

Цель работы: для выбранного варианта задания разработать и отладить программу моделирования, выполнить моделирование для нескольких значений отношения сигнал/шум, вычислить значения вероятности ошибки или ее верхней границы по соответствующим теоретическим формулам и построить графики.

1. Исходные данные для варианта 8 КАМ

$$\begin{aligned}f_0 &= 1800 \text{ Гц} \\V_{mod} &= 1200 \text{ бод} \\V_{inf} &= 7200 \text{ бит/с}\end{aligned}$$

2. Базис для геометрического представления сигналов КАМ

$$\begin{aligned}\varphi_1(t) &= \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \\ \varphi_2(t) &= \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}\end{aligned}$$

Данные функции образуют базис размерности $D = 2$.

3. Моделирование передачи по каналу и оптимального приема

Цель выполнения этого задания состоит в построении программной модели канала с АБГШ и приемника, реализующего алгоритм оптимального приема. В результате моделирования должны быть получены оценки вероятности ошибки приема сигнала для разных отношений сигнал/шум.

Процесс моделирования состоит в многократном выполнении следующих шагов:

– случайный равновероятный выбор номера сигнала i , подлежащего передаче, $i = 0, 1, \dots, q - 1$;

– получение сигнала $r(t)$ на выходе канала согласно равенству $r(t) = s_i(t) + n(t)$, где $n(t)$ – АБГШ со спектральной плотностью мощности $N_0/2$;

– вычисление вектора $r = (r_1, r_2, \dots, r_D)$ с компонентами $r_j(t) = \int_0^T r(t) \varphi_j(t) dt$;

– формирование решения \hat{i} . Для определения минимального расстояния до s_i , будет вычисляться $d(r, s_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^D (r_j - s_{ij})^2}$.

– фиксации результата: если $\hat{i} \neq i$, то решение на приемной стороне сформировано неправильно и нужно увеличить счетчик числа ошибок.

Оценка вероятности ошибки получается путем деления числа произошедших ошибок на число испытаний. При большом числе испытаний эта оценка должна быть близка к истинной вероятности ошибки или к ее верхней границе, которые вычисляются по соответствующим формулам.

Указанные шаги выполняются для нескольких значений отношения сигнал шум, в результате получается зависимость оценки вероятности ошибки, полученной экспериментально, от отношения сигнал/шум. Эта зависимость при правильном выполнении задания должна хорошо соотноситься с теоретической зависимостью вероятности ошибки от отношения сигнал/шум. Формулы для вероятности ошибки от отношения сигнал/шум, определяющие теоретическую зависимость, могут быть, например, найдены в соответствующем разделе пособия [1].

Исходными данными для моделирования являются следующие:

- набор значений отношения сигнал шум $\gamma_{dB}^{(1)}, \gamma_{dB}^{(2)}, \dots, \gamma_{dB}^{(n)}$;
- сигнальное множество $\{s_i(t)\}, i = 0, 1, \dots, q - 1$;
- функциональный базис $\{\varphi_j(t)\}, j = 1, 2, \dots, D$;
- описание решающих областей $R_i, i = 0, 1, \dots, q - 1$.

В результате моделирования должны быть экспериментально получены оценки вероятности ошибки $P_e^{(1)}, P_e^{(2)}, \dots, P_e^{(n)}$, соответствующие значениям отношения сигнал/шум $\gamma_{dB}^{(1)}, \gamma_{dB}^{(2)}, \dots, \gamma_{dB}^{(n)}$.

Верхняя граница ошибки для КАМ:

