

1. Цель работы

Промоделировать работу оптимального приемника дискретных сигналов в канале с аддитивным белым гауссовским шумом.

Вариант задания: ЧМ, 1.

$$f_0 = 980 \text{ Гц}, f_1 = 1180 \text{ Гц}$$

$$V_m = 300 \text{ Бод}, V_{\text{inf}} = 300 \text{ бит/с}$$

2. Правило оптимального приёма

Пусть сигналы из множества $\{s_i(t)\}$, используемые для передачи и заданные

на интервале $[0, T]$, имеют равновероятное распределение $P_i = 1/q$, для всех $i = 0, 1, \dots, q-1$.

Тогда сигнал на выходе канала с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) имеет вид:

Где $\{s_i(t)\}$ – множество сигналов, используемых для передачи; $n(t)$ – АБГШ со спектральной плотностью $N_0/2$.

Множество сигналов при частотной модуляции задается следующим выражением:

Задача приемника состоит в определении номера переданного сигнала по принятому сигналу $r(t)$. Пусть \hat{i} – решение, принятое приемником относительно номера переданного сигнала, $i = 0, 1, \dots, q-1$. При этом возможно, что решение приемника будет ошибочным, то есть $\hat{i} \neq i$. Оптимально построенный приемник обеспечивает наименьшую вероятность ошибки $P_e = \Pr[\hat{i} \neq i]$.

3. Построение принятого сигнала

Для сигналов частотной модуляции базисными функциями будут следующие функции:

Множество сигналов $\{s_i(t)\}$ можно рассматривать в виде множества сигнальных точек $\{s_i\}$ в D -мерном пространстве, где $s_i = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iD})$. Вещественные коэффициенты разложения c_{ij} вычисляются по формуле:

Аналогичным образом можно разложить принятый сигнал $r(t)$ и шум $n(t)$:

3. Определение оптимального приема

Так как сигналы передаются равновероятно, оптимальное решающее правило задается правилом максимального правдоподобия, то есть:

Оно означает, что в канале с АБГШ при равновероятном использовании сигналов оптимальное решение принимается по критерию минимума евклидова расстояния.

Также построение оптимального приемника может основываться на нахождении угла, которому принадлежит принятый сигнал $r(t)$.

В нашем случае для частотной модуляции с числом сигналов $q=2$ определение угла можно свести к сравнению разности полученного сигнала по оси абсцисс с осью ординат с нулем.

