

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА №25

ОТЧЕТ ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ _____

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

ассистент

должность, уч. степень, звание

подпись, дата

Н.В.Степанов

инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 2

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ В ЧАСТОТНОЙ
ОБЛАСТИ

по курсу: ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СВЯЗИ

СТУДЕНТ ГР. № 3031

номер группы

подпись, дата

И.А.Пастушок

инициалы, фамилия

Санкт-Петербург
2022

Цель работы: исследовать дискретный сигнал в дискретной области.

Вариант I.2

Дано: $f_0 = 1650$ Гц; $f_1 = 1950$ Гц; $V_{mod} = 300$ Бод; $V_{inf} = 300$ бит/с;
частотная модуляция

Определение периода сигнала: $V_{mod} = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{300}$

Определение количества сигналов: $V_{inf} = \frac{\log_2 q}{T} \Rightarrow q = 2$

Вывод выражений спектра отрезка гармоник

Имеется сигнал:

$$S_c(t) = \begin{cases} A * \cos(2 * \pi i * f_0 * t), & \text{если } 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Спектр данного сигнала будет рассчитываться следующим образом:

$g(t)$ – некоторая произвольная функция (огibaющая)

$c(t) = \cos(2 * \pi i * f_0 * t + \Theta)$ – гармонический сигнал (несущая)

По теореме о свертке: $S_c(f) = G(f) * C(f)$, где $g(t) \leftrightarrow G(f)$, $c(t) \leftrightarrow C(f)$, где $C(f) = \frac{1}{2}(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$

Получаем:

$$S_c(f) = G(f) * \frac{1}{2}(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)) = \frac{1}{2}(G(f - f_0) + G(f + f_0)) \quad (1.1)$$

Рассмотрим функцию:

$$g(t) = \begin{cases} A, & \text{если } 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Подставим $g(t)$ в формулу прямого преобразования Фурье:

$$G(f) = \int_0^T g(t) e^{-j2\pi f t} dt = A \int_0^T e^{-j2\pi f t} dt = \frac{A}{-j2\pi f} (e^{-j2\pi f T} - 1) = A \frac{e^{-j\pi f T} - e^{j\pi f T}}{-j2\pi f} e^{-j\pi f T} = \frac{AT \sin(\pi f T)}{\pi f T} e^{-j\pi f T} = AT \text{sinc}(fT) e^{-j\pi f T} \quad (1.2)$$

Подставим в выражение (1.1) формулу (1.2):

$$S_c(f) = \frac{AT}{2} (\text{sinc}((f - f_0)T) + \text{sinc}((f + f_0)T) e^{-j\pi f T}) \quad (1.3)$$

Рассмотрим сигнал:

$$S_s(t) = \begin{cases} A * \sin(2 * \pi i * f_0 * t), & \text{если } 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$g(t) = A \leftrightarrow G(f)$ – некоторая произвольная функция (огibaющая)

$c(t) = \sin(2 * \pi i * f_0 * t) \leftrightarrow C(f)$ – гармонический сигнал (несущая)

По теореме о свертке: $S_s(f) = G(f) * C(f)$, где $g(t) \leftrightarrow G(f)$, $c(t) \leftrightarrow$

$C(f)$, где $C(f) = \frac{1}{j2}(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$

Получаем:

$$S_c(f) = G(f) * \frac{1}{j2}(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)) = \frac{1}{2}(G(f - f_0) + G(f + f_0)) \quad (1.4)$$

$$G(f) = AT \operatorname{sinc}(fT) e^{-j\pi fT} \quad (1.5)$$

Подставим выражение (1.5) в формулу (1.4):

$$S_c(f) = \frac{AT}{j2} (\operatorname{sinc}((f - f_0)T) + \operatorname{sinc}((f + f_0)T)) e^{-j\pi fT} \quad (1.6)$$

Выражение для преобразования Фурье:

$$S_i(f) = \sqrt{\frac{ET}{2}} (\operatorname{sinc}((f - f_i)T) + \operatorname{sinc}((f + f_i)T)) e^{-j\pi fT}$$

Выражение для амплитудного спектра:

$$|S_i(f)| = \sqrt{\frac{ET}{2}} |\operatorname{sinc}((f - f_0)T) + \operatorname{sinc}((f + f_0)T)|$$

Графики:

