Цель работы
Получение описания сигнального множества в частотной области.

Исходные данные
Вариант 3.3.

Выполнение работы

1. Вывод формулы спектра отрезка гармоники
   Предположим, что сигнал задан как

   (1)

   Сигнал s(t) определён как

   (2)

   где g(t) – произвольная функция, c(t) – гармонический сигнал.

   По теореме о свёртке имеем, что

   (3)

   спектр сигнала равен произведению спектров произвольной функции и гармонического сигнала, где и .

   Рассмотрим и соответственно

   (4)

   где .

   Используя формулу Эйлера для косинуса, , имеем

   (5)

   где .

   Тогда, подставив выражения в формулу (3), получаем

(6)

Аналогично можно получить выражение спектра и для гармонического сигнала синуса. Тогда

(7)

где .

Подставляя в выражение (3), получим

(8)

2. Исследование квадратурной амплитудной модуляции в частотной области

Формула сигнала для квадратурной амплитудной модуляции выглядит следующим образом

(9)

Используя выражения (6) и (8), получим преобразование Фурье для КАМ

(10)

где .

Амплитудные спектры сигналов КАМ вычисляются как модули этих комплекснозначных функций , i = 0,1,…,q-1.

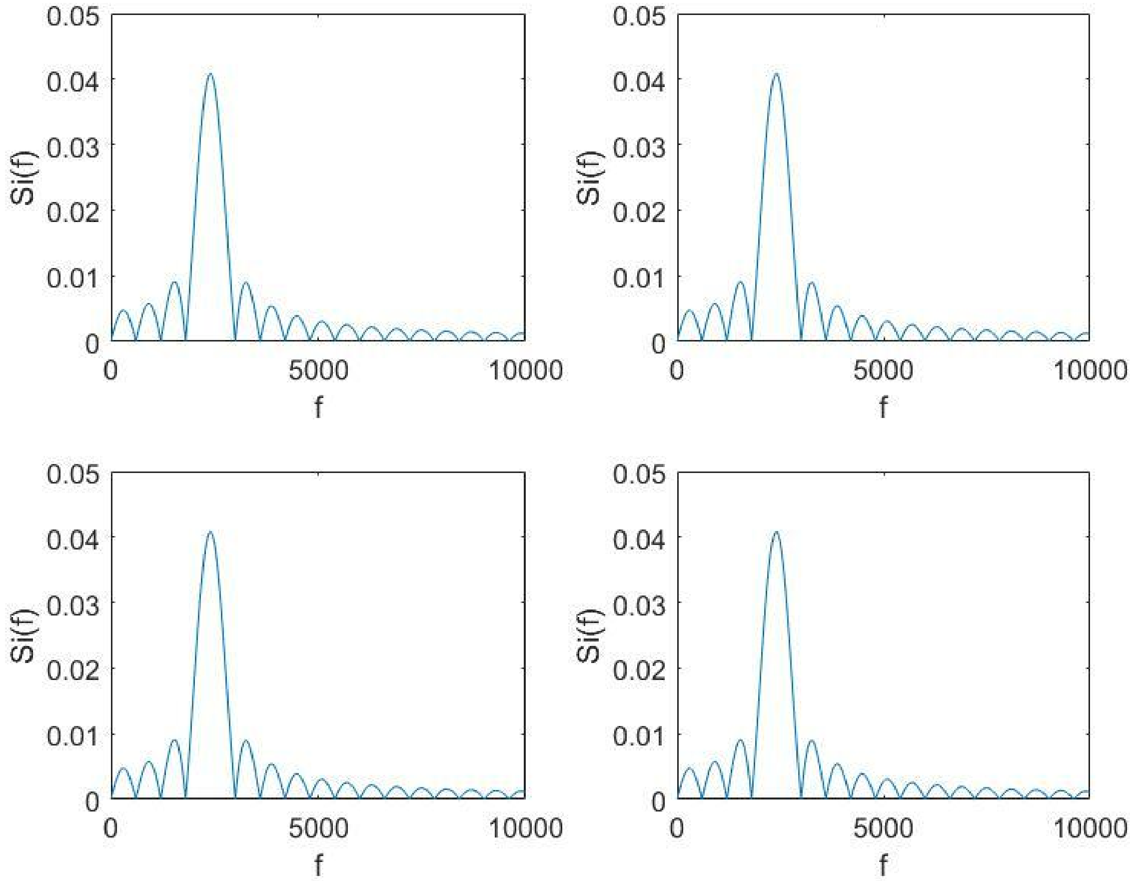

Рисунок 1 - Амплитудные спектры КАМ

Амплитудные спектры сигналов КАМ совпадают, так как сами сигналы имеют различие только по фазе, а энергия и частоты совпадают.

