

1. Цель работы

Нахождение графического решения задачи линейного программирования.

Вариант 5:

$$z = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 11 \quad (1)$$

$$2x_1 + x_2 \leq 7 \quad (2)$$

$$2x_1 - x_2 \leq 1 \quad (3)$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 3 \quad (4)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. Решение задачи линейного программирования графическим методом

На рисунке 1 представлена область допустимых значений.

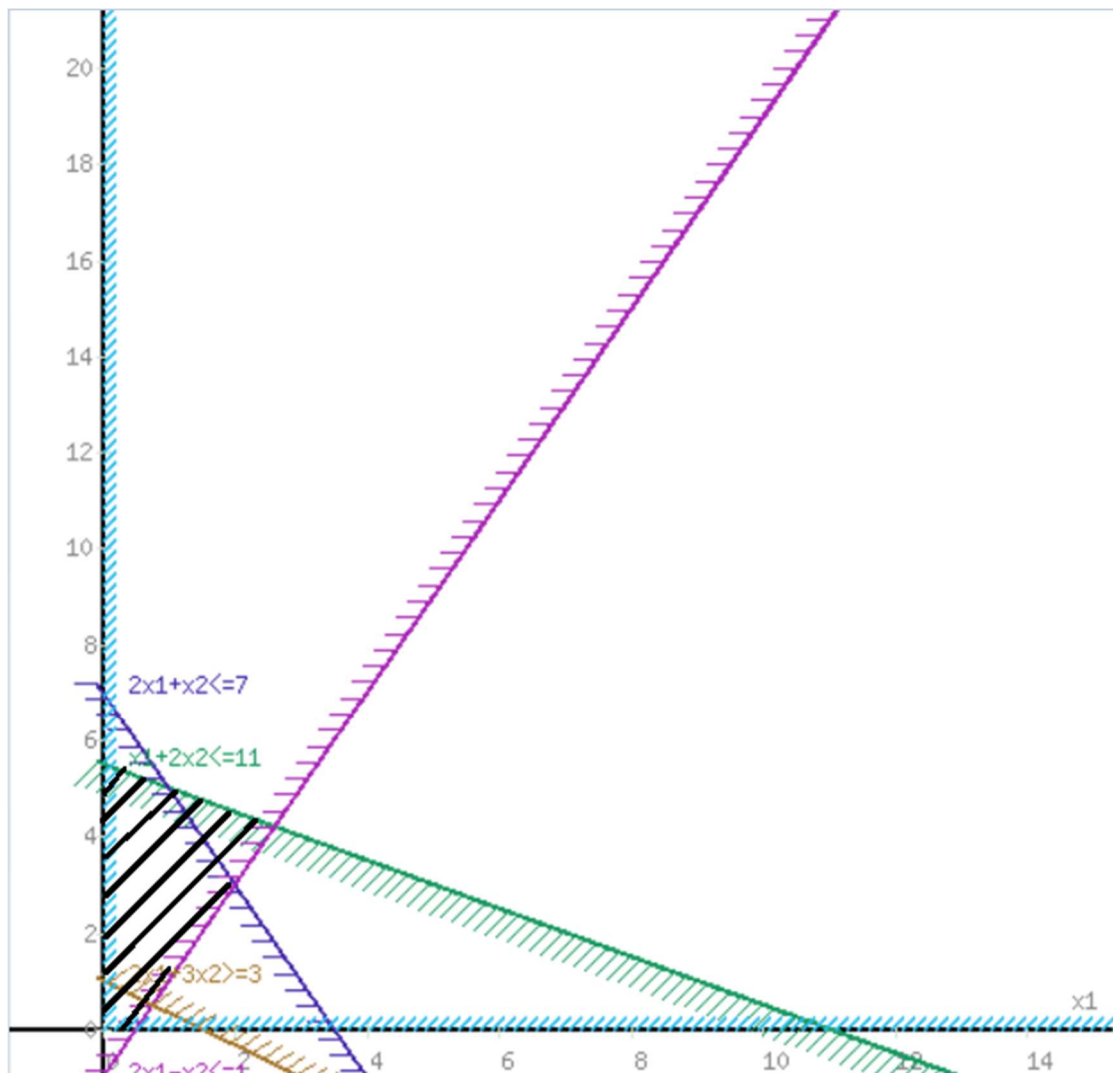


Рисунок 1 – Область допустимых значений

На рисунке 2 представлен графический метод решения ЗЛП.

