

Отчет по заданию №2

по курсу «Теория информации и кодирования»

студента 3 курса

Направления подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Вариант 4.

Постановка задачи:

На вход информационной системы с помехами поступает совокупность дискретных сообщений $\{x_i\}$, $i=1 \div N$. Вероятность дискретных сообщений на входе задается в виде счетчика случайных чисел. Вероятности безошибочной передачи сообщений составляют не менее 70 % и задаются случайно. Вероятность ошибочной передачи генерируется случайным образом. Разработать программное обеспечение и определить количество информации, получаемое при неполной достоверности сообщений.

Описание вычислений и работы программы:

Точно также, как и в первом задании, я сделал так, чтобы можно было вводить любое число сообщений на входе. Таким образом, эта программа подходит для любого варианта.

Для удобства список индексов сообщений `range(N)` вынесен в глобальную переменную `R`.

```
20 def main():
21     global R
22     print("\n" + "-"*70 + "\nТИК. Лабораторная работа №2 (вар.4). Выполнил: [REDACTED] \n" + "-"*70, "\n")
23
24     N = int(input('Введите количество элементов: '))
25     R = tuple(range(N))
```

Рис. 1 Ввод числа элементов

```
1  # ТИК. Лабораторная работа №2. Вариант 4 (но можно любой вариант выполнить)
2  # Выполнил: Мазлов Иван. ИВТ-201
3  import random, math
4  def form_P(j=None, prob=(0.7, 1.0)): # random.uniform(0.7, 1.0)
5      p = [random.randint(1, 10000) for i in R]
6      if j!=None:
7          p[j]= random.uniform(*prob)
8          k= (1.0-p[j]) / (sum(p)-p[j])
9      else:
10         k= 1.0/sum(p)
11         p = [ p[i] if i==j else p[i]*k for i in R]
12         p[-1] += 1.0 - sum(p)
13         p[-1] += 1.0 - sum(p) # python bug fix
14         return p
```

Рис. 2 Формирование одномерного массива (обычного и с установленной для определенного индекса массива вероятности безошибочной передачи)

Функция получилась достаточно универсальной благодаря ключевому элементу `j`, которое по умолчанию равен `None`. Его наличие или отсутствие определяет тип генерируемого одномерного массива.

Сначала генерируется массив произвольных чисел в интервале $[1;10000]$. Если указан индекс ключевого элемента `j`, то элемент с индексом `j` заменится на случайную вероятность $[0.7, 1.0]$, а коэффициент умножения `k`

рассчитывается как остаточный процент после вычитания ключевого элемента, деленная на сумму элементов без ключевого элемента. В противном случае, коэффициент умножения k примет значение величины, обратной сумме элементов. Далее идет обновление (вычисление процентной доли каждого элемента) массива в зависимости от того, совпадает ли текущий индекс с индексом ключевого элемента или нет. Все элементы, кроме ключевого, умножаются на коэффициент k . Затем идет коррекция суммы, путем прибавления разности единицы и суммы элементов к последнему элементу массива. (Примечание: Python без применения точных библиотек (типа numpy) производит вычисления достаточно неточно и из-за этого сумма элементов массива не всегда получается равной 1.0. Для верности коррекция производится дважды).

```

21     PX = form_P()
22     print("\nМассив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений" + \
23           " на входе информационного устройства (P(X)):\n", PX, "sum=", sum(PX))

```

Рис. 3 Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений на входе информационного устройства

$$\sum_{i=1}^N p(x_i) = 1$$

Рис. 4 Условие вероятностей

```

31     HX = - sum(el*math.log2(el) for el in PX)
32     print("\nЭнтропия на входе информационного устройства, на которое поступает" + \
33           "совокупность дискретных сообщений {Xi} с вероятностями {p(Xi)}\n", "H(X):", HX)

```

Рис. 5 Энтропия на входе информационного устройства, на которое поступает

```

27     PXY = [form_P(i, (0.7, 1.0)) for i in R]
28     print("\nМассив(2d) вероятностей перехода совокупности входных дискретных сообщений {Xi}" + \
29           "в совокупность выходных дискретных сообщений {Yj} ( P(X/Y) ):")
30     [print(row, "sum=", sum(row)) for row in PXY]

```

Рис. 6 Массив(2d) вероятностей перехода совокупности входных дискретных сообщений $\{X_i\}$ в совокупность выходных дискретных сообщений $\{Y_j\}$

$$H(X) = - \sum_{i=1}^N p(x_i) \log_2 p(x_i),$$

Рис. 7 Энтропия на входе $H(X)$

Вероятность безошибочной передачи сообщения по условию ТЗ:

$$p(x_i / y_i) \geq 0,7$$

Рис. 8 Вероятность безошибочной передачи сообщений

```
31 PY = [ sum(PX[i]*PXY[j][i] for i in R) for j in R] #P(Y)
32 print("\nМассив(1d) вероятностей появления совокупности дискретных сообщений" + \
33 " на выходе информационного устройства (P(Y)):\n", PY)
```

