

1. Цель работы

Исследование типового алгоритма формирования контрольной суммы с использованием циклических кодов, использование численного расчета и имитационного моделирования для оценки вероятности того, что декодер не обнаружит ошибки.

2. Описание моделируемой системы

По каналу передается сообщение, состоящее из данных и контрольной суммы. Использование контрольной суммы позволяет определить, по принятому сообщению, возникли ли ошибки при передаче данного сообщения по каналу.



Рис. 1. Структурная схема системы передачи данных:
 \bar{m} – информационное сообщение, К – блок кодера,
 \bar{a} – закодированное сообщение, \bar{e} – вектор ошибок,
 \bar{b} – сообщение на выходе канала, Д – блок декодера,
E – принятое решение, \bar{m}' – сообщение на выходе декодера

Рассматривается модель двоично-симметричного канала (ДСК) без памяти представленного на рис. 2.

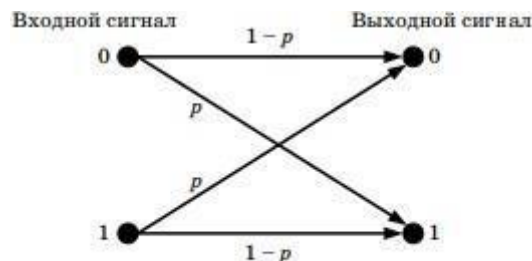


Рис. 2. Модель двоично-симметричного канала

Канал является двоичным, поэтому возможны только два значения битов на входе и выходе канала: $\{0,1\}$. Канал называется симметричным ввиду того, что вероятность ошибки для обоих значений битов одинакова.

Описание работы кодера:

1. На основе вектора \bar{m} формируется многочлен $m(x)$. Степень многочлена $m(x)$ при этом меньше или равна $k-1$.
2. Вычисляется многочлен $c(x) = m(x) * x^r \bmod g(x)$. Степень многочлена $c(x)$ при этом меньше или равна $r-1$.
3. Вычисляется многочлен $a(x) = m(x) * x^r + c(x)$.
4. На основе многочлена $a(x)$ формируется вектор a , длина которого $n = k + r$.

Описание работы декодера:

1. Принятое сообщение $\bar{b} = \bar{a} + \bar{e}$ переводится в многочлен $a(x)$;
2. Вычисляется синдром: $s(x) = b(x) \bmod g(x)$;
3. Если $s(x) \neq 0$ то декодер выносит решение, что произошли ошибки ($E = 1$), иначе декодер выносит решение, что ошибки не произошли ($E = 0$).

3. Описание основного задания

Разработать программу вычисления верхней оценки для вероятности ошибки декодирования сверху и вычисления точного значения вероятности ошибки декодирования.

Построить зависимости верхней оценки вероятности ошибки декодирования и точной вероятности ошибки декодирования при различных порождающих многочленах. Исследовать, как влияет изменение порождающего многочлена на изменение вероятности ошибки декодирования.

Результат работы программы

Исследование проводилось для порождающего многочлена 3-й степени $g(x) = x^3 + x^2 + 1$ при $k = 4$. Также исследование проводилось для многочлена 4-й степени $g(x) = x^4 + x^2 + x + 1$ при $k = 4$. Результаты отражены на графиках 1 и 2, соответственно.