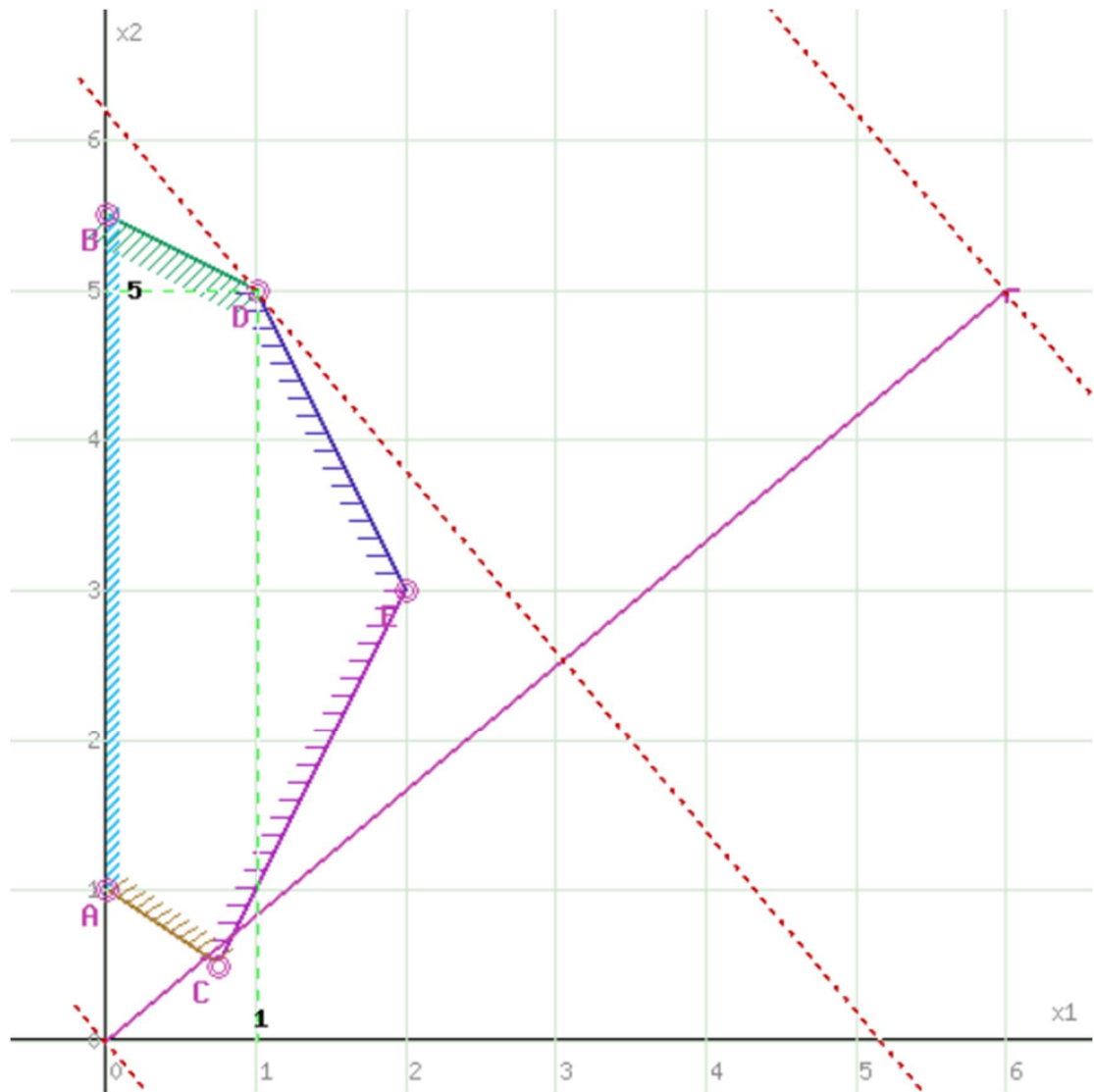


Рисунок 2 – Решение ЗЛП графическим методом

Точка D является оптимумом, так как при перемещении целевой функции в направлении градиента точка D будет последней, которая входит в область допустимых значений. Точка D находится на пересечении прямых:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 11 \\ 2x_1 + x_2 = 7 \end{cases}$$

Решив эту систему, получим: $x_1 = 1$, $x_2 = 5$.

3. Анализ чувствительности

$$z = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

Точка оптимума D находится на пересечении прямых:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 11 \\ 2x_1 + x_2 = 7 \end{cases}, \text{ соответствующих ограничений: } \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 11 \\ 2x_1 + x_2 \leq 7 \end{cases}$$

Находим диапазоны изменения каждого коэффициента:

Диапазон изменения C_1 , при $C_2 = \text{const}$:

$$\frac{2}{1} \leq \frac{C_2}{C_1} \leq \frac{1}{2}$$

При условии C_1 не равно 0

Или

$$\frac{2}{1} \leq \frac{C_1}{C_2} \leq \frac{1}{2}$$

При условии C_2 не равно 0

Получили две системы неравенств, определяющих интервал оптимальности

При $C_2=5$

$$\frac{2}{1} \leq \frac{C_1}{5} \leq \frac{1}{2}$$

Или

$$\frac{5}{2} \leq C_1 \leq 10$$

При $C_1 = 6$

$$\frac{2}{1} \leq \frac{C_2}{6} \leq \frac{1}{2}$$

Или

$$3 \leq C_2 \leq 12$$

3.1. Оценка ресурса M1

Количество сырья, соответствующего точке (0,7), равно $1 \cdot 0 + 2 \cdot 7 = 14$