$$P_e < \exp \left(-\frac{3\bar{E}}{2(q-1)N_0} \right)$$

4. Графики моделирования

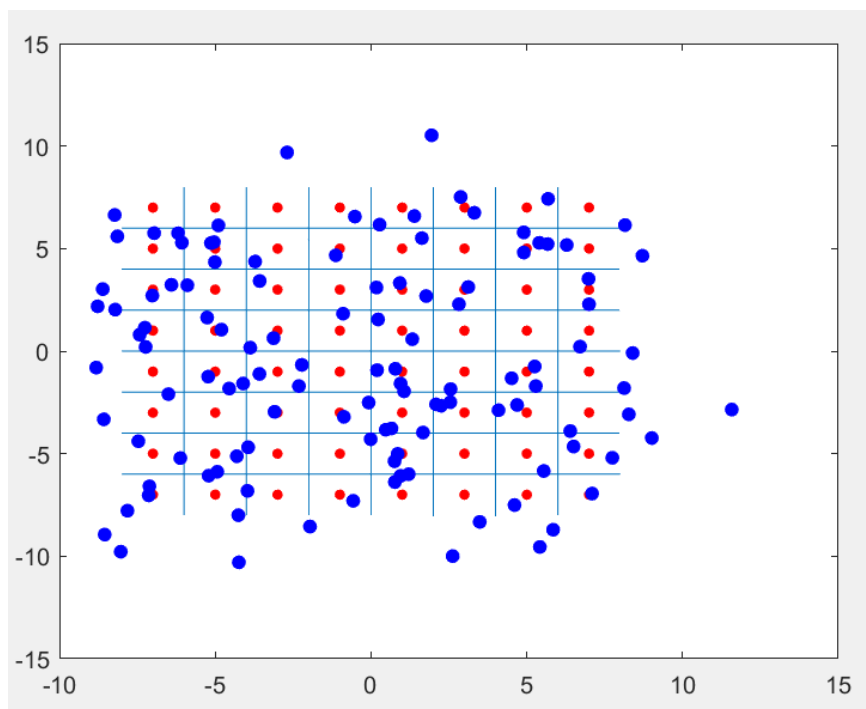


График 1 - $Y = 7dB$

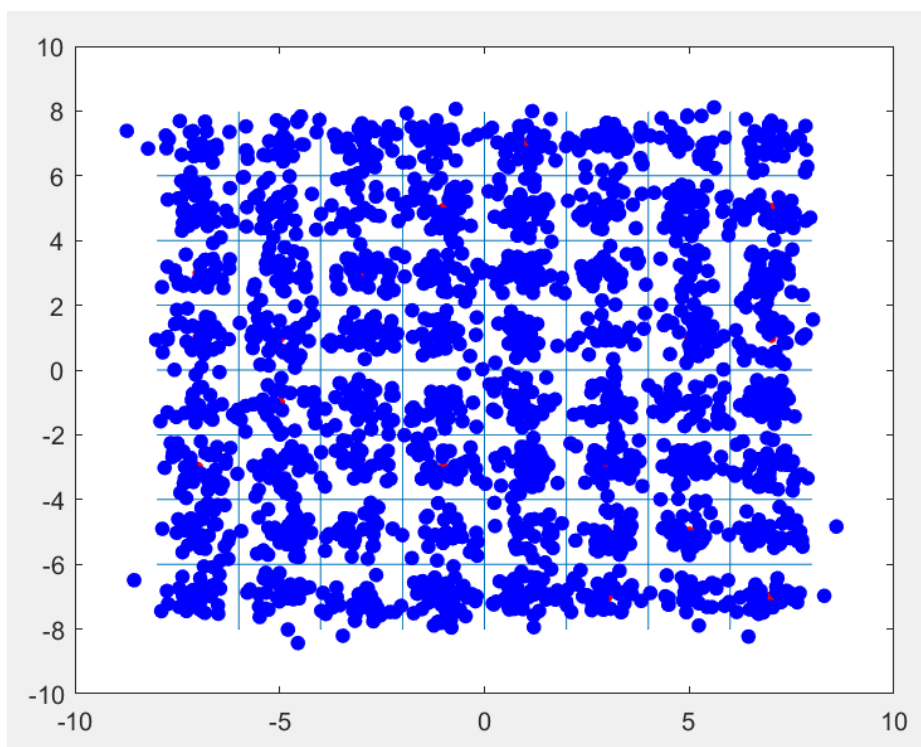


График 2 - $Y = 21dB$

Теоретическая и экспериментальная зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал-шум при максимальном количестве ошибок 80:

