1. Цель работы

Изучить способы задания циклических кодов, формирование порождающей матрицы и получение кодовых слов на основе построенного полинома заданного циклического кода. Для заданного порождающего полинома конечного поля построить информационные последовательности, порождающую матрицу и кодовые слова.

2. Постановка задачи

Построить информационные векторы полинома, представленного в лексикографическом порядке 67H, $GF(2^m)$ при m=5;

Выполнить операции сложения и умножения полей

3. Результаты

Полином 67H раскладывается на 110111 и равен $x^5 = 1 + x^1 + x^2 + x^4$

Таблица 1 – конечных полей полинома 67Н

0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 <td< th=""><th></th></td<>	
0 1 0 0 v^1 x^1 0 0 1 0 v^2 x^2 0 0 0 1 0 v^3 x^3 0 0 0 1 v^4 x^4 1 1 1 0 1	
0 0 1 0 0 v^2 x^2 0 0 0 1 0 v^3 x^3 0 0 0 1 v^4 x^4 1 1 1 0 1 v^4 x^4 1 1 1 0 1 v^4 x^4 1 1 1 0 1	
0 0 0 1 0 v^3 x^3 0 0 0 0 1 v^4 x^4 1 1 1 1 v^5 1+x^1+x^2+x^4 1 0 0 1 1 v^6 1+x^3+x^4 1 0 1 0 v^7 1+x^2 0 1 0 1 0 v^7 1+x^2 0 1 0 1 0 v^8 x^1+x^3 0 0 1 0 1 v^9 x^2+x^4 1	
0 0 0 1 v^4 x^4 1 1 1 0 1 v^5 1+x^1+x^2+x^4 1 0 0 1 1 v^6 1+x^3+x^4 1 0 1 0 0 v^7 1+x^2 0 1 0 1 0 v^8 x^1+x^3 0 0 1 0 1 v^9 x^2+x^4 1 1 1 1 1 1 1+x^1+x^2+x^4 1 0 0 1 0 1+x^2+x^4 1 0 0 1 0 1+x^4 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1	
1 1 1 0 1 v^5 1+x^1+x^2+x^4 1 0 0 1 1 v^6 1+x^3+x^4 1 0 1 0 0 v^7 1+x^2 0 1 0 1 0 v^8 x^1+x^3 0 0 1 0 1 v^9 x^2+x^4 1 1 1 1 v^10 1+x^1+x^2+x^3+x 1 0 0 1 v^11 1+x^3 0 1 0 0 1 v^12 x^1+x^4 1 1 0 0 1 v^13 1+x^1+x^4 1 0 0 1 v^14 1+x^4 1 0 1 0 1 v^14 1+x^4 1 0 1 0 1 v^15 1+x^2+x^4	
1 0 0 1 1 v^6 1+x^3+x^4 1 0 1 0 0 v^7 1+x^2 0 1 0 1 0 v^8 x^1+x^3 0 0 1 0 1 v^9 x^2+x^4 1 1 1 1 1 1+x^1+x^2+x^3+x 1 0 0 1 0 1+x^1+x^2+x^3+x 1 0 0 1 0 1 0 1+x^2+x^4 1 1 0 0 1 0 1+x^4 1+x^4 1 0 1 0 1 0 1 0 1+x^4 1 0 1 0 1 0 1 0 1+x^4 1 0 1 0 1 0 1+x^4 1+x^4 1 0 1 0 1 0 1+x^4 1+x^4 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 <td></td>	
1 0 1 0 0 v^7 1+x^2 0 1 0 1 0 v^8 x^1+x^3 0 0 1 0 1 v^9 x^2+x^4 1 1 1 1 v^10 1+x^1+x^2+x^3+x 1 0 0 1 0 1+x^1+x^2+x^3+x 1 0 0 1 0 0 1+x^3 0 1 0 0 1 0 1+x^4 1 0 0 1 0 1+x^4 1+x^4 1 0 1 0 1 0 1+x^4 1+x^4 1 0 1 0 1 0 1 0 1+x^4 <td></td>	
0 1 0 1 0 v^8 x^1+x^3 0 0 1 0 1 v^9 x^2+x^4 1 1 1 1 v^10 1+x^1+x^2+x^3+x 1 0 0 1 0 1+x^3 0 1 0 0 1 0 1+x^3 0 1 0 0 1 0 1+x^4 1+x^4 1 0 0 1 0 1 1+x^4 1+x^4 1 0 1 0 1 0 1 0 1+x^4 1 0 1 0 1 0 1 0 1+x^4	
0 0 1 0 1 v^9 x^2+x^4 1 1 1 1 v^10 1+x^1+x^2+x^3+x 1 0 0 1 0 1+x^3 0 1 0 0 1 v^12 x^1+x^4 1 1 0 0 1 v^13 1+x^1+x^4 1 0 0 1 v^14 1+x^4 1 0 1 v^15 1+x^2+x^4	
1 1 1 1 v^10 1+x^1+x^2+x^3+x 1 0 0 1 0 v^11 1+x^3 0 1 0 0 1 v^12 x^1+x^4 1 1 0 0 1 v^13 1+x^1+x^4 1 0 0 1 v^14 1+x^4 1 0 1 v^15 1+x^2+x^4	
1 0 0 1 0 v^11 1+x^3 0 1 0 0 1 v^12 x^1+x^4 1 1 0 0 1 v^13 1+x^1+x^4 1 0 0 0 1 v^14 1+x^4 1 0 1 0 1 v^15 1+x^2+x^4	
0 1 0 0 1 v^12 x^1+x^4 1 1 0 0 1 v^13 1+x^1+x^4 1 0 0 0 1 v^14 1+x^4 1 0 1 0 1 v^15 1+x^2+x^4	^4
