

TMA4101 Oblig- Newtons Avkjølingslov

Iver Myhrsveen

13. november 2024

Oppgave

Finne ut hvor godt Newtons avkjølingslov predikerer varmetapet til en kanelbolle som nettopp har kommet ut av ovnen.

Fremgangsmåte

- Aller først måtte vi selvfølgelig lage bolledeigen, og mens denne hevet kunne vi forberede oss på hvordan vi skulle utføre sammenlikningen mellom det Newtons avkjølingslov predikerte og hva faktiske målinger viste.
- Sette opp differensiallikning som beskriver varmetapet til kanelbollen basert på Newtons avkjølingslov. Newtons avkjølingslov sier at temperaturendringen hos en gjenstand er proporsjonal med temperatur- differensen mellom gjenstanden og temperaturen i omgivelsene:

$$\dot{T}(t) = \alpha * (T(t) - T_K) \quad (1)$$

- Videre løste vi denne differnsiallikningen:

$$\dot{T}(t) = \alpha * (T(t) - T_K) \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} (T(t) * e^{-\alpha t}) = -\alpha * T_K * e^{-\alpha t} \quad (3)$$

$$T(t) * e^{-\alpha t} = T_K * e^{-\alpha t} + C \quad (4)$$

$$T(t) = C e^{\alpha t} + T_K \quad (5)$$

$$T_0 = C + T_K \quad (6)$$

$$C = T_0 - T_K \quad (7)$$

$$T(t) = (T_0 - T_K)e^{\alpha t} + T_K \quad (8)$$

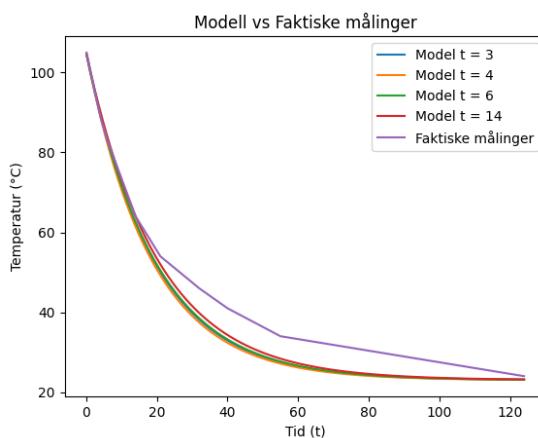
- Nå som vi hadde differensiallikningen trengte vi bare å gjøre målinger. Vi måtte måle T_0 og T_K for å kunne sette inn i likningen vår. Vi måtte også gjøre målinger på kanelbollen videre, slik at vi hadde faktiske målinger å sammenlikne med. De faktiske målingene satt vi opp i en tabell.
- Da målingene var på plass kunne vi sette alt inn i Python og sammenlikne grafene. Vi måtte beregne en α for å kunne sette inn i likningen vår (8). Vi beregnet ulike α - verdier basert på ulike tider og temperaturer. Disse beregnet vi ved å løse likningen med hensyn på α etter å ha satt inn en verdi for $T(t)$ og t basert på målingene.
- Til slutt plottet vi alle grafene og sammenliknet.

Tabell med målinger

Tid min	Temperatur °C
0	105
1	101
2	98
3	93
4	89
5	83
10	72
14	64
18	60
21	54
32	46
40	41
55	34
80	30
124	24

Tabell 1: Måling av temperatur i kanelbolle

Resultater



Figur 1: Plot av resultatet

De ulike grafene er basert på ulike α -verdier som er beregnet på ulike tidspunkt, og viste i lengden til plottet. Som vi ser er grafene som er basert på α -verdiene veldig like, men her har vi bevisst utelatt $t = 0$ og $t = 124$, da disse førte til urealistiske grafer. Vi kan også se at modellen stemte ganske bra med de faktiske målingene. Det oppstår en feilmargin blant annet fordi Newtons avkjølingslov baserer seg på konstant temperatur i omgivelse, noe som ikke er realistisk. Grafene for modellen hadde også ligget nærmere grafen for de faktiske målingene, om vi hadde tatt med flere målinger i plottet.

Resultat av bakingen

Her kommer bevis om at det faktisk ble bakt kanelboller for prosjektet, samt bilde som viser samarbeidspartnerne mine:



Figur 2: Underveis i bakingen



Figur 3: Nybakte boller