

1. Цель работы

Исследовать дискретный сигнал во временной области. Вычислить недостающие значения параметров: количество сигналов. Вычислить значения энергии всех сигналов, проверить ортогональность. Построить графики всех сигналов.

2. Исходные данные

Вариант 3.6, КАМ

$f_0 = 1800$ Гц;

$V_{\text{мод}} = 1200$ Бод;

$V_{\text{инф}} = 4800$ бит/с;

f_0 – несущая частота, $V_{\text{мод}}$ – скорость модуляции, $V_{\text{инф}}$ – скорость информации

3. Теоретическое описание

Сигналы КАМ представимы в виде:

$$s_i(t) = s_{i1}\varphi_1(t) + s_{i2}\varphi_2(t), \quad (3.1)$$

где $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ – ортонормированные функции; s_{i1} и s_{i2} – коэффициенты, задающие конкретный сигнал.

В общем случае функции $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ могут быть заданы как $\varphi_1(t) = m(t) \cos 2\pi f_0 t$ и $\varphi_2(t) = m(t) \sin 2\pi f_0 t$, где $m(t)$ – огибающая, выбранная таким образом, что $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ образуют ортонормированный базис. В

КАМ $m(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}}$

4. Основные формулы

$$s_i = s_{i1}\varphi_1(t) + s_{i2}\varphi_2(t); \quad (4.1)$$

$$\varphi_1(t) = \sqrt{W} \cos 2\pi f_0 t; \quad (4.2)$$

$$\varphi_2(t) = \sqrt{W} \sin 2\pi f_0 t; \quad (4.3)$$

$$T = \frac{1}{V_{\text{мод}}}; \quad (4.4)$$

$$q = 2^m = 2^{V_{\text{инф}} \cdot T}; \quad (4.5)$$

$$W = \frac{2}{T}; \quad (4.6)$$

$$S_{i1} = 1 - \frac{2i_1}{\sqrt{q}-1}; \quad (4.7)$$

$$S_{i2} = 1 - \frac{2i_2}{\sqrt{q}-1}; \quad (4.8)$$

где i принимает значения от 0 до $\sqrt{q} - 1$.

Вывод формулы для энергии сигнала:

$$E_i = \int_0^T \left(s_{i1} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_0 t) + s_{i2} \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_0 t) \right)^2 dt =$$

$$s_{i1}^2 \frac{2}{T} \int_0^T \cos^2(2\pi f_0 t) dt + 2s_{i1}s_{i2} \frac{2}{T} \int_0^T \cos(2\pi f_0 t) \sin(2\pi f_0 t) dt +$$

$$s_{i2}^2 \frac{2}{T} \int_0^T \sin^2(2\pi f_0 t) dt = s_{i1}^2 \frac{2}{T} \frac{1}{2} \int_0^T (1 + \cos(4\pi f_0 t)) dt + 2s_{i1}s_{i2} \frac{2}{T} \frac{1}{2} \int_0^T (\sin(0) +$$

$$\sin(4\pi f_0 t)) dt + s_{i2}^2 \frac{2}{T} \frac{1}{2} \int_0^T (1 - \cos(4\pi f_0 t)) dt = s_{i1}^2 \frac{2}{T} \frac{1}{2} \left(T + \frac{\sin(4\pi)}{4\pi f_0} - 0 - \frac{\sin(0)}{4\pi f_0} \right) +$$

$$2s_{i1}s_{i2} \frac{2}{T} \frac{1}{2} \left(\frac{-\cos(4\pi)}{4\pi f_0} + \frac{\cos(0)}{4\pi f_0} \right) + s_{i2}^2 \frac{2}{T} \frac{1}{2} \left(T - \frac{\sin(4\pi)}{4\pi f_0} - 0 + \frac{\sin(0)}{4\pi f_0} \right) = s_{i1}^2 + 0 + s_{i2}^2 =$$

$$s_{i1}^2 + s_{i2}^2 \quad (4.9)$$

T – период следования сигналов, q – количество сигналов, W – ширина полосы частот, s_{i1} и s_{i2} – амплитудные множители, E – энергия сигнала, φ_1 и φ_2 – ортонормированные функции.

5. Вычисления

По формуле (4.4):

$$T = \frac{1}{1200} = 833,333 \text{ мкс};$$

По формуле (4.5):

$$q = 2^{4800 \cdot \frac{1}{1200}} = 16;$$

По формуле (4.7):

$$S_{01} = 1;$$

По формуле (4.8):

$$S_{02} = 1;$$

По формуле (4.9):

$$E_1 = 1^2 + 1^2 = 2$$

6. Графики сигналов

На рис.1 представлены графики сигналов $s_0, s_1, \dots, s_{14}, s_{15}$. По графикам видно, что функции отличаются по фазам.

На рис.2 изображен график сравнения теоретических и аппроксимированных значения энергии сигналов. На рис.3 представлены значения энергий в числовом виде.