1 1 0 0 1 v^13 1+x^1+x^4 1 0 0 0 1 v^14 1+x^4 1 0 1 0 1 v^15 1+x^2+x^4	
1 0 0 0 1 v^14 1+x^4 1 0 1 0 1 v^15 1+x^2+x^4	
1 0 1 0 1 v^15 1+x^2+x^4	
1 0 1 1 1 v^16 1+x^2+x^3+x^4	
1 0 1 1 0 v^17 1+x^2+x^3	
0 1 0 1 1 v^18 x^1+x^3+x^4	
1 1 0 0 0 v^19 1+x^1	
0 1 1 0 0 v^20 x^1+x^2	
0 0 1 1 0 v^21 x^2+x^3	
0 0 0 1 1 v^22 x^3+x^4	
1 1 1 0 0 v^23 1+x^1+x^2	
0 1 1 1 0 v^24 x^1+x^2+x^3	
0 0 1 1 1 v^25 x^2+x^3+x^4	
1 1 1 1 0 v^26 1+x^1+x^2+x^3	
0 1 1 1 1 v^27 x^1+x^2+x^3+x^	4
1 1 0 1 0 v^28 1+x^1+x^3	
0 1 1 0 1 v^29 x^1+x^2+x^4	
1 1 0 1 1 v^30 1+x^1+x^3+x^4	

```
Таблица хранения переменных, где крайний правый столбец это степень v:
         0 0
                0
                    0
      1
   0
         0
            0
                0
                    1
         0
   0
      0
            0
                0
                    2
            1
   0
      0
         0
                0
                    3
   0
     0
         0
            0
                1
         1
             0
   1
      1
                1
                    5
   1
     0
         0
             1
                1
                    6
   1
     0
         1
             0
                0
                    7
         0
            1
                0
   0
     1
                    8
   0
     0
         1
            0
                1
        1
             1
   1
      1
                1 10
   1
     0
         0
                0 11
             1
                   12
   0
     1
         0
             0
                1
         0 0
   1
     1
                1 13
   1
     0
         0
            0
                1 14
         1
             0
   1
     0
                1 15
     0
             1
   1
         1
                1 16
                0
                   17
   1
     0
         1
             1
         0 1
   0
     1
                1 18
   1
     1
         0
            0
                0 19
   0
         1
             0
                0 20
      1
   0
     0
         1
             1
                0 21
             1
   0
     0
         0
                1 22
         1 0
   1
     1
                0 23
   0
     1
         1
            1
                0 24
   0
         1
                1 25
      0
             1
   1
     1
             1
         1
                0 26
         1 1
0 1
      1
   0
                1 27
     1
   1
                0 28
            0
   0
      1
         1
                1 29
         0
             1 1 30
   1
      1
Операция сложения:
17 строка:
  1 0 1 1 1
14 строка:
  1 1
         0
           0 1
Результат операции сложения 17 и 14 строки:
  0 1
        1
             1
Операция умножения:
17 строка:
  1 0 1 1 1
14 строка:
         0
           0 1
  1
     1
Результат операции умножения 17 и 14 строки - 30 строка:
          1
             0
                 1
```

