

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

---

КАФЕДРА №52

ОТЧЕТ ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ \_\_\_\_\_

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

ассистент

Н. В. Степанов

---

должность, уч. степень,  
звание

---

подпись, дата

---

инициалы,  
фамилия

**ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3**

**Исследование геометрического представления сигналов**

по курсу: ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СВЯЗИ

СТУДЕНТ ГР. №

5912

И. К. Лобач

---

номер  
группы

---

подпись,  
дата

---

инициалы,  
фамилия

Санкт-Петербург 2021

Цель работы: для выбранного варианта задания выбрать множество базисных функций, проверить ортонормированность для выбранного множества базисных функций, построить множество сигнальных точек, построить разбиение сигнального пространства на решающие области.

### 1. Исходные данные для 8 варианта КАМ

$$f_0 = 1800 \text{ Гц}$$

$$V_{mod} = 1200 \text{ Бод}$$

$$V_{inf} = 7200 \text{ бит/с}$$

### 2. Базис для геометрического представления сигналов КАМ

$$\varphi_1(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$\varphi_2(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Данные функции образуют базис размерности  $D = 2$ .

### 3. Проверка ортонормированности выбранных функций.

Пусть  $\{s_i(t)\}$  – множество сигналов, определенных на конечном интервале  $[0; T]$ , где  $T$  – период следования сигналов,  $i = 0, 1, \dots, q - 1$ . Для множества сигналов  $\{s_i(t)\}$  можно указать множество ортонормированных функций  $\{\varphi_j(t)\}$ , определенных на интервале  $[0; T]$ ,  $j = 1, 2, \dots, D$ , то есть таких, для которых выполняется условие

$$(\varphi_j, \varphi_k) = \int_0^T \varphi_j(t) \varphi_k(t) dt = \begin{cases} 1, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases}$$

Проверим ортогональность:

$$(\varphi_1, \varphi_2) = \int_0^T \varphi_1(t) \varphi_2(t) dt = \int_0^T \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_0 t) \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_0 t) dt =$$

$$= \frac{2}{T} \int_0^T \cos(2\pi f_0 t) \sin(2\pi f_0 t) dt = \frac{\sin^2(2\pi f_0 t)}{T 2\pi f_0} \Big|_0^T = \frac{\sin^2(2\pi f_0 T)}{T 2\pi f_0} - \frac{\sin^2(2\pi f_0 0)}{T 2\pi f_0} = \frac{\sin^2(2\pi f_0 T)}{T(2\pi f_0 T)}$$

При условии, что  $f_0 T = l$ , где  $l$  – целое число, получаем  $(\varphi_1, \varphi_2) = 0$ . Таким образом, условие ортогональности соблюдается.

Проверим условие нормировки:

$$\begin{aligned} (\varphi_1, \varphi_1) &= \int_0^T \varphi_1^2(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^T \cos^2(2\pi f_0 t) dt = \frac{\sin(4\pi f_0 t)}{4\pi f_0 T} + \frac{t}{T} \Big|_0^T = \\ &= \frac{\sin(4\pi f_0 T)}{4\pi f_0 T} + 1 - \frac{\sin(4\pi f_0 0)}{4\pi f_0 T} = \frac{\sin(4\pi f_0 T)}{4\pi f_0 T} + 1 \end{aligned}$$

При условии, что  $f_0 T = l$ , где  $l$  – целое число, получаем  $(\varphi_1, \varphi_1) = 1$ .

Аналогично проверим вторую функцию:

$$\begin{aligned} (\varphi_2, \varphi_2) &= \int_0^T \varphi_2^2(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^T \sin^2(2\pi f_0 t) dt = -\frac{\sin(4\pi f_0 t)}{4\pi f_0 T} + \frac{t}{T} \Big|_0^T = \\ &= -\frac{\sin(4\pi f_0 T)}{4\pi f_0 T} + 1 + \frac{\sin(4\pi f_0 0)}{4\pi f_0 T} = 1 \end{aligned}$$

Отсюда следует, что выбранные функции действительно ортогональны и нормированы, а значит являются ортонормированным базисом.