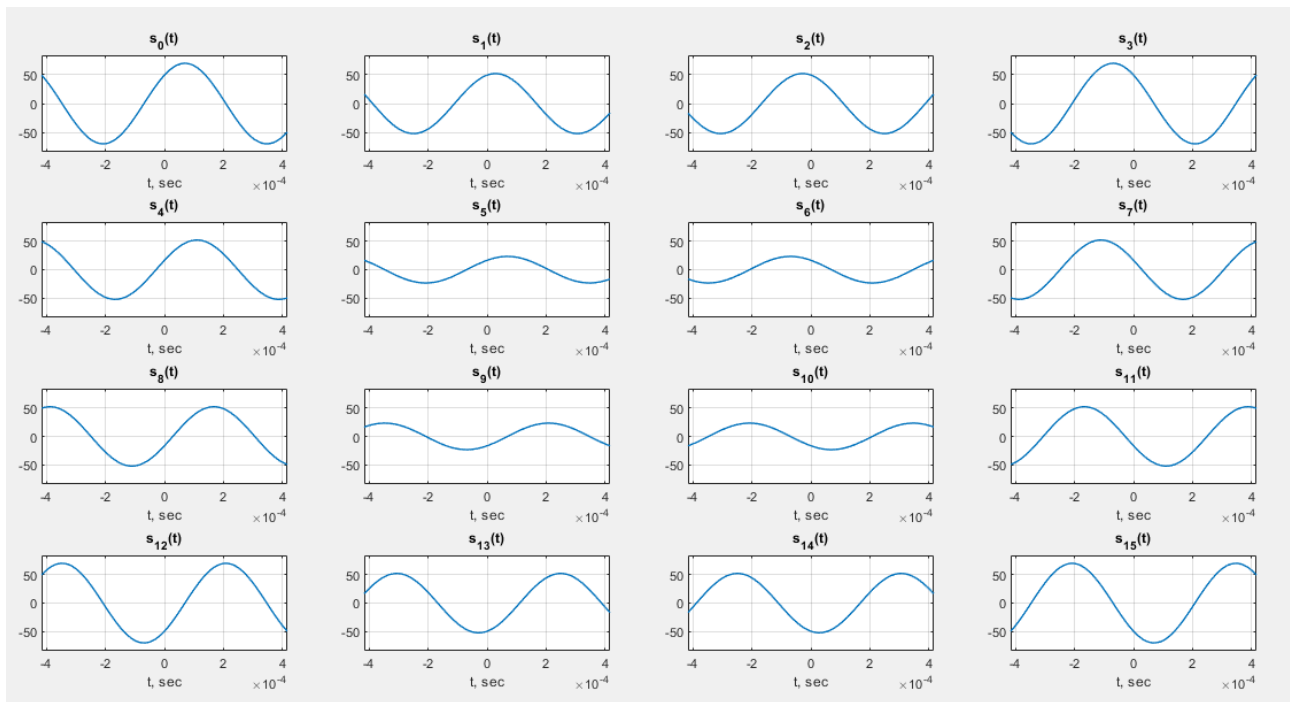


Рис.1 – графики сигналов

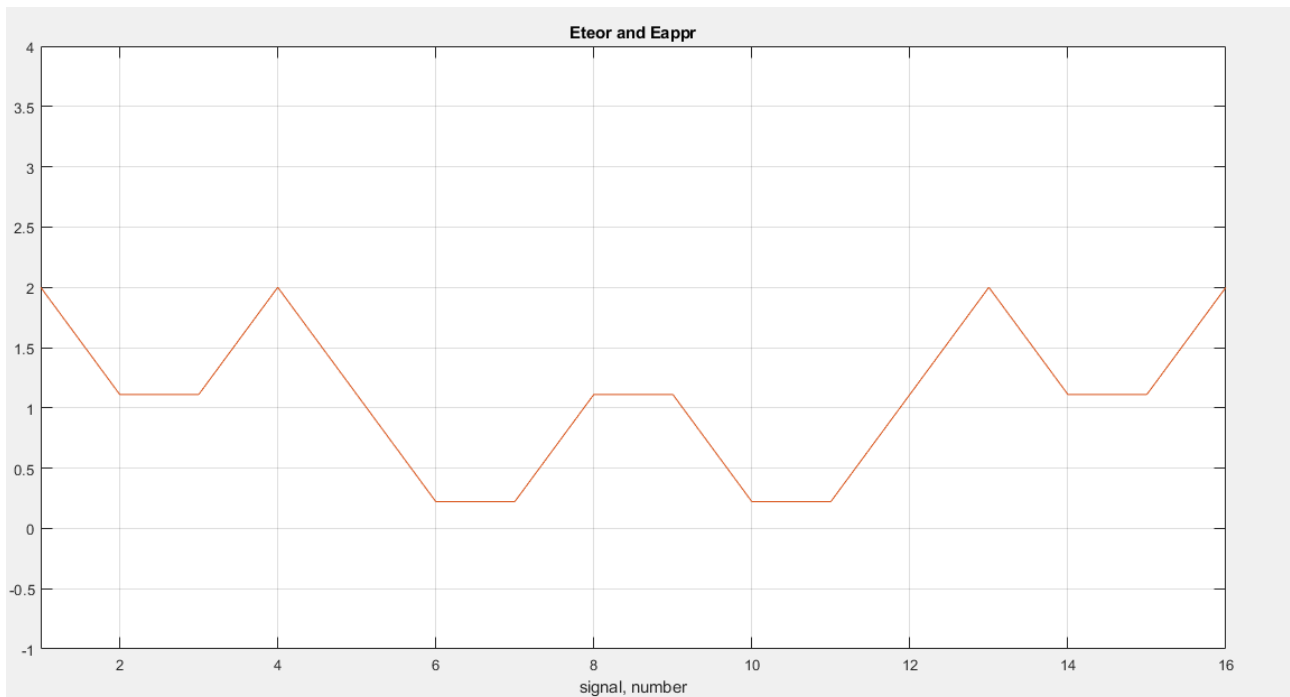


Рис.2 – график теоретической и аппроксимированной энергий

Eappr0 = 2.000000	Eappr8 = 1.111111
Eteor0 = 2.000000	Eteor8 = 1.111111
Eappr1 = 1.111111	Eappr9 = 0.222222
Eteor1 = 1.111111	Eteor9 = 0.222222
Eappr2 = 1.111111	Eappr10 = 0.222222
Eteor2 = 1.111111	Eteor10 = 0.222222
Eappr3 = 2.000000	Eappr11 = 1.111111
Eteor3 = 2.000000	Eteor11 = 1.111111
Eappr4 = 1.111111	Eappr12 = 2.000000
Eteor4 = 1.111111	Eteor12 = 2.000000
Eappr5 = 0.222222	Eappr13 = 1.111111
Eteor5 = 0.222222	Eteor13 = 1.111111
Eappr6 = 0.222222	Eappr14 = 1.111111
Eteor6 = 0.222222	Eteor14 = 1.111111
Eappr7 = 1.111111	Eappr15 = 2.000000
Eteor7 = 1.111111	Eteor15 = 2.000000

Рис.3 – значения энергий сигналов, рассчитанная по формуле (4.9) и методом трапеций

7. Вывод

В ходе лабораторной работы были исследованы дискретные сигналы квадратурной амплитудной модуляции во временной области.

- Были вычислены следующие значения: количество сигналов $q = 16$, период следования сигнала $T = 833,333$ мкс.
- Для каждого сигнала были построены графики и рассчитана энергия, по значениям которой построены графики. Энергия сигналов тождественна для всех сигналов.
- Было проведено сравнение значений энергии теоретическим способом и с помощью аппроксимации (методом трапеций). Значения энергий не отличаются.

