1. Цель работы:

Исследовать геометрическое представление сигналов. Построить множество сигнальных точек и разбить сигнальное пространство на решающие области.

2. Исходные данные:

Вариант 3.6, КАМ
$f_0 = 1800$ Гц;
$V_{\text{мод}} = 1200$ Бод;
$V_{\text{инф}} = 4800$ бит/с;
f_0 – несущая частота, $V_{\text{мод}}$ – скорость модуляции, $V_{\text{инф}}$ – скорость информации

3. Теоретическое описание

Пусть $\{s_i(t)\}$ – множество сигналов, определенных на конечном интервале [0,T], где T – период следования сигналов, i = 0,1,...,q –1. Для множества сигналов $\{s_i(t)\}$ можно указать множество ортонормированных функций $\{\varphi_i\}$, определенных на интервале [0,T], j =1,2,...,D . то есть таких, которые попарно ортогональны. Условие ортогональности функций:

$$(\varphi_j, \varphi_k) = \int_0^T \varphi_j(t)\varphi_k(t)dt = \delta_{jk} = \begin{cases} 1, & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases}$$

Также функции должны быть нормированы, норма функций равна единице. Норма функции вычисляется по следующей формуле:

$$\left|\left|\varphi_j\right|\right| = \sqrt{(\varphi_j, \varphi_j)}$$

Коэффициенты разложения сигнала s_{ij} представляют собой вещественные числа, которые вычисляются как скалярное произведение сигнала $s_i(t)$ и базисной функции φ_j

$$s_{ij} = \left(s_i, \varphi_j\right) = \int_0^T s_i(t)\varphi_j(t)dt$$

При фиксированном базисе $\{\varphi_j\}$, j = 1, 2, …, D, каждому сигналу $s_i(t)$, i = 0, 1, …, q-1, соответствует вектор коэффициентов $s_i = (s_i1, s_{i2}, \dots, s_{iD})$. Вектор s_i можно представить в виде точки в D-мерном евклидовом пространстве. Можно сказать, что набор векторов $\{s_i\}$ задает множество сигнальных точек q в сигнальном пространстве, или сигнальное созвездие.

Взаимно-однозначное соответствие между множеством сигналов и множеством векторов коэффициентов изометрическое.

4. Задание множества базисных функций

Были выбраны следующие базисные функции:

$$\varphi_1(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} cos2\pi f_0 t, & 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$\varphi_2(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} sin2\pi f_0 t, & 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

f_0 задается по формуле $\frac{l}{T}$, где l целое число.
Эти функции образуют базис размерности D = 2.

5. Проверка базисных функций на ортонормированность

```
if (trapz(t, F_1.*F_2) < 0.9 && trapz(t, F_1.*F_2) < 0.001)
 res_12 = 0;
else
 res_12 = 1;
end
if (trapz(t, F_1.*F_1) < 0.9 && trapz(t, F_1.*F_1) < 0.001)
 res_11 = 0;
else
 res_11 = 1;
end
if (trapz(t, F_2.*F_2) < 0.9 && trapz(t, F_2.*F_2) < 0.001)
 res_22 = 0;
else
 res_22 = 1;
end
disp('ортонормированность:');
disp('ортогональность')
disp(['(F_1,F_2) = ', num2str(res_12)]);
disp('норма');
disp(['(F_1,F_1) = ', num2str(res_11)]);
disp(['(F_2,F_2) = ', num2str(res_22)]);
```

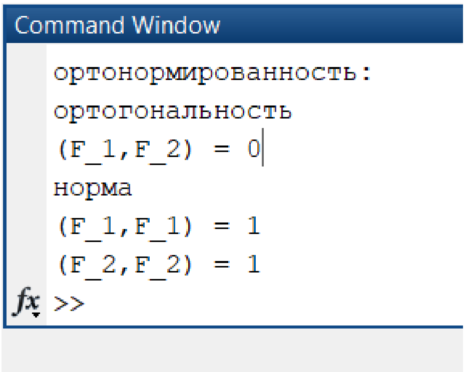

Рис.1 – Проверка функций на ортонормированность в MATLAB

6. Построение множества сигнальных точек

По формуле $s_{ij} = (s_i, \varphi_j) = \int_0^T s_i(t)\varphi_j(t)dt$ были вычислены координаты векторов коэффициентов для каждого сигнала.

