

1. Цель работы

Нахождение графического решения задачи линейного программирования.

Вариант 5:

$$z = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 11 \quad (1)$$

$$2x_1 + x_2 \leq 7 \quad (2)$$

$$2x_1 - x_2 \leq 1 \quad (3)$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 3 \quad (4)$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. Решение задачи линейного программирования графическим методом

На рисунке 1 представлена область допустимых значений.

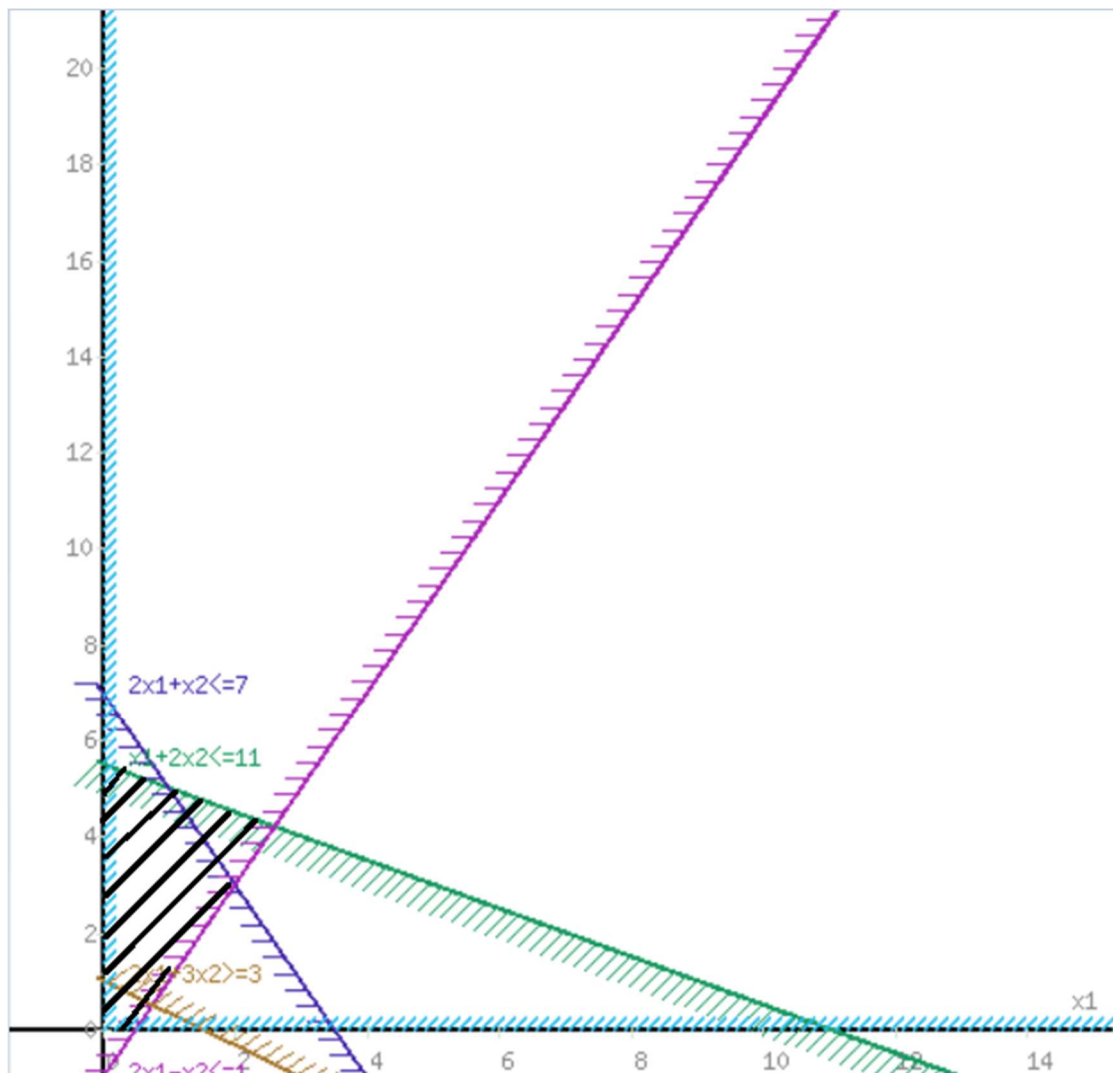


Рисунок 1 – Область допустимых значений

На рисунке 2 представлен графический метод решения ЗЛП.

