

定积分

$$\int_L f(x, y) ds = \int_a^b f(x(t), y(t)) \sqrt{x_t^2 + y_t^2} dt$$

$$\int_L f(x, y) dx = \int_a^b f(x(t), y(t)) x_t' dt$$

第一型曲线积分

$$\int_L [P(x, y) \cos \alpha + Q(x, y) \cos \beta] ds = \int_L P(x, y) dx + Q(x, y) dy$$

$\cos \alpha, \cos \beta$ 为有向曲线 L 在点 (x, y) 处正向切向量的方向余弦

第二型曲线积分

格林公式

$$\oint_L (P \cos \alpha + Q \cos \beta) ds = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$

格林公式

$$\oint_L P dx + Q dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$

斯托克斯公式

斯托克斯公式

二重积分

$$\iint_{\Sigma} f(x, y, z) ds = \iint_{D_{xy}} f[x, y, z(x, y)] \sqrt{1 + z_x^2(x, y) + z_y^2(x, y)} dx dy$$

$$\iint_{\Sigma} f(x, y, z) dx dy = \pm \iint_{D_{xy}} f[x, y, z(x, y)] dx dy$$

第一型曲面积分

$$\iint_{\Sigma} (P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma) ds = \iint_{\Sigma} P dy dz + Q dz dx + R dx dy$$

$\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 为曲面 Σ 在点 (x, y, z) 处单位法向量

第二型曲面积分

高斯公式

$$\iiint_{\Omega} (P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma) ds = \pm \iiint_{\Omega} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dx dy dz$$

高斯公式

$$\iiint_{\Omega} P dy dz + Q dz dx + R dx dy = \pm \iiint_{\Omega} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dx dy dz$$

三重积分

设 $u = u(x, y, z)$ 则 $\vec{\text{grad}}(u) = \left\{ \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} \right\}$

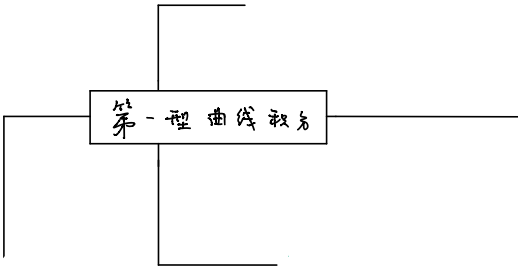
则 $\text{div}(\vec{\text{grad}} u) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$

设 $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{grad}} u) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \end{vmatrix}$

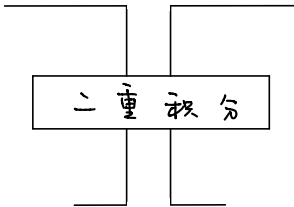
定积分



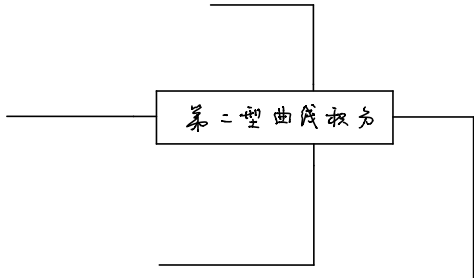
第一型曲线积分



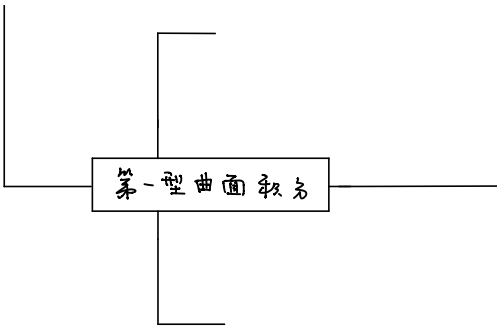
二重积分



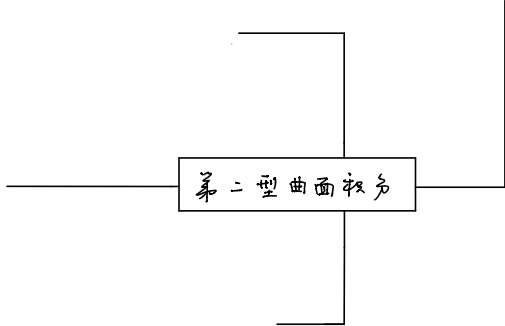
第二型曲线积分



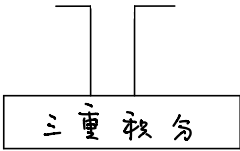
第一型曲面积分



第二型曲面积分



三重积分



$u = u(x, y, z)$ 梯度 $\overrightarrow{\text{grad}}(u) =$

散度 $\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} u) =$

旋度 $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}} u) =$