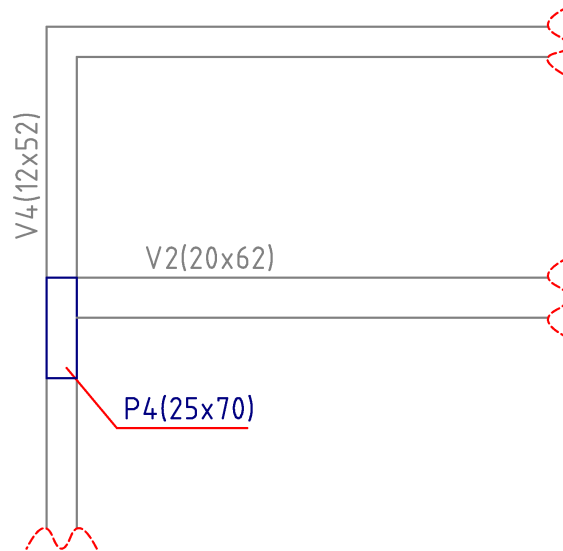
P2 (80x25):

$$\lambda_x = \frac{\sqrt{12} \cdot L_{ex}}{h_x} = \frac{\sqrt{12} \cdot 2,9}{0,8} \approx 12,5573$$

$$\lambda_y = \frac{\sqrt{12} \cdot L_{ey}}{h_y} = \frac{\sqrt{12} \cdot 2,9}{0,25} \approx 40,1830$$

Exercício: Utilizando a planta abaixo (fora de escala), calcular o Índice de Esbeltez nas duas direções para o pilar 4. Considerar 4,6 m entre pisos.

Figura 17: Planta do pilar 4 e vigas adjacentes.



Para a direção x , tem-se:

$$L_{e,x} \leq \begin{cases} L_0 + h = (460 - 52) + 70 = 478 \text{ cm} \\ L = 460 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\lambda_x = \frac{\sqrt{12} \cdot L_{e,x}}{h_x} = \frac{\sqrt{12} \cdot 460 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} \approx 63,7394$$

Para a direção y , tem-se:

$$L_{e,y} \leq \begin{cases} L_0 + h = (460 - 62) + 25 = \mathbf{423 \text{ cm}} \\ L = 460 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\lambda_y = \frac{\sqrt{12} \cdot L_{e,y}}{h_y} = \frac{\sqrt{12} \cdot 423 \text{ cm}}{70 \text{ cm}} \approx 20,9330$$

15 Pilar curto, médio, semi-esbelto e esbelto

A determinação do tipo de pilar em relação ao seu Índice de Esbeltez é dada por:

- Curto ($\lambda \leq 35$): Onde os efeitos locais de 2ª ordem podem ser desprezados;
- Médio ($35 < \lambda \leq 90$): Onde os efeitos locais de 2ª ordem precisam ser obrigatoriamente considerados;
- Semi-esbelto ou medianamente esbelto ($90 < \lambda \leq 140$): Onde os efeitos de 2ª ordem e fluência do concreto precisam ser obrigatoriamente considerados;
- Esbelto ($140 < \lambda \leq 200$): Onde os efeitos locais de 2ª ordem e fluência do concreto precisam ser obrigatoriamente considerados e necessita de processos exatos de cálculo.

16 Momento fletor mínimo

Nas estruturas reticuladas usuais, admite-se que o efeito das imperfeições locais esteja atendido se for respeitado o valor de **momento fletor mínimo**.

O momento fletor mínimo é dado pela seguinte equação:

$$M_{1d,min} = N_d \cdot (1,5 + 0,03 \cdot h) \quad (21)$$

Onde N_d é a força normal de cálculo e h é a altura da seção transversal na direção considerada (em **centímetros**).

Essa equação tem como função aplicar uma **excentricidade mínima** a qualquer estrutura, de forma a atender as **imperfeições geométricas** executivas e a **incerteza do ponto exato** de aplicação das reações das vigas sobre os pilares.

Sendo assim, a excentricidade mínima é dada por:

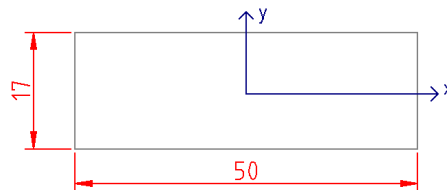
$$e_{1d, \min} = 1,5 + 0,03 \cdot h \quad (22)$$

A Equação (21) também pode ser apresentada da seguinte forma:

$$M_{1d, \min} = N_d \cdot e_{1d, \min} \quad (23)$$

Exercício: Calcular o momento fletor mínimo e as excentricidades nas duas direções e informar o tipo de pilar de acordo com seu Índice de Esbeltez, sabendo-se que: $N_k = 785,7 \text{ kN}$, pilar (50x17) e $L_{ex} = L_{ey} = 2,8 \text{ m}$.

Figura 18: Seção transversal de um pilar (50x17).



Como N_d depende da menor espessura do pilar, tem-se:

$$N_d = \gamma_f \cdot \gamma_n \cdot N_k = 1,4 \cdot 1,1 \cdot 785,7 \text{ kN} = 1209,9780 \text{ kN}$$

Para a direção x :

$$e_{1d, \min x} = 1,5 + 0,03 \cdot h_x = 1,5 + 0,03 \cdot 50 = 3 \text{ cm}$$

$$M_{1d, \min x} = N_d \cdot e_{1d, \min x} = 1209,978 \text{ kN} \cdot 3 \text{ cm} = 3629,9340 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$\lambda_x = \frac{\sqrt{12} \cdot L_{ex}}{h_x} = \frac{\sqrt{12} \cdot 2,8}{0,5} \approx 19,3989$$

Para a direção y :

$$e_{1d, \min y} = 1,5 + 0,03 \cdot h_y = 1,5 + 0,03 \cdot 17 = 2,01 \text{ cm}$$

$$M_{1d, \min y} = N_d \cdot e_{1d, \min y} = 1209,978 \text{ kN} \cdot 2,01 \text{ cm} = 2432,0557 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$\lambda_y = \frac{\sqrt{12} \cdot L_{ey}}{h_y} = \frac{\sqrt{12} \cdot 2,8}{0,17} \approx 57,0557$$

Portanto, na classificação de acordo com o Índice de Esbeltez, o pilar pertence ao pior caso das duas direções ($\lambda_y = 57,0557$). É um pilar médio.