Лабораторная работа №2

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ

1. Цель работы

Вычислить оценку вероятности связности пары вершин в случайном графе, используя имитационное моделирование и ускоренное имитационное моделирование. Сравнить полученные результаты.

2. Ход выполнения работы

2.1. Этап 1. Применение простого имитационного моделирования

Топология исходного графа:

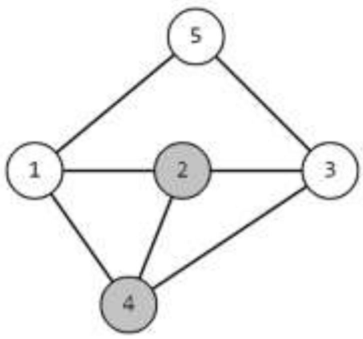
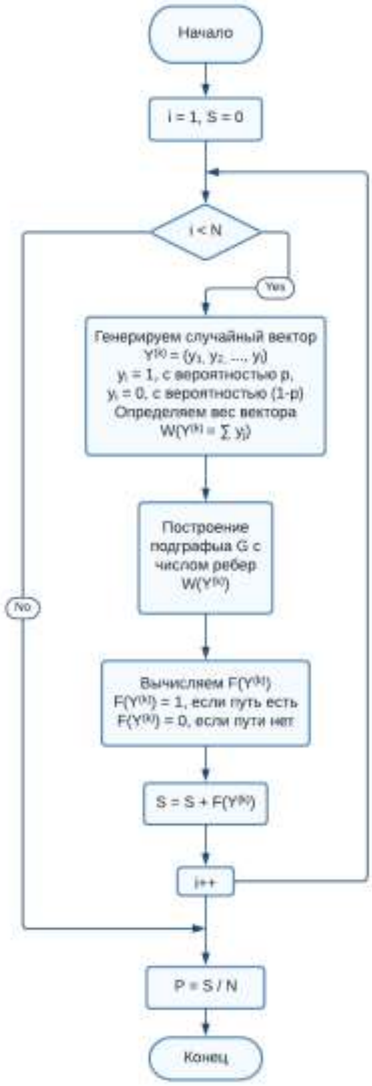


Рисунок 1 – Заданный граф

В ходе первого этапа необходимо провести моделирование, используя алгоритм имитационного моделирования, изображенный на рисунке 2, и построить график функции $\xi_{ab}^{(1)}(p)$, где p изменяется в интервале от 0 до 1 с шагом 0.1. Дополнительными входными данными для выполнения моделирования являются точность оценки ε и число экспериментов N_{exp}, которое необходимо провести для достижения заданной точности.



Число экспериментов, которое необходимо провести для достижения заданной точности, зависит от требуемой точности и вычисляется по формуле:

$$N = \frac{2{,}25}{\varepsilon^2}$$

По результатам работы программы получим оценку вероятности существования пути и сравним ее с результатом, полученным при полном переборе.

Для точности $\varepsilon = 0{,}1$ получили:

```
Полный перебор:
p = 0,0: 0.0
p = 0,1: 0.1107658000000014
p = 0,2: 0.2438783999999994
p = 0,3: 0.3950160000000033
p = 0,4: 0.553139199999997
p = 0,5: 0.703125
p = 0,6: 0.8297088000000007
p = 0,7: 0.921705400000002
p = 0,8: 0.975513600000002
p = 0,9: 0.996892199999998
p = 1,0: 1.0
```

```
Имитационное моделирование:
p = 0,0: 0.0
p = 0,1: 0.0888888888888889
p = 0,2: 0.3111111111111117
p = 0,3: 0.4400000000000001
p = 0,4: 0.5733333333333335
p = 0,5: 0.7288888888888889
p = 0,6: 0.8266666666666669
p = 0,7: 0.9644444444444447
p = 0,8: 0.9600000000000003
p = 0,9: 0.9955555555555559
p = 1,0: 1.0000000000000002
```