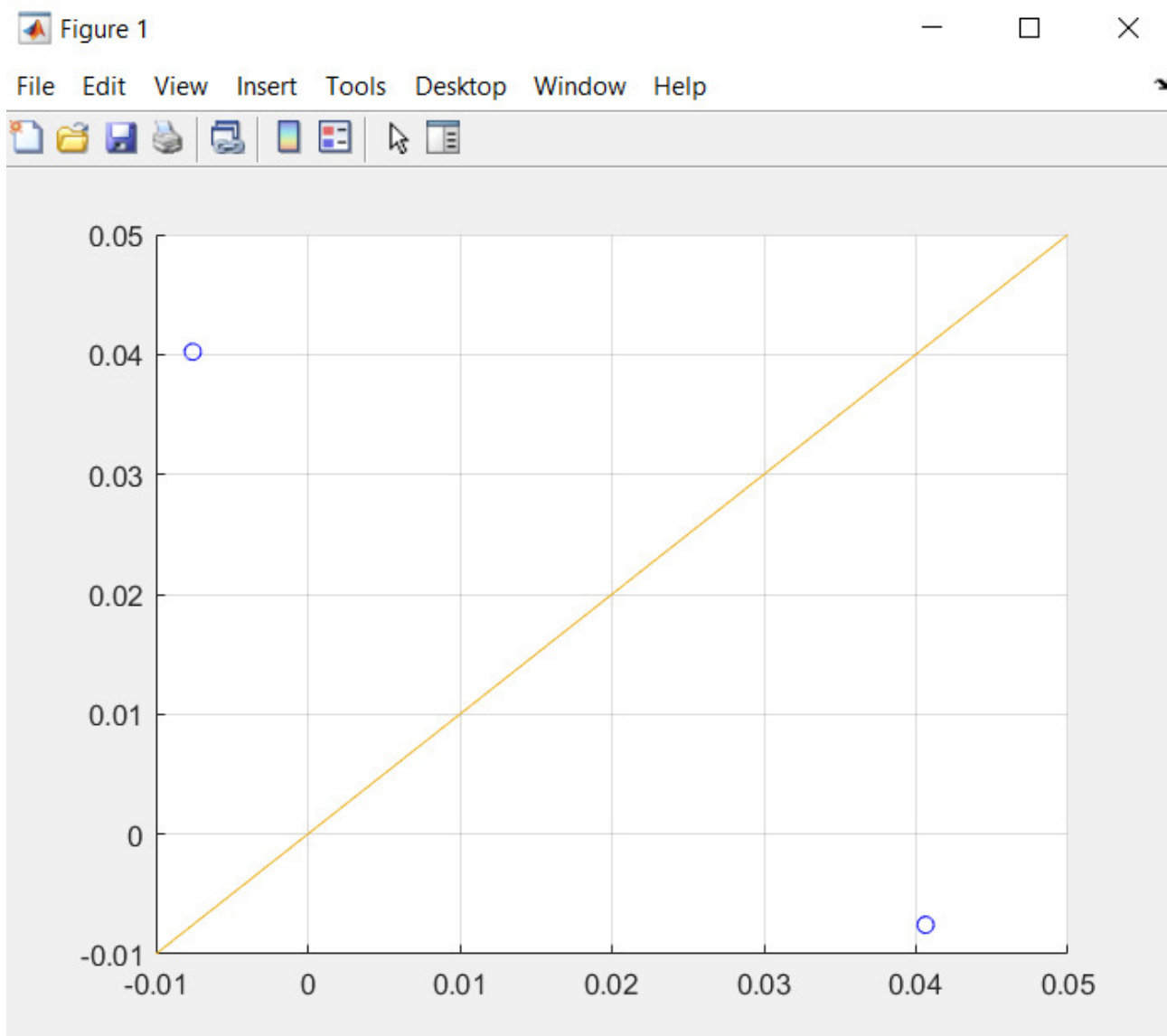


Рисунок 1 Сигнальное созвездие

4. Моделирование передачи по каналу и оптимального приема

Процесс моделирования состоит в многократном выполнении следующих шагов:

- случайным образом равновероятно выбирается номер сигнала i , подлежащего передаче
- получение сигнала $r(t)$ на выходе канала согласно равенству (1)
- для принятого сигнала с использованием базисных функций получаем вектор $r=(r_1, r_2)$
- находим, к какой части сигнального пространства относится r
- делаем вывод о том, попал ли сигнал в верную область

Затем оценивается вероятность ошибки. При большом числе испытаний эта оценка должна быть близка к истинной вероятности ошибки или к ее верхней границе.

Указанные шаги выполняются для нескольких значений отношения сигнал/шум. Сравним полученную вероятность ошибки с теоретической верхней границей вероятности ошибки, которая определяется по формуле:

где Q-функция определяется по формуле:

