INTRODUÇÃO À PESQUISA OPERACIOAL – PROF. DMONTIER P. ARAGÃO JR
LISTA 3 - EXERCÍCIOS DE MODELAGEM

01. PRODUÇÃO DE LEITE, DOCES E QUEIJOS

Um produtor de derivados do leite produz queijo e doce de leite. O produtor tem à disposição 800 litros de leite por dia oriundos de sua propriedade e de alguns vizinhos que fornecem para ele.

A produção de cada quilo de queijo requer 9 litros de leite, e cada quilo de doce requer 7 litros de leite. A rede de supermercados que compra dele estabelece um limite máximo de 90 kg de queijo a ser comprado por dia.

Ele também vende o doce à rede de supermercados, mas, como ele tem um canal adicional (sua vizinhança, não há restrição de volume produzido.

Além disso, por questões relacionadas com os equipamentos de produção, a quantidade de queijo produzido não pode exceder 150% da produção de doce.

A produção utiliza 2 empregados que trabalham num regime de 7 horas diárias.

Cada quilo de queijo requer 30 minutos de mão de obra, ao passo que cada quilo de doce requer 12 minutos de mão de obra.

O queijo é vendido a R$ 5 por quilo e o doce a R$ 4 por quilo.

Formule um modelo para maximizar as receitas do produtor.

03. PRODUTOS NA PRATELEIRA DE UM SUPERMERCADO

Quase todas as empresas que atuam no varejo tem mais produtos que espaço para vendê-los. Esse problema é característico de supermercados, lojas de departamentos, e até mesmo de empresas de comércio eletrônico.

Suponha que o supermercado tenha 20 itens que ele pode disponibilizar em suas prateleiras, conforme tabela a seguir:

Item	**Demanda entre reabastecimentos**	**Lucro (R$/un)**	**Area (cm3/un)**
1	50	2	65
2	35	2	45
3	25	3	58
4	20	4	71
5	45	4	71
6	60	6	77
7	45	5	90
8	40	5	90
9	30	6	65
10	50	4	52
11	35	2	90
12	50	6	52
13	20	5	71
14	25	3	77
15	30	4	58
16	20	2	45
17	60	2	65
18	35	1	103
19	25	5	71
20	45	4	97

Se todos os itens fosse colocados à venda, seriam necessários 52,290cm3 de área de prateleira. O supermercado só dispõe de 37.200 cm2 para alocar todos os itens a serem vendidos. Formule o problema do supermercado com o objetivo de maximizar o lucro total.

A administração desta empresa precisa decidir que produtos vender dado um espaço disponível, de modo que sua lucratividade seja máxima.

06. MAXIMIZAÇÃO DE LUCROS

A Politoy não tem problemas no fornecimento de matéria-primas, mas só pode contar com 100 h de acabamento e 80 h de carpintaria. A demanda semanal de trens é ilimitada, mas no máximo 40 soldados são comprados a cada semana.

A Politoy deseja maximizar seus ganhos semanais. Formule um modelo matemático a ser utilizado nessa otimização.

(adaptado de Ravindran et al., 1987)

A Politoy S/A fabrica soldados e trens de madeira. Cada soldado é vendido por $27 e utiliza $10 de matéria-prima e $14 de mão-de-obra. Duas horas de acabamento e 1 hora de carpintaria são demandadas para produção de um soldado.

Cada trem é vendido por $21 e utiliza $9 de matéria-prima e $10 de mão-de-obra. Uma hora de acabamento e 1 h de carpintaria são demandadas para produção de um trem.

07. MAXIMIZAÇÃO DE GANHOS

Um fazendeiro deseja determinar quantos acres de milho e trigo ele deve plantar esse ano. Um acre de trigo rende 25 sacas e requer 10 horas de trabalho/semana. A saca de trigo vale 4R$ no mercado. Um acre de milho rende 10 sacas e requer 4 horas de trabalho/semana. A saca de milho vale 3R$ no mercado. O governo garante a compra de pelo menos 30 sacas de milho/ano. O fazendeiro dispõe de 7 acres de terra e pode trabalhar 40 horas/semana.