Для точности $\varepsilon = 0{,}01$ получили:

```
Полный перебор:
p = 0,0: 0.0
p = 0,1: 0.1107658000000014
p = 0,2: 0.2438783999999994
p = 0,3: 0.3950160000000033
p = 0,4: 0.553139199999997
p = 0,5: 0.703125
p = 0,6: 0.8297088000000007
p = 0,7: 0.921705400000002
p = 0,8: 0.975513600000002
p = 0,9: 0.996892199999998
p = 1,0: 1.0
```

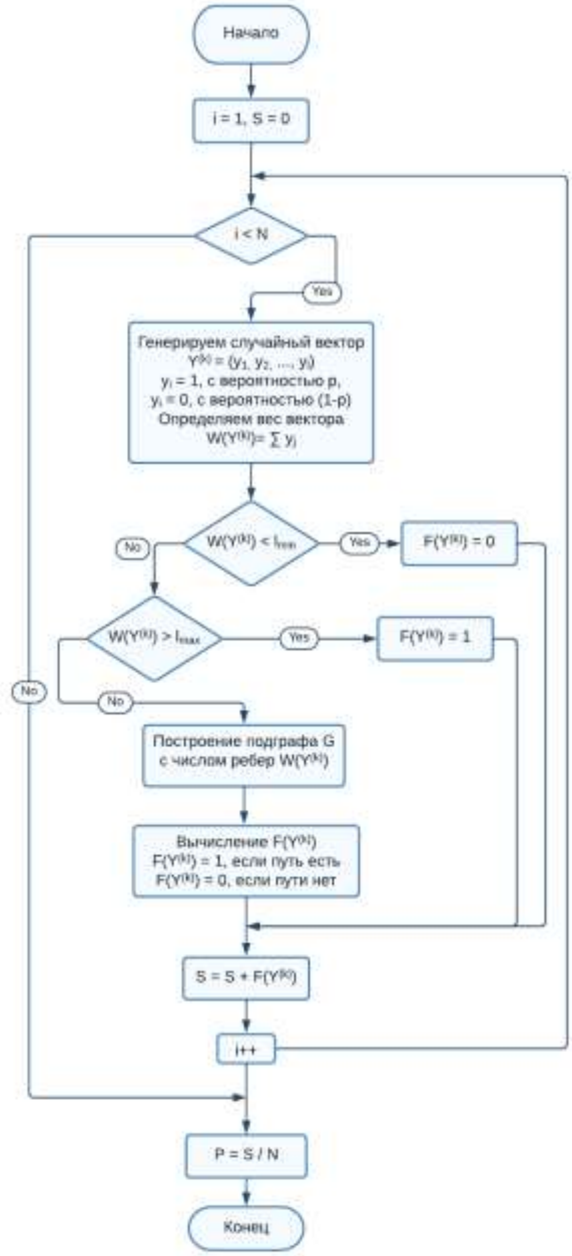
```
Имитационное моделирование:
p = 0,0: 0.0
p = 0,1: 0.1128
p = 0,2: 0.2424888888888889
p = 0,3: 0.3984
p = 0,4: 0.5515111111111111
p = 0,5: 0.7035555555555556
p = 0,6: 0.8297777777777777
p = 0,7: 0.9243111111111111
p = 0,8: 0.9759111111111111
p = 0,9: 0.9968
p = 1,0: 1.0
```

По полученным данным видно, что оценка вероятности, полученная в результате имитационного моделирования, отличается от оценки, полученной полным перебором не более чем на $\pm\varepsilon$. Из чего можем сделать вывод о том, имитационное моделирование было проведено верно.

2.2. Этап 2. Ускоренное моделирование

В ходе второго этапа лабораторной работы необходимо использовать один из методов ускоренного имитационного моделирования для получения оценки вероятности пути между двумя вершинами. Воспользуемся алгоритмом ускорения за счет уменьшения множества рассматриваемых при имитационном моделировании графов.

Во множестве всевозможных графов, которые можно получить на основе случайного, есть два подмножества. В первое множество входят графы, для которых достоверно известно, что рассматриваемая пара вершин в нем несвязна. Второе множество составляют графы, для которых также достоверно известно, что рассматриваемая пара в них связна. Для ускорения будем исключать процедуры вычисления связности для таких графов.