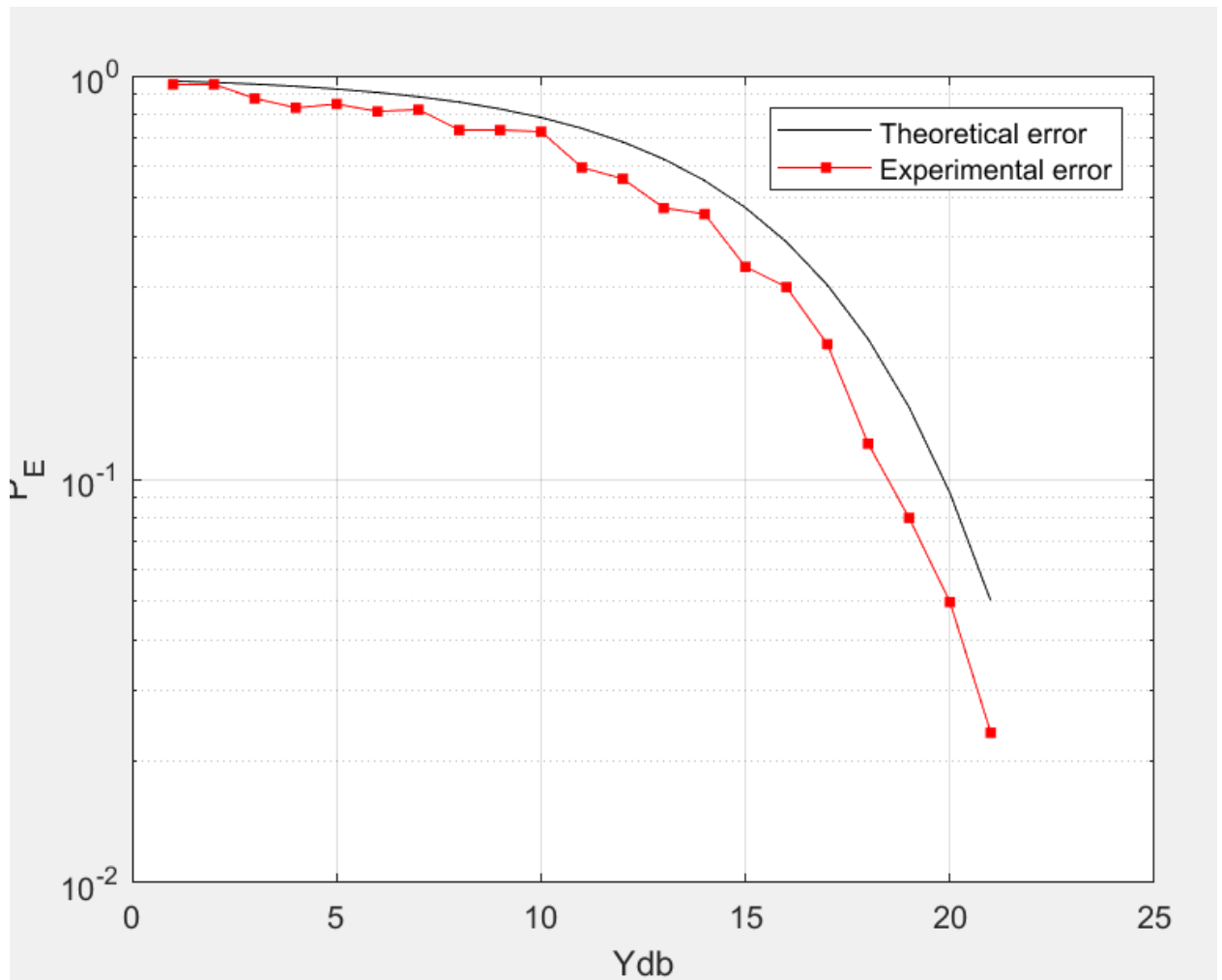


График 3 - Теоретическая и экспериментальная зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал-шум при максимальном количестве ошибок 80

Вывод: в ходе лабораторной работы была промоделирована работа оптимального приёмника дискретных сигналов в канале с белым аддитивным белым гауссовским шумом, был получен сигнал $r(t)$ на выходе приёмника и вычислен вектор r , а также было произведено формирование решения \hat{t} и фиксация результата. Была произведена оценка вероятности ошибки теоретическим и экспериментальным путём.

Листинг программы:

```
f0 = 1800;
Vmod = 1200;
Vinf = 7200;
T = 1 / Vmod;
m = Vinf * T;
q = 2^m;
dt = T/1000;
t = 0:dt:T;
A = 7;

% ВЫЧИСЛЕНИЕ СИГНАЛОВ
s = zeros(q,length(t));
ii = [7 5 3 1 -1 -3 -5 -7];
for c = 1:q
    s(c,:) = (ii(fix((c-1)/8) + 1)*sqrt(2/T).*cos(2*pi*f0*t)) +
    (ii(mod(c-1,8)+ 1)*sqrt(2/T).*sin(2*pi*f0*t));
end
E_sr = sum(s .* s) / (q);

% ВЫЧИСЛЕНИЕ КООРДИНАТ
phi_1 = sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t);
phi_2 = sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t);
sij = zeros(q,2);
si1 = zeros(q);
si2 = zeros(q);
for c = 1:q
    sij(c,1) = trapz(t,s(c,: ).*phi_1);
    sij(c,2) = trapz(t,s(c,: ).*phi_2);
end

% СИГНАЛЬНОЕ СОЗВЕЗДИЕ
for c = 1:q
    plot(sij(c,1), sij(c,2),'r.','MarkerSize', 15);
    hold on;
end
for n = -6:2:6
    line ([n n], [-8 8]);
    line ([-8 8], [n n]);
end

% МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИЕМНИКА
YdB = 1 : 1 : 21;
Pe = zeros(1,length(YdB));
Pe_tub = zeros(1, length(YdB));
N_err_max = 100;
for n = 1 : length(YdB)
    Y = 10 ^ (n / 10);
    sigma = sqrt(sum(E_sr / (2 * Y)));
    N_err = 0;
    N_test = 0;
```

```

while (N_err < N_err_max)
    i = randi(q);
    r = s(i,:) + sigma .* randn(1,length(s(i,:)));
    r1 = trapz(t,r .* phi_1);
    r2 = trapz(t,r .* phi_2);
    if (n == length(YdB))
        plot(r1, r2, 'b.', 'MarkerSize', 15);
        hold on;
    end
    min_d = 10000000000;
    min_index = -1;
    for k = 1:q
        d = sqrt((r1 - sij(k,1))^2 + (r2 - sij(k,2))^2);
        if (d < min_d)
            min_d = d;
            min_index = k;
        end
    end
    if i ~= min_index
        N_err = N_err + 1;
    end
    N_test = N_test + 1;
end
Pe(n) = N_err/N_test;
Pe_tub(n) = exp(-3 / (2*(q - 1)) * Y);
end

% вероятность ошибки
figure(2);
semilogy(YdB, Pe_tub, 'black-', YdB, Pe, 'red.-', 'MarkerSize',
10);
legend('Theoretical error', 'Experimental error');
grid on
xlabel('Ydb');
ylabel('P_E');

```