#### 4. Построение множества сигнальных точек.

Коэффициенты разложения  $s_{ij}$  представляют собой вещественные числа, которые вычисляются как скалярные произведения сигнала  $s_i(t)$  и базисной функции  $\varphi_j(t)$ , то есть

$$s_{ij} = (s_i, \varphi_j) = \int_0^T s_i(t) \varphi_j(t) dt$$

График сигнального созвездия представлен ниже.

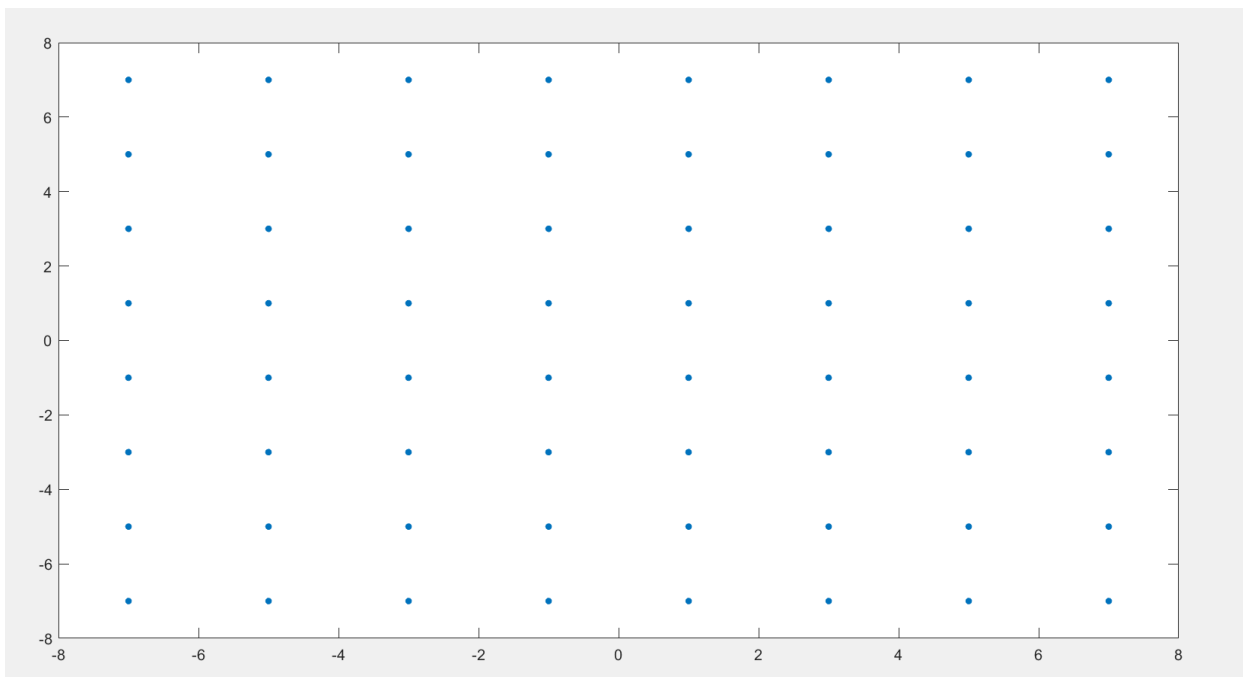


График 1 - Сигнальное созвездие

## 5. Построение разбиения сигнального пространства на решающие области.

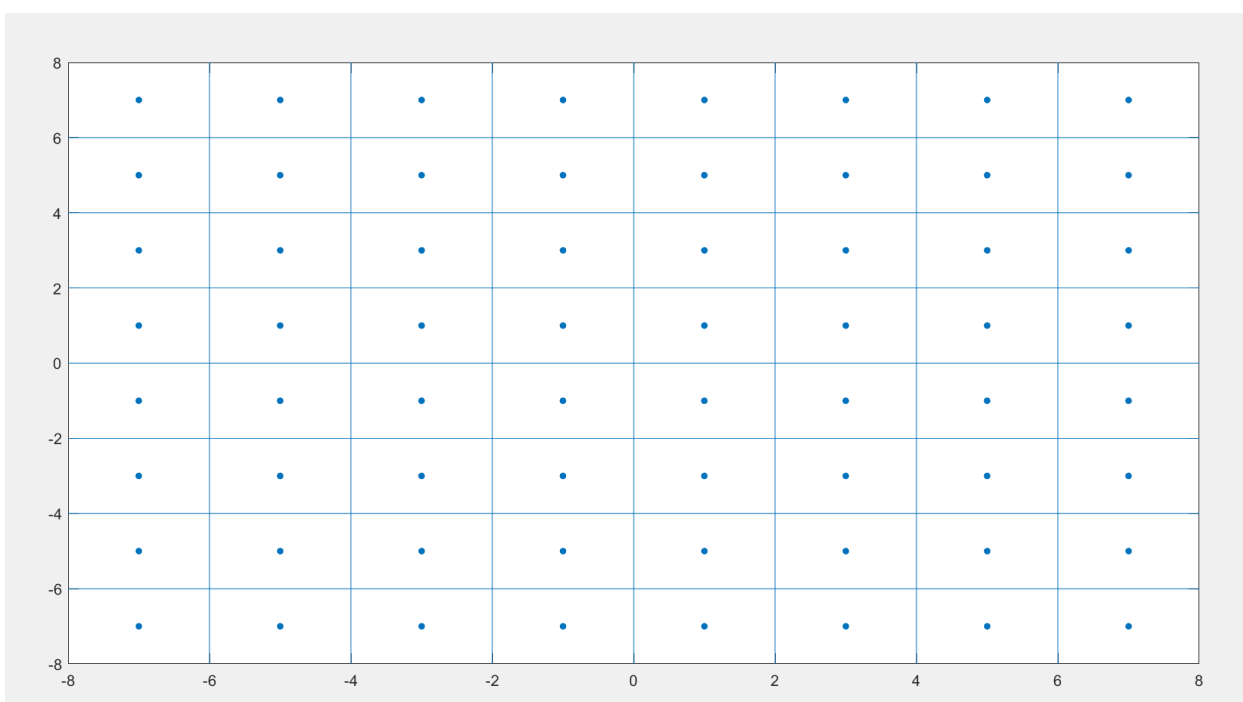


График 2 - Разделение на решающие области

Имеем в виду, что все сигналы сигнального множества передаются равновероятно, то есть  $P_i = \frac{1}{q}$ .

В таком случае каждая решающая область  $R_i$  состоит из точек сигнального пространства, расстояние от которых до сигнальной точке  $s_i$  меньше, чем расстояние до любой другой сигнальной точки  $s_k$ .

