Цель работы: промоделировать работу оптимального приемника дискретных сигналов в канале с аддитивным белым гауссовским шумом.

Вариант I.2

Дано: f0 = 1650 Гц; f1 = 1950 Гц; $V_{mod} = 300$ Бод; $V_{inf} = 300$ бит/с; частотная модуляция

Определение периода сигнала: $V_{mod} = \frac{1}{T} => T = \frac{1}{300}$

Определение количества сигналов: $V_{inf} = \frac{\log_2 q}{T} => q = 2$

Правило оптимального приема

Пусть сигналы из множества {si(t)}, используемые для передачи и заданные на интервале [0, T], имеют равновероятное распределение Pi= 1/q , для всех = 0, 1, … ,q − 1. Тогда сигнал на выходе канала с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) имеет вид:

r(t) = si(t) + n(t), где – множество сигналов, используемых для передачи, n(t) – АБГШ со спектральной плотностью N0/2. (1.1)

Множество сигналов при частотной модуляции: $S_i(t) = \begin{cases} A * \cos(2 * pi * fi * t)\text{, если } 0 < t < T \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases}$ *(1.2)*

Задача приемника состоит в определении номера переданного сигнала по принятому сигналу r(t). Пусть $\hat{\imath}$– решение, принятое приемником относительно номера переданного сигнала, i = 0, 1, … ,q – 1. При этом возможно, что решение приемника будет ошибочным, то есть i ≠ $\hat{\imath}$. Оптимально построенный приемник обеспечивает наименьшую вероятность ошибки = Pr[i ≠ $\hat{\imath}$≠ˆ| i].

Построение принятого сигнала

Базисные функции: $\varphi_j(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2 * pi * fj * t), & 0 < t < T \\ 0, \text{в противном случае} \end{cases}$

Множество сигналов {Si(t)} можно рассматривать в виде множества сигнальных точек {Si} в D-мерном пространстве, где Si = (Si1, Si2…SiD). Вещественные коэффициенты разложения Sij вычисляются по формуле:

$$S_{ij} = \int_0^T S_i(t)\varphi_j(t)dt$$

Разложение принятого сигнала r(t) и шума n(t):

$$r_i = (r, \varphi_i) = \int_0^T r(t)\varphi_j(t)dt$$

$$n_i = (n, \varphi_i) = \int_0^T n(t)\varphi_j(t)dt$$

Определение оптимального приема

Так как сигналы передаются равновероятно, оптимальное решающее правило задается правилом максимального правдоподобия, то есть:

$$\hat{\imath} = \arg\min d(r, s_i)$$

0<=i<=q-1

Оно означает, что в канале с АБГШ при равновероятном использовании сигналов оптимальное решение принимается по критерию минимума евклидова расстояния.

Также построение оптимального приемника может основываться на нахождении угла, которому принадлежит принятый сигнал r(t).

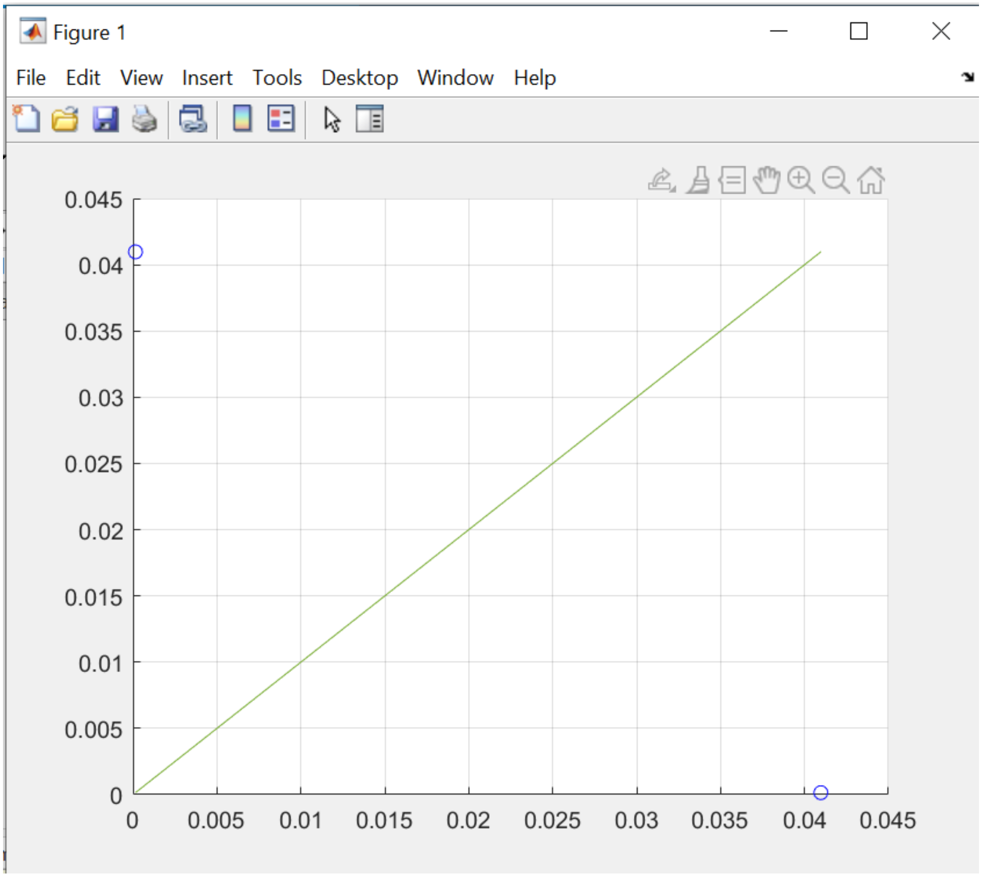

Рисунок 1: Сигнальное созвездие

Моделирование передачи по каналу

Процесс моделирования состоит в многократном выполнении следующих шагов:

