МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА № 12

РАБОТА ЗАЩИЩЕНА С ОЦЕНКОЙ

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

доцент, канд. техн. наук		Д.Л. Головцов
должность, уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

Практическая работа №1

«Графический метод решения задач линейного программирования»

по дисциплине: «Системный анализ и методы оптимизации»

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР.	1842		А.В.Герасимец
		подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт-Петербург, 2022

1. Цель работы

Нахождение графического решения задачи линейного программирования.

Вариант 5:

$z = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow max$

$x_1 + 2x_2 \leq 11$ (1)

$2x_1 + x_2 \leq 7$ (2)

$2x_1 - x_2 \leq 1$ (3)

$2x_1 + 3x_2 \geq 3$ (4)

$x_1, x_2 \geq 0$

2. Решение задачи линейного программирования графическим методом

На рисунке 1 представлена область допустимых значений.

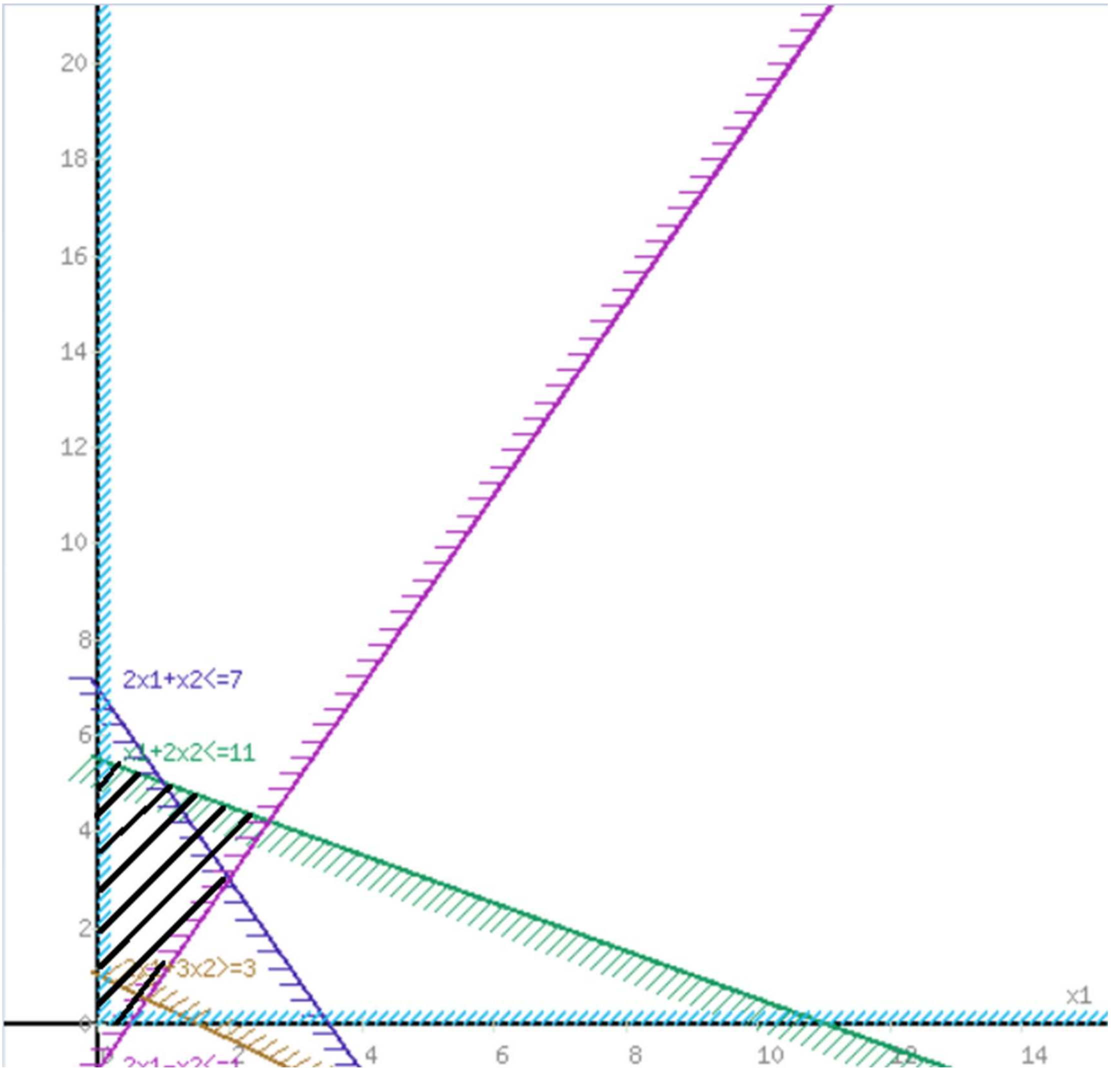

Рисунок 1 – Область допустимых значений

На рисунке 2 представлен графический метод решения ЗЛП.

