

**1. Задание:** реализация протокола аутентификации без разглашения Фиата-Шамира

**2. Аннотация:**

**Протокол Фиата — Шамира** — это один из наиболее известных протоколов идентификации с нулевым разглашением (Zero-knowledge protocol). Протокол был предложен Амосом Фиатом (англ. Amos Fiat) и Ади Шамиром (англ. Adi Shamir).

Пусть **A** знает некоторый секрет **s**. Необходимо доказать знание этого секрета некоторой стороне **B** без разглашения какой-либо секретной информации. Стойкость протокола основывается на сложности извлечения квадратного корня по модулю достаточно большого составного числа **n**, факторизация которого неизвестна.

**Описание протокола**

**A** доказывает **B** знание **s** в течение **t** раундов. Раунд называют также аккредитацией. Каждая аккредитация состоит из 3х этапов.

**Предварительные действия**

Доверенный центр **T** выбирает и публикует модуль  $n = p * q$ , где **p**, **q** — простые и держатся в секрете.

Каждый претендент **A** выбирает **s** взаимно-простое с **n**, где  $s \in [1, n - 1]$ . Затем вычисляется  $v = s^2 \pmod n$ . **V** регистрируется **T** в качестве открытого ключа **A**.

Передаваемые сообщения (этапы каждой аккредитации)

$$A \Rightarrow B : x = r^2 \pmod n$$

$$A \Leftarrow B : e \in 0,1$$

$$A \Rightarrow B : y = r * s^e \pmod n$$

**Основные действия**

Следующие действия последовательно и независимо выполняются **t** раз. **B** считает знание доказанным, если все **t** раундов прошли успешно.

- **A** выбирает случайное **r**, такое, что  $r \in [1, n - 1]$  и отправляет  $x^2 = r^2$  стороне **B** (доказательство)

- **В** случайно выбирает бит  $e$  ( $e=0$  или  $e=1$ ) и отправляет его **А** (вызов)
- **А** вычисляет  $y$  и отправляет его обратно к **В**. Если  $e=0$ , то  $y = r$ , иначе  $y = r * s$  (ответ)
- Если  $y=0$ , то **В** отвергает доказательство или, другими словами, **А** не удалось доказать знание  $s$ . В противном случае, сторона **В** проверяет, действительно ли  $y^2 = x * v^e$  и, если это так, то происходит переход к следующему раунду протокола.

Выбор  $e$  из множества  $\{0,1\}$  предполагает, что если сторона **А** действительно знает секрет, то она всегда сможет правильно ответить, вне зависимости от выбранного  $e$ .

Достоинством многораундового протокола Фиата–Шамира является его сравнительно низкая вычислительная сложность – каждая из сторон участвующих в протоколе выполняет не более  $2z$  модульных умножений, где  $z$  – заданное число раундов. Однако, существенным недостатком всех многораундовых протоколов является необходимость выполнения очень большого числа чередующихся пересылок сообщений от доказывающего к проверяющему и обратно.

### 3. Ход работы

Рассмотрим выполнение алгоритма на примере одного раунда:

Выбираем простое число  $p = 751$  и простое число  $q = 317$ . Тогда произведение чисел  $n = p * q = 238067$ .

Вычисляем  $s$  и  $v$  такие, что  $s = 160915$  – случайное число в диапазоне от 0 до  $n-1$ , взаимно простое с  $n$ . Тогда  $v = s^2 \bmod n = 41903$ . Далее **А** отправляет доказательство **В**:  $x = 41903$ . **В** выбирает случайное  $e = 1$  и отправляет его **А** (вызов). **А** вычисляет  $y = 41903$  и отправляет его **В**. Выполняется проверка условия:  $y^2 = 117284$  и  $x * v^e = 117284$ .

Так как  $y^2 = x * v^e$  – раунд 1-ый пройден успешно.

### 4. Контрольный пример

Количество раундов вводится пользователем в консоль:

Просто число  $p = 701$

Простое число  $q = 389$

Произведение чисел  $n = p * q = 272689$

Введите количество **t - раундов**: 12

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 0$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$y^2 = 99957$

$x * v^e = 99957$

**Раунд 1-ый пройден успешно**

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 1$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$y^2 = 53173$

$x * v^e = 53173$

**Раунд 2-ый пройден успешно**

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 0$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$y^2 = 99957$

$x * v^e = 99957$

**Раунд 3-ый пройден успешно**

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 0$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$$y^2 = 99957$$

$$x * v^e = 99957$$

**Раунд 4-ый пройден успешно**

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 0$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$$y^2 = 99957$$

$$x * v^e = 99957$$

**Раунд 5-ый пройден успешно**

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 0$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$$y^2 = 99957$$

$$x * v^e = 99957$$

**Раунд 6-ый пройден успешно**

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 0$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$$y^2 = 99957$$

$$x * v^e = 99957$$

**Раунд 7-ый пройден успешно**

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 0$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$$y^2 = 99957$$

$$x * v^e = 99957$$

**Раунд 8-ый пройден успешно**

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 0$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$$y^2 = 99957$$

$$x * v^e = 99957$$

**Раунд 9-ый пройден успешно**

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 0$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$$y^2 = 99957$$

$$x * v^e = 99957$$

**Раунд 10-ый пройден успешно**

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 0$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$$y^2 = 99957$$

$$x * v^e = 99957$$

**Раунд 11-ый пройден успешно**

s: 65812

v: 99957

А отправляет доказательство В:  $x = 99957$

В выбирает  $e = 0$  и отправляет его А (вызов)

А вычисляет  $y = 65812$  и отправляет его В

$$y^2 = 99957$$

$$x * v^e = 99957$$

**Раунд 12-ый пройден успешно**

Таким образом, можно заметить, что все двенадцать раундов пройдены успешно. В удостоверяется в знании А.

## **5. Вывод:**

В ходе выполнения лабораторной работы смоделирован протокол аутентификации взаимодействия при использовании схемы Фиата – Шамира с нулевым разглашением.