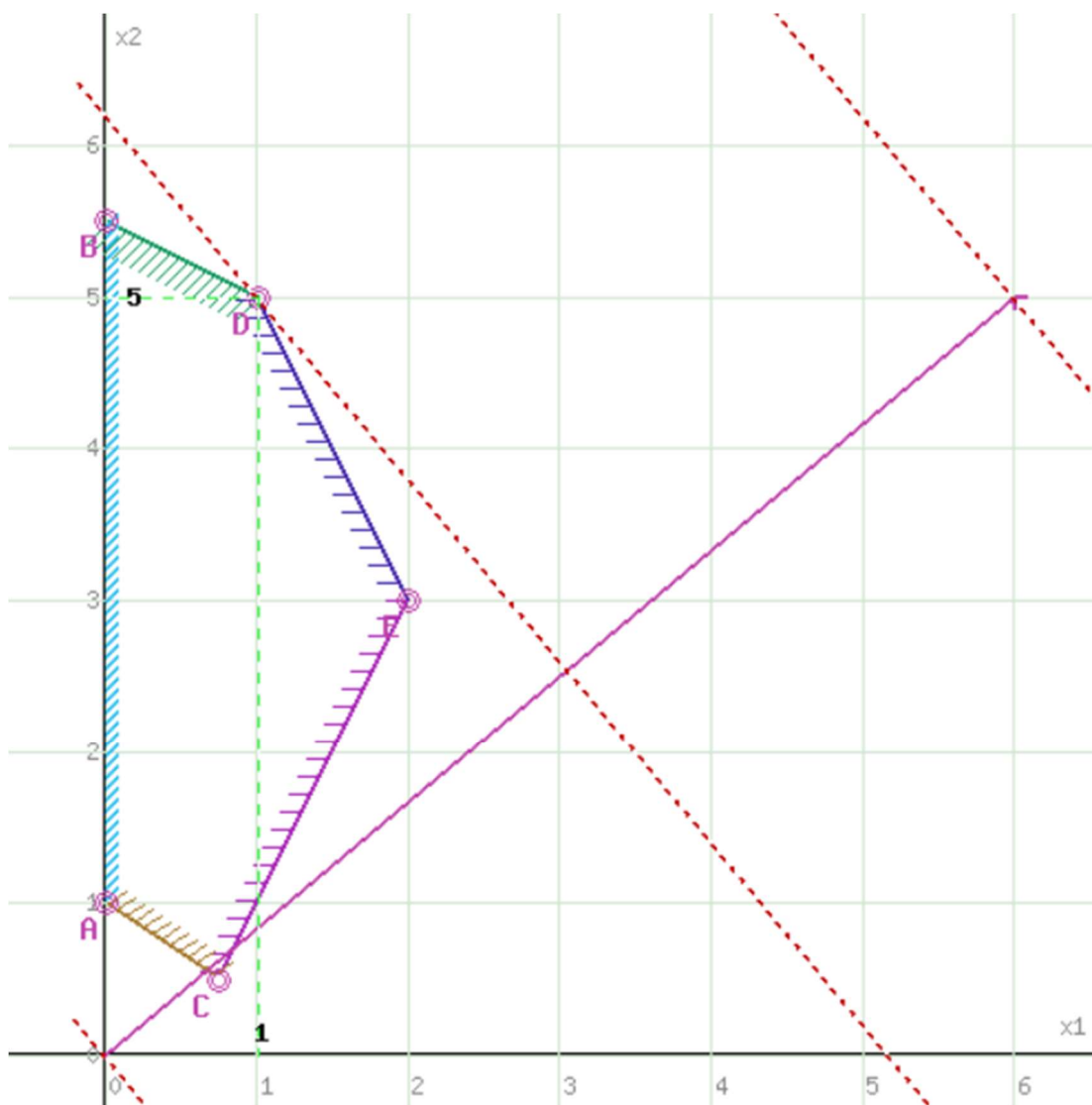


Рисунок 2 – Решение ЗЛП графическим методом

Точка D является оптимумом, так как при перемещении целевой функции в направлении градиента точка D будет последней, которая входит в область допустимых значений. Точка D находится на пересечении прямых:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 11 \\ 2x_1 + x_2 = 7 \end{cases}$$

Решив эту систему, получим: $x_1 = 1$, $x_2 = 5$.