5. Результаты моделирования

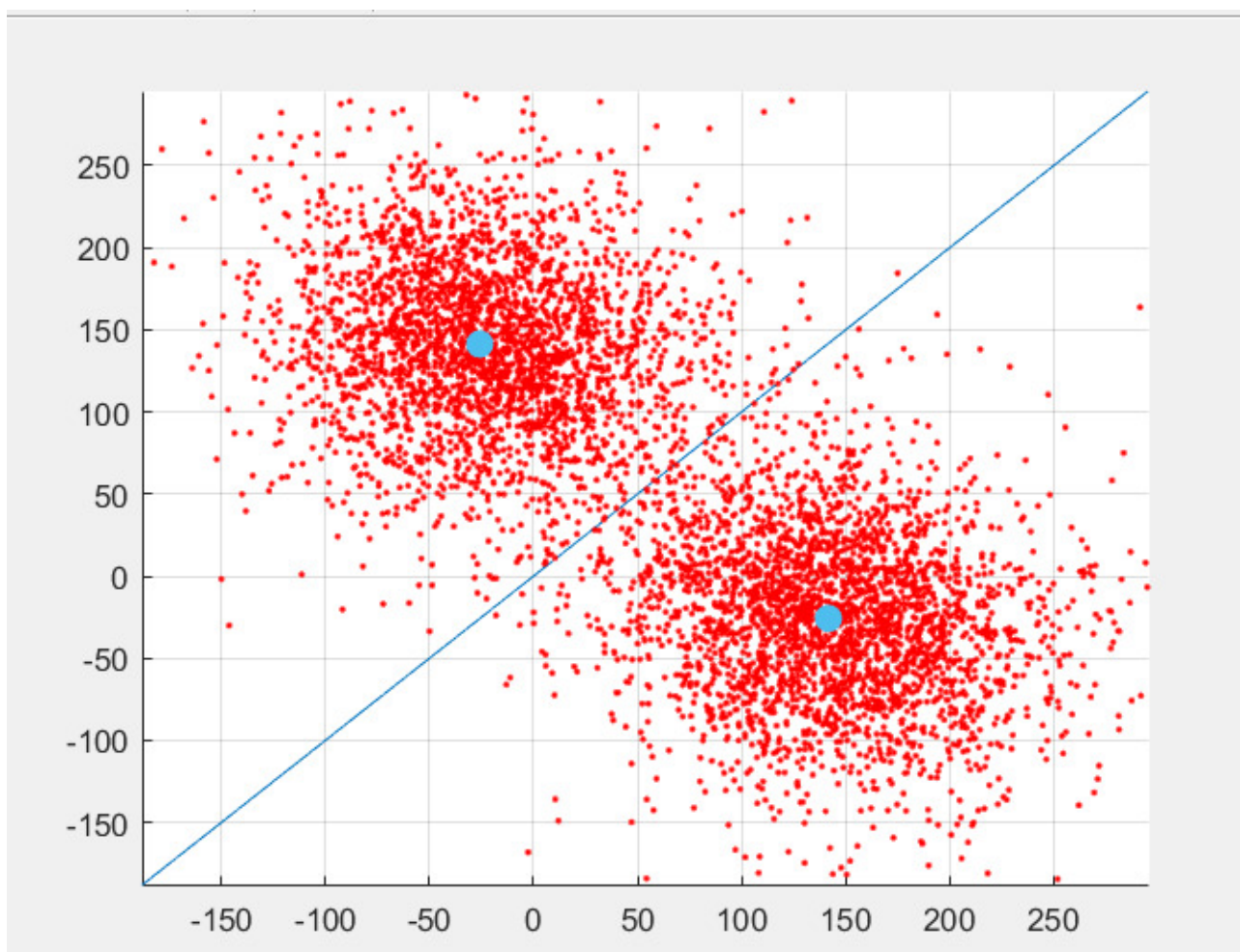


Рисунок 2 Облако рассеивания

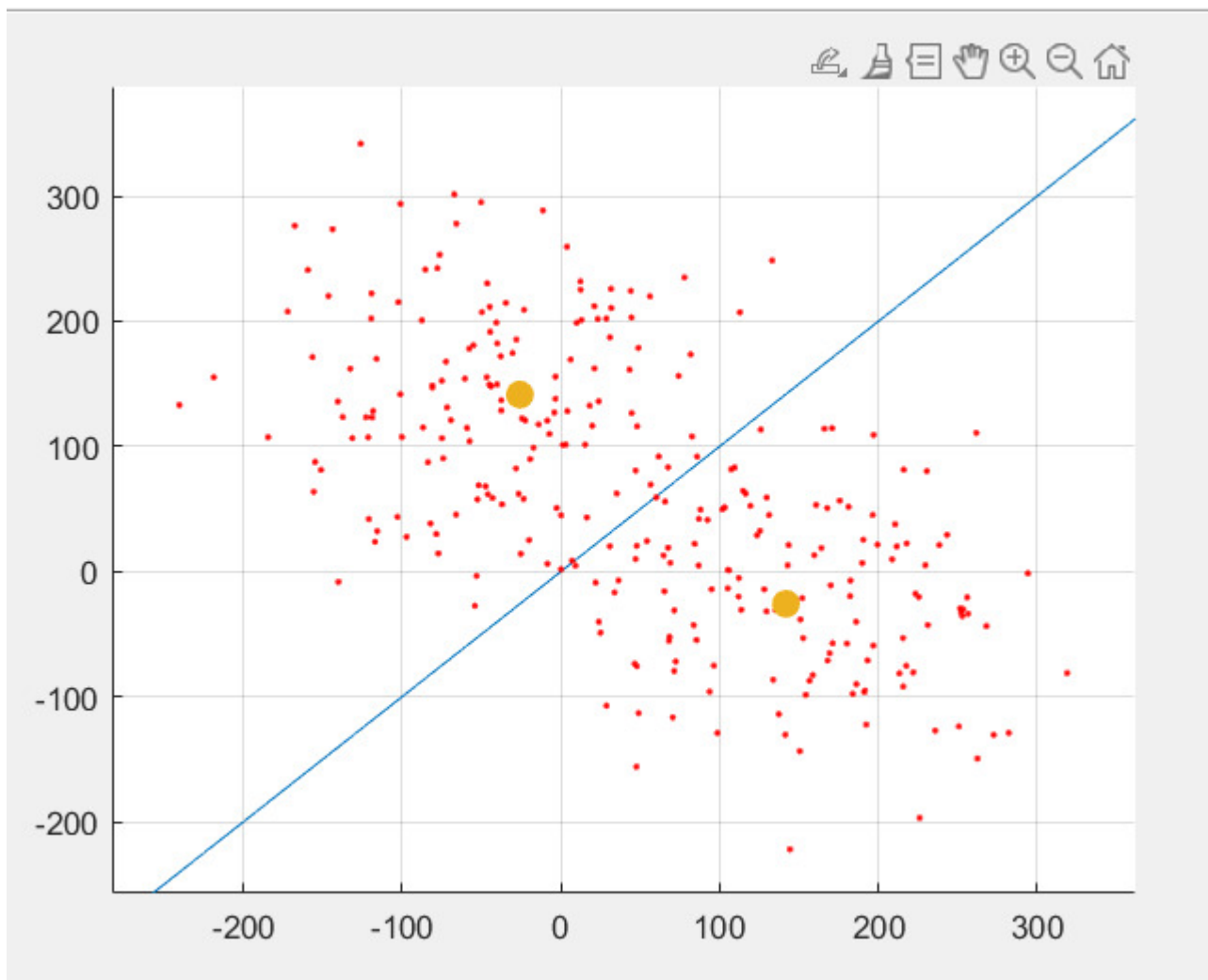


Рисунок 3 Облако рассеивания