Оглавление

[1. Обозначения 2](#_Toc83310779)

[2. Формула для моментов 2](#_Toc83310780)

[2.1. Дипольное приближение 2](#_Toc83310781)

[2.1.1. Радиальные ВФ водорода 2](#_Toc83310782)

[2.1.2. Нормировка 2](#_Toc83310783)

[2.2. Вычисление момента 2](#_Toc83310784)

[3. Формула для сечения 2](#_Toc83310785)

# Обозначения

Гамильтониан системы протон+электрон+ТМ:

Где – гамильтониан атома водорода, – оператор кинетической энергии ТМ, – потенциал взаимодействия ядра и ТМ.

– положение ядра, – ТМ.

– входной и выходной импульсы ТМ.

– входной и выходной импульсы атома водорода (система ядро + электрон)

– импульс, канонически сопряженный к координате центра масс системы протон+электрон.

– относительное положение электрона, канонический импульс к равен .

– переданный импульс

Гамильтониан без взаимодействия

Начальное состояние

Конечное состояние

# Формула для моментов

По правилу ферми вероятность перехода равна

– В.Ф. водорода

– спины ТМ и протона

– произведение спин зависимой и независимой частей потенциала.

Если бы мы не учитывали ионизацию, то . Поэтому в выражении сечения добавится форм фактор

– означает суммирование или интегрирование по энергетическим уровням системы протон+электрон (зависит от нормировки В.Ф.)

В случае перехода на уровень, когда

Если происходит ионизация, а радиальные В.Ф. нормированы следующим образом (см. Ландавшиц)

То

## Дипольное приближение

Основная часть интегрирования, когда – Боровский радиус. Тогда множитель в экспоненте имеет порядок

Можно применять дипольное приближение

ВФ начального и конечного состояния водорода имеют вид

Выберем систему отсчета такую, что . Тогда

Делаем нормировку на радиус бора и замену

## Радиальные ВФ водорода

ВФ начального состояния равна:

ФВ конечного состояния ищется в виде

Где введен безразмерный импульс

В итоге приходим к следующему уравнению, делаем замену.

– вырожденная гипергеометрическая функция.

## Нормировка

Для нормировки необходимо знать асимптотику при c точностью до .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Упражнение (асимптотика)

1. Интеграл по контуру дает
2. Если число в больше нуля, то из формулы для вронскиана для

следует, что одно из решений дифура будет иметь особенность в нуле, однако – регулярна в нуле. А значит любое регулярное решение пропорционально .

1. Проверить, что следующий интеграл является решением

Поскольку контур на концах экспоненциально стремится к нулю, то после прямой подстановки в уравнение и интегрирования по частям получается ноль.

Так как – регулярна в нуле и , то

1. Интегрирование по контуру разбиваем на интегралы по и .

При больших скобка в интеграле раскладывается в ряд

Учитывая, что

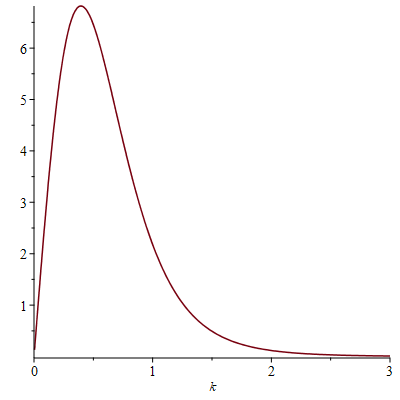
Таким образом для правильной нормировки

## Вычисление момента

Интеграл в формуле берется аналитически. При он равен

Можно сокращать все фазовые множители, так как они не влияют на модуль квадрата.

График



Также для проверки отметим, что

Если нужно уменьшить дисперсию в интеграле

Для эффекта Мигдала (переход с нулевого уровня на уровень ) фактор подавления будет аналогичным

Сумма для проверки равна

Проверим верность формул с помощь выражения

При Сумма по уровням приближается интегралом

Все сходится.

# Формула для сечения

Из ЗСЭ и ЗСИ