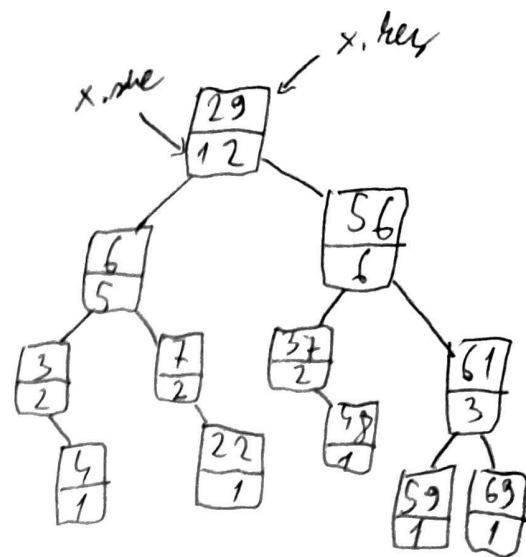


1. key = 29, nre = 12
 key = 6, nre = 5
 key = 3, nre = 2
 key = 4, nre = 1
 key = 7, nre = 2
 key = 22, nre = 1

- key = 56, nre = 6
 key = 37, nre = 2
 key = 48, nre = 1
 key = 61, nre = 3
 key = 59, nre = 1
 key = 69, nre = 1



OS_SELECT prvo stavlja r na size od lijevog podstabla od $x + 1$ za x , ako je $i = r$ dobivamo x i vraćamo to kao i -ti cvor po redu u stablu. Ako je $i < r$, želimo pronaći i -ti najmanji element u $T(x.left)$ pa rekursivno idemo po $x.left$. Inace, i -ti najmanji element nalazi se u $T(x.right)$ ali odbacimo r elemenata u $T(x)$ koji prethode elementima u $T(x.right)$. Na kraju dobijemo i -ti najmanji cvor u stablu T . Ako primijenimo to na $T.root$ i 8 kao u zadatku, vidjet ćemo da je $r = 6$, a $8 > 6$ pa idemo u desno podstablo (sada je $i = i - r$, tj. 2). Sada je $i < r$, tj. $2 < 3$ pa idemo u lijevo podstablo. Ovdje je $r = 1$ a $i = 2$, pa idemo u desno podstablo s $i = i - r = 1$. Sada je $i = r = 1$ pa imamo cvor s ključem 48 kao rješenje.

OS_RANK prvo stavlja r na size od lijevog podstabla od $x (+ 1$ za $x)$, seta y na x i ide gore u stablo sve dok nismo dosli do korijena s while petljom. Ako je y desno dijete svog roditelja, uvećamo r sa sizeom od lijevog djeteta roditelja od $x (+ 1$ za tog roditelja). Na kraju algoritma r će biti rang od x . Ako je x cvor s ključem 59, r je na početku 1 i prvo ćemo ici gore na ključ 61. Sada uvećamo r na 4 ($1 + 3$). Idemo na ključ 56. Sada uvećamo r na 10 ($4 + 6$) i na kraju dodamo do roota. Nas rang je 10.

2. OS-SELECT(x, i)
 1. $r = x.left.nre + 1$
 2. if $i == r$
 3. return x
 4. else if $i < r$
 5. return OS-SELECT($x.left, i$)
 6. else return OS-SELECT($x.right, i - r$)

3. OS-RANK(T, x)
 1. $r = x.left.nre + 1$
 2. $y = x$
 3. while $y \neq T.root$
 4. if $y == y.p.right$
 5. $r = r + y.p.left.nre + 1$
 6. $y = y.p$
 7. return r

2. OS-SELECT(x, i)
 1. while ($x \neq NIL$)
 2. if $x.left \neq NIL$
 3. $left-nre = x.left.nre$
 4. else
 5. $left-nre = 0$
 6. if $i == left-nre + 1$
 7. return x
 8. else if $i < left-nre + 1$
 9. $x = x.left$
 10. else
 11. $i = i - (left-nre + 1)$
 12. $x = x.right$
 13. return NIL

Onaj algoritam treba biti $\Theta(\log n)$ i while petlja i n
 nakon koda ima dve ljeve petlje od funkcije $rank$.
 U varijabli $rank$ je i . Ako je petlja funkcije $rank$
 potpuno ispravna, onda x je $left$ ili $right$ od i ,
 funkcija $rank$ je $\Theta(\log n)$, a onda je $rank$ petlja
 i njena vrijednost od i je potpuno ispravna.

3.

OS-KEY-RANK(T, k):

return OS-KEY-RANK-HELP($T, T.root, k$)

OS-KEY-RANK-HELP(T, x, k):

if $x == NIL$

return 0

if $x.key == k$

return $1 + rank(x.left)$

if $x.key > k$

return OS-KEY-RANK-HELP($T, x.left, k$)

return $1 + rank(x.left) + OS-KEY-RANK-HELP$

($T, x.right, k$)

4.

1. $i = \text{Successor}(x, i')$

1. $r = OS-KEY-RANK(T, x.key) + i$

2. $node = OS-SELECT(T.root, r)$

3. return $node$

2.

$i = \text{Successor}(x, i')$

1. $curr = T.root$

2. $numV = 0$

3. while $curr \neq NIL$

4. if $numV + 1 == i$

5. return $curr$

6. else if $numV + 1 < i$

7. $numV++$

8. $curr = curr.right$

9. else $curr = curr.left$

U drugom slučaju se vraća
 direktno $O(\log n)$ jer se
 automatski o rekurzivno potražuje, a
 rang je čisto. Moramo biti sigurni
 u održivosti konstante $numV$
 varijable, pa moramo dodatno setati
 to istom potražuje. Ovo njemu bit
 je $O(i' + k)$. U najgorem slučaju i
 je bit n (najveći sukcesor čuva), a
 u AVL-u $O(\log n)$.

Dakle, ovo njemu
 je $O(i' + k)$,
 gdje je i'
 u najgorem slučaju n ,
 a je $O(\log n)$.