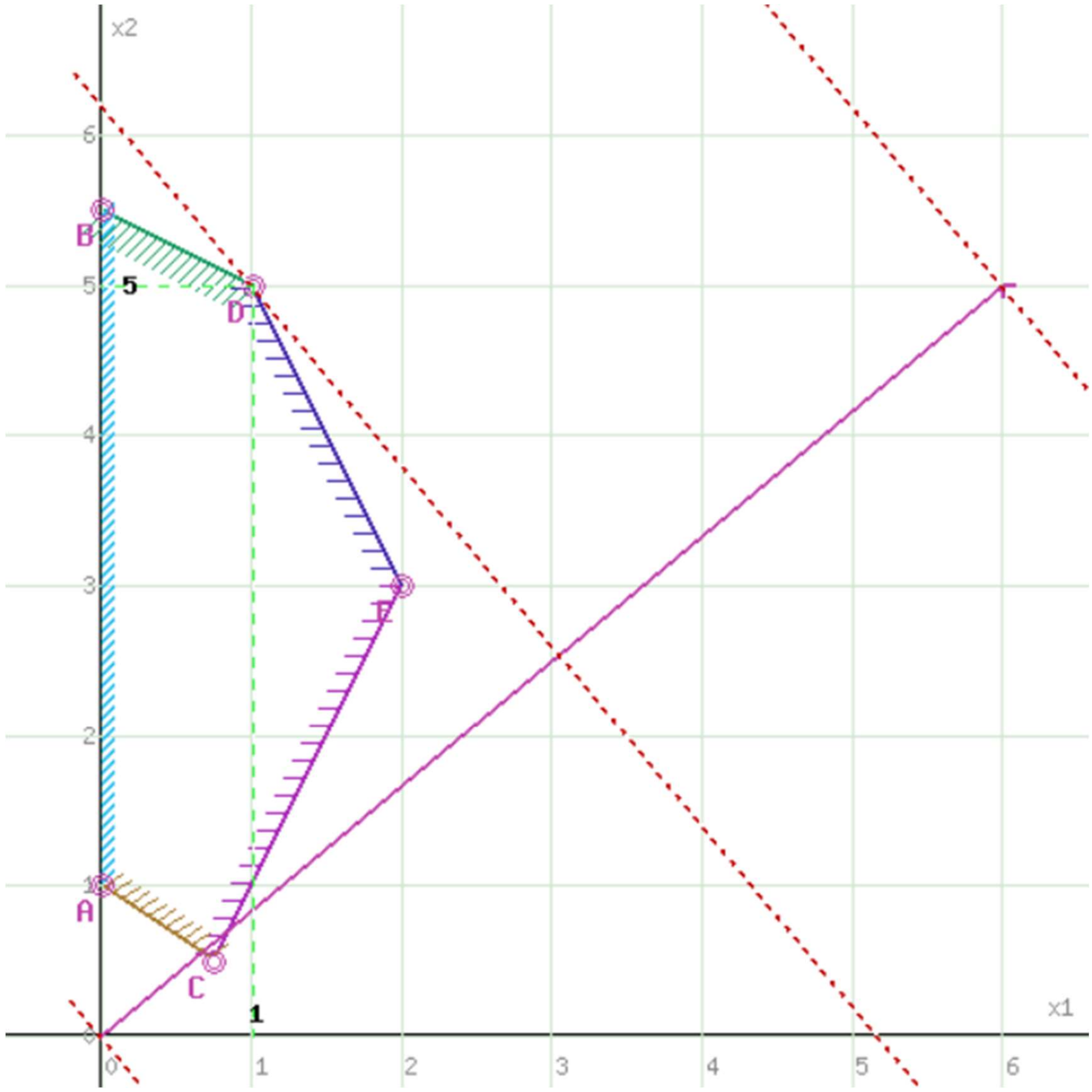

Рисунок 2 – Решение ЗЛП графическим методом

Точка D является оптимумом, так как при перемещении целевой функции в направлении градиента точка D будет последней, которая входит в область допустимых значений. Точка D находится на пересечении прямых: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 11 \\ 2x_1 + x_2 = 7 \end{cases}$

Решив эту систему, получим: $x_1 = 1,\ x_2 = 5$.