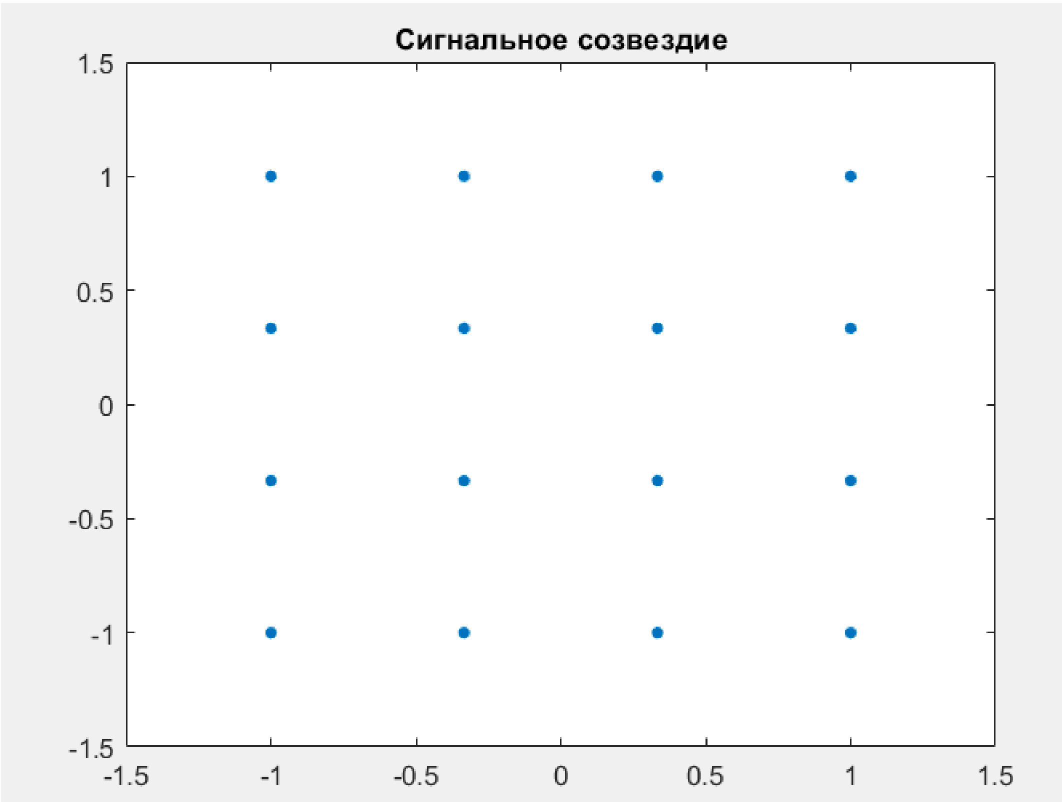

Рис.2 – Сигнальное созвездие

7. Построение разбиения сигнального пространства на решающие области

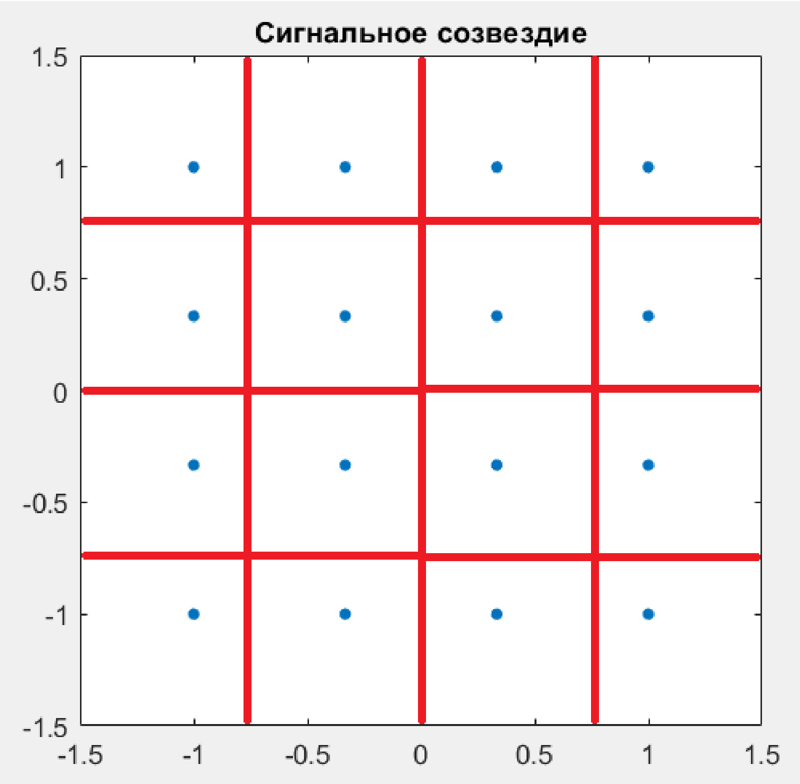

Рис.3 – Разбиение сигнального пространства на решающие области

Разбиение сигнального пространства выглядит таким образом, т.к. сигналы передаются равновероятно, то есть $P_i = \frac{1}{q}$, где i = 0, 1, …, q-1.

8. Вывод

В ходе лабораторной работы было проведено исследования геометрического представления сигналов. Были выбраны базисные функции. Базисные функции были проверены на ортонормированность. Было построено сигнальное созвездие, из расчетов векторов коэффициентов для каждого сигнала. Было произведено построение разбиения сигнального пространства на решающие области.

9. Код программы

9.1. Основная программа

```
clc;
clear;
close all;

f0 = 1800;
Vmod = 1200;
Vinf = 4800;
T = 1 / Vmod;
m = Vinf * T;
q = 2^m;
W = 2 / T;
```

```
dt = 1/f0/100;
t = 0:dt:T;
i1 = zeros(q,1);
i2 = zeros(q,1);
A = 1;
s1s2 = zeros(q,2);
for c = 1:q
i1(c) = floor((c - 1) / sqrt(q));