Formule o problema tal que os ganhos do fazendeiro sejam maximizados.

(Lachtermacher, 2009)

08. MAXIMIZAÇÃO DE RENDIMENTOS

Uma fábrica de confecções produz dois modelos de camisas de luxo. Uma camisa do modelo A necessita de 1 metro de tecido, 4 horas de trabalho e custa 120R$. Uma camisa do modelo B exige 1,5 metros de tecido, 3 horas de trabalho e custa 160R$. Sabe-se que a fábrica dispõe diariamente de 150 metros de tecido, 360 horas de trabalho e que consegue vender tudo o que fabrica.

Quantas camisas de cada modelo será preciso fabricar para obter um rendimento máximo?

1. Variáveis

x_p = quantidade de produtos p produzidos

Função objetivo

$$Max(z) = \sum_{p=1}^{P} x_p \cdot v_p$$ → valor do produto p.

Conjuntos

P: Produtos

Restrição de matéria-prima

q_p: quantidade de matéria-prima necessária para produzir o produto p.

$$\sum_{p=1}^{P} q_p \cdot x_p \leq Q$$ → Quantidade ~~total~~ de matéria-prima disponível.

Restrição de mão-de-obra

$$\sum_{p=1}^{P} t_p \cdot x_p \leq T$$ → Tempo ~~total~~ disponível

t_p: Tempo necessário que o trabalhador leva para produzir o produto p.

Restrição de demanda

$x_p \leq D, \forall p \in P$

↳ Demanda máxima

Restrição de não-negatividade

$x_p \geq 0, \forall p \in P$

3. Variável de decisão

$x_p \rightarrow$ Quantidade de produto p a ser armazenado

Conjunto

P: Produtos

Função objetivo

$$\max(z) = \sum_{p=1}^{P} x_p l_p$$ → lucro obtido a partir da venda de um produto p.

Restrição de demanda

$$x_p \leq D_p \quad \forall p \in P$$

↳ Demanda máxima de cada produto p.

Restrição de capacidade

$$\sum_{p=1}^{P} x_p \cdot c_p \leq C$$ → capacidade total de armazenamento.

↳ capacidade necessária para armazenar um produto p.

Restrição de não negatividade

$$x_p \geq 0, \forall p \in P$$

8. Conjuntos

P: Produtos

Variável de decisão

$x_p \rightarrow$ Quantidade de produto p fabricado.

Função objetivo

$$\max(z) = \sum_{p=1}^{P} x_p \cdot l_p$$ → Preço de venda do produto p.

Restrição de matéria-prima

$$\sum_{p=1}^{P} q_p \cdot x_p \leq Q$$ → Quantidade de matéria-prima disponível.

↳ quantidade de matéria-prima necessária para produzir o produto p

Restrição de mão-obra

$$\sum_{p=1}^{P} t_p \cdot x_p \leq T$$ → Tempo total disponível

↳ Tempo necessário para produzir um produto p.

Restrição de não negatividade

$$x_p \geq 0 \quad \forall p \in P$$

7. Conjuntos Variável de decisão

P: Produtos x_p: Quantidade em acre de p que deve ser plantado

$$Max(Z) = \sum_{p=1}^{P} x_p \cdot c_p \cdot v_p$$ → Valor do produto p.

↳ rendimento do produto p por acre.

Restrição de tempo disponível

$$\sum_{p=1}^{P} x_p \cdot t_p \leq T$$ → Tempo máximo disponível

↳ tempo para produzir um produto p.

Restrição de Demanda

$$x_p \cdot c_p \leq D_p \quad \forall p \in P$$

Restrição de terreno

$$\sum_{p=1}^{P} x_p \leq A$$ → Área total disponível

Restrição não-negatividade

$$x_p \geq 0 \quad \forall p \in P$$

6. Conjuntos: Variável de decisão

Produtos (P) x_p → Quantidade de produto p a ser fabricado.

