

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА № 12

РАБОТА ЗАЩИЩЕНА С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Доцент, кандидат технических наук		Д.Л. Головцов
_____ должность, уч. степень, звание	_____ подпись, дата	_____ инициалы, фамилия

Практическая работа №1

«Графический метод решения задач линейного программирования»

по дисциплине: «Системный анализ и методы оптимизации»

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР.	1842		Я.А. Вишневский
		_____ подпись, дата	_____ инициалы, фамилия

Санкт-Петербург

2022

1. Цель работы

Нахождение графического решения задачи линейного программирования.

Вариант 4:

$$z = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1 \quad (1)$$

$$x_1 \geq 2 \quad (2)$$

$$4x_1 - 8x_2 \leq 12 \quad (3)$$

$$x_2 \leq 6 \quad (4)$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 21 \quad (5)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. Решение задачи линейного программирования графическим методом

На рисунке 1 представлена область допустимых значений.

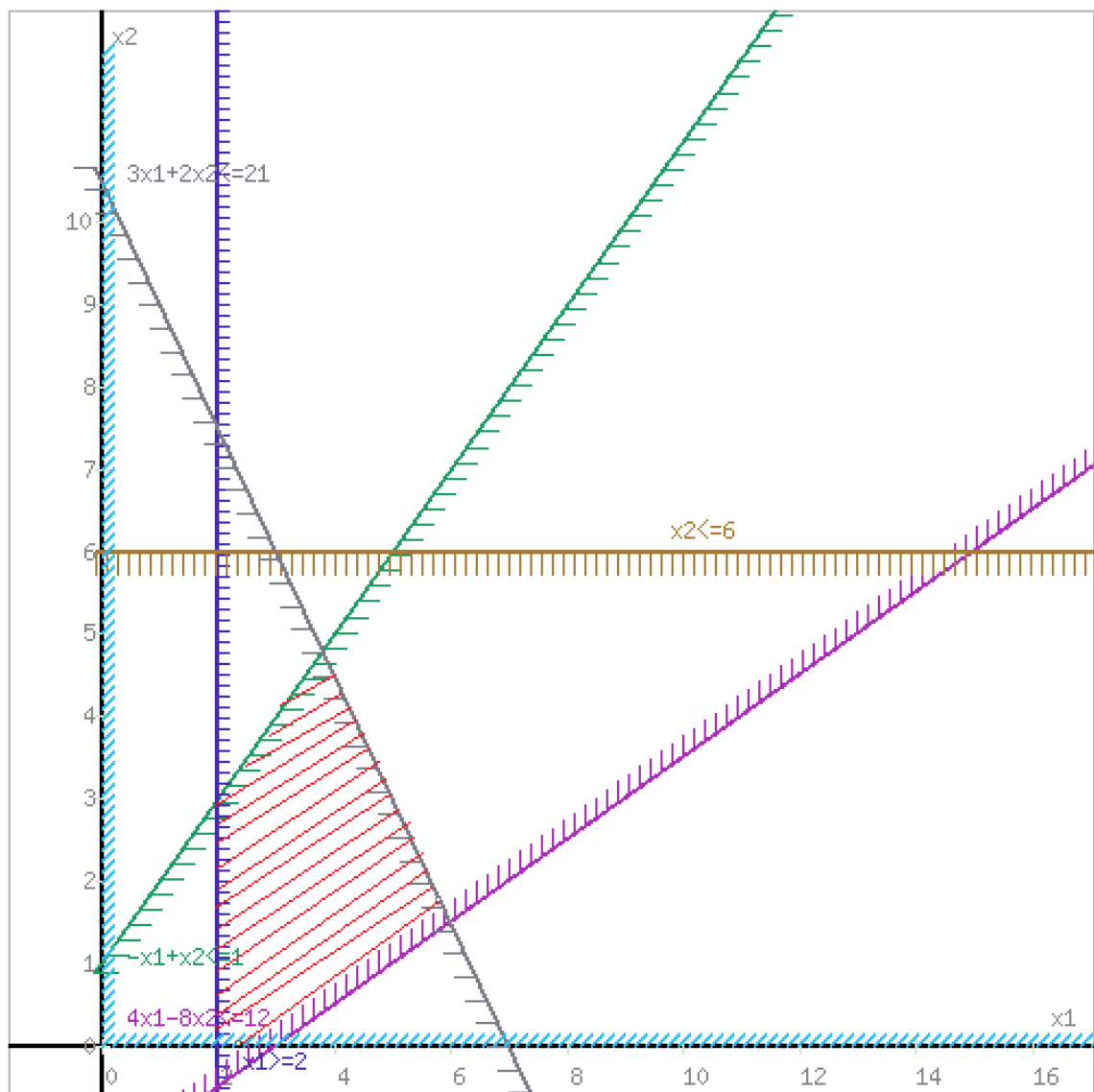


Рисунок 1 – Область допустимых значений

На рисунке 2 представлен графический метод решения ЗЛП.