– случайным образом равновероятно выбирается номер сигнала, подлежащего передаче

– получение сигнала r(t) на выходе канала согласно равенству (1.1)

– для принятого сигнала с использованием базисных функций получаем вектор r = (r1, r2)

– находим, к какой части сигнального пространства относится

– делаем вывод о том, попал ли сигнал в верную область

Затем оценивается вероятность ошибки. При большом числе испытаний эта оценка должна быть близка к истинной вероятности ошибки или к ее верхней границе. Указанные шаги выполняются для нескольких значений отношения сигнал/шум. Сравним полученную вероятность ошибки с теоретической верхней границей вероятности ошибки, которая определяется по формуле:

$$P_e \le Q\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}}\sin\left(\frac{pi}{q}\right)\right)$$

Q-функция определяется по формуле:

$$Q(x) = \int_x^{\propto} \frac{1}{sqrt(2pi)} e^{\frac{(-z)^2}{2}} dz$$

Результаты

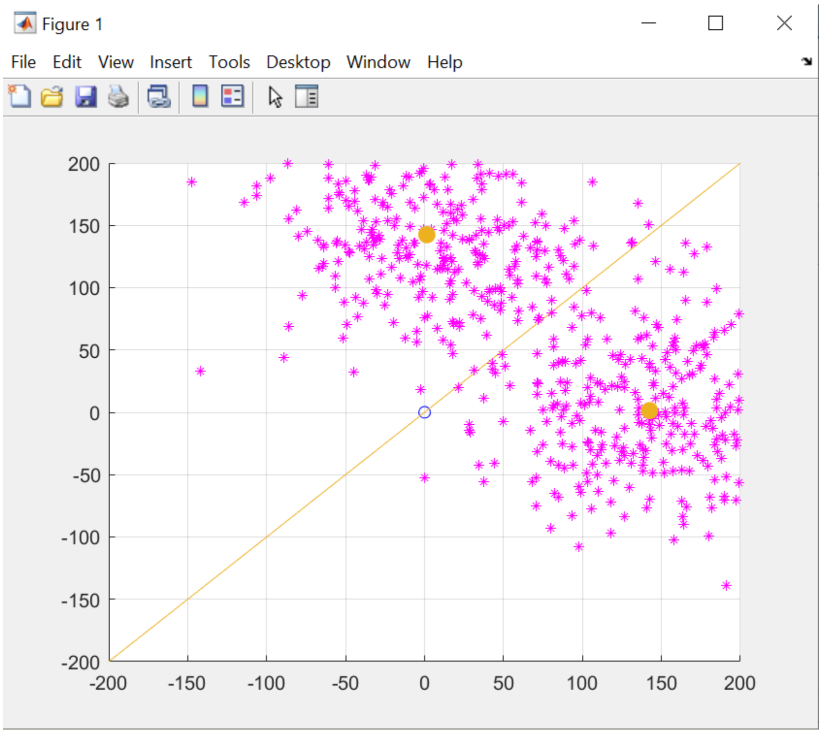

Рисунок 2: Облако рассеивания для snr == 6

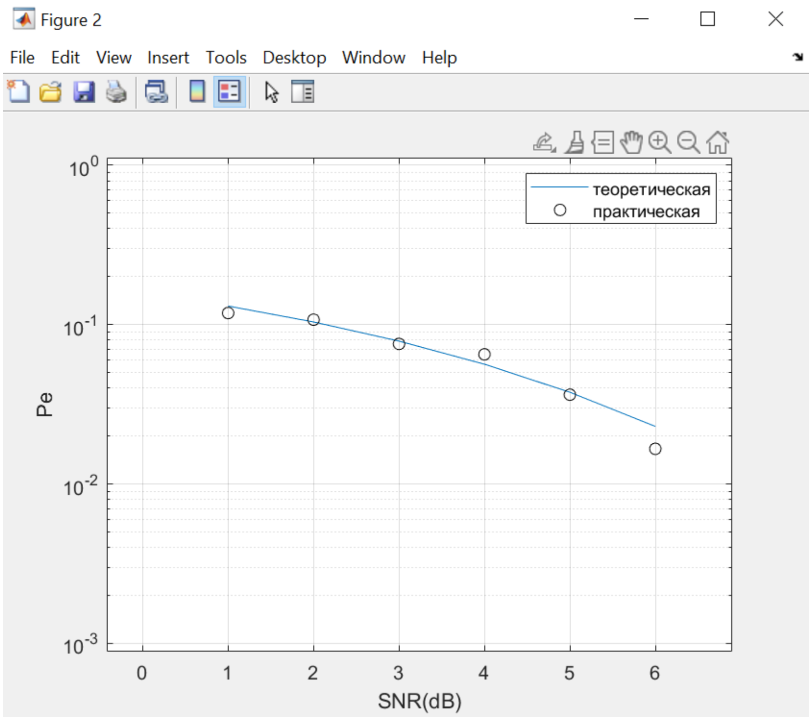

Рисунок 3: График теоретической и практической вероятностей ошибок от значения соотношения сигнала/шум

Вывод

В данной лабораторной работе был промоделирован канал с аддитивным белым гауссовским шумом. Был разработан приёмник, реализующий алгоритм оптимального приёма. Промоделировав работу приемника, построили облако рассеивания. Была рассчитана теоретическая вероятность ошибки для разных значений отношения сигнал/шум. Для тех же значений отношения сигнал/шум были сосчитаны практические значения вероятности ошибки. На графиках видно, что практические значения очень близки к теоретическим рассчитанным значениям. Вероятность ошибки при увеличении отношения сигнал/шум уменьшается.