Оглавление

Цель работы

В ходе выполнения работы необходимо вычислить вероятность существования пути между заданными вершинами в графе с помощью алгоритма полного перебора и декомпозиции, построить зависимость вероятности существования пути в случайном графе от вероятности существования ребра.

Исходные данные

Пусть задан случайный граф $\tilde{G}(X, Y, P)$, где $X = \{x_i\}$ – множество вершин, $Y = \{(x_i, x_j)\}$ – множество ребер, $P = \{p_i\}$ − множество вероятностей существования ребер, причем:

$$P = \{pi\} : pi = p \text{ для } \forall i$$

Согласно полученному варианту, дан граф с параметрами $\tilde{G}(6{,}9, P)$, где $P = \{p\}$ и p пробегает значения от 0 до 1 с шагом 0,1. Граф изображен ниже:

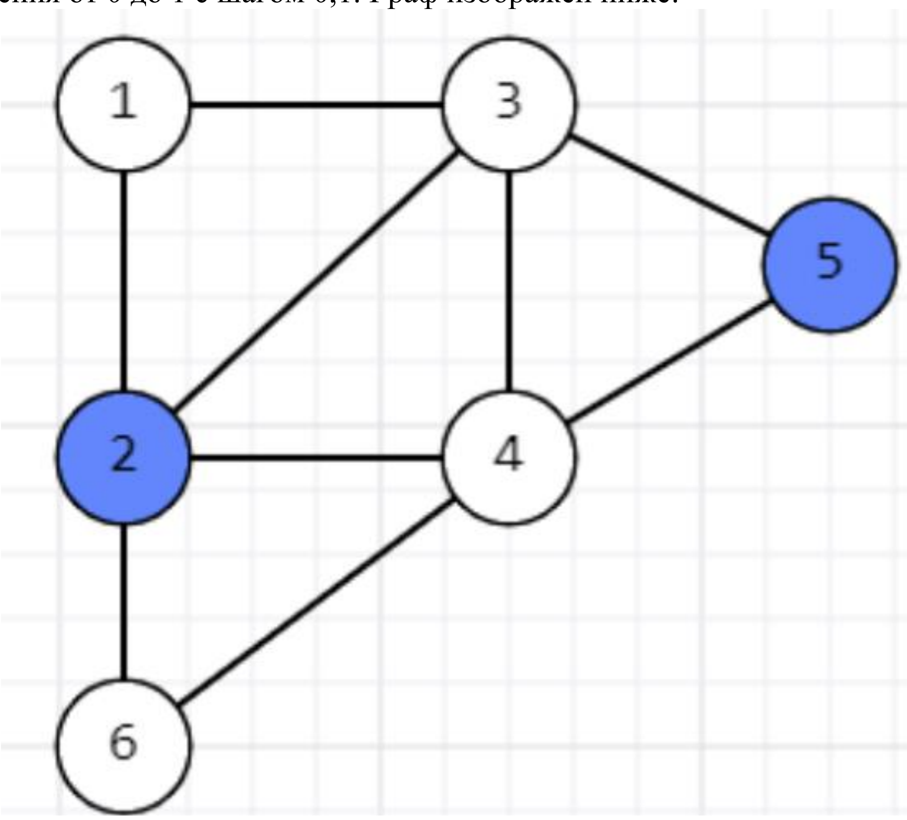

Рисунок 1. Исходный граф

Необходимо вычислить вероятность существования пути между вершинами 2 и 5 ($P_{св}(2{,}5)$) и построить зависимость вероятности существования пути в случайном графе от вероятности существования ребра.

Переборный алгоритм вычисления вероятности связности вершин

Рассмотрим множество $\Gamma = \{g_1, \ldots, g_N\}$ всех возможных неслучайных графов, которые можно получить на основе случайного. Каждый такой граф g_i может появиться с вероятностью $P(g_i)$. Среди них выделим подмножество $\Gamma' = \{g'_1, \ldots, g'_K\}$, где $K \leq N$, в котором путь из вершины 2 в 5 существует. Тогда Pr{путь 2,5} = $\sum_{i=1}^{k} P(g'_i)$.

Данный метод реализуется программно. Для данного графа существует 2 l = 2 9 = 512 различных подграфов. Краткие итоги работы программы приведены ниже.