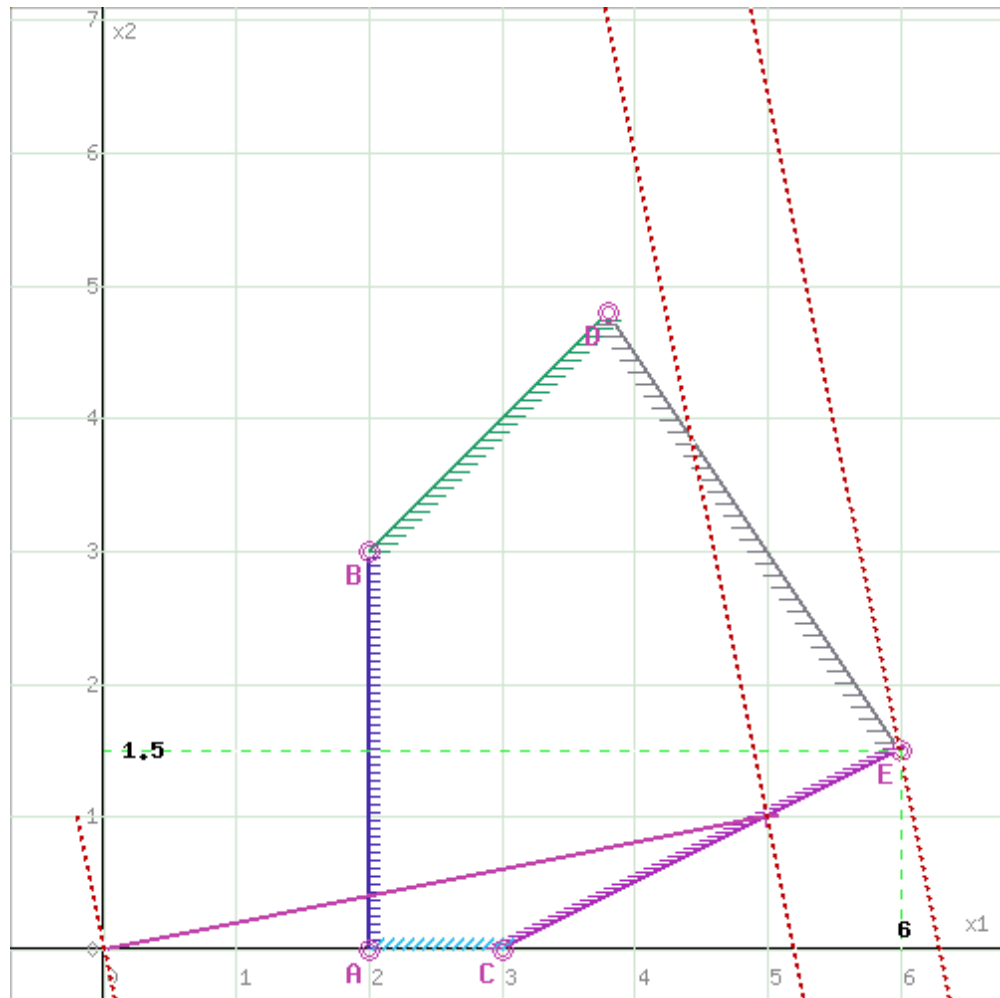


Рисунок 2 – Решение ЗЛП графическим методом

Точка E является оптимумом, так как при перемещении целевой функции в направлении градиента точка E будет последней, которая входит в область допустимых значений. Точка E находится на пересечении прямых:
$$\begin{cases} 4x_1 - 8x_2 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 = 21 \end{cases}$$

Решив эту систему, получим: $x_1 = 6$, $x_2 = 1.5$.

3. Анализ чувствительности

$$z = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

Точка оптимума E находится на пересечении прямых:

$$\begin{cases} 4x_1 - 8x_2 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 = 21 \end{cases}, \text{ соответствующих ограничениям: } \begin{cases} 4x_1 - 8x_2 \leq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 21 \end{cases}$$

Находим диапазоны изменения каждого коэффициента:

Диапазон изменения C_1 , при $C_2 = \text{const}$:

$$\text{tg} \alpha_{\text{цф}} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_1}{1}$$

$$\text{tg} \alpha_{(1)} = \frac{4}{-8} = -0.5$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{(2)} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{C_1}{1} = -0.5$$

$$\min C_1 = -0.5$$

$$\frac{C_1}{1} = \frac{3}{2}$$

$$\max C_1 = \frac{3 \cdot 1}{2} = 1,5$$

Таким образом: $-0.5 \leq C_1 \leq 1,5$

Диапазон изменения E_2 , при $E_1 = \text{const}$:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{цф}} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{5}{E_2}$$

$$\frac{-8}{4} \leq \frac{C_2}{5} \leq \frac{2}{3}$$

Таким образом: $-10 \leq C_2 \leq 10/3$

3.1. Оценка ресурса М3

Концевые точки отрезка определяют интервал осуществимости для ресурса М3.