Число экспериментов, которое необходимо провести для достижения заданной точности, вычисляется также:

$$N_{exp} = \frac{2{,}25}{\varepsilon^2}$$

l_{min} вычисляется програмно, с помощью алгоритма Дейкстры. l_{max} вычисляем вручную.

По результатам работы программы получим оценку вероятности существования пути и сравним ее с результатом, полученным при полном переборе.

Для точности $\varepsilon = 0{,}1$ получили:

```
Полный перебор:                   Ускоренное имитационное моделирование:
p = 0,0: 0.0                      p = 0,0: 0.0
p = 0,1: 0.11076580000000014      p = 0,1: 0.08444444444444446
p = 0,2: 0.24387839999999994      p = 0,2: 0.2622222222222223
p = 0,3: 0.39501660000000033      p = 0,3: 0.40888888888888897
p = 0,4: 0.5531391999999997       p = 0,4: 0.5422222222222224
p = 0,5: 0.703125                 p = 0,5: 0.6711111111111113
p = 0,6: 0.8297088000000007       p = 0,6: 0.8444444444444447
p = 0,7: 0.9217054000000002       p = 0,7: 0.9466666666666669
p = 0,8: 0.9755136000000002       p = 0,8: 0.9866666666666669
p = 0,9: 0.9968921999999998       p = 0,9: 1.0000000000000002
p = 1,0: 1.0                      p = 1,0: 1.0000000000000002
```

Для точности $\varepsilon = 0{,}01$ получили:

```
Полный перебор:                   Ускоренное имитационное моделирование:
p = 0,0: 0.0                      p = 0,0: 0.0
p = 0,1: 0.11076580000000014      p = 0,1: 0.10835555555555555
p = 0,2: 0.24387839999999994      p = 0,2: 0.2432888888888889
p = 0,3: 0.39501660000000033      p = 0,3: 0.39675555555555553
p = 0,4: 0.5531391999999997       p = 0,4: 0.5507111111111112
p = 0,5: 0.703125                 p = 0,5: 0.7035111111111111
p = 0,6: 0.8297088000000007       p = 0,6: 0.8287555555555556
p = 0,7: 0.9217054000000002       p = 0,7: 0.9216444444444445
p = 0,8: 0.9755136000000002       p = 0,8: 0.9746222222222222
p = 0,9: 0.9968921999999998       p = 0,9: 0.9965777777777778
p = 1,0: 1.0                      p = 1,0: 1.0
```

По полученным данным видно, что оценка вероятности, полученная в результате ускоренного имитационного моделирования, отличается от оценки, полученной полным перебором не более чем на ±ε. Из чего можем сделать вывод о том, что ускоренное имитационное моделирование было проведено верно.

2.3. Графики

Построим графики зависимости оценки вероятности пути для ε = 0,1 и ε = 0,01 от вероятности существования ребра.