Setor (S) F.O. ⇒ $MAX(Z) = \sum_{p=1}^{P} V_p \cdot x_p$

↳ valor do produto p.

Restrição de demanda

$$x_p \leq D_p$$ → Demanda máxima do produto p.

Restrição de capacidade

$$\sum_{p=1}^{P} C_{ps} \cdot x_p \leq C_s \quad \forall s \in S$$

↳ Tempo total de operação do setor s.

↳ Tempo utilizado pelo produto p no setor s.

Restrição de não-negatividade

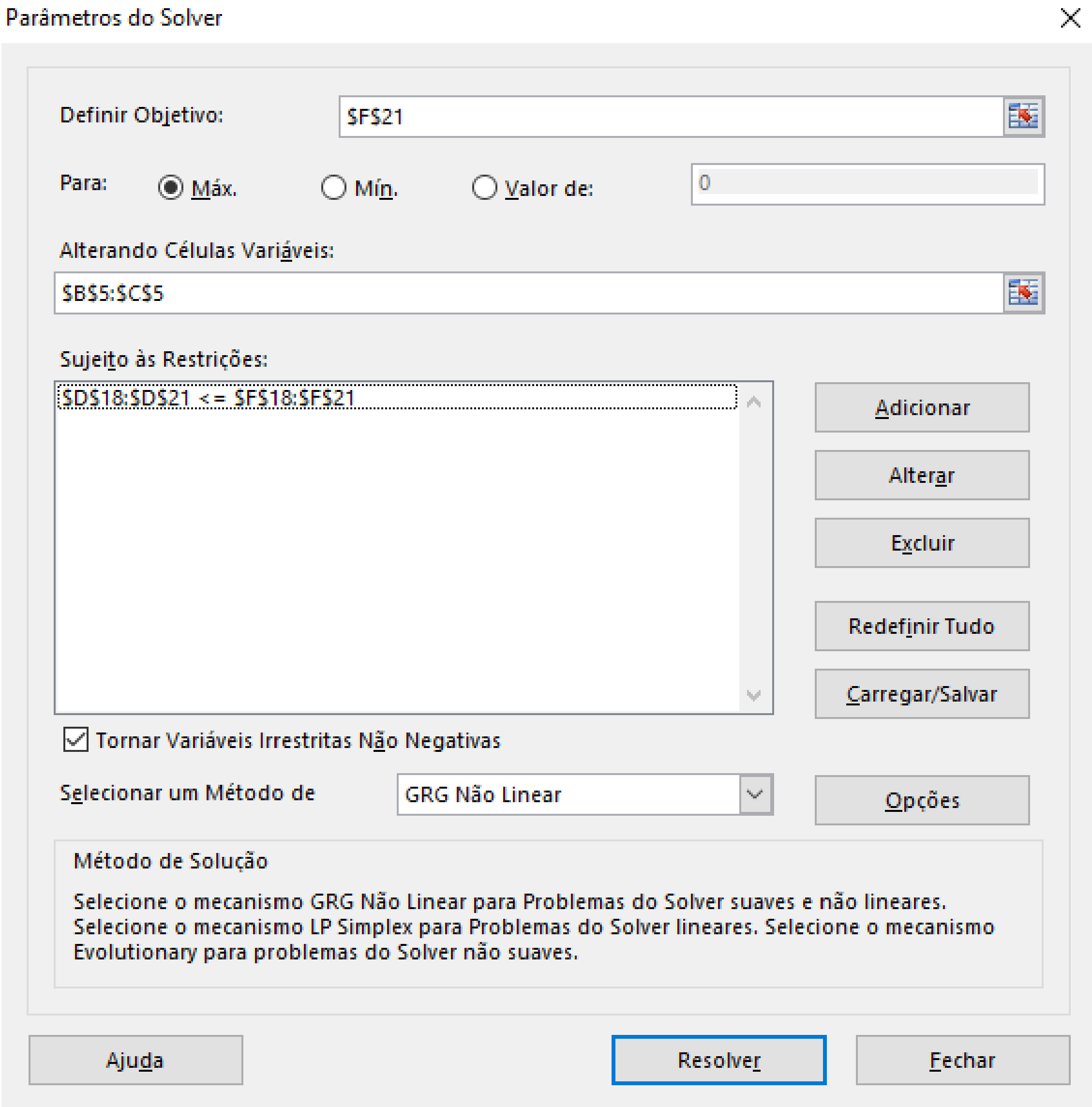
$$x_p \geq 0 \quad \forall p \in P$$

Modelagem Específica utilizando a função Solver da ferramenta Excel

1. PRODUÇÃO DE LEITE, DOCES E QUEIJOS

	A	B	C	D	E	F
1	Função	Max(z)=5x1 + 4x2				
2		Coeficientes de variaveis				
3		x1	x2			
4		5	4			
5	Variável ideal	0	70			
6	Max(z)	280				
7						
8	Restrições					
9	1	9x1 + 7x2 <= 800				
10	2	x1 <= 90				
11	4	30x1 + 12x2<=840				
12	5	x1<=x2*1,5				
13	6	x1; x2 >= 0				
14						
15						
16	Restrições	Coeficientes de variaveis			Constante	
17	n	x1	x2	LE	Sinal	LD
18	1	9	7	490	<=	800
19	2	1	0	0	<=	90
20	3	30	12	840	<=	840
21	4	1	0	0	<=	105
22						

	A	B	C	D	E	F
1	Função	Max(z)=5x1 + 4x2				
2		Coeficientes de variaveis				
3		x1	x2			
4		5	4			
5	Variável ideal	0	70			
6	Max(z)	= (B4*B5)+(C4*C5)				
7						
8	Restrições					
9	1	9x1 + 7x2 <= 800				