3. Спектр последовательности сигналов

Пусть – сигнальное множество, i = 0, 1, … q-1. Тогда

(11)

где N – длина последовательности индексов. Используя свойство линейности:

если и , то

(12)

А также свойство задержки:

(13)

Получаем, что

(14)

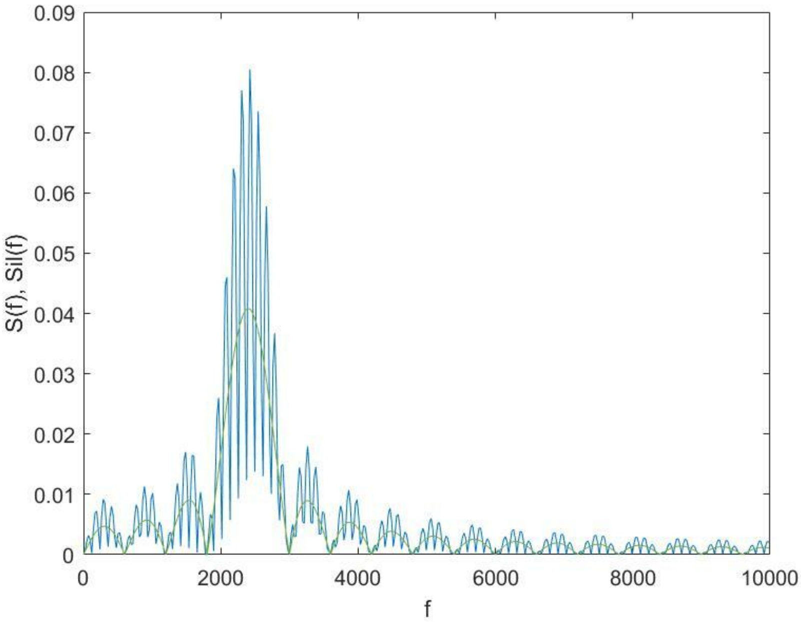

Рисунок 2 - Спектр последовательности сигналов длиной 2.

Спектр последовательности сигналов длиной 2, с , где – период следования сигналов, принимает значения большие спектра исходного сигнала, так как в последовательности происходит наложение сигналов друг на друга.

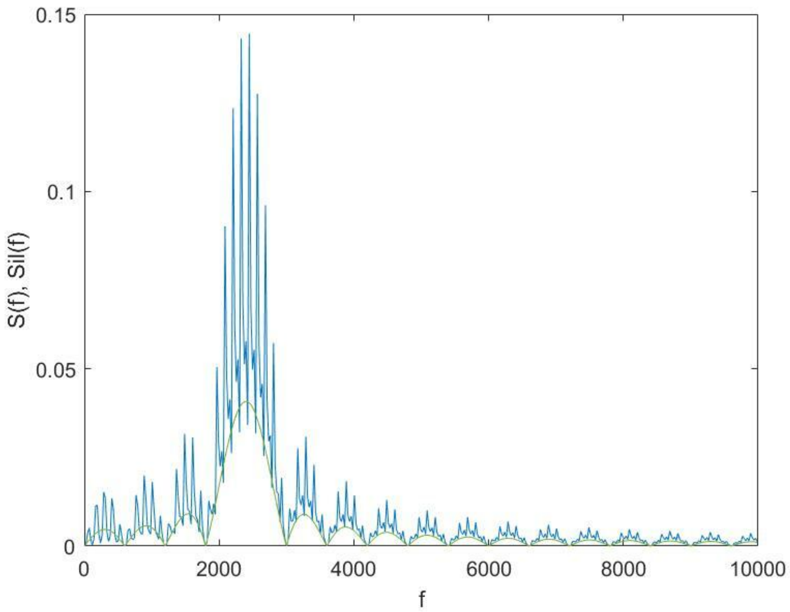

Рисунок 3 - Спектр последовательности сигналов длиной 4.

