Цель работы: исследовать геометрическое представление сигналов.

Вариант I.2

Дано: f0 = 1650 Гц; f1 = 1950 Гц; $V_{mod} = 300$ Бод; $V_{inf} = 300$ бит/с; частотная модуляция

Определение периода сигнала: $V_{mod} = \frac{1}{T} => T = \frac{1}{300}$

Определение количества сигналов: $V_{inf} = \frac{\log_2 q}{T} => q = 2$

Выбор базисных функций

Для сигналов частотной модуляции базисная функция:

$$\varphi_j(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2*pi*fj*t, \quad 0 < t < T \\ 0, \text{в противном случае} \end{cases} \quad (1)$$

Данные функция образуют базис размерности D = 2.

Проверка условия для базисных функций

$$\varphi_j(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2*pi*fj*t, \quad 0 < t < T \\ 0, \text{в противном случае} \end{cases}$$

Данный базис является ортонормированным, если выполняется условие:

$$\left(\varphi_j, \varphi_k\right) = \int_0^T \varphi_j(t), \varphi_k(t)dt = \delta_{jk} = \begin{cases} 1, j = k \\ 0, j\ != k \end{cases} \quad (2)$$

Проверка:

$$\int_0^T \varphi_1(t),\varphi_1(t)dt = \int_0^T \sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2*pi*f0*t)*\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2*pi*f0*t)\ dt\ = \frac{2}{T}\int_0^T \cos(2*pi*f0*t)*\cos(2*pi*f0*t)\ dt\ = \frac{1}{T}\int_0^T 2*\cos(2*pi*f0*t)*\cos(2*pi*f0*t)\ dt\ = \frac{1}{T}*\frac{4*pi*f0*T+\sin(4*pi*fo*T)}{4*pi*f0} =$$

$$\frac{1}{\frac{1}{300}}\frac{4*pi*1650*\frac{1}{300}+\sin\left(4*pi*1650*\frac{1}{300}\right)}{4*pi*1650} = 1$$

$$\int_0^T \varphi_2(t),\varphi_2(t)dt = \int_0^T \sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2*pi*f1*t)*\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2*pi*f1*t)\ dt\ = \frac{2}{T}\int_0^T \cos(2*pi*f1*t)*\cos(2*pi*f1*t)\ dt\ = \frac{1}{T}\int_0^T 2*\cos(2*pi*f1*t)*\cos(2*pi*f1*t)\ dt\ = \frac{1}{T}*\frac{4*pi*f1*T+\sin(4*pi*f1*T)}{4*pi*f1} =$$

$$\frac{1}{\frac{1}{300}}\frac{4*pi*1950*\frac{1}{300}+\sin\left(4*pi*1950*\frac{1}{300}\right)}{4*pi*1950} = 1$$

$$\int_0^T \varphi_1(t),\varphi_2(t)dt = \int_0^T \sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2*pi*f0*t)*\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2*pi*f1*t)\ dt\ = \frac{2}{T}\int_0^T \cos(2*pi*f0*t)*\cos(2*pi*f1*t)\ dt\ = \frac{1}{T}\int_0^T 2*\cos(2*pi*f0*t)*\cos(2*pi*f1*t)\ dt\ = \frac{1}{T}*$$

$$\frac{(2pif0+2pif1)*\sin(2pif0T-2pif1T)+(2pif0-2pif1)*\sin\ (2pif0T+2pif1T)}{4*pi^2*f0^2-4pi^2f1^2} =$$

$$\frac{1}{\frac{1}{300}}\ \frac{(2pi1650+2pi1950)*\sin\left(2pi1650*\frac{1}{300}-2pi1950*\frac{1}{300}\right)+(2pi1650-2pi1950)*\sin\ (2pi1650*\frac{1}{300}+2pi1950*\frac{1}{300})}{4*pi^2*1650^2-4pi^2 1950^2} = 0$$

Результаты вычисления в MathLab:

$$\int_0^T \varphi_1(t),\varphi_1(t)dt = 1,0036$$

$$\int_0^T \varphi_2(t),\varphi_2(t)dt = 1,0036$$

$$\int_0^T \varphi_1(t),\varphi_2(t)dt = 0,0036$$

Построение множества сигнальных точек

Представим сигнал $S_i(t)$ в виде:

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^{D} S_{ij}\varphi_j(t)$$

S_{ij} – вещественные коэффициенты разложения.

$$S_{ij} = \int_0^T S_i(t), \varphi_j(t)dt$$

Таким образом, каждому сигналу из множества можно сопоставить вектор вещественных коэффициентов разложения, где каждый вектор можно рассматривать как набор координат точки в D-мерном евклидовом пространстве.