Количество сырья, соответствующего точке (2,3), равно $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 8$

Таким образом, интервал осуществимости для ресурса M1 составляет $8 \leq M1 \leq 14$

Вычислим значение целевой функции в этих точках:

$$Z(0,7) = 6 \cdot 0 + 5 \cdot 7 = 35$$

$$Z(2,3) = 6 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 27$$

$$M1 = \frac{35 - 27}{14 - 8} = 1.333$$

3.2. Оценка ресурса M2

Количество сырья, соответствующего точке (2.6,4.2), равно $2 \cdot 2.6 + 1 \cdot 4.2 = 9.4$

Количество сырья, соответствующего точке (0,5.5), равно $2 \cdot 0 + 1 \cdot 5.5 = 5.5$

Таким образом, интервал осуществимости для ресурса M2 составляет $5.5 \leq M2 \leq 9.4$

Вычислим значение целевой функции в этих точках:

$$Z(2.6,4.2) = 6 \cdot 2.6 + 5 \cdot 4.2 = 36.6$$

$$Z(0,5.5) = 6 \cdot 0 + 5 \cdot 5.5 = 27.5$$

$$M2 = \frac{36.6 - 27.5}{9.4 - 5.5} = 2.333$$

Уменьшение правой части не связывающего ограничения (3). Прямую L3 можно опустить до пересечения с оптимальной точкой, не изменяя оптимального решения. Правая часть ограничения (3) станет равной $2x_1 - x_2 = -3$, что позволит записать ограничение (1) в виде $2x_1 - x_2 \leq -3$.

Диапазон правой части для ограничения 3 равен $[-3; \infty]$.

Уменьшение правой части не связывающего ограничения (4). Прямую L4 можно опустить до пересечения с оптимальной точкой, не изменяя оптимального решения. При этом правая часть ограничения (4) станет равной $2x_1 + 3x_2 = 17$, что позволит записать ограничение (1) в виде $2x_1 + 3x_2 \geq 17$.

Диапазон правой части для ограничения 4 равен $[-\infty; 17]$.

4. Решение в табличном процессоре Excel

На рисунке 2 и 3 представлены решения задачи линейного программирования при помощи среды Microsoft Excel.

| | | | | | |
|-----------------|----|----|------|----|----|
| целевая функция | 6 | 5 | 31 | | |
| огр1 | 1 | 2 | 11 | <= | 11 |
| огр2 | 2 | 1 | 7 | <= | 7 |
| огр3 | 2 | -1 | -3 | <= | 1 |
| огр4 | 2 | 3 | 17 | >= | 3 |
| | | | | | |
| перем | x1 | x2 | L(x) | | |
| | 1 | 5 | 31 | | |

Рисунок 2 – Модель задачи

| Microsoft Excel 16.0 Отчет об устойчивости | | | | | | |
|--|------|---------------------------|-------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Лист: [ЛР1.xlsx]Лист1 | | | | | | |
| Отчет создан: 18.02.2022 18:21:29 | | | | | | |
| Ячейки переменных | | | | | | |
| Ячейка | Имя | Окончательное Значение | Приведенн. Стоимость | Целевая функция Коэффициент | Допустимое Увеличение | Допустимое Уменьшение |
| \$B\$8 | x1 | 1 | 0 | 6 | 4 | 3,5 |
| \$C\$8 | x2 | 5 | 0 | 5 | 7 | 2 |
| Ограничения | | | | | | |
| Ячейка | Имя | Окончательное Значение | Тень Цена | Ограничение Правая сторона | Допустимое Увеличение | Допустимое Уменьшение |
| \$D\$2 | огр1 | 11 | 1,333333333 | 11 | 3 | 3 |
| \$D\$3 | огр2 | 7 | 2,333333333 | 7 | 2,4 | 1,5 |
| \$D\$4 | огр3 | -3 | 0 | 1 | 1E+30 | 4 |
| \$D\$5 | огр4 | 17 | 0 | 3 | 14 | 1E+30 |

Рисунок 3 - Решение

5. Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была решена графическим методом задача линейного программирования. Найденная точка оптимума – точка $D(1; 5)$;

Также были рассчитаны диапазоны изменения коэффициентов целевой функции, при которых точка оптимума не меняется. Из полученных результатов можно сделать вывод, что коэффициент C_1 можно уменьшить до $5/2$ и увеличить до 10 , так как точка оптимума меняться не будет. Коэффициент C_2 можно увеличить до 12 и уменьшить до 3 и при этом точка оптимума не изменится.

Результаты, которые были получены при расчетах, совпали с результатами, полученными при помощи MS Excel.