**Вывод:** в ходе выполнения лабораторной работы были выбраны функции  $\varphi_1(t)$  и  $\varphi_2(t)$ , образующие ортонормированный базис размерности  $D = 2$ . Построено множество сигнальных точек и разбиение сигнального пространства на решающие области.

Листинг программы:

```
Vmod = 1200;
Vinf = 7200;
f0 = 1800;
T = 1/Vmod;
m = Vinf/Vmod;
q = pow2(m);
A = 7;
s = [7 5 3 1 -1 -3 -5 -7];
step = T/1000;
t = 0:step:T;
phi1 = @(t) sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t);
phi2 = @(t) sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t);
si1 = zeros(1,q);
si2 = zeros(1,q);

%вычисление координат
Signals = @(n,t) s(fix(n/8) + 1)*sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t)+
(s(mod(n,8) + 1)*sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t));
for n = 1:64
    si1(n) = integral(@(t) Signals(n-1,t).*phi1(t), 0, T);
    si2(n) = integral(@(t) Signals(n-1,t).*phi2(t), 0, T);
end

%сигнальное созвездие
figure(1);
plot(si1(:),si2(:), '.', 'MarkerSize', 15);

% решающие области
figure(2);
plot(si1(:),si2(:), '.', 'MarkerSize', 15);
hold on;
for n = -6:2:6
    line ([n n], [-8 8]);
    line ([-8 8], [n n]);
end
hold off;
```