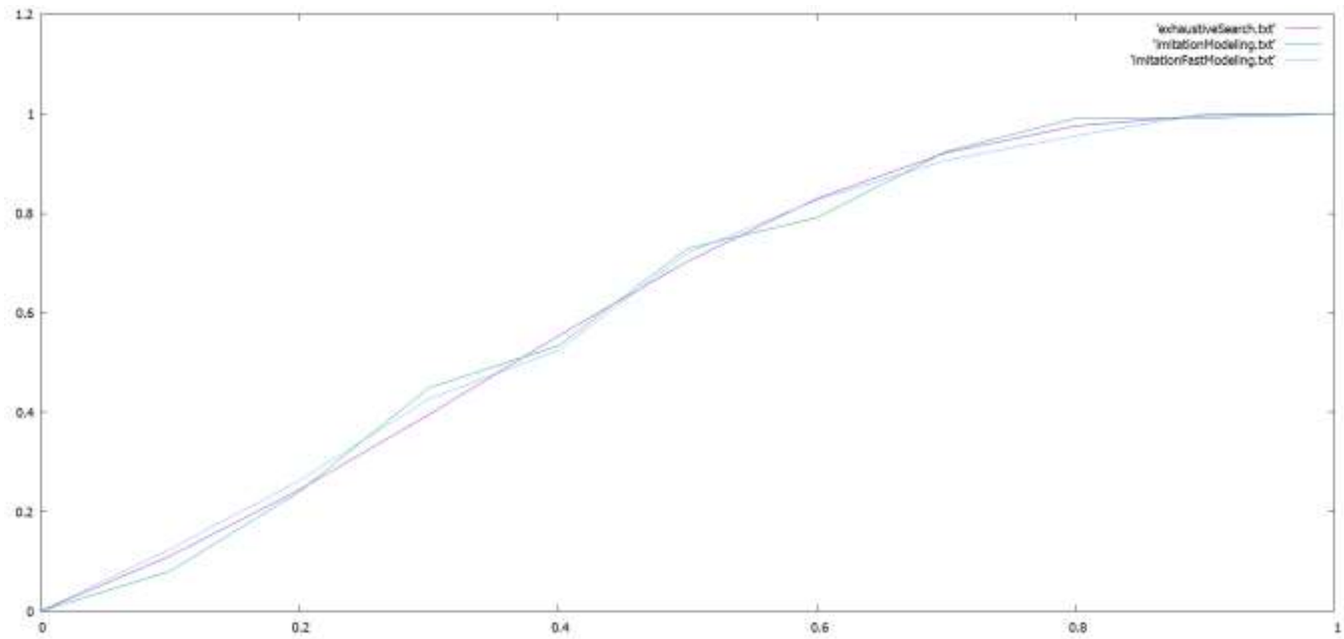


Рисунок – График зависимости оценки вероятности пути для точности ε = 0,1

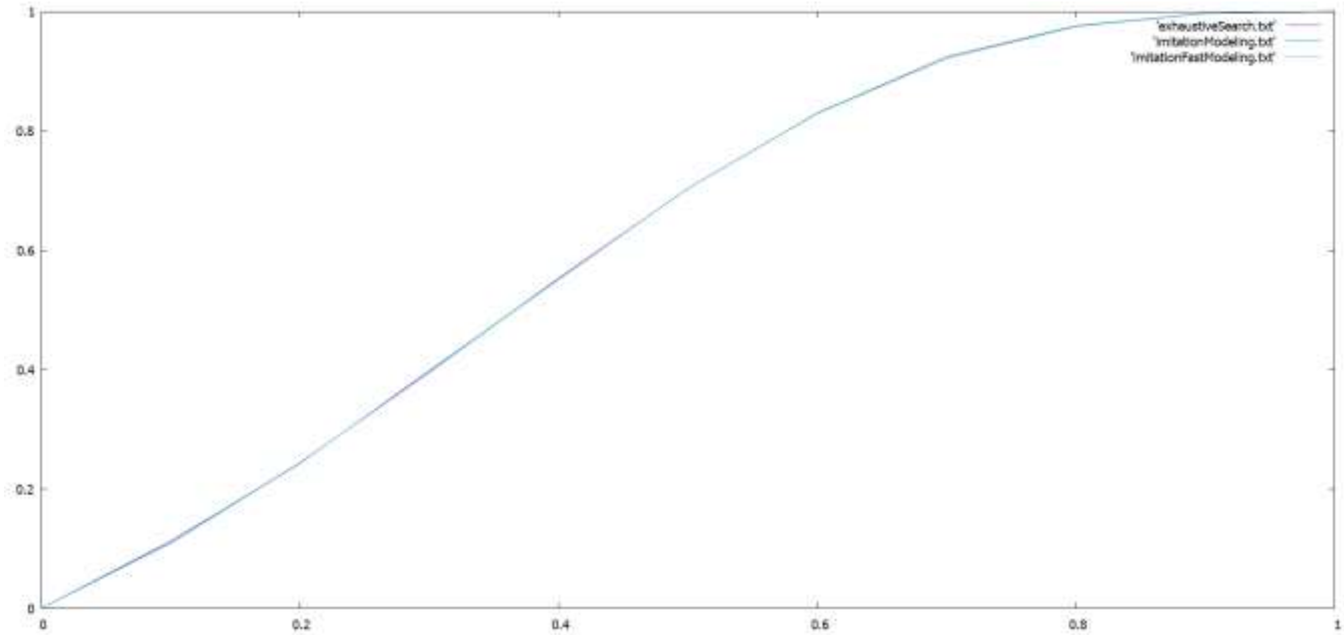


Рисунок – График зависимости оценки вероятности пути для точности ε = 0,01

Из графиков хорошо видно, что оценка вероятности при точности ε = 0,1 имеет большее отклонение от точных значений, чем оценка вероятности при ε = 0,01.

