

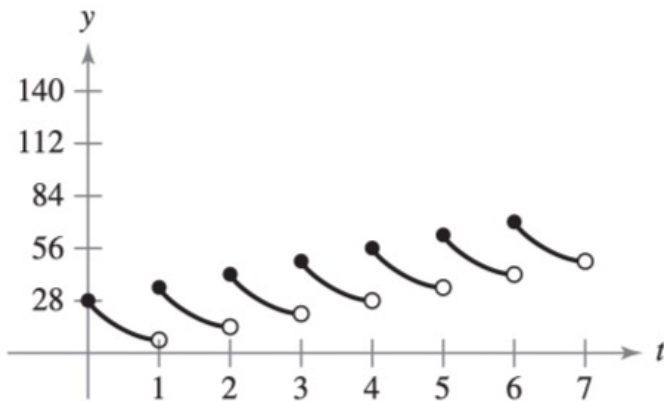
# CONTINUIDAD

## Continuidad de una función en un número

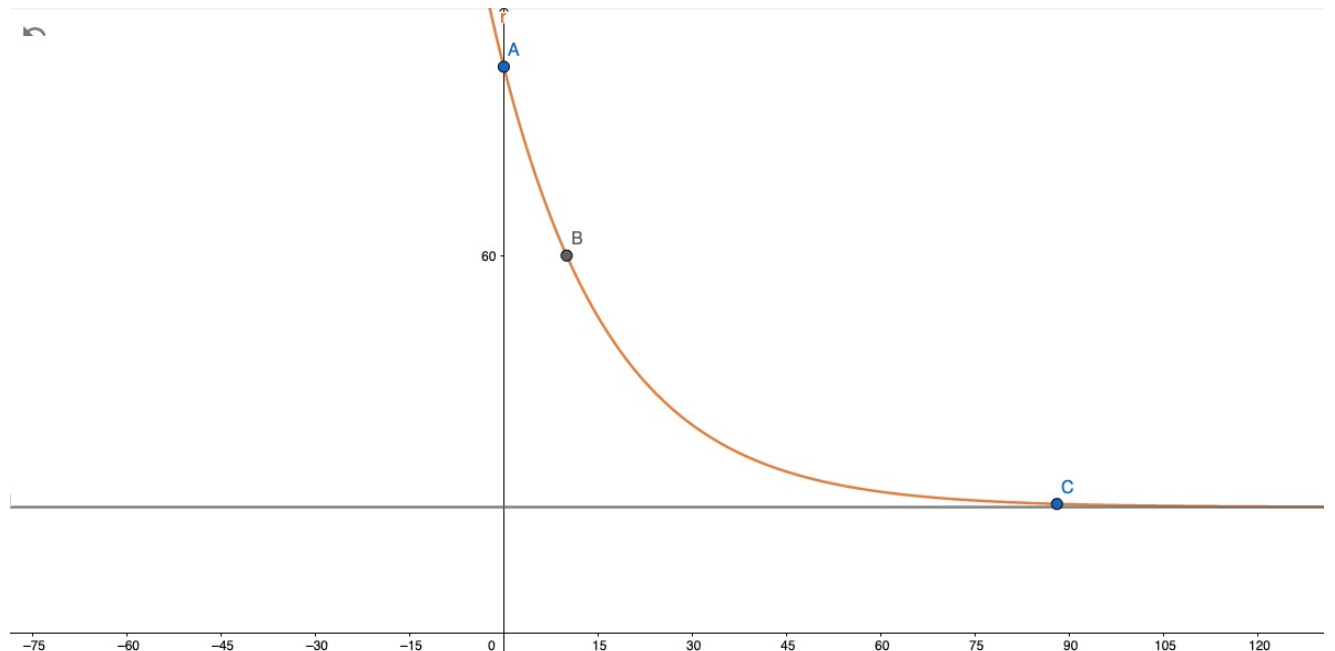
Una función  $f$  es **continua en un número**  $x = a$  si se cumplen los siguientes requisitos.

1.  $f(a)$  está definida.
2. El  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  existe.
3.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

**Piscina** Todos los días se disuelven 28 onzas de cloro en el agua de una piscina. En la gráfica se muestra la cantidad de cloro  $f(t)$  en esa agua luego de  $t$  días.