i2(c) = mod(c - 1,sqrt(q));
s1s2(c,1) = A*(1-((2*i1(c))/(sqrt(q)-1)));
s1s2(c, 2) = A*(1-((2*i2(c))/(sqrt(q)-1)));
end
s = zeros(q,length(t));
for c = 1:q
s(c,:) = (s1s2(c,1)*sqrt(W).*cos(2*pi*f0*t)) +
(s1s2(c,2)*sqrt(W).*sin(2*pi*f0*t));
end
F_1 = sqrt(W)*cos(2*pi*f0*t);
F_2 = sqrt(W)*sin(2*pi*f0*t);
if (trapz(t, F_1.*F_2) < 0.9 && trapz(t, F_1.*F_2) < 0.001)
 res_12 = 0;
else
 res_12 = 1;
end
if (trapz(t, F_1.*F_1) < 0.9 && trapz(t, F_1.*F_1) < 0.001)
 res_11 = 0;
else
 res_11 = 1;
end
if (trapz(t, F_2.*F_2) < 0.9 && trapz(t, F_2.*F_2) < 0.001)
 res_22 = 0;
else
 res_22 = 1;
end
disp('ортонормированность:');
disp('ортогональность')
disp(['(F_1,F_2) = ', num2str(res_12)]);
disp('норма');
disp(['(F_1,F_1) = ', num2str(res_11)]);
disp(['(F_2,F_2) = ', num2str(res_22)]);
sij = zeros(q,2);
for c = 1:q
sij(c,1) = trapz(t,s(c,: ).*F_1);
sij(c,2) = trapz(t,s(c,: ).*F_2);
end
figure(1)
plot(sij(:,1),sij(:,2), '.', 'MarkerSize',15);
axis([1.5 * min(sij(:,1)), 1.5 * max(sij(:,1)), 1.5 * min(sij(:,2)),1.5 *
max(sij(:,2))]);
title('Сигнальное созвездие');
```