

1. Цель работы:

Смоделировать работу оптимального приёмника дискретных сигналов в канале с белым аддитивным белым гауссовским шумом. Найти теоретическую и экспериментальную зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал-шум.

2. Исходные данные:

Вариант 3.6, КАМ

$f_0 = 1800$ Гц;

$V_{\text{мод}} = 1200$ Бод;

$V_{\text{инф}} = 4800$ бит/с;

f_0 – несущая частота, $V_{\text{мод}}$ – скорость модуляции, $V_{\text{инф}}$ – скорость информации

3. Теоретическое описание

Сигнал на выходе канала с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) имеет вид

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

где $s(t) \in \{s_i(t)\}$, $n(t)$ – АБГШ со спектральной плотностью мощности $N_0/2$.

Задача приемника состоит в определении номера переданного сигнала по принятому сигналу $r(t)$. Пусть \hat{i} – решение принятое приемником относительно номера переданного сигнала, $\hat{i} = 0, 1, \dots, q-1$. При этом возможно, что решение приемника будет ошибочным, то есть $i \neq \hat{i}$. Оптимально построенный приемник обеспечивает наименьшую вероятность ошибки $P_e = \Pr [\hat{i} \neq i]$.

Выберем базис $\{\varphi_j(t)\}$, $j = 1, \dots, D$, для представления сигналов. Тогда вместо множества сигналов $\{s_i(t)\}$ можно рассматривать множество D -мерных вещественных сигнальных векторов (сигнальных точек) $\{s_i\}$, где $s_i = (s_{i1}, \dots, s_{iD})$ и $s_{ij} = (s_i, \varphi_j) = \int_0^T s_i(t) \varphi_j(t) dt$ – скалярное произведение i -го сигнала и j -ой базисной функции, $j = 1, \dots, D$. Аналогично можно построить разложение принятого сигнала $r(t)$ по базисным функциям $r = (r_1, \dots, r_D)$, где $r_j = (r_j, \varphi_j) = \int_0^T r(t) \varphi_j(t) dt$. Очевидно, что $r = s + n$, где $n = (n_1, \dots, n_D)$ и $n_j = (n, \varphi_j) = \int_0^T n(t) \varphi_j(t) dt$ – скалярное произведение шума и j -ой базисной функции.

Решение принимается по правилу:

если $r \in R_i$, то $\hat{i} = i$

4. Моделирование работы оптимального приёмника

Процесс моделирования состоит в многократном выполнении следующих шагов:

- случайный равновероятный выбор номера сигнала $i = 0, 1, \dots, q - 1$, подлежащего передаче;

- получение сигнала $r(t)$ на выходе канала согласно равенству $r(t) = s_i(t) + n(t)$, где $n(t)$ – АБГШ со спектральной плотностью мощности $N_0/2$;

- вычисление вектора функций $r = (r_1, \dots, r_D)$ с компонентами $r_j = (r_j, \varphi_j) = \int_0^T r(t) \varphi_j(t) dt$;

- фиксации результата: если $\hat{i} = i$, то решение на приемной стороне сформировано неправильно, и нужно увеличить счетчик числа ошибок.

Формула вероятности ошибки для КАМ:

$$P_e = \frac{4(\sqrt{q} - 1)}{q} Q\left(\sqrt{\frac{3\bar{E}}{N_0} \frac{1}{q-1}}\right) (\sqrt{q} - (\sqrt{q} - 1) Q\left(\sqrt{\frac{3\bar{E}}{N_0} \frac{1}{q-1}}\right))$$