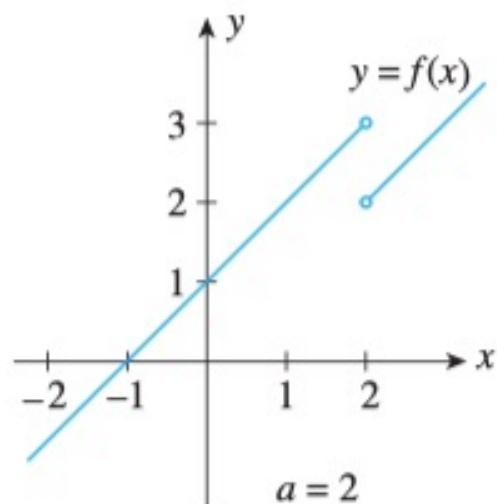


La **temperatura** de cierto objeto se determina como una función del tiempo  $t$  (en minutos) de acuerdo con

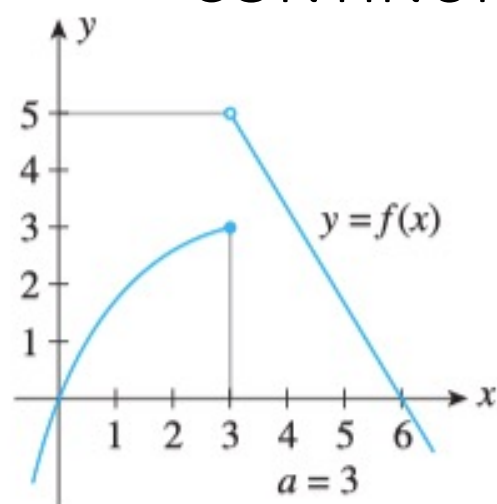


# CONTINUIDAD

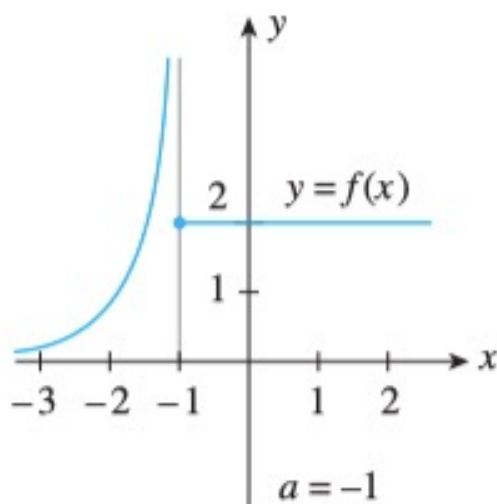
1.



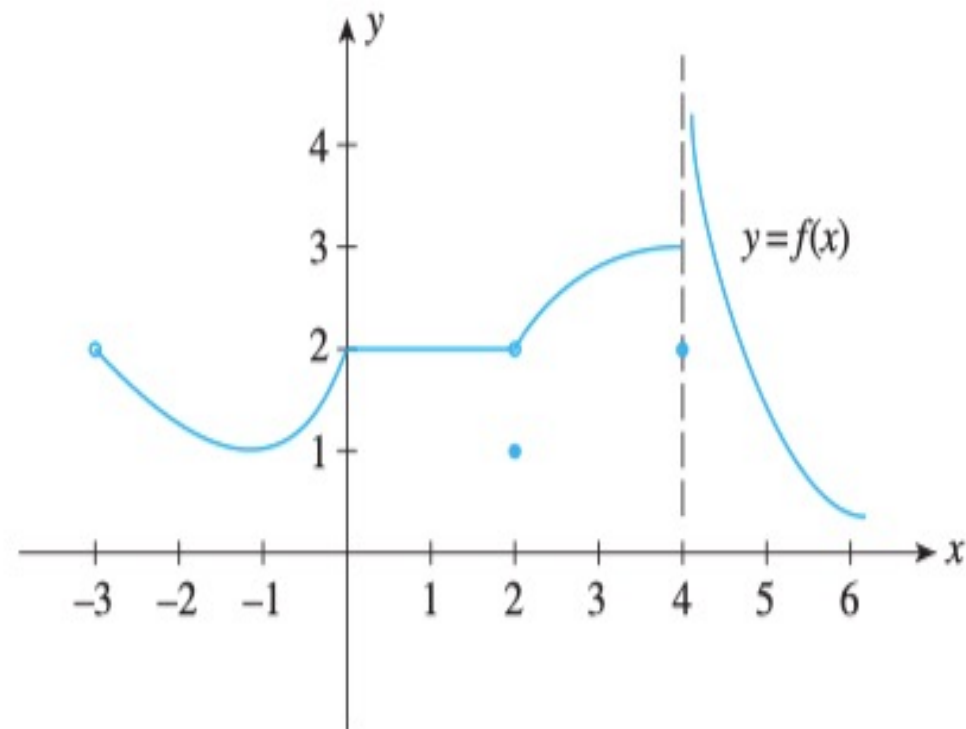
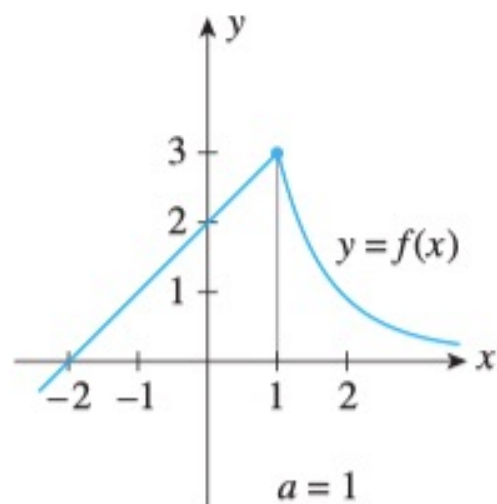
2.



