1. Цель работы:

Смоделировать работу оптимального приёмника дискретных сигналов в канале с аддитивным белым гауссовским шумом. Найти теоретическую и экспериментальную зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал-шум.

2. Исходные данные:

Вариант III.6, КАМ
$f_0 = \ 1800$ Гц;
$V_{\text{мод}} = 1200$ Бод;
$V_{\text{инф}} = \ 4800$ бит/с;
f_0 – несущая частота, $V_{\text{мод}}$ – скорость модуляции, $V_{\text{инф}}$ – скорость информации

3. Теоретическое описание

Сигнал на выходе канала с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) имеет вид

$$r(t) = s(t) + n(t),$$

где $s(t) \in \{s_i(t)\}$, n(t) –АБГШ со спектральной плотностью мощности $N_0/2$. Задача приемника состоит в определении номера переданного сигнала по принятому сигналу r(t). Пусть $\hat{\imath}$ – решение, принятое приемником относительно номера переданного сигнала, $\hat{\imath}$ = 0, 1, …, q-1. При этом возможно, что решение приемника будет ошибочным, то есть $i \neq \hat{\imath}$. Оптимально построенный приемник обеспечивает наименьшую вероятность ошибки $P_e = \Pr[\hat{\imath} \neq i]$.

Выберем базис $\{\varphi_j(t)\}$, j = 1,…, D, для представления сигналов. Тогда вместо множества сигналов $\{s_i(t)\}$ можно рассматривать множество D-мерных вещественных сигнальных векторов (сигнальных точек) $\{s_i\}$, где $s_i = (s_{i1},\ldots,s_{iD})$ и $s_{ij} = (s_i, \varphi_j) = \int_0^T s_i(t)\varphi_j(t)dt$ – скалярное произведение i-го сигнала и j-ой базисной функции, j = 1,…, D. Аналогично можно построить разложение принятого сигнала r(t) по базисным функциям $r = (r_1, \ldots, r_D)$, где $r_j = (r_j, \varphi_j) = \int_0^T r(t)\varphi_j(t)dt$. Очевидно, что r = s + n, где $n = (n_1, \ldots, n_D)$ и $n_j = (n, \varphi_j) = \int_0^T n(t)\varphi_j(t)dt$ – скалярное произведение шума и j-ой базисной функции.

Решение принимается по правилу:

если $r \in R_i$, то $\hat{\imath} = i$

4. Моделирование работы оптимального приёмника

Процесс моделирования состоит в многократном выполнении следующих шагов:

– случайный равновероятный выбор номера сигнала i = – 0,1,..., q - 1, подлежащего передаче;

– получение сигнала r(t) на выходе канала согласно равенству $r(t) = s_i(t) + n(t)$, где n(t) – АБГШ со спектральной плотностью мощности $N_0/2$;

– вычисление вектора функциям $r = (r_1, \dots, r_D)$ с компонентами $r_j = (r_j, \varphi_j) = \int_0^T r(t)\varphi_j(t)dt$;

– фиксации результата: если $\hat{\imath} = i$, то решение на приемной стороне сформировано неправильно, и нужно увеличить счетчик числа ошибок.

Формула вероятности ошибки для КАМ:

$$P_e = \frac{4(\sqrt{q}-1)}{q} Q(\sqrt{\frac{3\bar{E}}{N_0}\frac{1}{q-1}})(\sqrt{q} - (\sqrt{q}-1)Q(\sqrt{\frac{3\bar{E}}{N_0}\frac{1}{q-1}}))$$

5. Результат моделирования

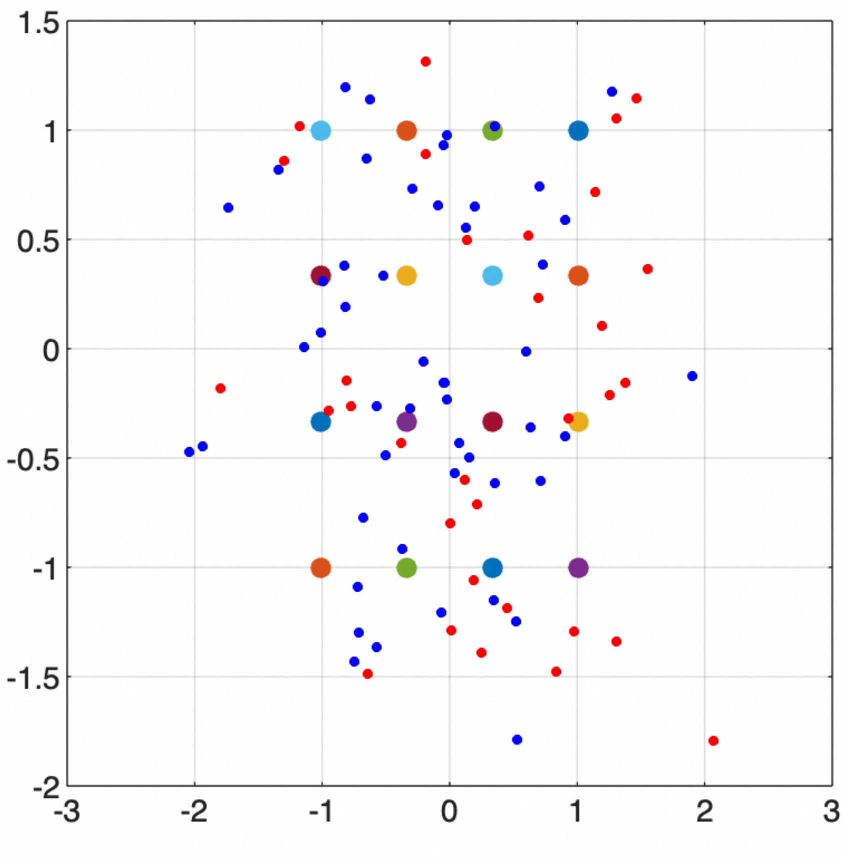

Рис.1 – Облако рассеяния для 4dB

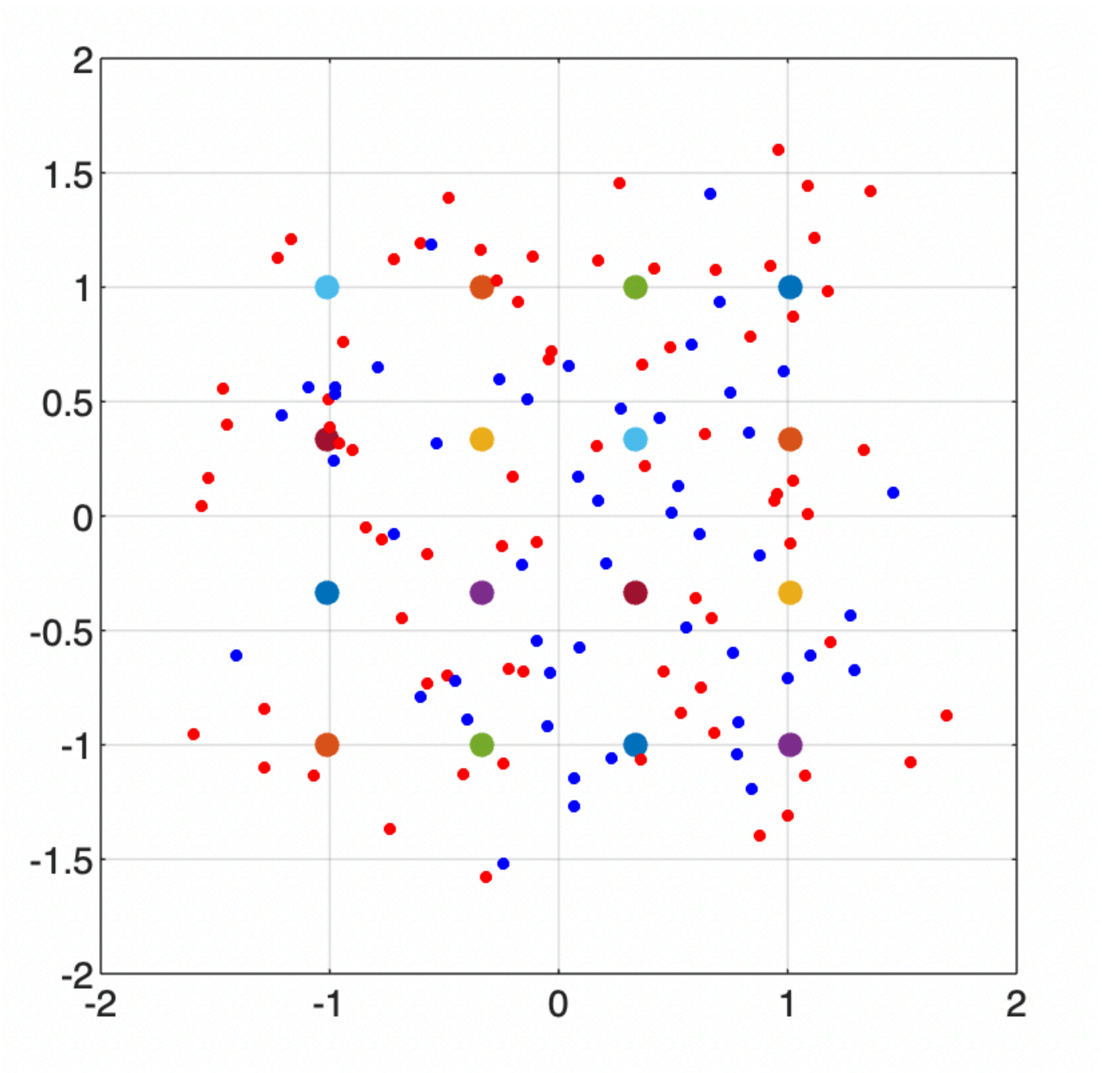

Рис.2 – Облако рассеяния для 8dB

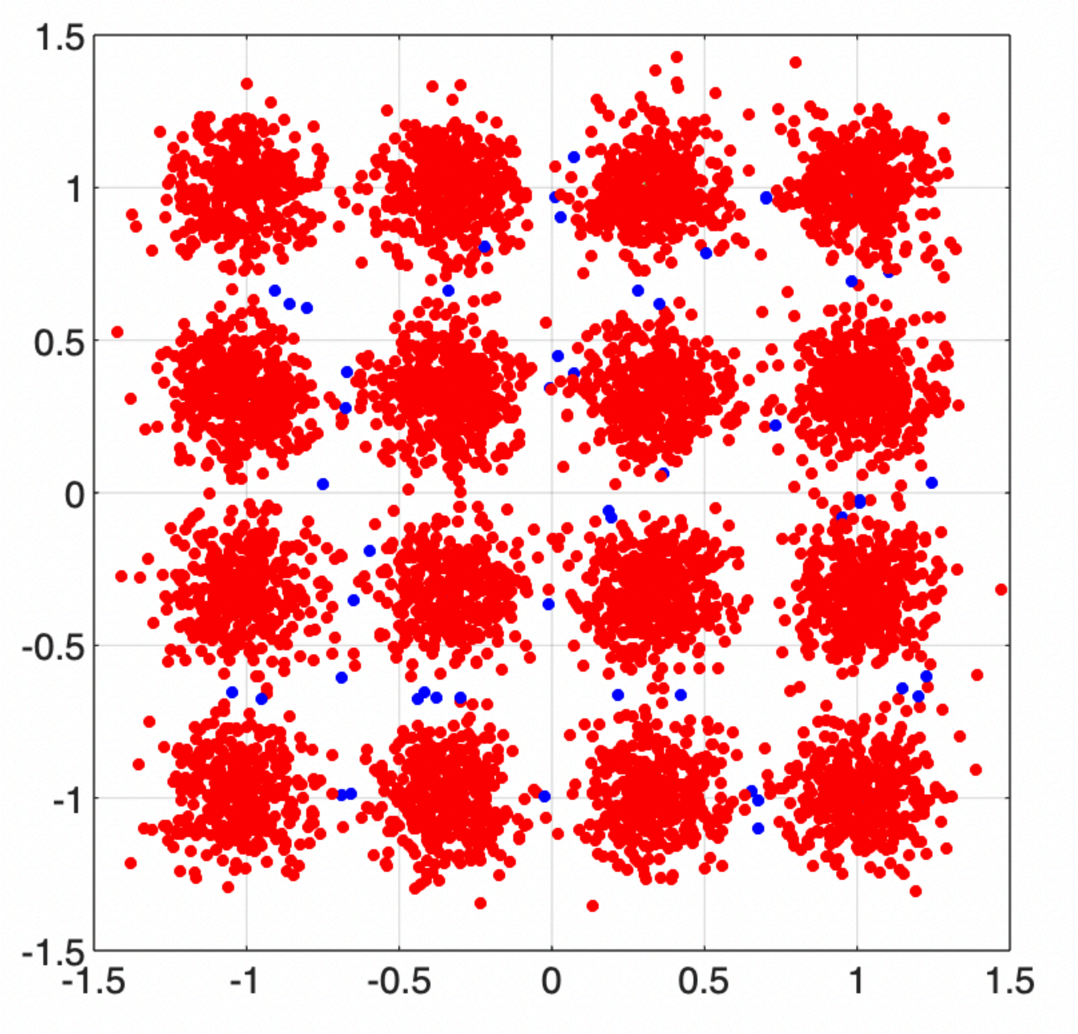

Рис.3 – Облако рассеяния для 16dB

На рисунках 1, 2 и 3 представлено количество точек при 4 дБ, 8дБ и 16 дБ изменилось, т.к. при увеличении SNR уменьшается вероятность возникновения ошибки и, следовательно, увеличивается вероятность того, что сигнал пройдет проверку. Красным цветом отображается попадание точек в заданную область, синим цветом – отклонение от решающей области.

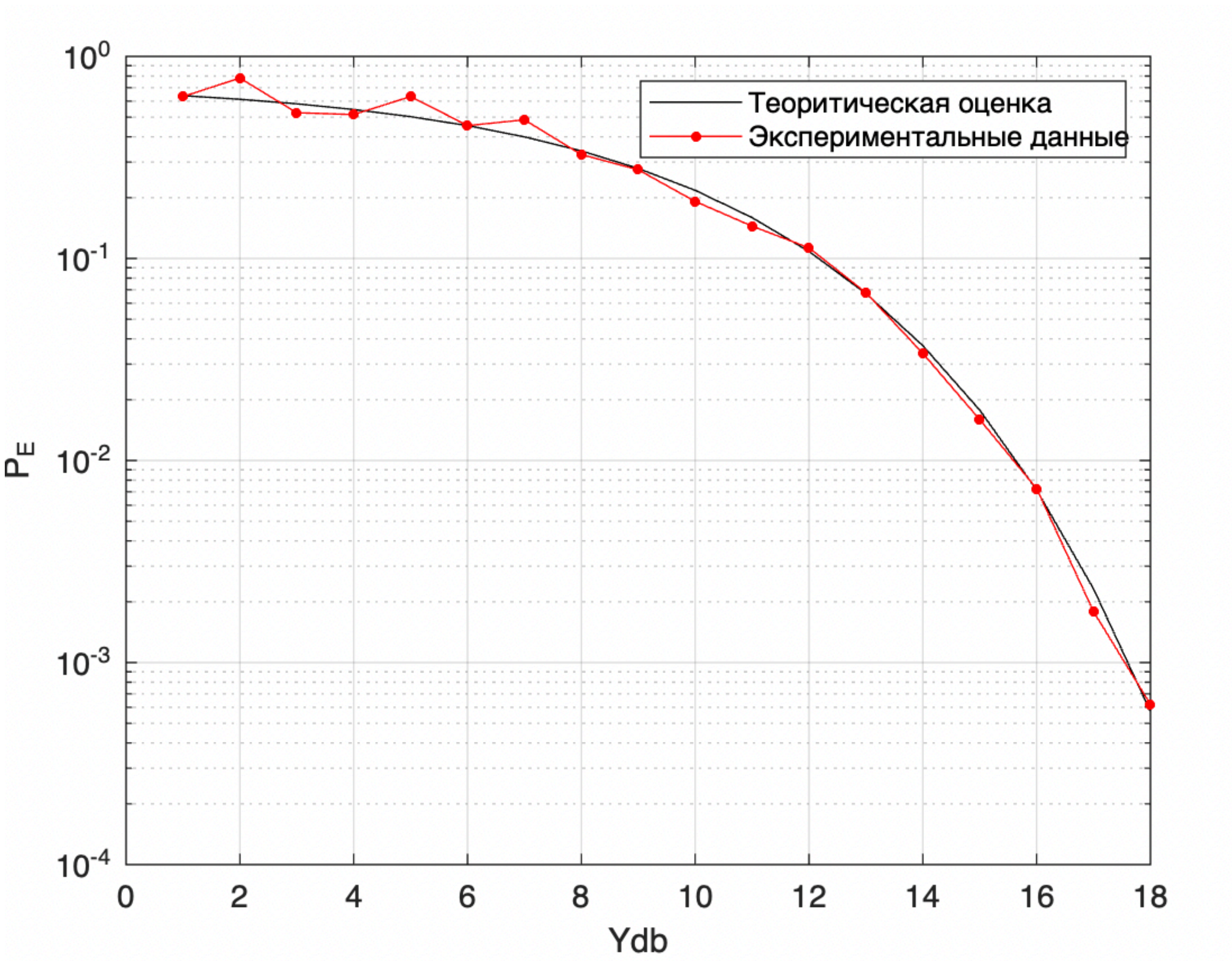

Рис.3 Экспериментальная и теоретическая зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал-шум

По графику, изображенному на рисунке 3 следует, что теоретические и экспериментальные значения вероятности схожи.

6. Вывод

В ходе лабораторной работы была промоделирована работа оптимального приёмника дискретных сигналов в канале с белым аддитивным белым гауссовским шумом.

- Был получен сигнал r(t) на выходе приёмника и вычислен вектор r
- Было произведено формирование решения $\hat{\imath}$ и фиксация результата
- Была произведена оценка вероятности ошибки теоретическим и экспериментальным путём, соответственно моделирование посчитано верно.
- При увеличении SNR уменьшается вероятность возникновения ошибки и следовательно увеличивается вероятность того, что сигнал пройдет проверку, количество точек на графике увеличивается.