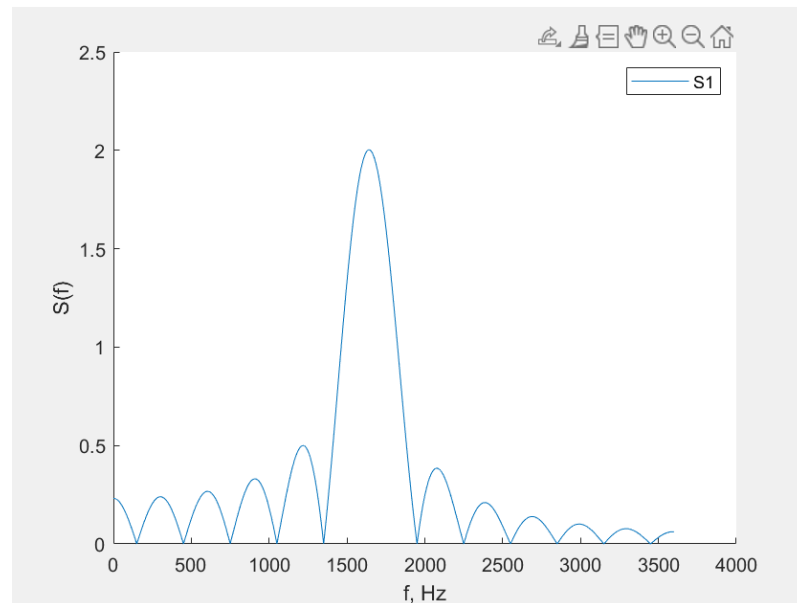


Рисунок 1: амплитудный спектр 1-го сигнала

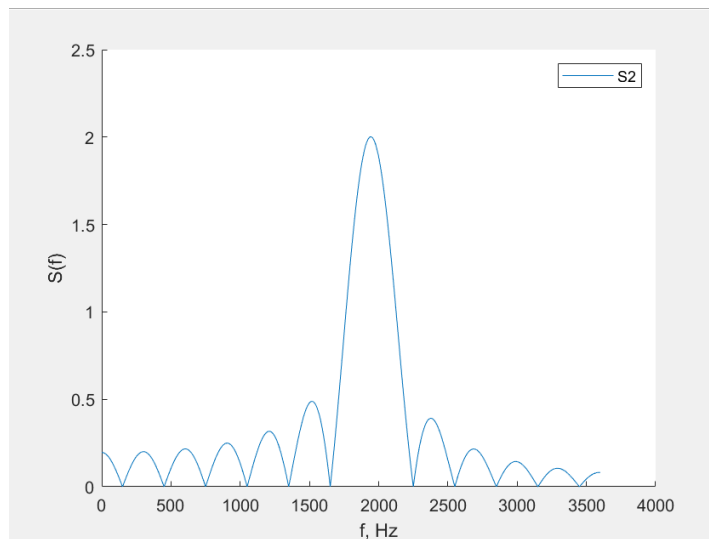


Рисунок 2: амплитудный спектр 2-го сигнала

Вычисление полосы частот:

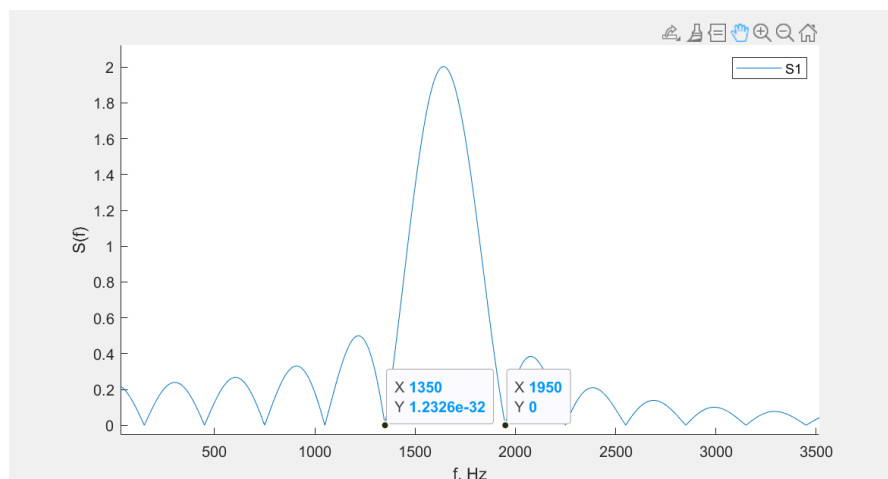


Рисунок 3: определение ширины полосы частот 1-го сигнала

$$W1 = x2 - x1 = 1950 - 1360 = 600 \text{ Hz}$$

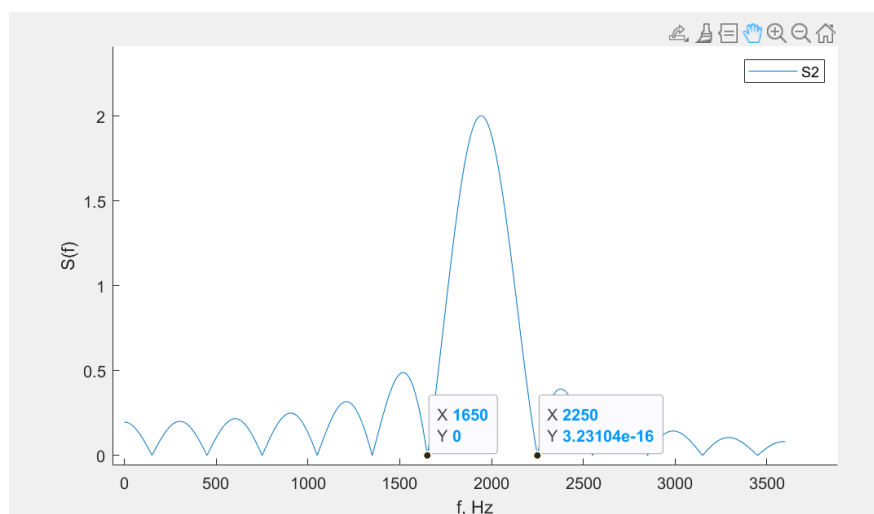


Рисунок 4: определение ширины полосы частот 2-го сигнала

$$W2 = x4 - x3 = 2250 - 1650 = 600 \text{ Hz}$$

Ширина полосы частот сигнального множества:

$$W_3 = x_4 - x_1 = 2250 - 1350 = 900 \text{ Hz}$$

Вывод выражения спектра последовательности сигналов

Последовательность сигналов: $S_i(t) = \sum_{l=1}^{N-1} S_{i_l}(t - lT)$

Воспользуемся свойствами преобразования Фурье:

1) Задержка: $s(t - \tau) = S(f)e^{-j2\pi f\tau}$

2) Линейность: $\begin{cases} g(t) \leftrightarrow G(f) \\ h(t) \leftrightarrow H(f) \end{cases} \Rightarrow a * g(t) + b * h(t) \leftrightarrow a * G(f) + b * H(f)$

Получаем:

$$s_i(t) = S_{i_1}e^{-j2\pi f_1t} + S_{i_2}e^{-j2\pi f_2t} + \dots + S_{i_{N-1}}e^{-j2\pi f_{N-1}t}$$

Получаем:

$$S_i(f) = \sum_{l=1}^{N-1} S_{i_l}(f) e^{-j2\pi f lT}$$

Графики:

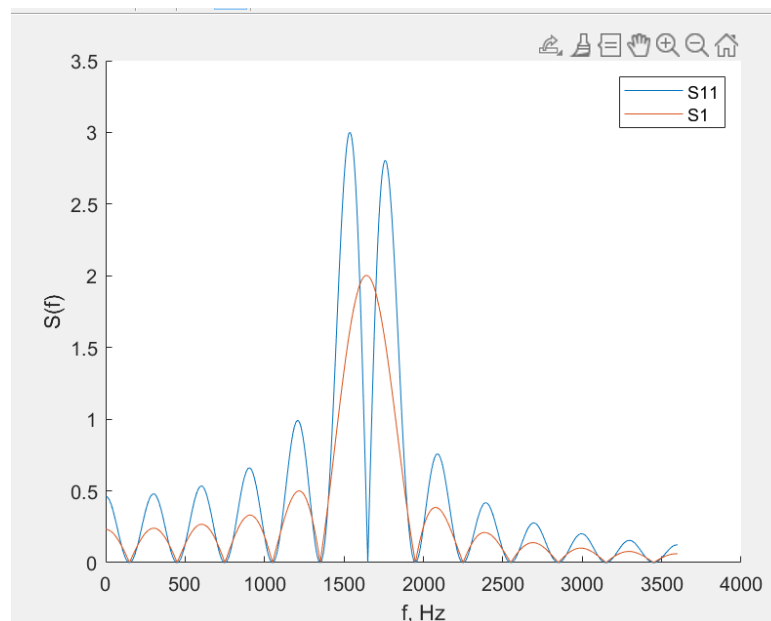


Рисунок 5: спектр последовательности длиной 2 1-го сигнала

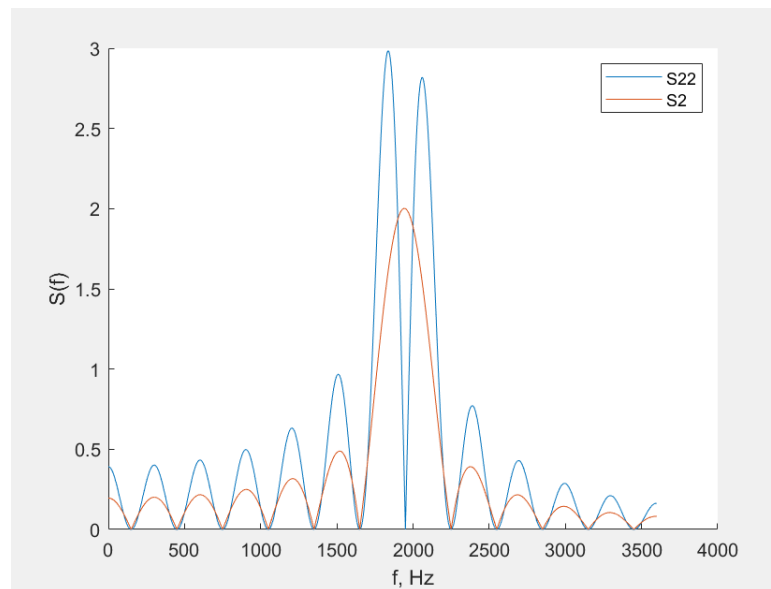


Рисунок 6: спектр последовательности длиной 2 2-го сигнала

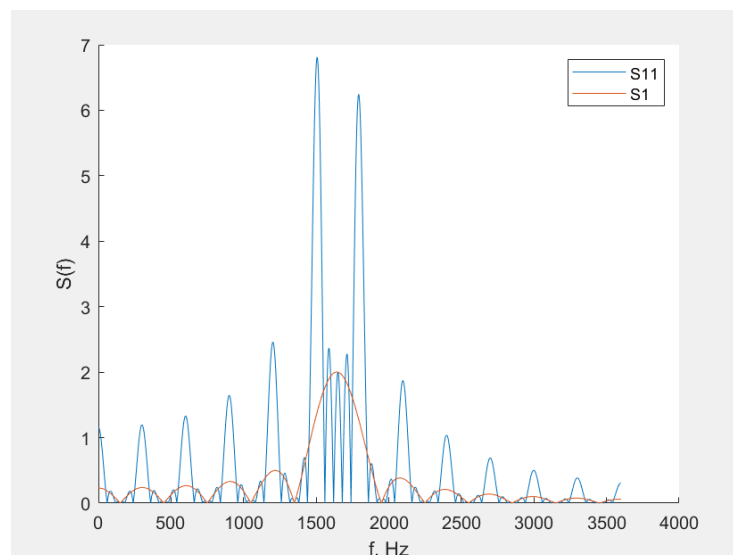


Рисунок 7: спектр последовательности длиной 5 1-го сигнала

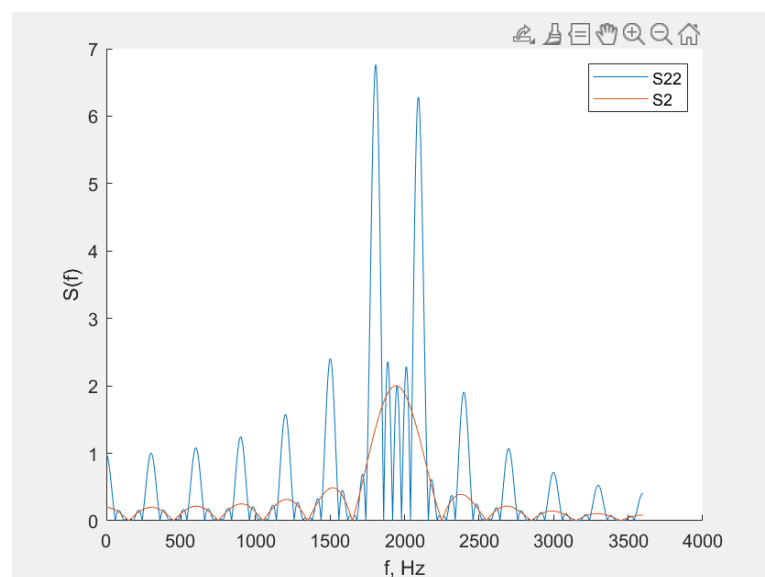


Рисунок 8: спектр последовательности длиной 5 2-го сигнала

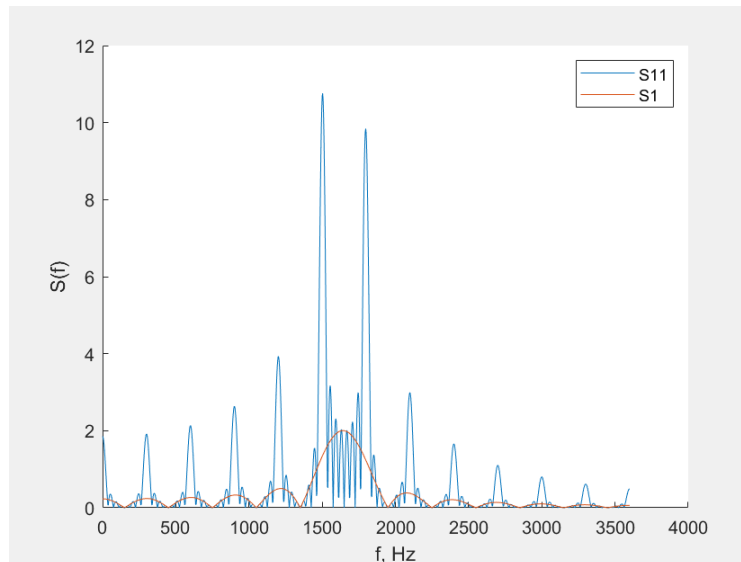


Рисунок 9: спектр последовательности длиной 8 1-го сигнала

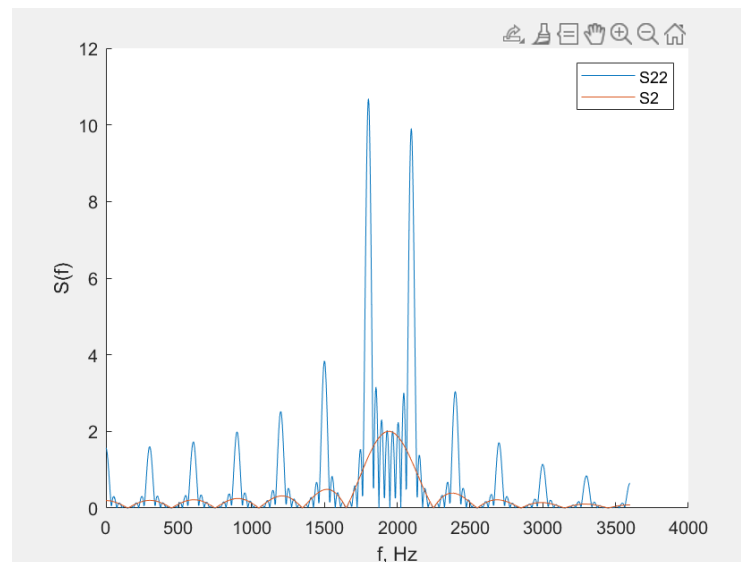


Рисунок 10: спектр последовательности длиной 8 2-го сигнала

Изменение ширины полосы частот при последовательностях разной длины:

N	Сигнал 1	Сигнал 2
2	$1650 - 1350 = 300$	$1950 - 1650 = 300$
4	$1575 - 1425 = 150$	$1870 - 1725 = 150$
6	$1551 - 1449 = 102$	$1851 - 1749 = 102$
8	$1539 - 1461 = 78$	$1839 - 1761 = 78$

Исходя из полученных результатов можно сделать вывод, что, задавая спектр последовательности длины N, его ширина полосы частот уменьшается в N раз, относительно ширины полосы частот спектра, заданного одним индексом.

Вывод: в ходе лабораторной работы были выведены формулы преобразования Фурье для отрезков гармоник сигналов косинуса (1.3) и синуса (1.6), была выведена формула выражения спектра последовательности сигнала. Было проведено преобразование Фурье для сигнала с частотной модуляцией, определены их амплитудные спектры и ширина полосы частот.