10	2	x1 <= 90				
11	4	30x1 + 12x2<=840				
12	5	x1<=x2*1,5				
13	6	x1; x2 >= 0				
14						
15						
16	Restrições	Coeficientes de variaveis			Constante	
17	n	x1	x2	LE	Sinal	LD
18	1	9	7	=(B18*$B$5)+(C18*$C$5)	<=	800
19	=A18+1	1	0	=(B19*$B$5)+(C19*$C$5)	<=	90
20	=A19+1	30	12	=(B20*$B$5)+(C20*$C$5)	<=	840
21	4	1	0	=(B21*$B$5)+(C21*$C$5)	<=	=C5*1,5
22						


Parâmetros do Solver
Definir Objetivo:
$F$21
Para:
Máx.
Mín.
Valor de:
0
Alterando Células Variáveis:
$B$5:$C$5
Sujeito às Restrições:
$D$18:$D$21 <= $F$18:$F$21
Adicionar
Alterar
Excluir
Redefinir Tudo
Carregar/Salvar
Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas
Selecionar um Método de
GRG Não Linear
Opções
Método de Solução
Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.
Ajuda
Resolver
Fechar

6. MAXIMIZAÇÃO DE LUCROS

	A	B	C	D	E	F
1	Função	Max(z)=3x1 + 2x2				
2		Coeficientes de variaveis				
3		x1	x2			
4		3	2			
5	Variável ideal	30	40			
6	Max(z)	170				
7						
8	Restrições					
9	1	2x1 + x2 <= 100				
10	2	x1 + x2 <= 80				
11	3	x2<= 40				
12	4	x1; x2 >= 0				
13						
14						
15	Restrições	Coeficientes de variaveis			Constante	
16	n	x1	x2	LE	Sinal	LD
17	1	2	1	100	<=	100
18	2	1	1	70	<=	80
19	3	0	1	40	<=	40
20						
21						