Количество ребер в подграфе	Вероятность появления	Общее число подграфов с заданным количеством ребер	Количество подграфов, где есть путь (2,5)
0	0	1	0
1	$p(1-p)^8$	9	0
2	$p^2(1-p)^7$	36	2
3	$p^3(1-p)^6$	84	18
4	$p^4(1-p)^5$	126	61
5	$p^5(1-p)^4$	126	97
6	$p^6(1-p)^3$	84	77
7	$p^7(1-p)^2$	36	35
8	$p^8(1-p)$	9	9
9	$(1-p)^9$	1	1

Таким образом, получаем: Pr{путь 2,5} $= p^2(1-p)^7 + p^3(1-p)^6 + p^4(1-p)^5 + p^5(1-p)^4 + p^6(1-p)^3 + p^7(1-p)^2 + p^8(1-p) + (1-p)^9$

После работы программы в файл выводится таблица результатов, которая приведена ниже:

P	Pr{путь 2,5}
0	0
0.1	0.023429332000000004
0.2	0.10205030400000005
0.3	0.23507589600000006
0.4	0.4054343680000001
0.5	0.5859375
0.6	0.7483806720000001
0.7	0.872369344
0.8	0.9507471359999999
0.9	0.989307108
1	1.0

Таким образом, график имеет следующий вид и представлен ниже.

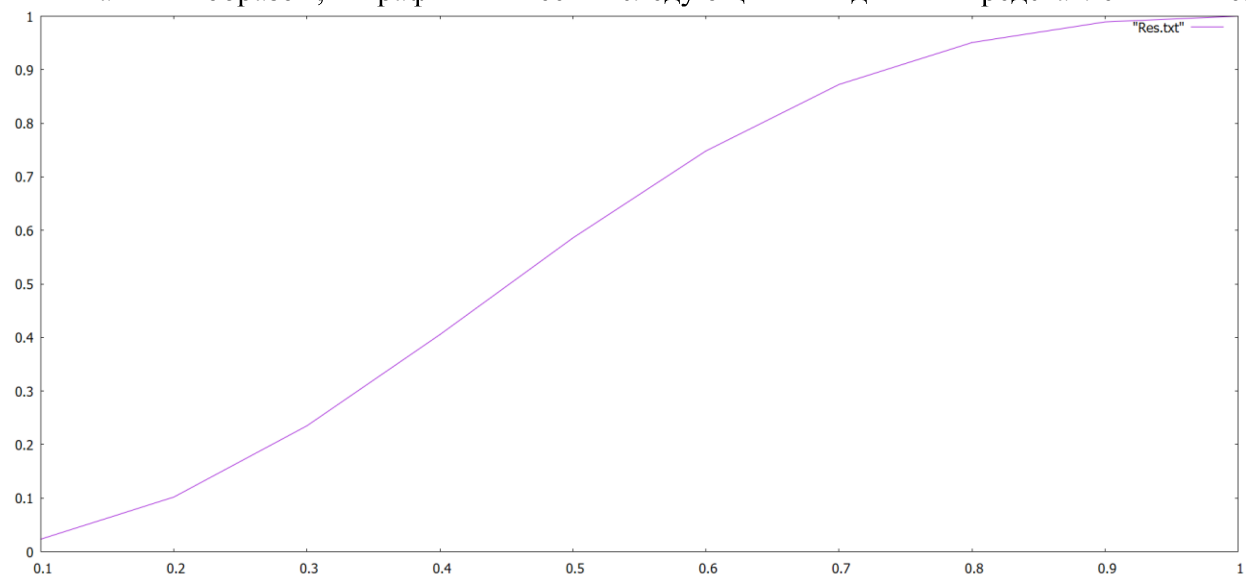

Рисунок 2. График, полученный полным перебором.