5. Результат моделирования

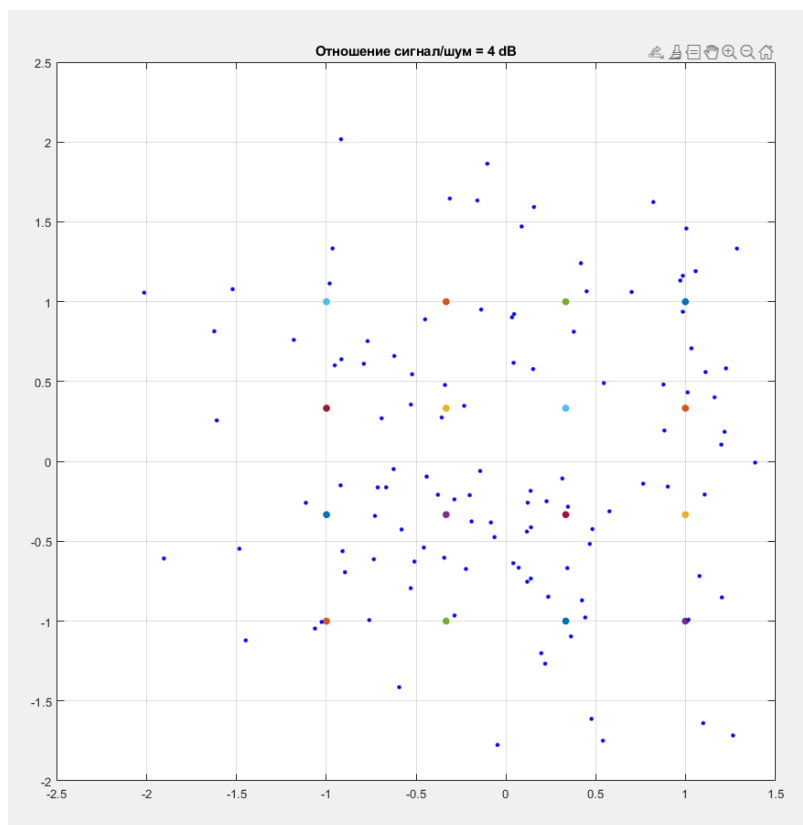


Рис.1 – Облако рассеяния для 4dB

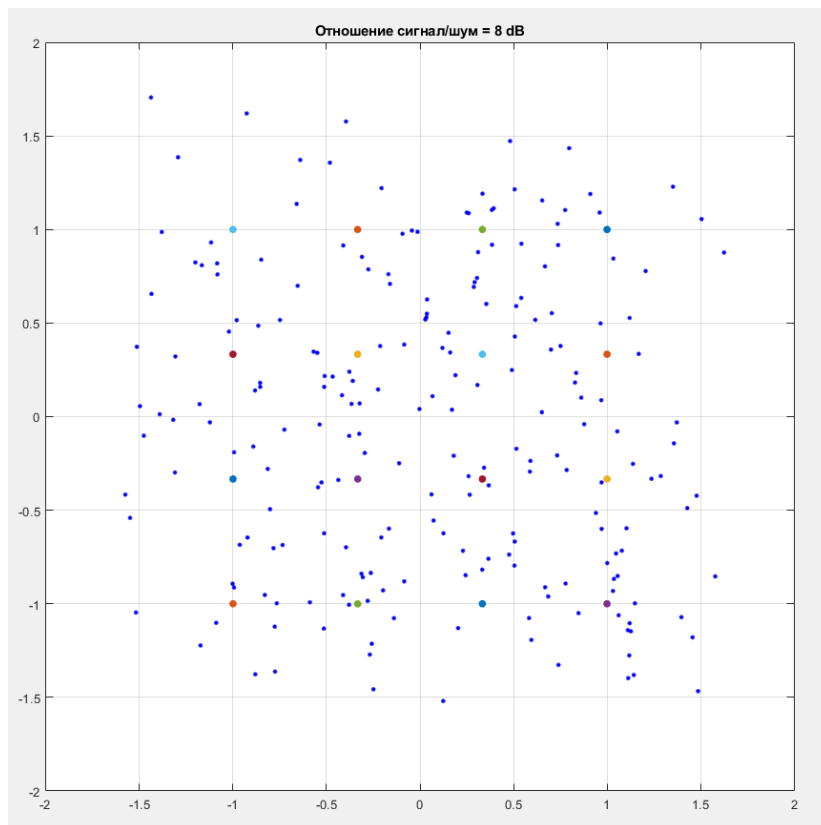


Рис.2 – Облако рассеяния для 8dB

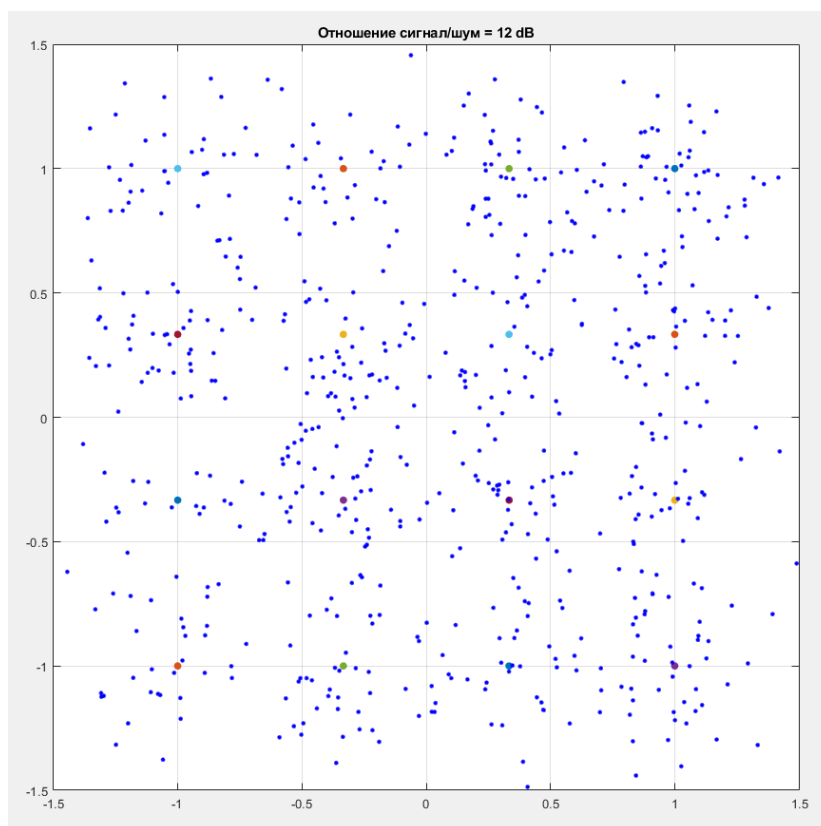


Рис.3 – Облако рассеяния для 12dB

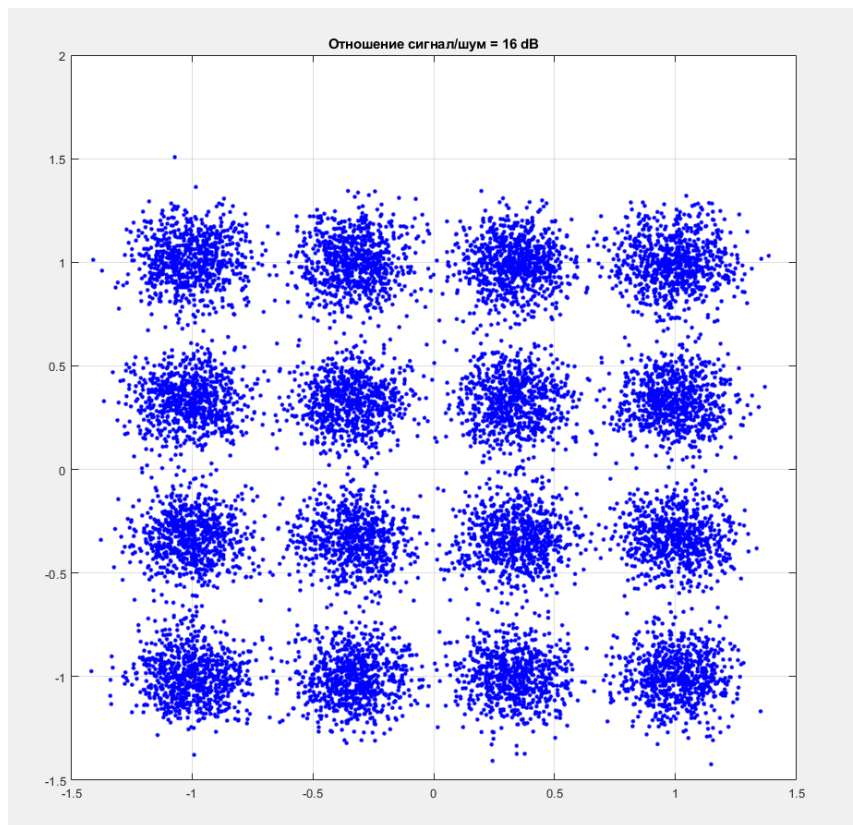


Рис.4 – Облако рассеяния для 16dB

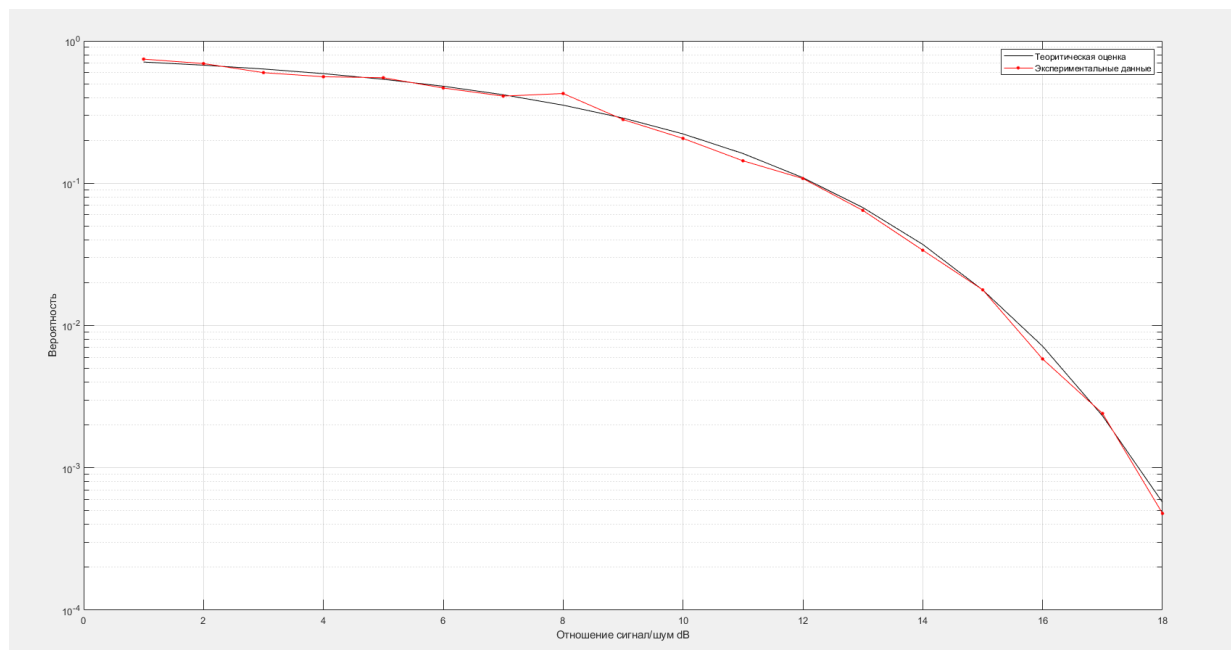


Рис.5 - Экспериментальная и теоретическая зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал-шум

Из рис.5 следует, что теоретические и экспериментальные значения вероятности схожи.

6. Вывод

В ходе лабораторной работы была промоделирована работа оптимального приёмника дискретных сигналов в канале с белым аддитивным белым гауссовским шумом. Был получен сигнал $g(t)$ на выходе приёмника и вычислен вектор g . Было произведено формирование решения \hat{i} и фиксация результата. Была произведена оценка вероятности ошибки теоретическим и экспериментальным путём. Была выявлена зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал/шум. Теоретические и экспериментальные вероятности по результатам теста относительно равны.