- Было доказано, что при изменении частоты дискретизации изменяется точность графиков так, что при повышении частоты точность увеличивается, а при понижении – уменьшается.

8. Код программы

```

clc;
clear;
close all;

f0 = 1800;
Vmod = 1200;
Vinf = 4800;
T = 1 / Vmod;
m = Vinf * T;
q = 2^m;
W = 2 / T;

dt = (1/f0)/100;
t = -T/2:dt:T/2;

i1 = zeros(q,1);
i2 = zeros(q,1);
A = 1;

s1s2 = zeros(q,2);
for c = 1:q
    i1(c) = floor((c - 1) / sqrt(q));
    i2(c) = mod(c - 1, sqrt(q));
    s1s2(c,1) = A*(1-((2*i1(c))/(sqrt(q)-1)));
    s1s2(c, 2) = A*(1-((2*i2(c))/(sqrt(q)-1)));
end

s = zeros(q,length(t));
for c = 1:q
    s(c,:) = (s1s2(c,1)*sqrt(W).*cos(2*pi*f0*t)) +
        (s1s2(c,2)*sqrt(W).*sin(2*pi*f0*t));
    for p = 1:length(t)
        fprintf('%f ', s(c,p));
    end
    fprintf('\n');
end

nfig = 0;
figure (1);
Amax = abs(max(max(s)));
hold on;
for c = 1:q

```

```

nfig = nfig + 1;
subplot(4,4,nfig);
plot(t,s(c,:), 'LineWidth', 1);
xlabel('t, sec');
title(['s_{',num2str(c-1),'}(t)']);
axis([min(t), max(t), -1.2*Amax, 1.2*Amax]);
grid on;
if(mod(nfig,16) == 0) && (c ~= q)
nfig = 0;
end
end
hold off;

Eteor = zeros(1, q);
Eappr = zeros(1, q);
for c = 1:q
Eteor(1,c) = s1s2(c,1).^2 + s1s2(c,2).^2;
Eappr(1, c) = sum(s(c, :).^2) * dt;
Eappr(1,c)= trapz(t,s(c, :).^2);
fprintf('Eappr%d = %f \n',c - 1 , Eappr(1,c));
fprintf('Eteor%d = %f \n',c-1, Eteor(1,c));
end

xEn = 1:1:q;
figure(2);
plot(xEn', Eappr');
xlabel('signal, number');
title('Eteor and Eappr');
legend('Eteor','Eappr');
axis([1, 16, -1, 4]);
grid on;

```