Декомпозиция

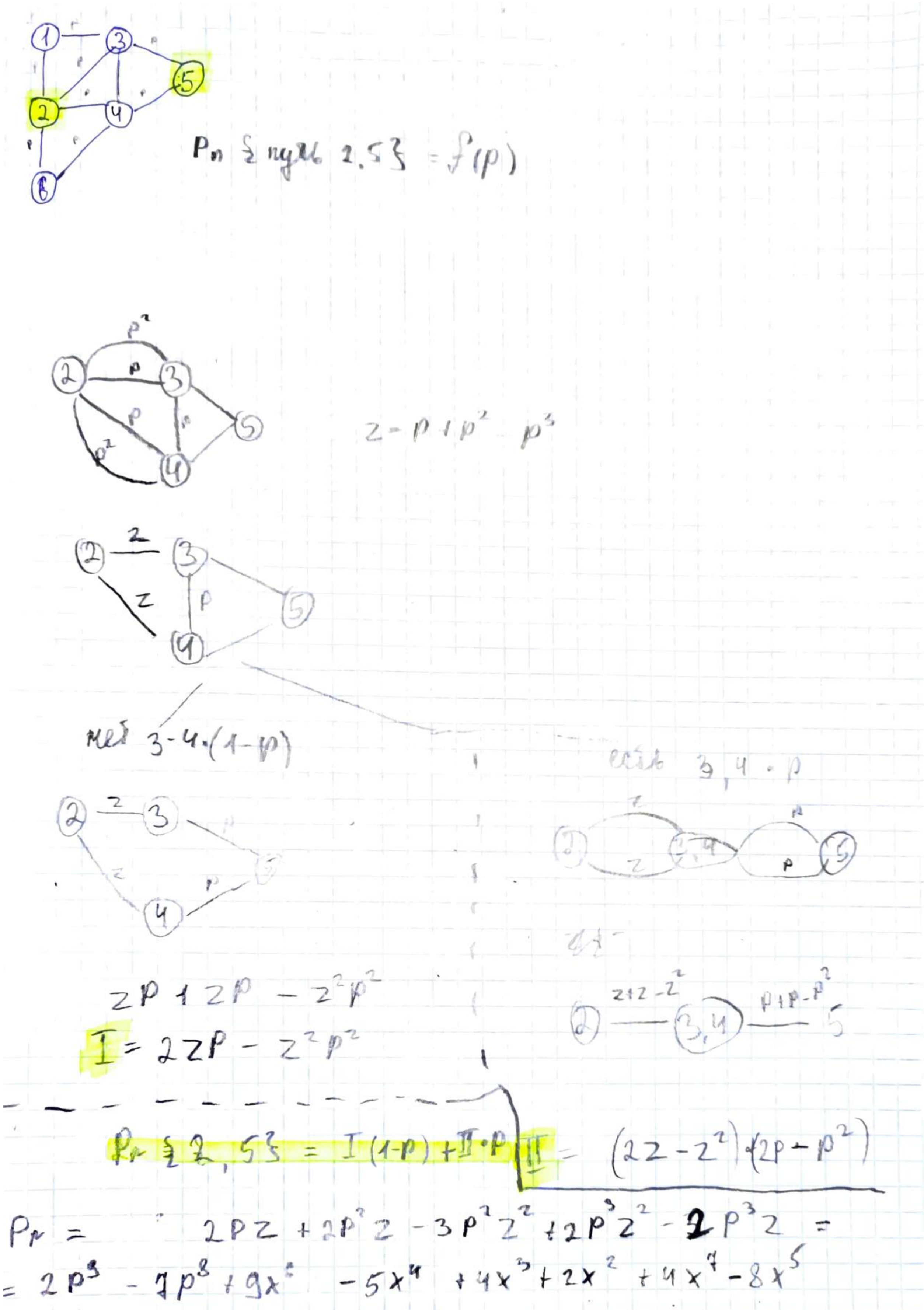

Рисунок 3. Декомпозиция

Объединяя решения, получаем в итоге:
Pr{путь 2,5} = $2P^9 - 7P^8 + 9P^6 - 5P^4 + 4P^3 + 2P^2 + 4P^7 - 8P^5\ p(1-p)8$
Тогда, получаем таблицу для различных p:

P	Pr{путь 2,5}
0	0
0.1	0.0234293320000000
0.2	0.102050304000000
0.3	0.235075896000000
0.4	0.405434368
0.5	0.5859375
0.6	0.748380672
0.7	0.872369344
0.8	0.950747136
0.9	0.989307108
1.0	1.0

