

Теорема 5 (10)

$$\neg A \vdash A \supset B, A \vdash \neg A \supset B$$

В прямую вывод построить может быть не просто, поэтому попробуем предоставить вывод, по которому с помощью теоремы о дедукции получим нужный вывод. Тогда доказательство сводится к нахождению:

$$\neg A, A \vdash B$$

1. $\neg A$ — исходная формула
2. A — исходная формула
3. $A \supset (\neg B \supset A)$ — (1)(ошибка!!)
4. $\neg B \supset A$ — (2), из 2 и 3
5. $\neg A \supset (\neg B \supset \neg A)$ — (1)
6. $\neg B \supset \neg A$ — (2), из 1 и 5
7. $(\neg B \supset A) \supset ((\neg B \supset \neg A) \supset \neg\neg B)$ — (7)
8. $(\neg B \supset \neg A) \supset \neg\neg B$ — (2), из 4 и 7
9. $\neg\neg B$ — (2), из 6 и 8
10. $\neg\neg B \supset B$ — (8)
11. B — (2), из 9 и 10

И по теореме о дедукции: если $\neg A, A \vdash B$, то $\neg A \vdash A \supset B$. А также $A \vdash \neg A \supset B$.