7. Код программы

```
clc;
clear;
close all;
f0 = 1800;
Vmod = 1200;
Vinf = 4800;
T = 1 / Vmod;
m = Vinf * T;
q = 2^m;
W = 2 / T;
dt = 0.000001;
t = 0:dt:T;
i1 = zeros(q,1);
i2 = zeros(q,1);
A = 1;

s1s2 = zeros(q,2);
for c = 1:q
    i1(c) = floor((c - 1) / sqrt(q));
    i2(c) = mod(c - 1, sqrt(q));
    s1s2(c,1) = A*(1-((2*i1(c))/(sqrt(q)-1)));
    s1s2(c, 2) = A*(1-((2*i2(c))/(sqrt(q)-1)));
end

s = zeros(q,length(t));
for c = 1:q
    s(c,:) = (s1s2(c,1)*sqrt(W).*cos(2*pi*f0*t)) +
    (s1s2(c,2)*sqrt(W).*sin(2*pi*f0*t));
end

phi_1 = sqrt(W)*cos(2*pi*f0*t);
phi_2 = sqrt(W)*sin(2*pi*f0*t);

sij = zeros(q,2);
si1 = zeros(q);
si2 = zeros(q);
for c = 1:q
    sij(c,1) = trapz(t,s(c,: ).*phi_1);
    sij(c,2) = trapz(t,s(c,: ).*phi_2);
end
```

```

for c = 1:q
    plot(sij(c,1), sij(c,2),'.','MarkerSize', 20);
    hold on;
end
grid on;

NUM_S = [13, 9, 5, 1;
         14, 10, 6, 2;
         15, 11, 7, 3;
         16, 12, 8, 4];

SNRdB = 1 : 1 : 18;
Pe = zeros(1,length(SNRdB));
Pe_t = zeros(1,length(SNRdB));
Nerrmax = 70;
E = sum(s .* s) / (q);
for n = 1 : length(SNRdB)
    SNR = 10 ^ (SNRdB(n) / 10);
    sigma = sqrt(sum(E / (2 * SNR)));
    Nerr = 0;
    Ntest = 0;
    while (Nerr < Nerrmax)
        i = floor(rand * q) + 1;
        r = s(i,:) + sigma .* randn(1,length(s(i,:)));
        r1 = trapz(t,r .* phi_1);
        r2 = trapz(t,r .* phi_2);
        if (n == 16)
            plot(r1, r2, 'b.','MarkerSize', 10);
            title(['Отношение сигнал/шум = ',num2str(SNRdB(n)),' dB']);
            hold on;
            axis square;
        end
        min_X = -0.66666;
        min_Y = 0.66666;
        step_X = 0.66667;
        step_Y = 0.66667;
        count_X = 1;
        count_Y = 1;
        while (min_X < r1 && min_X < 0.66668)
            min_X = min_X + step_X;
            count_X = count_X + 1;
        end
        while (min_Y > r2 && min_Y > -0.66669)
            min_Y = min_Y - step_Y;
            count_Y = count_Y + 1;
        end

        i_ = NUM_S(count_Y, count_X);
        if i_ ~= i
            Nerr = Nerr+ 1;
        end
        Ntest = Ntest + 1;
    end
end

```

```

Pe(n) = Nerr/Ntest;
SNR = 10^(n/10);
N0 = E/SNR;

Pe_t(n) = 4*(sqrt(q)-1)/q * qfunc(sqrt(3*E/N0/(q-1)))*(sqrt(q) -
(sqrt(q)-1)*qfunc(sqrt(3*E/N0/(q-1))));
end
figure;
semilogy(SNRdB, Pe_t, 'black-', SNRdB, Pe, 'red.-', 'MarkerSize', 10);
legend('Теоритическая оценка', 'Экспериментальные данные');

grid on
xlabel('Отношение сигнал/шум dB');
ylabel('Вероятность');

```