Рис. 9 Массив(1d) вероятностей появления совокупности дискретных сообщений на выходе информационного устройства

$$p(y_j) = \sum_{i=1}^N p(x_i / y_j) \cdot p(x_i)$$

Рис. 10 Вероятность на выходе

```
34 PX_Y = [ [PY[j]*PXY[j][i] for i in R] for j in R] #P(X,Y)
35 print("\nМассив(2d) совместных вероятностей P(X,Y):")
36 [print(row) for row in PX_Y]
```

Рис. 11 Массив(2d) совместных вероятностей P(X,Y)

$$p(x_i, y_j) = p(y_j) p(x_i / y_j)$$

Рис. 12 Совместная вероятность $p(x_i, y_j)$

```
37 HXY= -sum(PX_Y[i][j]*math.log2(PXY[i][j]) for j in R for i in R) #H(X/Y)
38 print("\nУсловная энтропия (H(X/Y)), характеризующая остаточную неопределенность" + \
39 " принятого сообщения относительно переданного:\n", HXY)
```

Рис. 13 Расчет условной энтропии (H(X/Y)), характеризующей остаточную неопределенность принятого сообщения относительно переданного

$$H(X / Y) = - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p(x_i, y_j) \log_2 p(x_i / y_j).$$

Рис. 14 Условная энтропия (единица измерения - бит) H(X/Y)

```
40 IX_Y = HX - HXY
41 print("\nСреднее количество информации, получаемое" + \
42 "при неполной достоверности сообщений I(X,Y):\n", IX_Y, "\n") #I(X,Y)
```

Рис. 15 Расчет среднего количества информации (единица измерения - бит) I(X,Y)

$$I(Y, X) = -H(X/Y) - \sum_{i=1}^N p(x_i) \log_2 p(x_i) = H(X) - H(X/Y)$$

Рис. 16 Количество информации (единица измерения - бит) при неполной достоверности сообщений

При расчете количества информации и условной энтропии был использован логарифм по основанию 2. Значит единицы измерения получились – **бит**. Если бы использовался десятичный логарифм или натуральный, то единицы измерения были бы **дит** и **нит**, соответственно.

Под условной вероятностью подразумевают $P_A(B)=P(B|A)$ (два обозначения) вероятность события В, вычисленную в предположении, что событие А уже наступило. В случае с передачей информационных сообщений условная вероятность получения правильного Y сигнала, вычисленная на основании вероятностей $p(X)$ – входящих сигналов, т.е. посылаемых пользователю в системе, где возможно наступление ошибок передачи вследствие помех.

Результат работы программы:

```

ТИК. Лабораторная работа №2 (вар.4). Выполнил: [redacted]

Введите количество элементов: 5

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений на входе информационного устройства (P(X)):
[0.012943891046204064, 0.2878608813101469, 0.28245821374303565, 0.29303843772862853, 0.12369857617198493] sum= 1.0

Энтропия на входе информационного устройства, на которое поступает совокупность дискретных сообщений {Xi} с вероятностями {p(Xi)}
H(X): 2.0053970282942046

Массив (2d) вероятностей перехода совокупности входных дискретных сообщений {Xi} в совокупность выходных дискретных сообщений {Yj} ( P(X/Y) ):
[0.7353831736618511, 0.05658596608199966, 0.08420051642233056, 0.039526892794834886, 0.08430345103898378] sum= 1.0
[0.05815760561658922, 0.7908234767249878, 0.006007961569358766, 0.0817727923668428, 0.06323816372222146] sum= 1.0
[0.03379026212959311, 0.0310356938673469, 0.880568516849697, 0.017218280254137738, 0.037387246899225304] sum= 1.0
[0.03149649873587971, 0.030871353821004373, 0.02519874255639482, 0.8769390658310213, 0.03549433905569978] sum= 1.0
[0.08811975551377295, 0.03896484258114161, 0.07517922568596734, 0.0577882996221784, 0.7399478765969397] sum= 1.0

Массив (1d) вероятностей появления совокупности дискретных сообщений на выходе информационного устройства (P(Y)):
[0.07160184898090624, 0.2618819689105934, 0.26776551716234503, 0.27777938721485684, 0.14205674805455196]

Массив (2d) совместных вероятностей P(X,Y):
[0.05265479494363541, 0.0040516597978420225, 0.006028912660986029, 0.0028301986085802386, 0.00603628296986254]
[0.01523042826599817, 0.20710240914546063, 0.0015733768049228524, 0.021414819868345935, 0.016560934825865816]
[0.0090478670141817, 0.008310288618882363, 0.23578588431113823, 0.004610461716895385, 0.010011015501247344]
[0.008749078118266179, 0.008575425746891624, 0.006999691265900288, 0.24359559633131012, 0.009859595752488645]
[0.012518005907648759, 0.005535218825534511, 0.010679716322207763, 0.008209217919928758, 0.10511458907923217]

Условная энтропия (H(X/Y)), характеризующая остаточную неопределенность принятого сообщения относительно переданного:
0.9941175175245389

Среднее количество информации, получаемое при неполной достоверности сообщений I(X,Y):
1.0112795107696657

Process returned 0 (0x0)      execution time : 2.404 s
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .

```

Рис. 7 Результат работы с пятью элементами #1

```
ТИК. Лабораторная работа №2 (вар.4). Выполнил [REDACTED]

Введите количество элементов: 5

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений на входе информационного устройства (P(X)):
[0.31147719834169757, 0.34722525274565424, 0.03691177540184741, 0.2541275729143938, 0.05025820059640701] sum= 1.0

Энтропия на входе информационного устройства, на которое поступает совокупность дискретных сообщений {Xi} с вероятностями {p(Xi)}
H(X): 1.948821605200935

Массив(2d) вероятностей перехода совокупности входных дискретных сообщений {Xi} в совокупность выходных дискретных сообщений {Yj} ( P(X/Y) ):
[0.8075917607524201, 0.042459324178685844, 0.032153299561702445, 0.11357838025230009, 0.004217235254891623] sum= 1.0
[0.021021284861924134, 0.8877180737774588, 0.026578714507135646, 0.04256144521897858, 0.022120481634502823] sum= 1.0
[0.021318238157978852, 0.01743048267449391, 0.9469393371976221, 0.0017051559138091866, 0.01260678605609603] sum= 1.0
[0.019798174115470503, 0.03663525310837231, 0.10625418462239769, 0.8222413434716274, 0.01507104468213214] sum= 1.0
[0.05409928268928383, 0.0520477510941387, 0.02102819885023758, 0.05483901763945635, 0.8179857497268835] sum= 1.0

Массив(1d) вероятностей появления совокупности дискретных сообщений на выходе информационного устройства (P(Y)):
[0.2965515527486738, 0.32769462336545946, 0.04871258249727132, 0.23252103597715895, 0.09074577303442496]

Массив(2d) совместных вероятностей P(X,Y):
[0.23949259063816566, 0.012591378513848596, 0.009535110911016113, 0.0336818450224989, 0.00125062766314456]
[0.006888562025486263, 0.2909004398412155, 0.00870970183905389, 0.013947156760922822, 0.0072487628978809655]
[0.001038466434967022, 0.0008490838252485429, 0.04612786058315059, 0.306254812214007-05, 0.0006141091057830276]
[0.004603491955785374, 0.008518467006044162, 0.024706333085308223, 0.191188409900727377, 0.003504334922747417]
[0.00490981228246946, 0.004723113407740954, 0.0019082201601864153, 0.004976409048140933, 0.07422874919010972]

Условная энтропия (H(X/Y)), характеризующая остаточную неопределенность принятого сообщения относительно переданного:
0.8659784897249742

Среднее количество информации, получаемое при неполной достоверности сообщений I(X,Y):
1.0828431154751192

Process returned 0 (0x0) execution time : 2.295 s
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

Рис. 7 Результат работы с пятью элементами #2

```
ТИК. Лабораторная работа №2 (вар.4). Выполнил [REDACTED]

Введите количество элементов: 5

Массив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений на входе информационного устройства (P(X)):
[0.41661653238658163, 0.22133317290338106, 0.19636626158103718, 0.0712308988088076, 0.09445313440019251] sum= 1.0

Энтропия на входе информационного устройства, на которое поступает совокупность дискретных сообщений {Xi} с вероятностями {p(Xi)}
H(X): 2.062001475732518

Массив(2d) вероятностей перехода совокупности входных дискретных сообщений {Xi} в совокупность выходных дискретных сообщений {Yj} ( P(X/Y) ):
[0.7352592859714685, 0.08312492564851055, 0.09730498581377477, 0.00976456100348265, 0.07454624156276353] sum= 1.0
[0.01998205525422943, 0.9261931111380963, 0.001981959949188292, 0.048892677566295606, 0.0029501961210868346] sum= 1.0
[0.013831998254777624, 0.01739093402195284, 0.8367375600587437, 0.06778426820422376, 0.06425523046030211] sum= 1.0
[0.0036482629158528265, 0.007114938084762752, 0.008960529912782417, 0.0745876202141988, 0.00568864887241124] sum= 1.0
[0.0017981526077161635, 0.0017634756336298942, 0.0010332391599102988, 0.002081965123781456, 0.9933231674749622] sum= 1.0