	A	B	C	D	E	F
1	Função	Max(z)=3x1 + 2x2				
2		Coeficientes de variaveis				
3		x1	x2			
4		3	2			
5	Variável ideal	30	40			
6	Max(z)	= (B4*B5)+(C4*C5)				
7						
8	Restrições					
9	1	2x1 + x2 <= 100				
10	2	x1 + x2 <= 80				
11	3	x2<= 40				
12	4	x1; x2 >= 0				
13						
14						
15	Restrições	Coeficientes de variaveis			Constante	
16	n	x1	x2	LE	Sinal	LD
17	1	2	1	=(B17*$B$5)+(C17*$C$5)	<=	100
18	=A17+1	1	1	=(B18*$B$5)+(C18*$C$5)	<=	80
19	3	0	1	=(B19*$B$5)+(C19*$C$5)	<=	40
20						

7. MAXIMIZAÇÃO DE GANHOS

	A	B	C	D	E	F	G
1	Função	Max(z)=100x1 + 30x2					
2		Coeficientes de variaveis					
3		x1	x2				
4		100	30				
5	Variável ideal	4	0				
6	Max(z)	400					
7							
8	Restrições						
9	1	10x1 + 4x2 <= 40					
10	2	10x2 <= 30					
11	3	x1+x2<= 7					
12	4	x1; x2 >= 0					
13							
14							
15	Restrições	Coeficientes de variaveis			Constante		
16	n	x1	x2	LE	Sinal	LD	
17	1	10	4	40	<=	40	
18	2	0	10	0	<=	30	
19	3	1	1	4	<=	7	

	A	B	C	D	E	F	G
1	Função	Max(z)=100x1 + 30x2					
2		Coeficientes de variaveis					
3		x1	x2				
4		100	30				
5	Variável ideal	4	0				
6	Max(z)	= (B4*B5)+(C4*C5)					
7							
8	Restrições						
9	1	10x1 + 4x2 <= 40					
10	2	10x2 <= 30					
11	3	x1+x2<= 7					
12	4	x1; x2 >= 0					
13							
14							
15	Restrições	Coeficientes de variaveis			Constante		
16	n	x1	x2	LE	Sinal	LD	
17	1	10	4	=(B17*$B$5)+(C17*$C$5)	<=	40	
18	=A17+1	0	10	=(B18*$B$5)+(C18*$C$5)	<=	30	
19	3	1	1	=(B19*$B$5)+(C19*$C$5)	<=	7	
20							
21							

8. MAXIMIZAÇÃO DE RENDIMENTOS

	A	B	C	D	E	F
1	Função	Max(z)=120x1 + 160x2				
2		Coeficientes de variaveis				
3		x1	x2			
4		120	160			
5	Variável ideal	30	80			
6	Max(z)	16400				
7						
8	Restrições					
9	1	x1 + 1,5x2 <= 150				
10	2	4x1 + 3x2 <= 360				
11	3	x1; x2 >= 0				
12						
13						
14	Restrições	Coeficientes de variaveis			Constante	
15	n	x1	x2	LE	Sinal	LD
16	1	1	1,5	150	<=	150
17	2	4	3	360	<=	360
18						

	A	B	C	D	E	F
1	Função	Max(z)=120x1 + 160x2				
2		Coeficientes de variaveis				
3		x1	x2			
4		120	160			
5	Variável ideal	30	80			
6	Max(z)	= (B4*B5)+(C4*C5)				
7						
8	Restrições					
9	1	x1 + 1,5x2 <= 150				
10	2	4x1 + 3x2 <= 360				
11	3	x1; x2 >= 0				
12						
13						
14	Restrições	Coeficientes de variaveis			Constante	
15	n	x1	x2	LE	Sinal	LD
16	1	1	1,5	=(B16*$B$5)+(C16*$C$5)	<=	150
17	=A16+1	4	3	=(B17*$B$5)+(C17*$C$5)	<=	360
18						
19						