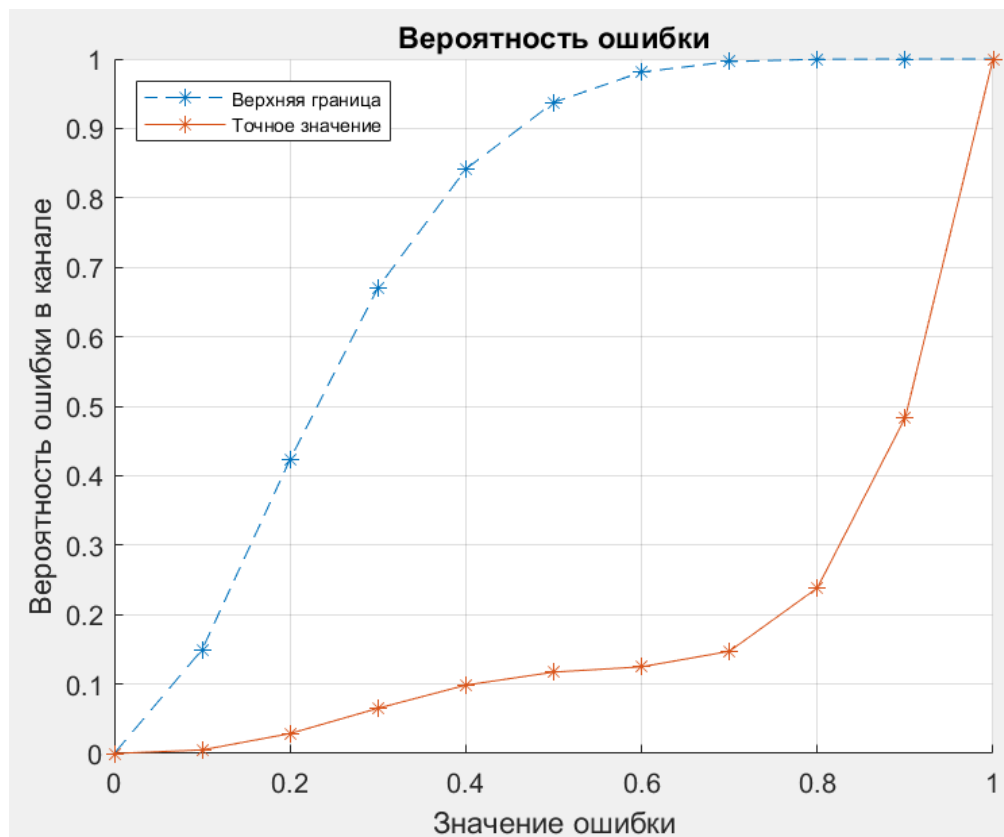


График 1. Вероятность ошибки для $g(x) = x^3 + x^2 + 1$

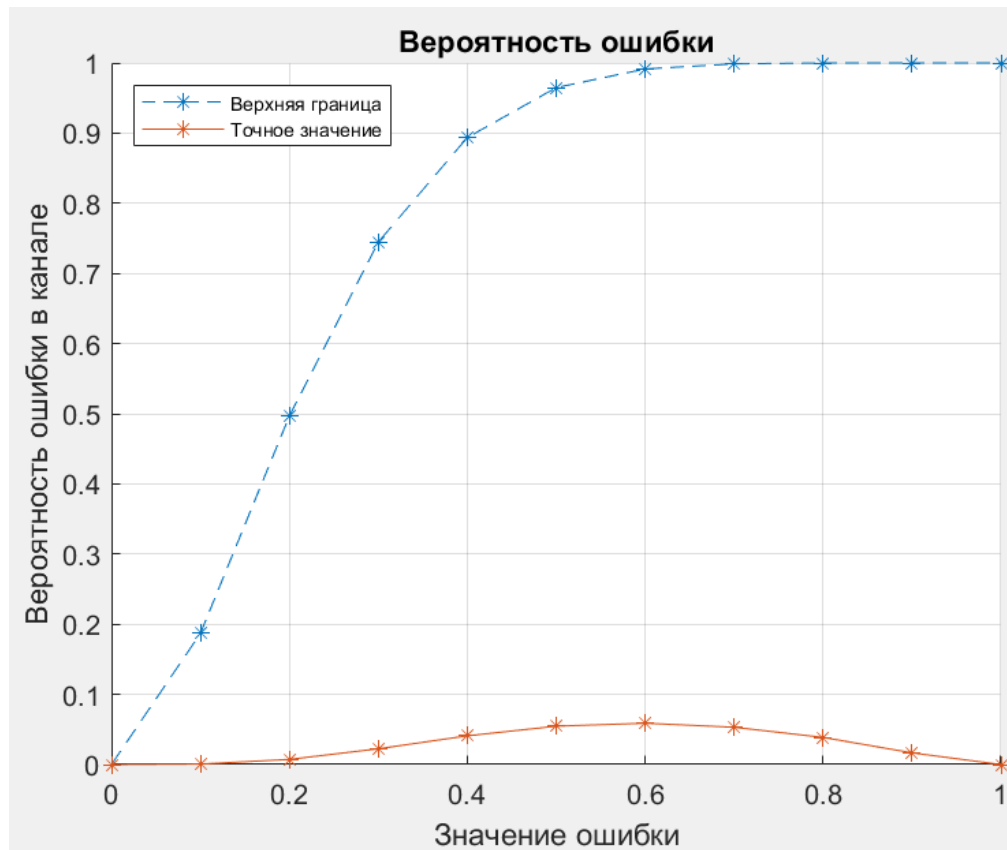


График 2. Вероятность ошибки для $g(x) = x^4 + x^2 + x + 1$

Из графиков можно сделать вывод о том, что в случае порождающего многочлена 3-й степени и случая $l = k$, вероятность ошибки декодирования P_e при увеличении вероятности ошибки на бит p стремится к 1, так как в составленной кодовой книге присутствует слово, состоящее только из единиц (1111111). А при $l = k$, $l < k$ и $l > k$ такое слово отсутствует, поэтому вероятность ошибки декодирования при приближении p к 1 начинает стремиться к 0.

