Алгоритм расчета интегралов для моментов следующего вида

Интеграл возникает при расчете следующего момента в атоме

Тогда

Интеграл по первой переменной берется

Далее нужно найти интегралы

Очевидна рекуррентная формула, позволяющая посчитать остальные интегралы

Итого получается

Если мало

В ионизации волновая функция электрона равна

Прежде всего, подкрутим фазу. Найдя способ определения модуля гаммы

Таким образом можно определить ВФ через символ Похгаммера

Теперь считаем момент

Сначала можно взять интеграл по углам

Производные многочленов Лежандра

Итого, интеграл равен

Если показатель в экспоненте небольшой, лучше разлагать все в ряд

Тогда проинтегрируем

Очевидно, что при , иначе интеграл будет нулем либо по соображению четности, либо из-за обнуления .

Для нахождения интеграла

Построим функцию

Итого, получаем

В результате

ИТОГО

Как видно, максимальная степень в знаменателе будет а в гипергеометрической функции степень будет но еще добавится интеграл дающий еще степени.

В итоге такой интеграл будет сводиться к другому интегралу:

А этот интеграл с помощью интегрального представления вырожденной гипергеометрической функции сведется к