

Постулаты формальной системы

Dramatis personae

В постулатах 1–8 A, B и C — формулы. В 9–13 x — переменная, $A(x)$ — формула, C — формула, не содержащая свободно x , а t — терм, свободный для x в $A(x)$.

Группа А. Постулаты исчисления предикатов

Группа А1. Постулаты исчисления высказываний

$$(1a) A \supset (B \supset A)$$

$$(2) \frac{A, A \supset B}{B}$$

$$(1b) (A \supset B) \supset ((A \supset (B \supset C)) \supset (A \supset C))$$

$$(3) A \supset (B \supset A \& B)$$

$$(4a) A \& B \supset A$$

$$(6) (A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C))$$

$$(4b) A \& B \supset B$$

$$(7) (A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A)$$

$$(5a) A \supset A \vee B$$

$$(8^\circ) \neg\neg A \supset A$$

$$(5b) B \supset A \vee B$$

Группа А2. (Дополнительные) Постулаты исчисления предикатов

$$(9) \frac{C \supset A(x)}{C \supset \forall x A(x)}$$

$$(11) A(t) \supset \exists x A(x)$$

$$(10) \forall x A(x) \supset A(t)$$

$$(12) \frac{A(x) \supset C}{\exists x A(x) \supset C}$$

Группа В. (Дополнительные) Постулаты арифметики

$$(13) A(0) \& \forall x (A(x) \supset A(x')) \supset A(x)$$

$$(18) a + 0 = a$$

$$(14) a' = b' \supset a = b$$

$$(19) a + b' = (a + b)'$$

$$(15) \neg a' = 0$$

$$(20) a \cdot 0 = 0$$

$$(16) a = b \supset (a = c \supset b = c)$$

$$(21) a \cdot b' = a \cdot b + a$$

$$(17) a = b \supset a' = b'$$

Определение (§19). Формула является *аксиомой*, если она имеет форму одну из (1a), (1b), (3)–(8), (10), (11), (13) или она есть одна из (14)–(21).

Определение (§19). Формула является *непосредственным следствием* (из) одной или двух других формул, если она имеет форму, указанную под чертой, тогда как другая (не) имеет(ют) форму(ы), указанную (не) над чертой в (2), (9) или (12).

Определение (§19). Постулаты (2), (9) и (12) мы называем *правилами вывода*. Для любого (фиксированного) выбора A и B или x , $A(x)$ и C , подчинённого отмеченным выше условиям, формулы указанные над чертой, являются *посылкой* (первой и второй посылкой соответственно), а формула, указанная под чертой, является *заключением* применения правила вывода.