3.



4.



1.  $f(a)$  está definida.

2. El  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  existe.

3.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

# DERIVADA

## La derivada de una función

La derivada de una función  $f$  con respecto a  $x$  es la función  $f'$  (léase “ $f$  prima”),

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h} \quad (9)$$

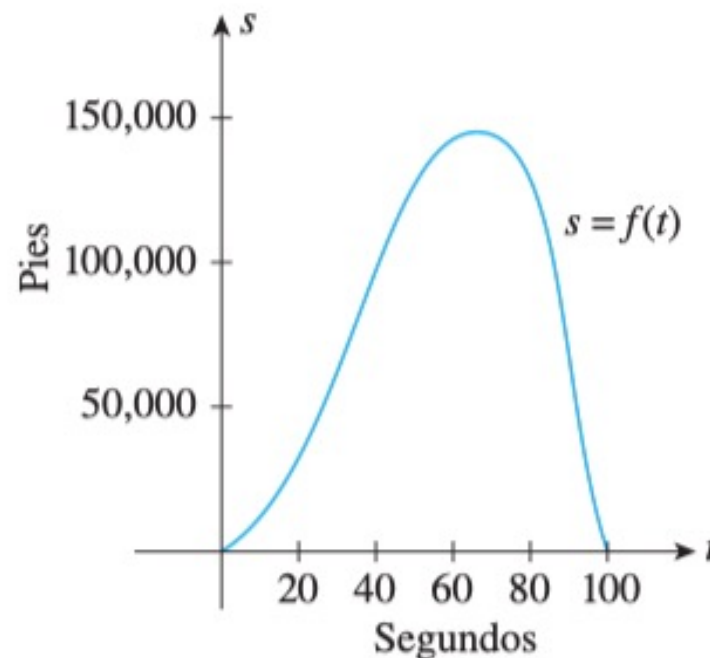
El dominio de  $f'$  es el conjunto para toda  $x$  donde existen los límites.



**EJEMPLO DE APLICACIÓN 8 Altitud de un cohete** La altitud de un cohete (en pies)  $t$  segundos en vuelo está dada por

$$s = f(t) = -t^3 + 96t^2 + 195t + 5 \quad (t \geq 0)$$

- Determine una expresión  $v$  para la velocidad del cohete en cualquier momento  $t$ .
- Calcule la velocidad del cohete cuando  $t = 0, 30, 50, 65$  y  $70$ . Interprete sus resultados.
- Utilice los resultados, de la solución del inciso (b) y la observación que en el punto más alto dentro de su trayectoria la velocidad del cohete es cero, determine la altitud máxima alcanzada por el cohete.



## El proceso de cuatro pasos para determinar $f'(x)$

1. Calcule  $f(x + h)$ .
2. Forme la diferencia  $f(x + h) - f(x)$ .
3. Forme el cociente  $\frac{f(x + h) - f(x)}{h}$
4. Calcule  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$

## Diferenciación y continuidad

Si una función es diferenciable en  $x = a$ , entonces ésta es continua en  $x = a$ .



# TASA DE CAMBIO

La derivada de una función provee una herramienta para medir la tasa de cambio de una cantidad con respecto a otra.

TABLA 4

Aplicaciones que involucran la tasa de cambio

$x$ representa	$y$ representa	$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ Medidas	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ Medidas
Tiempo	<b>Concentración de un fármaco</b> en el torrente sanguíneo en un tiempo $x$	Tasa de cambio promedio en la concentración del fármaco sobre un intervalo de tiempo $[a, a+h]$	Tasa de cambio instantánea en la concentración del fármaco en el torrente sanguíneo en el momento $x = a$
Número de artículos vendidos	<b>Ingresos</b> a un nivel de ventas de $x$ unidades	Tasa de cambio promedio en el ingreso cuando el nivel de ventas está entre $x = a$ y $x = a+h$	Tasa de cambio instantánea en el ingreso cuando el nivel de ventas es $a$ unidades
Tiempo	<b>Volumen de ventas</b> en el momento $x$	Tasa de cambio promedio en el volumen de ventas sobre el intervalo de tiempo $[a, a+h]$	La tasa de cambio instantánea en el volumen de ventas en un tiempo $x = a$
Tiempo	<b>Población</b> de <i>Drosophila</i> (moscas de la fruta) en un tiempo $x$	Tasa de crecimiento promedio de la población de moscas de la fruta sobre el intervalo de tiempo $[a, a+h]$	Tasa de cambio instantánea de la población de moscas de la fruta en un tiempo $x = a$
Temperatura en una reacción química	<b>Cantidad de producto formado en la reacción química</b> cuando la temperatura está en $x$ grados	Tasa promedio de formación de producto químico sobre el rango de temperatura $[a, a+h]$	Tasa de formación instantánea de un producto químico cuando la temperatura es $a$ grados