Количество сырья, соответствующего точке (7,0), равно $4 \cdot 7 - 8 \cdot 0 = 28$

Количество сырья, соответствующего точке (3.8,4.8), равно $4 \cdot 3.8 + -8 \cdot 4.8 = -23.2$

Таким образом, интервал осуществимости для ресурса М3 составляет $-23.2 \leq M3 \leq 28$

Вычислим значение целевой функции в этих точках:

$$F(7,0) = 5 \cdot 7 + 1 \cdot 0 = 35$$

$$F(3.8,4.8) = 5 \cdot 3.8 + 1 \cdot 4.8 = 23.8$$

$$Y_{M3} = \frac{35 - 23.8}{28 + 23.2} = 0.219$$

3.2. Оценка ресурса М5

Концевые точки отрезка определяют интервал осуществимости для ресурса М5.

Количество сырья, соответствующего точке (15,6), равно $3 \cdot 15 + 2 \cdot 6 = 57$

Количество сырья, соответствующего точке (3,0), равно $3 \cdot 3 + 2 \cdot 0 = 9$

Таким образом, интервал осуществимости для ресурса М5 составляет $9 \leq M5 \leq 57$

Вычислим значение целевой функции в этих точках:

$$F(15,6) = 5 \cdot 15 + 1 \cdot 6 = 81$$

$$F(3,0) = 5 \cdot 3 + 1 \cdot 0 = 15$$

$$Y_{M5} = \frac{81 - 15}{57 - 9} = 1.375$$

Уменьшение правой части несвязывающего ограничения (1).

Не изменяя оптимального решения, прямую L_1 можно опустить до пересечения с оптимальной точкой. При этом правая часть ограничения (1) станет равной $-x_1 + x_2 = -4.5$, что позволит записать ограничение (1) в виде $-x_1 + x_2 \leq -4.5$.

Уменьшение правой части несвязывающего ограничения (2).

Не изменяя оптимального решения, прямую L_2 можно опустить до пересечения с оптимальной точкой. При этом правая часть ограничения (2) станет равной $x_1 = 6$, что позволит записать ограничение (1) в виде $x_1 \geq 6$.

Уменьшение правой части несвязывающего ограничения (4).

Не изменяя оптимального решения, прямую L_4 можно опустить до пересечения с оптимальной точкой. При этом правая часть ограничения (4) станет равной $x_2 = 1.5$, что позволит записать ограничение (1) в виде $x_2 \leq 1.5$.

4. Решение в табличном процессоре Excel

На рисунке 2 и 3 представлены решения задачи линейного программирования при помощи среды Microsoft Excel.

	A	B	C	D	E	F
1	целевая функция	5	1	31,5		
2	огр1	-1	1	-4,5	<=	1
3	огр2	1	0	6	>=	2
4	огр3	4	-8	12	<=	12
5	огр4	0	1	1,5	<=	6
6	огр5	3	2	21	<=	21
7						
8	перем	x1	x2	L(x)		
9		6	1,50	31,5		

Рисунок 2 – Модель задачи

Ячейки переменных

Ячейка	Имя	Окончательное	Приведенн.	Целевая функция	Допустимое	Допустимое
		Значение	Стоимость	Коэффициент	Увеличение	Уменьшение
\$B\$9	x1	6	0	5	1E+30	3,5
\$C\$9	x2	1,5	0	1	2,333333333	11

Ограничения

Ячейка	Имя	Окончательное	Тень	Ограничение	Допустимое	Допустимое
		Значение	Цена	Правая сторона	Увеличение	Уменьшение
\$D\$2	огр1	-4,5	0	1	1E+30	5,5
\$D\$3	огр2	6	0	2	4	1E+30
\$D\$4	огр3	12	0,21875	12	16	35,2
\$D\$5	огр4	1,5	0	6	1E+30	4,5
\$D\$6	огр5	21	1,375	21	36	12

Рисунок 3 - Решение

5. Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была решена графическим методом задачи линейного программирования. Найденная точка оптимума – точка E(6; 1,5);

Также были рассчитаны диапазоны изменения коэффициентов целевой функции, при которых точка оптимума не меняется. Из полученных результатов можно сделать вывод, что коэффициент C1 можно уменьшить до -0,5 и увеличить до 1,5, так как точка оптимума меняться не будет. Коэффициент C2 можно увеличить до 10/3 и уменьшить до -10 и при этом точка оптимума не изменится.

Результаты, которые были получены при расчетах, совпали с результатами, полученными при помощи MS Excel.