

# 3D Grafika Zadaća 1

Ivo Sušac

November 2, 2022

## 3. zadatak

Neka je dan eliptički cilindar čiji je radijus na osi  $x$  jednak  $r$ , a radijus na  $y$  osi jednak  $s$  centriran na  $xy$  ravnini visine  $h$ . Neka su  $e = (e_1, e_2, e_3)$  i  $d = (d_1, d_2, d_3)$ . Odredite siječe li zraka  $e + \lambda d$  zadani cilindar.

Ukoliko imamo kvadričnu jednadžbu cilindra, sjecišta zrake i cilindra možemo odrediti rješavanjem jednadžbe oblika  $f(p(\lambda)) = a\lambda^2 + b\lambda + c$ , gdje je  $p(\lambda)$  jednadžba zrake, a funkcija  $f$  kvadrična funkcija cilindra  $f(<x, y, z>) = Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Jz + K$ .

Medutim, to u ovom zadatku nemamo.

Gledamo projekciju zrake na  $xy$  ravninu i njeno sjecište s neograničenim cilindrom. Projiciramo zraku na ravninu  $xy$  tako da u ravnini odredimo ortonormirane vektore  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  i projiciramo ju na njih:

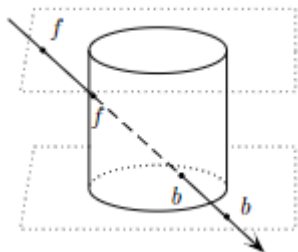
$\vec{p}_n = (\vec{p} \cdot \vec{u}) \cdot \vec{u} + (\vec{p} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{v}$ , gdje je  $\vec{p}$  vektor zrake.

Nakon toga, označimo pravac u smjeru projiciranog vektora s općom jednadžbom  $y = ax + b$ . Ubacujemo jednadžbu pravca u jednadžbu elipse i dobivamo  $\frac{x^2}{r^2} + \frac{(ax+b)^2}{s^2} = 1$ , pa izlučivanjem dobijemo kvadratnu jednadžbu:

$$(s^2 + a^2r^2)x^2 + (2r^2ab)x + b^2r^2 - r^2s^2 = 0.$$

Zraka siječe cilindar samo u slučaju kada ova jednadžba ima 2 rješenja, jer onda imamo 2 sjecišta.

Prethodni dio odnosio se na sjecište zrake s cilindrom neograničene visine. Kako mi gledamo cilindar konačne visine  $h$ , moramo još provjeriti siječe li zraka ravnine koje omeđuju cilindar.



Ravninu možemo definirati kao skup svih točaka  $x$  za koje vrijedi  $x \cdot \vec{n} = q$ , gdje je  $q$  skalar, a  $\vec{n}$  vektor normale na ravninu.

Ako zraka prolazi kroz ravninu, izjednačimo točku ravnine  $a$  s jednadžbom zrake i imamo:  $q = a \cdot \vec{n} = e \cdot \vec{n} + \lambda \cdot d \cdot \vec{n}$ , iz čega izrazimo  $\lambda$ . Ako je  $\lambda < 0$ , onda zraka ne siječe ravninu. Ako je  $\lambda > 0$ , zraka siječe ravninu.

Ovaj postupak napravimo i za gornju i za donju ravninu koje omeđuju cilindar i dobijemo sjecišta s cilindrom konačne visine  $h$ .