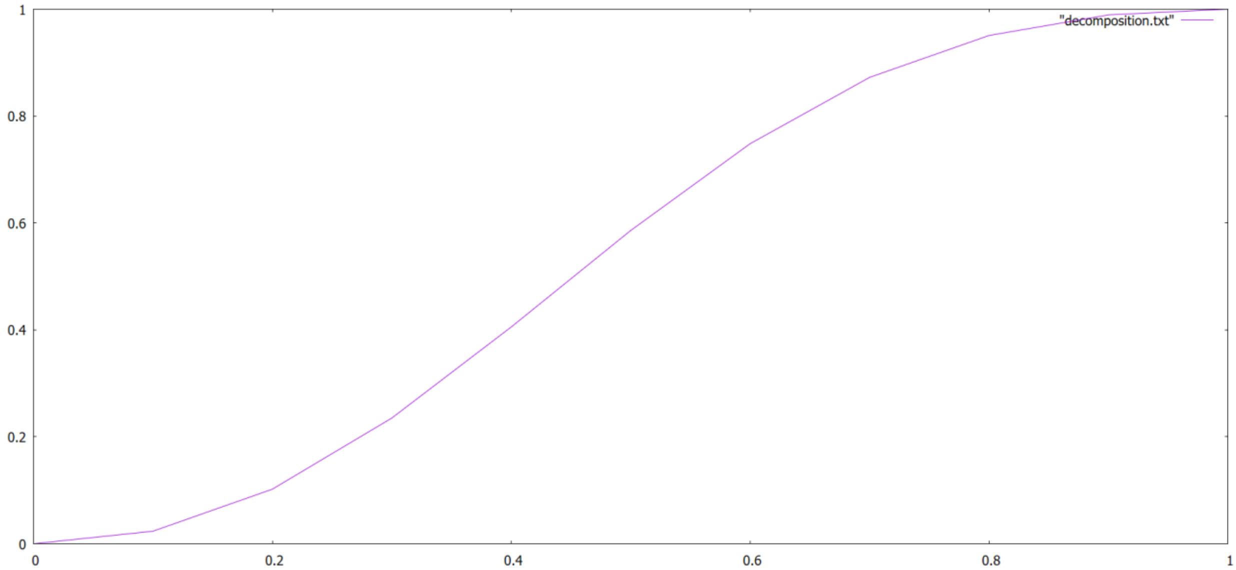

Рисунок 3. График, полученный в результате декомпозиции

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была рассчитана зависимость вероятности существования пути в графе вручную по средствам декомпозиции и программно, по средствам полного перебора (Брут Форс).

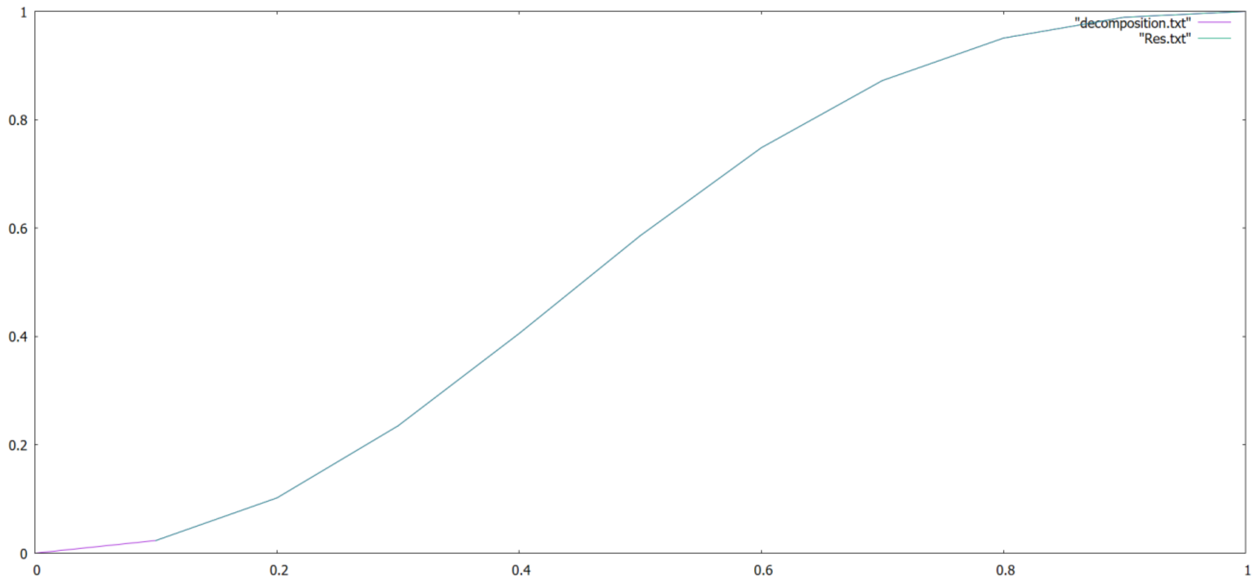

Рисунок 4. Сравнение графиков ручного расчета и программного

Глядя на полученные результаты, можно сделать следующие выводы: 1) зависимость вероятности существования пути прямая: с увеличением P вероятность существования тоже увеличивается; 2) Графики повторяют друг друга, а значит разница крайне мала, что свидетельствует о корректной работе программы.