

Вопросы к экзамену «Численные методы» (лектор — к.ф.-м.н., Кутыркин В.А.)

1. Приближённое описание чисел, абсолютная и относительная погрешности. Арифметика вычислений с заданными погрешностями. Метод Жордана-Гаусса с выбором ведущего элемента.
2. Метод прогонки для СЛАУ с трёх-диагональной матрицей.
3. Чебышёвская и евклидова норма матрицы, погрешность матричного преобразования приближённого вектора.
4. Число обусловленности квадратной матрицы, овражность симметричной положительно определённой матрицы. Оценка относительной погрешности решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с квадратной матрицей при заданной относительной погрешности правой части СЛАУ.
5. Степенные матричные ряды и аналитические матричные функции.
6. Метод наименьших квадратов (МНК) для решения СЛАУ и лемма о МНК-решении.
7. Понятие стабилизирующего функционала и стабилизированный МНК для решения СЛАУ.
8. Модель парной линейной регрессии.
9. Многомерная модель линейной регрессии.
10. Модель полиномиальной регрессии.
11. Явные итерационные методы, понятие устойчивости сходящегося метода простой итерации.
12. Метод простой итерации и принцип сжимающих отображений.
13. Метод простой итерации для решения СЛАУ специального вида.
14. Устойчивость метода простой итерации для решения СЛАУ.
15. Метод Зейделя как модификация метода простой итерации для решения СЛАУ.
16. Метод касательных (Ньютона) для решения алгебраических уравнений.
17. Методы секущих как модификации метода касательных для решения алгебраических уравнений.
18. Общие принципы вычисления собственных значений и собственных векторов квадратной матрицы, пример метода Крылова.
19. Метод приближённого вычисления максимального по модулю собственного значения и отвечающего ему собственного вектора для квадратной матрицы, имеющий действительный спектр.
20. Полное решение спектральной матричной задачи итерационным методом Якоби.
21. Понятия сетки, схемы сеток, сеточной функции и схемы сеточных функций. Сеточные отображения для функции определённой на заданном отрезке. Общая постановка задачи интерполяции сеточной функции.
22. Аналитический вид интерполяционного полинома Лагранжа и матричный способ вычисления его коэффициентов.
23. Схема интерполирования Лагранжа гладкой на отрезке функции, понятия её сходимости, аналитической корректности, устойчивости и корректности. Формулировка теоремы Чебышёва об аналитической корректности задачи интерполирования Лагранжа со схемой чебышёвских сеток.
24. Понятие схемы функций Чебышёва, примеры таких традиционных схем. Задача интерполяции сеточной функции по системе функций Чебышёва.
25. Задача аппроксимации гладкой на отрезке функции с использованием схемы функций Чебышёва.
26. Остаток в форме Коши для задачи интерполяции Лагранжа.
27. Составная квадратурная формула прямоугольников.

28. Составная квадратурная формула трапеций.
29. Составная квадратурная формула Симпсона (парабол).
30. Пространство сплайнов нулевой степени единичного дефекта, его стандартный базис.
31. Пространство сплайнов первой степени единичного дефекта, его стандартный базис.
32. Пространство сплайнов второй степени единичного дефекта, его стандартный базис.
33. Описание пространства сплайнов третьей степени единичного дефекта, его стандартный базис. Формулировка теоремы о корректности интерполирования дефектными сплайнами нулевой, первой, второй и третьей степеней непрерывной на отрезке функции.
34. Задача приближённого вычисления производной гладкой на отрезке функции с помощью дефектных сплайнов третьей степени.
35. Локальные B -сплайны второй степени, задача аппроксимации гладкой на отрезке функции с помощью таких сплайнов.
36. Локальные B -сплайны третьей степени, задача аппроксимации гладкой на отрезке функции с помощью таких сплайнов.
37. Понятия табуляции и табулирования линейного многообразия в банаховом пространстве. Сеточное табулирование для пространства непрерывных на отрезке функций. Табуляция в гильбертовом пространстве.
38. Понятие аппроксимации линейного многообразия в банаховом пространстве. Табличная аппроксимация и интерпретация на примере сеточно-сплайновой аппроксимации гладких на отрезке функций, согласованная аппроксимация (интерпретация).
39. Понятия базы аппроксимирования и аппроксимирования линейного многообразия в банаховом пространстве; понятия сходимости, аналитической корректности, устойчивости и корректности аппроксимирования. Пример.
40. Сеточно-сплайновое аппроксимирование в пространстве непрерывных на отрезке функций. Аппроксимирование в гильбертовом пространстве.
41. Табуляция и (корректное) табулирование линейного оператора в банаховых пространствах, приближённое вычисление значения линейного оператора. Пример вычисления приближённого значения интегрального оператора.
42. Аппроксимация и (корректное) аппроксимирование линейного оператора в банаховых пространствах, приближённое вычисление значений линейного оператора. Пример вычисления приближённого значения интегрального оператора.
43. Схема метода конечных сумм для численного решения линейных уравнений в функциональных банаховых пространствах, критерий корректности этой схемы; пример численного решения методом конечных сумм интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода с симметричным гладким аналитически заданным ядром.
44. Схема метода коллокаций для численного решения линейных уравнений в банаховом пространстве непрерывных на отрезке функций на примере схемы метода коллокаций для численного решения линейного интегрального уравнения Фредгольма II-рода с аналитически заданным непрерывным ядром интегрального оператора этого уравнения.
45. Метод Галёркина-Петрова для численного решения линейного уравнения в гильбертовом пространстве, пример численного решения линейного интегрального уравнения Фредгольма II-рода с аналитически заданным непрерывным ядром интегрального оператора этого уравнения.