Рисунок 1 – Результат работы программы в командной строке

4. Блок-схема алгоритма



Рисунок 2 – схема алгоритма работы программы

5. Листинг программы

```
clear;
m=5; pol=67;
i = pol;
b = 0; cnt = 0; gcnt = 0;
while i \sim = 0
    b = mod(i, 10);
    binstr = dec2bin(b,3);
    cnt = 3;
    while cnt~=0
        gcnt = gcnt + 1;
        gal base(gcnt) = binstr(cnt);
        %генерация индексов полинома
        cnt=cnt-1;
    end
    i = fix(i/10);
end
galmas = eye(m);
% i - string j - column
i = 0;
while i~=m
    i = i + 1;
    galmas(i,m+1) = i - 1;
    %расчёт индексов смещения сложения векторов
    if(gal_base(i) == '1')
        xorstr(i) = m - i + 1;
    else
        xorstr(i) = 0;
    end
end
i = m;
%xorstr =
while i \sim = 2.^m - 1
    i = i + 1;
    j = 0;
    z = 0;
    while z~=m
        z = z + 1;
        galmas(i,z) = 0;
    end
    while j~=m
        j = j + 1;
        if(xorstr(j)>0)
            z = 0;
            while z \sim = m
                 z = z + 1;
                 galmas(i,z) = galmas(i,z) + galmas(i - xorstr(j),z);
                 % расчёт новой строки путём складывания существующих
            end
        end
    end
    z = 0;
    while z \sim = m
        z = z + 1;
        galmas(i,z) = mod(galmas(i,z),2);
    end
    galmas(i,m+1) = i - 1;
fprintf('Таблица хранения переменных, где крайний правый столбец это степень
v:\n');
```

```
disp(galmas);
fprintf('Операция сложения:\n');
aa = 17; bb = 14;
res = summa(galmas,aa,bb,m); % (mas, a, b, m)
fprintf('%d строка:\n', aa);
disp(galmas(aa,1:m));
fprintf('%d c⊤poka:\n', bb);
disp(galmas(bb,1:m));
fprintf('Результат операции сложения %d и %d строки:\n', aa, bb);
disp(res);
fprintf('Операция умножения:\n');
aa = 17; bb = 14;
[res, step] = multiply(galmas, aa, bb, m); % (mas, a, b, m)
fprintf('%d c⊤poka:\n', aa);
disp(galmas(aa,1:m));
fprintf('%d c⊤poκa:\n', bb);
disp(galmas(bb,1:m));
fprintf('Результат операции умножения %d и %d строки - %d строка:\n', aa, bb,
step);
disp(res);
function res = summa(mas, a, b, m)
    for i=1:m
       res(i) = mod(mas(a,i) + mas(b,i),2);
    end
end
function [res, step] = multiply(mas, a, b, m)
   step = mod(a+b, 2^m-1);
   res = mas(step+1,1:m);
    step = step + 1;
end
```

6. Вывод

В ходе лабораторной работы был изучен способ построения полей Галуа. Была разработана программа для расчёта элементов полей, в которой реализованы элементы умножения и сложения последовательностей.