Как проводится устранение расходимости. Вводится маленькая масса фотона.

В результате меняется кинематика и фазовый объем.

Расходится только член (1) в сечении, который равен:

Но если интегрировать при малых , то кинематика будет как в упругом рассеянии. Обоснуем это с помощью леммы.

Лемма:

Если

И

Тогда

Доказательство:

В нашем интеграле в роли будет следующее

Для выполнения леммы достаточно, чтобы гладко зависела от

Это следует из кинематики, которая задается уравнениями

И теореме о неявной функции.

Тогда в интеграле переменные разделяются, в результате добавка к сечению – это сечение упругого рассеяния умноженная на фактор

Рассмотрим интеграл:

Замечание:

Слагаемое является крайне громоздким и проинтегрировать его можно только численно. Однако им можно пренебречь, и вот каким образом:

При вычислении сечения неупругого процесса мы имеем фактор подавления порядка . Инфракрасную расходимость сокращает вклад от петлевой диаграммы с упругим рассеянием. Тогда, если область упругого взаимодействия небольшая по сравнению с неупругим (будем считать, что она характеризуется фактором ), то общее сечение будет иметь фактор подавления порядка , где , тогда вклад от слагаемого с будет иметь порядок , и его относительный вклад будет порядка

Поэтому эти слагаемые можно не учитывать.

Из maple получаем

Если , то интегрирование по углам делается просто

Используем то, что

4-скалярное произведение дает три вклада, первые два из них равны единице.

Теперь смотрим на третье слагаемое.

Положим угол между импульсами и равен . Тогда .

Данная величина должна быть инвариантом, поскольку

При преобразованиях Лоренца – инварианты, при преобразованиях Лоренца

Посчитаем ее в системе центра инерции и ЛСО.

1. СЦИ
2. ЛСО

Итого получаем

Главная часть от петлевого вклада снимает расходимость, и мы получаем: