Цель работы: для выбранного варианта задания выбрать множество базисных функций, проверить ортонормированность для выбранного множества базисных функций, построить множество сигнальных точек, построить разбиение сигнального пространства на решающие области.

Исходные данные для 4 варианта КАМ

f_0 = 2400 Гц

V_{mod} = 600 Бод

V_{inf} = 2400 б/с

1. **Базис для геометрического представления сигналов КАМ**

$$\varphi_1(t) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{2}{T}}\cos(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$\varphi_2(t) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{2}{T}}\sin(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Данные функции образуют базис размерности $D = 2$.

2. **Проверка ортонормированности выбранных функций.**

Пусть $\{s_i(t)\}$ – множество сигналов, определенных на конечном интервале $[0; T]$, где T – период следования сигналов, $i = 0, 1, \dots q - 1$. Для множества сигналов $\{s_i(t)\}$ можно указать множество ортонормированных функций $\{\varphi_j(t)\}$, определенных на интервале $[0; T]$, $j = 1, 2, \dots D$, то есть таких, для которых выполняется условие

$$(\varphi_j, \varphi_k) = \int_0^T \varphi_j(t)\varphi_k(t)dt = \begin{cases} 1, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases}$$

Проверим ортогональность:

$$(\varphi_1, \varphi_2) = \int_0^T \varphi_1(t)\varphi_2(t)dt = \int_0^T \sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_0 t)\sqrt{\frac{2}{T}}\sin(2\pi f_0 t)\,dt =$$

$$= \frac{2}{T}\int_0^T \cos(2\pi f_0 t)\sin(2\pi f_0 t)\,dt = \left.\frac{\sin^2(2\pi f_0 t)}{T2\pi f_0}\right|_0^T = \frac{\sin^2(2\pi f_0 T)}{T2\pi f_0} - \frac{\sin^2(2\pi f_0 0)}{T2\pi f_0} = \frac{\sin^2(2\pi f_0 T)}{T(2\pi f_0 T)}$$

При условии, что $f_0 T = l$, где $l -$ целое число, получаем $(\varphi_1, \varphi_2) = 0$. Таким образом, условие ортогональности соблюдается.

Проверим условие нормировки:

$$(\varphi_1, \varphi_1) = \int_0^T \varphi_1^2(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^T \cos^2(2\pi f_0 t)\,dt = \left.\frac{\sin(4\pi f_0 t)}{4\pi f_0 T} + \frac{t}{T}\right|_0^T =$$

$$= \frac{\sin(4\pi f_0 T)}{4\pi f_0 T} + 1 - \frac{\sin(4\pi f_0 0)}{4\pi f_0 T} = \frac{\sin(4\pi f_0 T)}{4\pi f_0 T} + 1$$

При условии, что $f_0 T = l$, где $l -$ целое число, получаем $(\varphi_1, \varphi_1) = 1$.

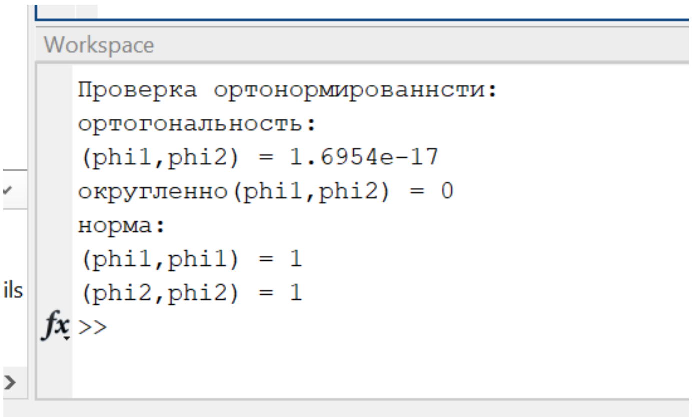
Аналогично проверим вторую функцию:

$$(\varphi_2, \varphi_2) = \int_0^T \varphi_2^2(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^T sin^2(2\pi f_0 t)\,dt = -\left.\frac{\sin(4\pi f_0 t)}{4\pi f_0 T} + \frac{t}{T}\right|_0^T =$$

$$= -\frac{\sin(4\pi f_0 T)}{4\pi f_0 T} + 1 + \frac{\sin(4\pi f_0 0)}{4\pi f_0 T} = 1$$

Отсюда следует, что выбранные функции действительно ортогональны и нормированы, а значит являются ортонормированным базисом.

Проверка ортонормированности в программе:



3. **Построение множества сигнальных точек.**

Коэффициенты разложения s_{ij} представляют собой вещественные числа, которые вычисляются как скалярные произведения сигнала $s_i(t)$ и базисной функции $\varphi_j(t)$, то есть

$$s_{ij} = (s_i, \varphi_j) = \int_0^T s_i(t)\varphi_j(t)dt$$

График сигнального созвездия представлен ниже.

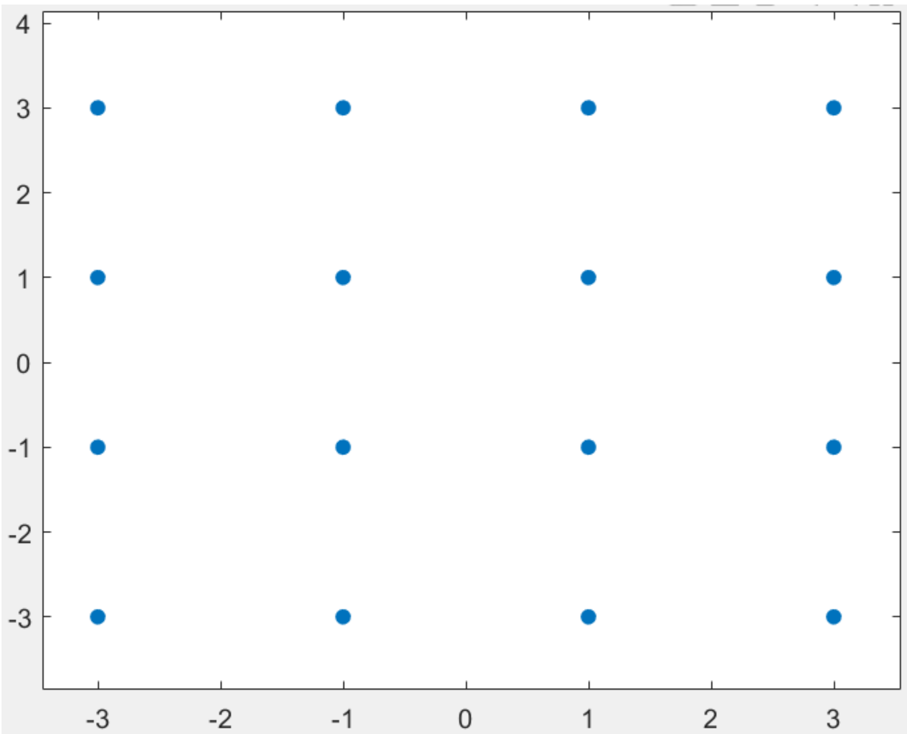


График 1 - Сигнальное созвездие

4. Построение разбиения сигнального пространства на решающие области.

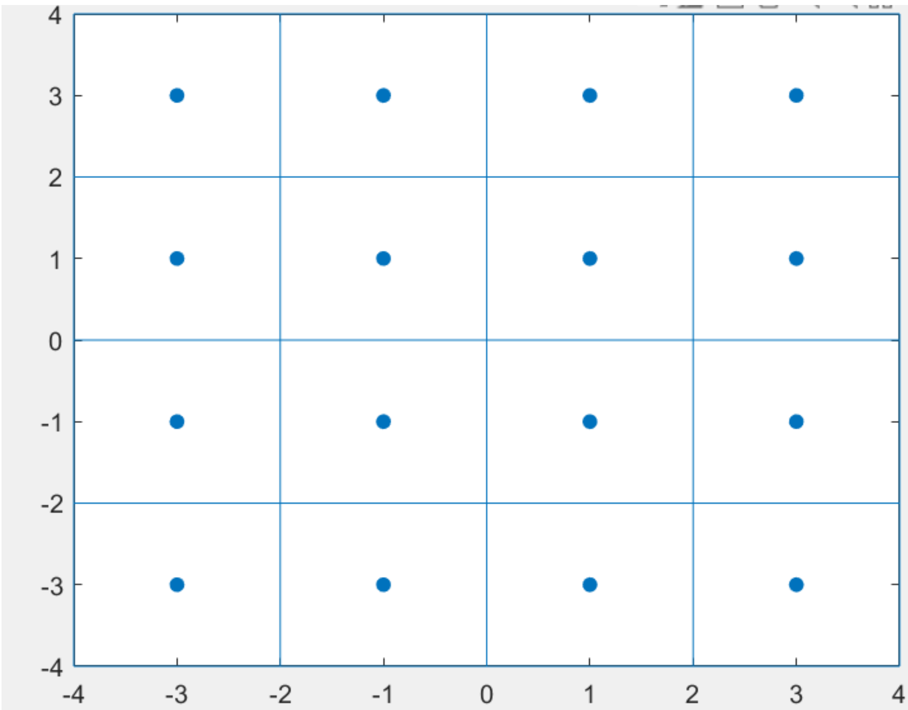


График 2 - Разделение на решающие области

Имеем в виду, что все сигналы сигнального множества передаются равновероятно, то есть $P_i = \frac{1}{q}$.

В таком случае каждая решающая область R_i состоит из точек сигнального пространства, расстояние от которых до сигнальной точки s_i меньше, чем расстояние до любой другой сигнальной точки s_k.

Вывод: в ходе выполнения лабораторной работы были выбраны функции $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$, образующие ортонормированный базис размерности $D = 2$. Построено множество сигнальных точек и разбиение сигнального пространства на решающие области.

Листинг программы:

```
clc
clear all
f0 = 2400;
Vmod = 600;
Vinf = 2400;
T = 1/Vmod;
m = Vinf/Vmod;
q = 2^m;

i1 = zeros(1, q); i2 = zeros(1, q);
s1 = zeros(1, q); s2 = zeros(1, q);
val = 0; A = 3;
indx = 0;
step = T/1000;
t = 0:step:T;

%расчет индексов для КАМ
for j=1:1:q
    i1(j) = val;
    indx = indx + 1;
    if(indx == A+1)
        indx = 0;
        val = val +1;
    end
    i2(j) = mod(j-1,A+1);

    s1(j) = A * (1 - (2*i1(j))/(sqrt(q)-1));
    s2(j) = A * (1 - (2*i2(j))/(sqrt(q)-1));
end
```

```
Signals = @(n,t) ((s1(n)*sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t))+
(s2(n)*sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t)));
phi1 = @(t) sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t);
phi2 = @(t) sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t);
si1(j) = integral(@(t) Signals(j-1,t).*phi1(t), 0,
T);
si2(j) = integral(@(t) Signals(j-1,t).*phi2(t), 0,
T);

%расчет координат
for n=1:1:q
    si1(n) = integral(@(t) Signals(n,t).*phi1(t),
0, T);
    si2(n) = integral(@(t) Signals(n,t).*phi2(t),
0, T);
end


%вывод сигнального созвездия
figure(1);
plot(si1(:),si2(:), '.', 'MarkerSize', 20);

% вывод разбиения сигнального пространства на
решающие области
figure(2);
plot(si1(:),si2(:), '.', 'MarkerSize', 20);
hold on;
for n = -4:2:4
    line ([n n], [-4 4]);
    line ([-4 4], [n n]);
end
hold off;

%Проверка ортонормированнсти
res12 = trapz(t, phi1(t).*phi2(t));
res11 = trapz(t, phi1(t).*phi1(t));
res22 = trapz(t, phi2(t).*phi2(t));
disp('Проверка ортонормированнсти:');
disp('ортогональность:S')
disp(['(phi1,phi2) = ', num2str(res12)]);
disp(['округленно(phi1,phi2) = ',
num2str(fix(res12))]);
disp('норма:')
```

```
disp(['(phi1,phi1) = ', num2str(res11)]);
disp(['(phi2,phi2) = ', num2str(res22)]);
```