3. Анализ чувствительности

$z = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow max$

Точка оптимума D находится на пересечении прямых:

$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 11 \\ 2x_1 + x_2 = 7 \end{cases}$, соответствующих ограничениям: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 11 \\ 2x_1 + x_2 \leq 7 \end{cases}$

Находим диапазоны изменения каждого коэффициента:

Диапазон изменения C_1, при C_2 = const:

$\frac{2}{1} \leq \frac{C_2}{C_1} \leq \frac{1}{2}$

При условии C1 не равно 0

Или

$$\frac{2}{1} \le \frac{C_1}{C_2} \le \frac{1}{2}$$

При условии C2 не равно 0

Получили две системы неравенств, определяющих интервал оптимальности

При C2=5

$$\frac{2}{1} \le \frac{C_1}{5} \le \frac{1}{2}$$

Или

$$\frac{5}{2} \le C_1 \le 10$$

При C1 = 6

$$\frac{2}{1} \le \frac{C_2}{6} \le \frac{1}{2}$$

Или

$$3 \le C_2 \le 12$$

3.1. Оценка ресурса M1

Количество сырья, соответствующего точке (0,7), равно 1·0 + 2·7 = 14
Количество сырья, соответствующего точке (2,3), равно 1·2 + 2·3 = 8
Таким образом, интервал осуществимости для ресурса M1 составляет 8 ≤ M1 ≤ 14
Вычислим значение целевой функции в этих точках:
Z(0,7)=6·0+5·7=35
Z(2,3) = 6·2 + 5·3 = 27

$$M1 = \frac{35 - 27}{14 - 8} = 1.333$$

3.2. Оценка ресурса M2

Количество сырья, соответствующего точке (2.6,4.2), равно 2·2.6 + 1·4.2 = 9.4
Количество сырья, соответствующего точке (0,5.5), равно 2·0 + 1·5.5 = 5.5
Таким образом, интервал осуществимости для ресурса M2 составляет 5.5 ≤ M2 ≤ 9.4
Вычислим значение целевой функции в этих точках:
Z(2.6,4.2)=6·2.6+5·4.2=36.6
Z(0,5.5) = 6·0 + 5·5.5 = 27.5

$$M2 = \frac{36,6 - 27,5}{9,4 - 5,5} = 2,333$$

Уменьшение правой части не связывающего ограничения (3). Прямую L3 можно опустить до пересечения с оптимальной точкой, не изменяя оптимального решения. Правая часть ограничения (3) станет равной $2x_1$-x_2=-3, что позволит записать ограничение (1) в виде $2x_1$-x_2≤-3.

Диапазон правой части для ограничения 3 равен [-3;∞].

Уменьшение правой части не связывающего ограничения (4). Прямую L4 можно опустить до пересечения с оптимальной точкой, не изменяя оптимального решения. При этом правая часть ограничения (4) станет равной $2x_1$+$3x_2$=17, что позволит записать ограничение (1) в виде $2x_1$+$3x_2$≥17.

Диапазон правой части для ограничения 4 равен [-∞;17].

4. Решение в табличном процессоре Excel

На рисунке 2 и 3 представлены решения задачи линейного программирования при помощи среды Microsoft Excel.

целевая функция	6	5	31		
огр1	1	2	11	<=	11
огр2	2	1	7	<=	7
огр3	2	-1	-3	<=	1
огр4	2	3	17	>=	3
перем	x1	x2	L(x)		
	1	5	31		

Рисунок 2 – Модель задачи

Microsoft Excel 16.0 Отчет об устойчивости
Лист: [ЛР1.xlsx]Лист1
Отчет создан: 18.02.2022 18:21:29

Ячейки переменных

Ячейка	Имя	Окончательное Значение	Приведенн. Стоимость	Целевая функция Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
B8	x1	1	0	6	4	3,5
C8	x2	5	0	5	7	2

Ограничения

Ячейка	Имя	Окончательное Значение	Тень Цена	Ограничение Правая сторона	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
D2	огр1	11	1,333333333	11	3	3
D3	огр2	7	2,333333333	7	2,4	1,5
D4	огр3	-3	0	1	1E+30	4
D5	огр4	17	0	3	14	1E+30

Рисунок 3 - Решение

5. Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была решена графическим методом задача линейного программирования. Найденная точка оптимума – точка D(1; 5);

Также были рассчитаны диапазоны изменения коэффициентов целевой функции, при которых точка оптимума не меняется. Из полученных результатов можно сделать вывод, что коэффициент C1 можно уменьшить до 5/2 и увеличить до 10, так как точка оптимума меняться не будет. Коэффициент C2 можно увеличить до 12 и уменьшить до 3 и при этом точка оптимума не изменится.

Результаты, которые были получены при расчетах, совпали с результатами, полученными при помощи MS Excel.