4. Описание дополнительного задания

Построить зависимости верхней оценки вероятности ошибки декодирования $\widehat{P_e}$ и точной вероятности ошибки декодирования P_e при $l < k$, $l > k$, $l = k$. Обосновать полученные зависимости. Изменение входной последовательности не влияет на оценку вероятности ошибки декодирования. Т.к $s(x) = b(x) \bmod g(x) = (a(x) + e(x)) \bmod g(x) = a(x) \bmod g(x) + e(x) \bmod g(x)$. $a(x) \bmod g(x) = 0$ по теореме 1. Следовательно сигнал обнаружения ошибки будет зависеть только от вектора ошибок e , если он принадлежит множеству кодовых слов, то ошибки не обнаружатся и произойдет ошибка декодирования.

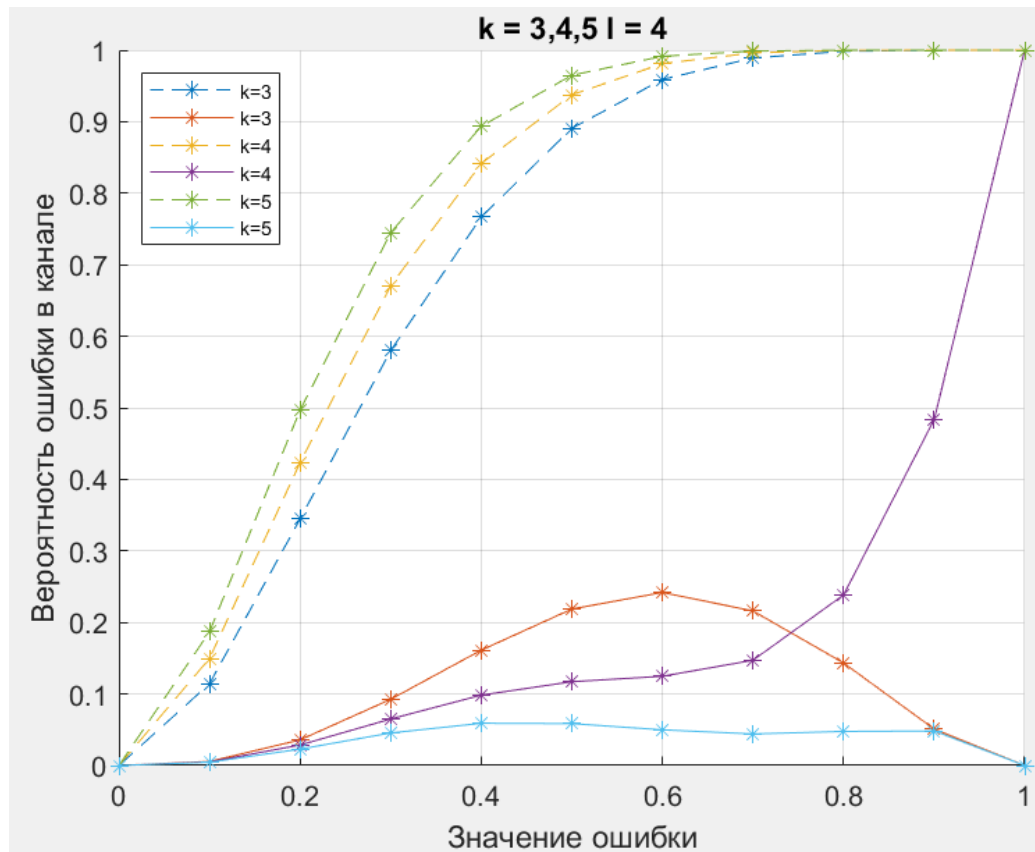


График 3. Значения вероятности ошибки для различных k

5. Выводы

В ходе лабораторной работы была смоделирована система передачи данных. С помощью смоделированной системы произведены исследования работы декодера, в ходе которых получены результаты по зависимости вероятности ошибки декодирования от вероятности ошибки в канале.

Была исследована зависимость вероятности ошибки декодирования от значения вероятности появления ошибки в канале при различных значениях l . Вероятность ошибки декодирования будет зависеть от наличия кодового слова из всех l , если оно существует, то вероятность будет стремиться к 1, иначе при приближении p к 1 будет стремиться к 0. Верхняя граница оценки вероятности ошибки при $k > l$ возрастает. А при $k < l$ убывает.