7. Код программы

```
clc;
clear;
close all;
f0 = 1800;
Vmod = 1200;
Vinf = 4800;
T = 1/Vmod;
m = Vinf * T;
q = 2^m;

Ns = 100;
dt = (1/f0)/Ns;
t = 0:dt:T;
f = 0:10:8000;
nfig = 1;
A = 1;
count = 0;
si1=zeros(q,1);
si2=zeros(q,1);
x = zeros(q, length(t));
s = zeros(q,length(t));


for i1 = 0 : 3
    for i2 = 0 : 3
        count = count + 1;
        si1(count) = A*(1-((2*i1)/(sqrt(q)-1)));
        si2(count) = A*(1-((2*i2)/(sqrt(q)-1)));
        s(count,:) = (si1(count)*sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t))
+(si2(count)*sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t));%линейная комбинация базисных функций??
        x = i1;
    end
end
f1=sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t);
f2=sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t);
scalar11=round(sum(f1.*f1)*dt);
scalar12=round(sum(f1.*f2)*dt);
scalar22=round(sum(f2.*f2)*dt);
disp(['(f1,f1) = ', num2str(scalar11)]);
disp(['(f1,f2) = ', num2str(scalar12)]);
disp(['(f2,f2) = ', num2str(scalar22)]);

% коэффициенты разложения
sij1=zeros(q,1);
sij2=zeros(q,1);
for c = 1:q
    sij1(c)=sum(s(c,:).*f1)*dt;
    sij2(c)=sum(s(c,:).*f2)*dt;
end
figure(1)
plot(sij1(:),sij2(:), '.', 'MarkerSize',15);
hold on;
axis([1.5 * min(sij1(:)), 1.5 * max(sij1(:)), 1.5 * min(sij2(:)),1.5 * max(sij2(:))]);%выделяем область
title("Сигнальное созвездие");


figure(2)
for c = 1:q
    plot(sij1(c), sij2(c),'.','MarkerSize', 20);
    hold on;
end
grid on;
Ydb=1:1:18; % СНР, соотношение в децибелах
E=sum(s.^2)/q;% значение средней энергии
Pe=zeros(1,length(Ydb));
Pe_t=zeros(1,length(Ydb));
for i=1:length(Ydb)
    Y=10^(Ydb(i)/10); % переводим значение из дцб в обычное соотношение (шум/сигнал)
    sigma=sqrt(sum(E/(2*Y)));
    Nerr =0 ;
    Ntest= 0 ;
    NerrMax = 50; % макс колво ошибок
    while Nerr<NerrMax
        ind=randi(16); % выбираем случайный сигнал
        r=s(ind,:)+sigma.*randn(1,length(s(ind,:))); % сигнал на входе канала, radn - массив с.в.
распредленных по нормальному закону
        r1=sum(r.*f1)*dt;% разложение по базису f1 f2
```

```
        r2=sum(r.*f2)*dt;
        i_=0;
        min=1000000000;
        % строим решение по минимальному расстоянию
        for k=1:q
               d=sqrt((r1-sij1(k))^2+(r2-sij2(k))^2);
               if d < min
                   min=d;
                   i_=k; % индекс минимального запоминаем
               end
        end


        if i_ ~= ind
           Nerr=Nerr+1; % увеличиваем количество ошибки
        end
        if(i == 8)
            if i_ ~= ind
                plot(r1, r2, 'b.','MarkerSize', 10);
                hold on;
                axis square;
            else
                plot(r1, r2, 'r.','MarkerSize', 10);
                hold on;
                axis square;
            end
        end
        Ntest=Ntest+1;
    end

    Pe(i)=Nerr/Ntest; % вероятность практической ошибки
    N0 = E/Y; % мощность шума
    Pe_t(i)=4*(sqrt(q)-1)/q*qfunc(sqrt(3*E/(N0*(q-1))))*(sqrt(q)-(sqrt(q)*qfunc(sqrt(3*E/(N0*(q-
1))))));%теоретическая ошибка
end

figure(3);
semilogy(Ydb, Pe_t, 'black-', Ydb, Pe, 'red.-', 'MarkerSize', 10);
legend('Теоритическая оценка','Экспериментальные данные');
grid on
xlabel('Ydb');
ylabel('P_E');
function [y]=qfunc(x)
    mfun=@(tt)exp(-tt.^2/2);
   y=(1/(sqrt(2*pi)))*integral(mfun,x,Inf);
end
```