для отношения сигнал/шум равного 2

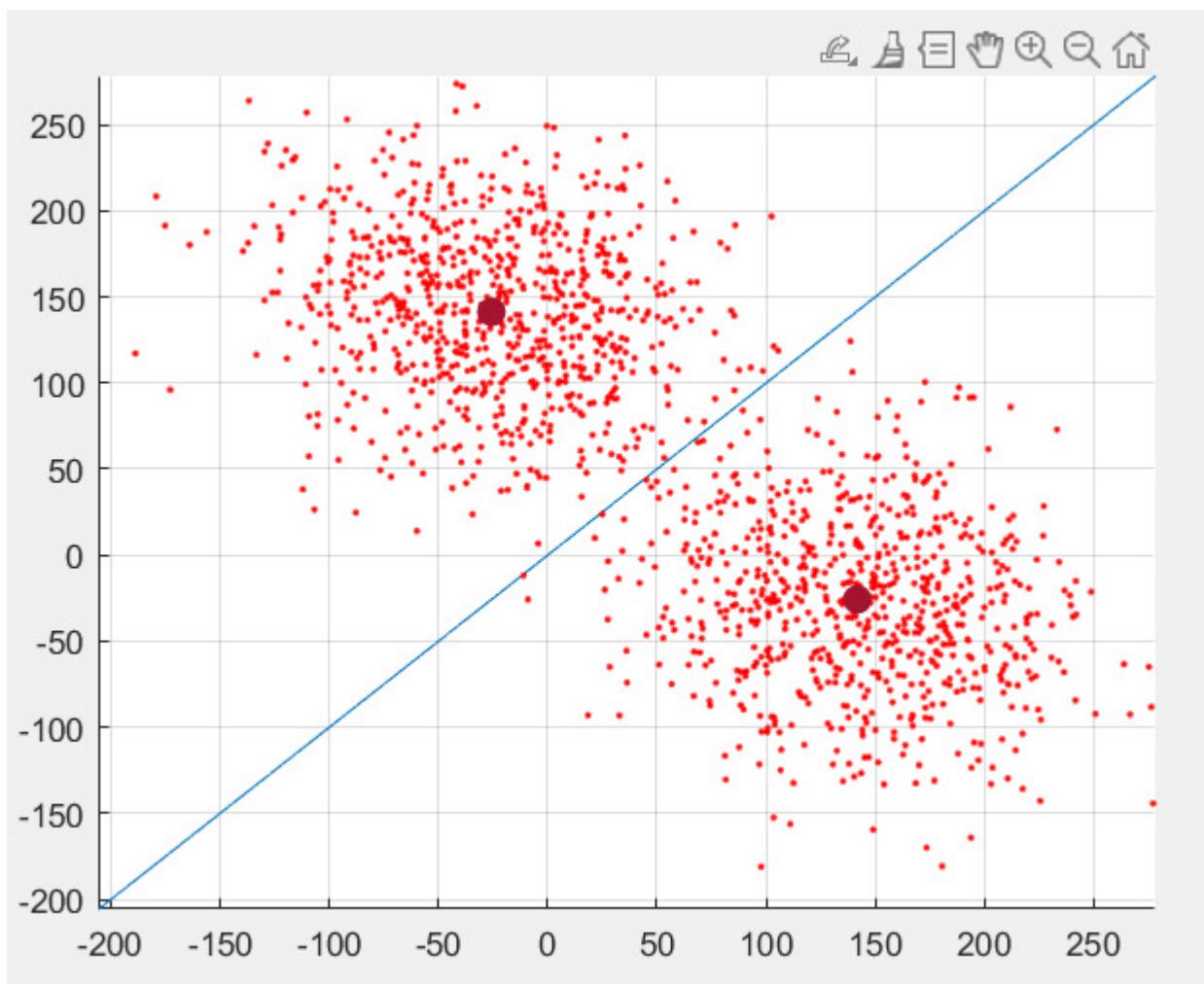


Рисунок 4 Облако рассеивания для отношения сигнал/шум равного 6

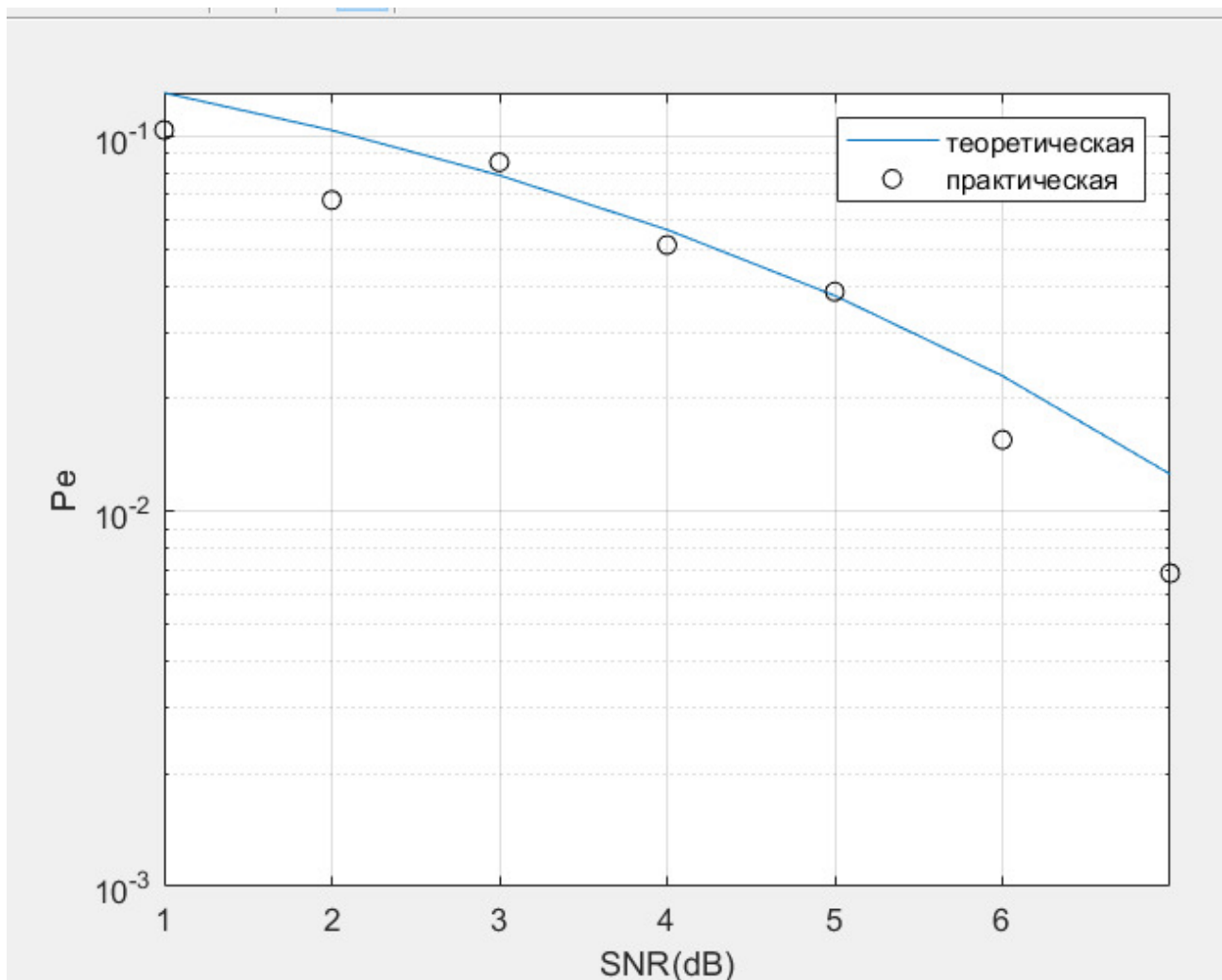


Рисунок 5 График теоретической и практической вероятностей ошибок от значения отношения сигнал/шум

6. Вывод

В данной лабораторной работе был промоделирован канал с аддитивным белым гауссовским шумом. Был разработан приёмник, реализующий алгоритм оптимального приёма. Промоделировав работу приемника, построили облако рассеивания.