Массив(1d) вероятностей появления совокупности дискретных сообщений на выходе информационного устройства (P(Y)):
[0.35156355853634425, 0.21747262927059047, 0.18481629946572697, 0.0748123070993101, 0.09531313595985766]

Массив(2d) совместных вероятностей P(X,Y):
[0.258490371023021, 0.029223694664059403, 0.03420888707601915, 0.003432863813929577, 0.026207741959315075]
[0.004345550088102869, 0.20142165109151003, 0.00043102204125898373, 0.010632819142401948, 0.0006415869073166512]
[0.002556378731664394, 0.0032141280701899356, 0.15464273947403848, 0.012527637611496974, 0.011875415578337191]
[0.00027293496563980614, 0.0005322849329898482, 0.0006703579156076326, 0.07291114833864984, 0.0004255809464229738]
[0.0001713875639758233, 0.00016808239283006224, 9.848126452757941e-05, 0.0001984386249066638, 0.09467674611361752]

Условная энтропия (H(X/Y)), характеризующая остаточную неопределенность принятого сообщения относительно переданного:
0.7512324484605541

Среднее количество информации, получаемое при неполной достоверности сообщений I(X,Y):
1.3107690272719636

Process returned 0 (0x0) execution time : 2.302 s
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

Рис. 8 Результат работы с пятью элементами #3

Вывод: в ходе выполнения задания, была изучены основные оценочные величины передачи сообщений с помехами: были рассчитаны условная энтропия и среднее количество информации, получаемое при неполной достоверности передачи данных.

Разработан программный модуль на языке программирования Python 3.2. (библиотечная версия без интерфейса с выводом на консоль).

Чем больше помехи при передаче сообщений, тем меньше условная энтропия, поскольку теряется менее существенная информация.

```

1  # ТИК. Лабораторная работа №2. Вариант 4 (но можно любой вариант выполнить)
2  # Выполнил: [REDACTED]
3  import random, math
4  def form_P(j=None, prob=(0.7, 1.0)): # random.uniform(0.7, 1.0)
5      p = [random.randint(1, 10000) for i in R]
6      if j!=None:
7          p[j]= random.uniform(*prob)
8          k= (1.0-p[j]) / (sum(p)-p[j])
9      else:
10         k= 1.0/sum(p)
11     p = [ p[i] if i==j else p[i]*k for i in R]
12     p[-1] += 1.0 - sum(p)
13     p[-1] += 1.0 - sum(p) # python bug fix
14     return p
15
16 def main():
17     global R
18     print("\n" + "-"*70 + "\nТИК. Лабораторная работа №2 (вар.4). Выполнил: [REDACTED] \n" + "-"*70, "\n")
19     N = int(input('Введите количество элементов: '))
20     R = tuple(range(N))
21     PX = form_P() #P(X)
22     print("\nМассив вероятностей появления совокупности дискретных сообщений" + \
23           " на входе информационного устройства (P(X)):\n", PX, "sum=", sum(PX))
24     HX = - sum(el*math.log2(el) for el in PX) #H(X)
25     print("\nЭнтропия на входе информационного устройства, на которое поступает" + \
26           "совокупность дискретных сообщений {Xi} с вероятностями {p(Xi)}\n", "H(X):", HX)
27     PXY = [form_P(i, (0.7, 1.0)) for i in R] #P(X/Y)
28     print("\nМассив(2d) вероятностей перехода совокупности входных дискретных сообщений {Xi}" + \
29           "в совокупность выходных дискретных сообщений {Yj} ( P(X/Y) ):")
30     [print(row, "sum=", sum(row)) for row in PXY]
31     PY = [ sum(PX[i]*PXY[j][i] for i in R) for j in R] #P(Y)
32     print("\nМассив(1d) вероятностей появления совокупности дискретных сообщений" + \
33           " на выходе информационного устройства (P(Y)):\n", PY)
34     PX_Y = [ [PY[j]*PXY[j][i] for i in R] for j in R] #P(X,Y)
35     print("\nМассив(2d) совместных вероятностей P(X,Y):")
36     [print(row) for row in PX_Y]
37     HXY= -sum(PX_Y[i][j]*math.log2(PXY[i][j])) for j in R for i in R #H(X/Y)
38     print("\nУсловная энтропия (H(X/Y)), характеризующая остаточную неопределенность" + \
39           " принятого сообщения относительно переданного:\n", HXY)
40     IX_Y = HX - HXY
41     print("\nСреднее количество информации, получаемое" + \
42           "при неполной достоверности сообщений I(X,Y):\n", IX_Y, "\n") #I(X,Y)
43 if __name__=="__main__":
44     main()

```

Рис. 9 Исходный код программы