Построим график выигрыша, то есть зависимости отношения $\frac{N}{N'}$ от вероятности появления ребра, где N – количество экспериментов при имитационном моделирование, N' – количество экспериментов при ускоренном моделировании.

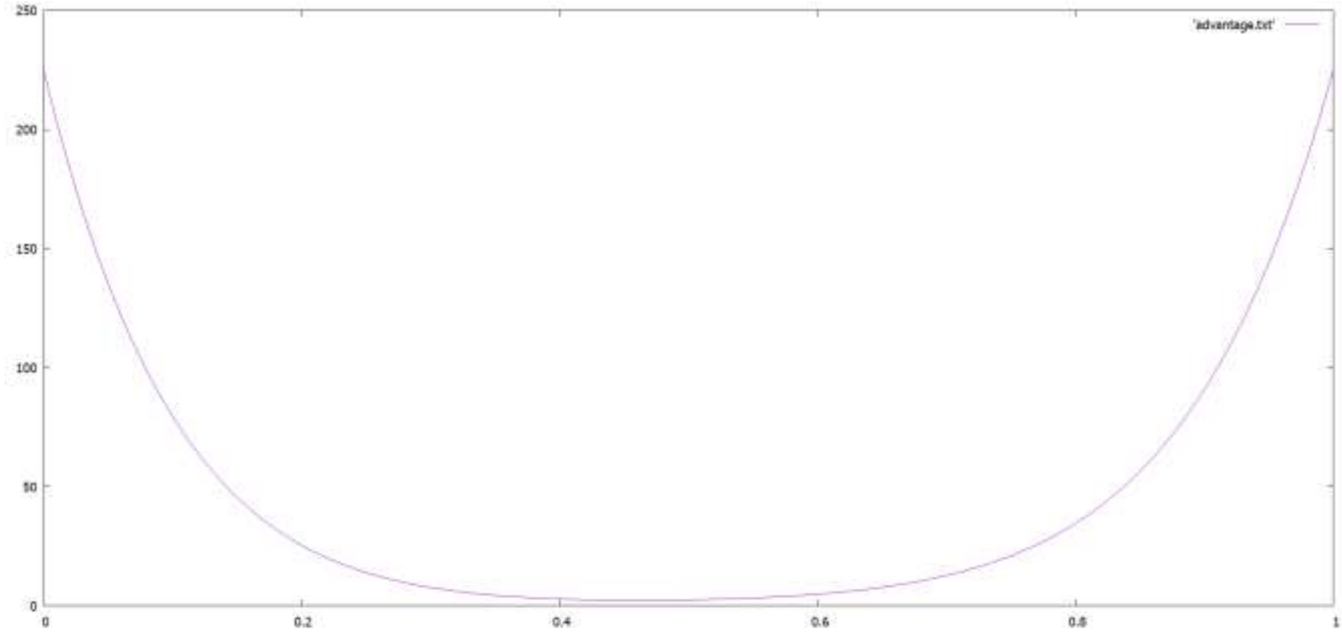


Рисунок – График выигрыша

Из графика видно, что наибольший выигрыш ускоренное моделирование дает при вероятности существования ребра либо близкой к 0, либо к 1. Чем ближе значение вероятности к 0,5, тем менее заметным становится выигрыш. Это связано с тем, что, чем меньше вероятность существования ребра, чем чаще мы заходим в условие того, что вес графа меньше, чем l_{min}, то есть пути точно нет. Аналогично для больших вероятностей существования ребра, мы часто заходим в условие, что путь точно существует.

3. Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы, мы познакомились с методами имитационного моделирования и ускоренного имитационного моделирования, а также реализовали их на практике и сравнили. В результате чего сделали вывод о том, что ускоренное имитационное моделирование даёт наибольший выигрыш при вероятностях существования ребра ближе к 0, или ближе к 1.

Листинг программы