Была рассчитана теоретическая вероятность ошибки для разных значений отношения сигнал/шум. Для тех же значений отношения сигнал/шум были сосчитаны практические значения вероятности ошибки. На графиках видно, что практические значения очень близки к теоретическим рассчитанным значениям.

Чем больше отношение сигнал/шум тем меньше вероятность ошибки.

7. Код

```
clear all
clc
close all
nFig = 1; % Vi=300, Vm=300
T = 1/300;
A = 1;
F0 = 980;
F1 = 1180;
Ns = 1000;
df = (1 / T) / Ns;
f = 0:df:3600;
E = A^2 * T / 2;
Ns = 1000;
% dt = (1 / F0) / Ns;
dt = T/200;
t = 0:dt:T;
S1 = A*cos(2*pi*F0*t);
S2 = A*cos(2*pi*F1*t);

%
phi1 = sqrt(2/T) * cos(2*pi*F0*t);
phi2 = sqrt(2/T) * cos(2*pi*F1*t);

norma_phi1 = sqrt(sum(phi1.*phi1)/length(t));
norma_phi2 = sqrt(sum(phi2.*phi2)/length(t));
phi1_new = phi1/norma_phi1;
phi2_new = phi2/norma_phi2;

D = 2;
sp = zeros(2, D);
sp(1, 1) = dot(S1, phi1).*dt;
sp(1, 2) = dot(S2, phi1).*dt;
sp(2, 1) = dot(S1, phi2).*dt;
sp(2, 2) = dot(S2, phi2).*dt;

signal_constellation = zeros(2,2);
signal_constellation(1,1) = sum(S1.*phi1_new);
signal_constellation(1,2) = sum(S2.*phi1_new);
signal_constellation(2,1) = sum(S1.*phi2_new);
signal_constellation(2,2) = sum(S2.*phi2_new);

figure();
hold on;
grid on;
for i = 0:1
    %plot(sp(i+1,1),sp(i+1,2),'bo');
end
y = -400:0.01:400;
plot(y, y);

q=2;
f0=F0;
snr_db = 1:7;
snr = 10.^(snr_db/10);
Pe = zeros(1,length(snr_db));
PeTheor = zeros(1,length(snr_db));
s = zeros(q,length(t));
noize = zeros(2,q);
```



```

s(1,:) = S1;
s(2,:) = S2;

for i = 1:length(snr_db)
    PeTheor(i) = qfunc(sqrt(snr(i)));%%
    N_err_max = 20;
    N_err = 0;
    N_test = 0;
    while N_err < N_err_max
        %Получение r(t)
        iter = randi([1 q]);
        sigma = sum(sum(s.^2))/(2*q*snr(i));
        r = s(iter,:) + sqrt(sigma)*randn(1,length(t));
        r_x = sum(r.*phi1_new);
        r_y = sum(r.*phi2_new);
        plot(r_x,r_y, 'r','MarkerSize',5);
        hold on;
        %Формирование решения
        if (r_x-r_y > 0)
            res = 1;
        else
            res = 2;
        end
        if (res ~= iter)
            N_err = N_err + 1;
        end
        N_test = N_test + 1;
    end
    %Вычисление экспериментальной оценки вероятности ошибки
    Pe(i) = N_err/N_test;
end

scatter(signal_constellation(:,1),signal_constellation(:,2), 80,'filled');
hold on;
grid on;
axis([-200 200 -200 200]);
figure;
semilogy(snr_db, PeTheor);
hold on;
for i = 1:length(snr_db)
    plot(snr_db(i), Pe(i), 'o', 'Color', 'k');
end
xlabel('SNR(dB)');
ylabel('Pe');
grid on;
axis([1 7 10^(-3) 10^(-1)]);
legend('теоретическая','практическая')
disp(PeTheor);
disp(Pe);

```