Аналогичную картину видим при длине последовательности, равной 4.

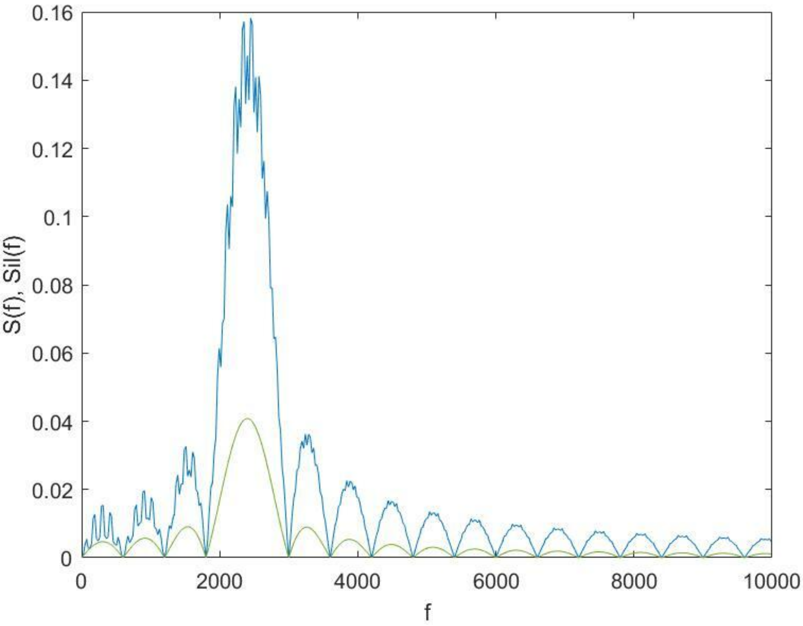

Рисунок 4 - Спектр последовательности сигналов длиной 15.

Вывод

В ходе проведения лабораторной работы были выведены выражения спектров отрезков синусоидальной и косинусоидальной гармоник, вычислены преобразования Фурье для квадратурной амплитудной модуляции, а также амплитудные спектры каждого сигнала.

Для последовательности сигналов было выведено выражение её спектра, вычислены спектры для последовательностей сигналов различной длины. Ширина полосы частот спектров является бесконечной, однако частотный спектр локализован около центральной частоты . Это значит, что идеальный отрезок гармоники не может быть воспроизведён практически.

Спектр последовательности сигналов представляет собой сумму спектров сигналов из последовательности с разным периодом следования.

Листинг

```
clear all;
f0 = 2400;
Vm = 600;
Vi = 1200;
T = 1/Vm;
Ts = 0.2;
q = 2 ^ round(Vi / Vm);
step = f0 / 100;
f = 0 : step : 10000;
S = zeros(q, length(f));
s = zeros(4, 2);
s(1,1) = 1;
s(1,2) = 1;
s(2,1) = 1;
s(2,2) = -1;
```

```
s(3,1) = -1;
s(3,2) = 1;
s(4,1) = -1;
s(4,2) = -1;

figure(1);
for i = 1 : q
    S(i, :) = s(i,1) .* sqrt(T / 2) .* (sinc((f - f0) .* T) +
sinc((f + f0) .* T)) .* exp(-1i .* pi .* f .* T) + (s(i,2)/1i) .*
sqrt(T/2) .* (sinc((f - f0) .* T) - sinc((f + f0) .* T)) .* exp(-
1i .* pi .* f .* T);
    subplot(2,2,i), plot(f, abs(S(i, :)));
    xlabel('f');
    ylabel('Si(f)');
    hold on
end

N = 15;
L = round((rand(1, N) * (q - 1)) + 1);
arr = zeros(1, length(f));
for i = 1 : N
    arr = arr + S(L(i), :) .* exp(-1i*2*pi*f*(i-1)*Ts);
end

figure(2);
plot(f, abs(arr));
hold on;
plot(f, abs(S(:,:)));
hold on;
xlabel('f');
ylabel('S(f), Sil(f)');
```