Для сигналов частотной модуляции с q = 2 сигнальное созвездие выглядит следующим образом:

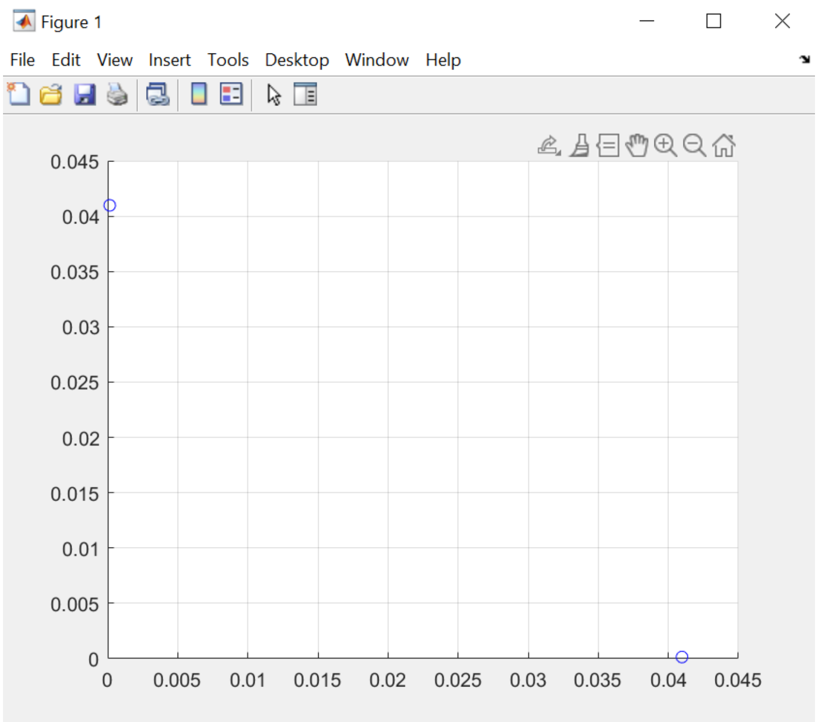

Рисунок 1: сигнальное созвездие

Разбиение сигнального пространства на решающие области

При передаче сигнала на него накладывается гауссовский шум – n(t). Если шум достаточно большой, то приемник ошибочно определит номер передаваемого сигнала. Для оптимального приема сигналов и определения исходного сигнала используют решающие области.

Между сигнальными точками проводят серединные перпендикуляры, которые сходятся в одной точке. Чтобы определить какой сигнал был изначальным, вычисляют евклидовые расстояния от результирующего сигнала до каждого исходного сигнала во множестве, и берут минимальное расстояние.

$$\hat{\imath} = argmin(d_E(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{s_i}))$$

Построение решающих областей:

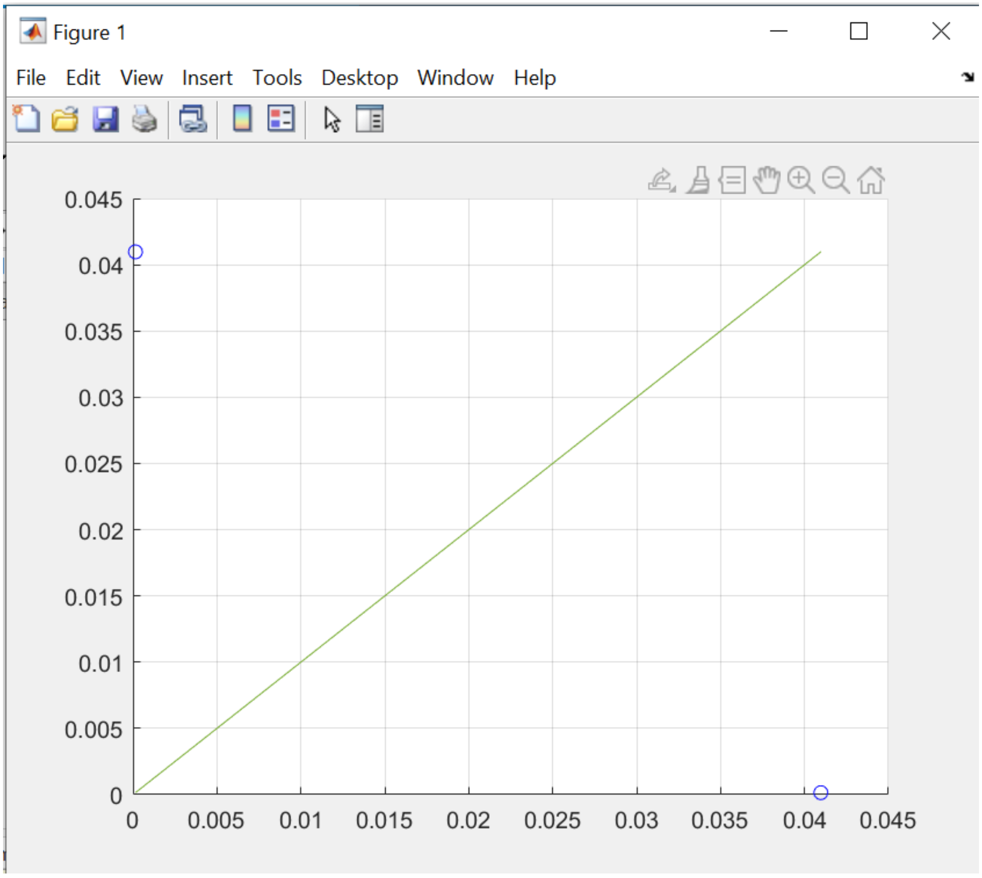

Рисунок 2: разбиение пространства на решающие области

Вывод

В данной лабораторной работе было проведено исследование геометрического представления сигналов из множества, образованного при частотной модуляции.

Для данного варианта был выбран базис (1), для которых было проверено выполнение условия ортонормированности по формуле (2).

Так же было выполнено построение сигнального созвездия для сигналов множества ЧМ (Рис.1), которое потом разбили на решающие области для принятия сигнала с минимальной вероятностью ошибки (Рис.2).