3. Анализ чувствительности

$$z = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

Точка оптимума D находится на пересечении прямых:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 11 \\ 2x_1 + x_2 = 7 \end{cases}, \text{ соответствующих ограничений: } \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 11 \\ 2x_1 + x_2 \leq 7 \end{cases}$$

Находим диапазоны изменения каждого коэффициента:

Диапазон изменения C_1 , при $C_2 = \text{const}$:

$$\frac{2}{1} \leq \frac{C_2}{C_1} \leq \frac{1}{2}$$

При условии C_1 не равно 0

Или

$$\frac{2}{1} \leq \frac{C_1}{C_2} \leq \frac{1}{2}$$

При условии C_2 не равно 0

Получили две системы неравенств, определяющих интервал оптимальности

При $C_2=5$

$$\frac{2}{1} \leq \frac{C_1}{5} \leq \frac{1}{2}$$

Или

$$\frac{5}{2} \leq C_1 \leq 10$$

При $C_1 = 6$

$$\frac{2}{1} \leq \frac{C_2}{6} \leq \frac{1}{2}$$

Или

$$3 \leq C_2 \leq 12$$

3.1. Оценка ресурса M1

Количество сырья, соответствующего точке (0,7), равно $1 \cdot 0 + 2 \cdot 7 = 14$

Количество сырья, соответствующего точке (2,3), равно $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 8$

Таким образом, интервал осуществимости для ресурса M1 составляет $8 \leq M1 \leq 14$

Вычислим значение целевой функции в этих точках:

$$Z(0,7) = 6 \cdot 0 + 5 \cdot 7 = 35$$

$$Z(2,3) = 6 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 27$$

$$M1 = \frac{35 - 27}{14 - 8} = 1.333$$

3.2. Оценка ресурса M2

Количество сырья, соответствующего точке (2.6,4.2), равно $2 \cdot 2.6 + 1 \cdot 4.2 = 9.4$

Количество сырья, соответствующего точке (0,5.5), равно $2 \cdot 0 + 1 \cdot 5.5 = 5.5$

Таким образом, интервал осуществимости для ресурса M2 составляет $5.5 \leq M2 \leq 9.4$

Вычислим значение целевой функции в этих точках:

$$Z(2.6,4.2) = 6 \cdot 2.6 + 5 \cdot 4.2 = 36.6$$

$$Z(0,5.5) = 6 \cdot 0 + 5 \cdot 5.5 = 27.5$$

$$M2 = \frac{36.6 - 27.5}{9.4 - 5.5} = 2.333$$

Уменьшение правой части не связывающего ограничения (3). Прямую L3 можно опустить до пересечения с оптимальной точкой, не изменяя оптимального решения. Правая часть ограничения (3) станет равной $2x_1 - x_2 = -3$, что позволит записать ограничение (1) в виде $2x_1 - x_2 \leq -3$.

Диапазон правой части для ограничения 3 равен $[-3; \infty]$.

Уменьшение правой части не связывающего ограничения (4). Прямую L4 можно опустить до пересечения с оптимальной точкой, не изменяя оптимального решения. При этом правая часть ограничения (4) станет равной $2x_1 + 3x_2 = 17$, что позволит записать ограничение (1) в виде $2x_1 + 3x_2 \geq 17$.

Диапазон правой части для ограничения 4 равен $[-\infty; 17]$.

4. Решение в табличном процессоре Excel

На рисунке 2 и 3 представлены решения задачи линейного программирования при помощи среды Microsoft Excel.

целевая функция	6	5	31		
огр1	1	2	11	<=	11
огр2	2	1	7	<=	7
огр3	2	-1	-3	<=	1
огр4	2	3	17	>=	3
перем	x1	x2	L(x)		
	1	5	31		

Рисунок 2 – Модель задачи

Microsoft Excel 16.0 Отчет об устойчивости						
Лист: [ЛР1.xlsx]Лист1						
Отчет создан: 18.02.2022 18:21:29						
Ячейки переменных						
Ячейка	Имя	Окончательное Значение	Приведенн. Стоимость	Целевая функция Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$B\$8	x1	1	0	6	4	3,5
\$C\$8	x2	5	0	5	7	2
Ограничения						
Ячейка	Имя	Окончательное Значение	Тень Цена	Ограничение Правая сторона	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
\$D\$2	огр1	11	1,333333333	11	3	3
\$D\$3	огр2	7	2,333333333	7	2,4	1,5
\$D\$4	огр3	-3	0	1	1E+30	4
\$D\$5	огр4	17	0	3	14	1E+30

Рисунок 3 - Решение

5. Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была решена графическим методом задача линейного программирования. Найденная точка оптимума – точка $D(1; 5)$;

Также были рассчитаны диапазоны изменения коэффициентов целевой функции, при которых точка оптимума не меняется. Из полученных результатов можно сделать вывод, что коэффициент C_1 можно уменьшить до $5/2$ и увеличить до 10 , так как точка оптимума меняться не будет. Коэффициент C_2 можно увеличить до 12 и уменьшить до 3 и при этом точка оптимума не изменится.

Результаты, которые были получены при расчетах, совпали с результатами, полученными при помощи MS Excel.