

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА №25

ОТЧЕТ ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ _____

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

ассистент

должность, уч. степень, звание

подпись, дата

Н.В.Степанов

инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПРИЕМНИКА
ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ В КАНАЛЕ С АДДИТИВНЫМ БЕЛЫМ
ГАУССОВСКИМ ШУМОМ

по курсу: ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СВЯЗИ

СТУДЕНТ ГР. № 3031

номер группы

подпись, дата

И.А.Пастушок

инициалы, фамилия

Санкт-Петербург
2022

Цель работы: промоделировать работу оптимального приемника дискретных сигналов в канале с аддитивным белым гауссовским шумом.

Вариант I.2

Дано: $f_0 = 1650$ Гц; $f_1 = 1950$ Гц; $V_{mod} = 300$ Бод; $V_{inf} = 300$ бит/с; частотная модуляция

Определение периода сигнала: $V_{mod} = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{300}$

Определение количества сигналов: $V_{inf} = \frac{\log_2 q}{T} \Rightarrow q = 2$

Правило оптимального приема

Пусть сигналы из множества $\{s_i(t)\}$, используемые для передачи и заданные на интервале $[0, T]$, имеют равновероятное распределение $P_i = 1/q$, для всех $i = 0, 1, \dots, q - 1$. Тогда сигнал на выходе канала с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) имеет вид:

$r(t) = s_i(t) + n(t)$, где $s_i(t)$ – множество сигналов, используемых для передачи, $n(t)$ – АБГШ со спектральной плотностью $N_0/2$. (1.1)

Множество сигналов при частотной модуляции:

$$S_i(t) = \begin{cases} A * \cos(2 * \pi * f_i * t), & \text{если } 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (1.2)$$

Задача приемника состоит в определении номера переданного сигнала по принятому сигналу $r(t)$. Пусть \hat{i} – решение, принятое приемником относительно номера переданного сигнала, $i = 0, 1, \dots, q - 1$. При этом возможно, что решение приемника будет ошибочным, то есть $i \neq \hat{i}$. Оптимально построенный приемник обеспечивает наименьшую вероятность ошибки $= \Pr[i \neq \hat{i} | i]$.

Построение принятого сигнала

$$\text{Базисные функции: } \varphi_j(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2 * \pi * f_j * t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Множество сигналов $\{S_i(t)\}$ можно рассматривать в виде множества сигнальных точек $\{S_i\}$ в D-мерном пространстве, где $S_i = (S_{i1}, S_{i2} \dots S_{iD})$. Вещественные коэффициенты разложения S_{ij} вычисляются по формуле:

$$S_{ij} = \int_0^T S_i(t) \varphi_j(t) dt$$

Разложение принятого сигнала $r(t)$ и шума $n(t)$:

$$r_i = (r, \varphi_i) = \int_0^T r(t) \varphi_j(t) dt$$

$$n_i = (n, \varphi_i) = \int_0^T n(t) \varphi_j(t) dt$$

Определение оптимального приема

Так как сигналы передаются равновероятно, оптимальное решающее правило задается правилом максимального правдоподобия, то есть:

$$\hat{i} = \arg \min d(r, s_i)$$

$$0 \leq i \leq q-1$$

Оно означает, что в канале с АБГШ при равновероятном использовании сигналов оптимальное решение принимается по критерию минимума евклидова расстояния.

Также построение оптимального приемника может основываться на нахождении угла, которому принадлежит принятый сигнал $r(t)$.

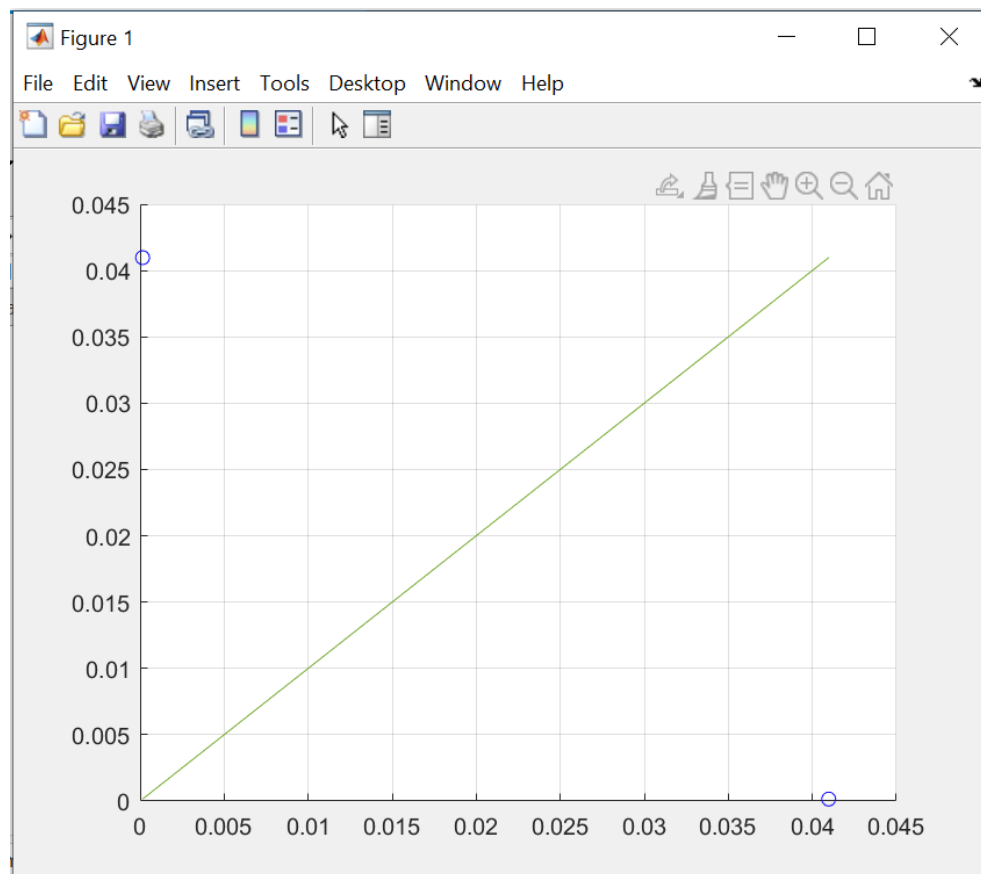


Рисунок 1: Сигнальное созвездие

Моделирование передачи по каналу

Процесс моделирования состоит в многократном выполнении следующих шагов:

- случайным образом равновероятно выбирается номер сигнала, подлежащего передаче
- получение сигнала $r(t)$ на выходе канала согласно равенству (1.1)
- для принятого сигнала с использованием базисных функций получаем вектор $r = (r_1, r_2)$
- находим, к какой части сигнального пространства относится
- делаем вывод о том, попал ли сигнал в верную область

Затем оценивается вероятность ошибки. При большом числе испытаний эта оценка должна быть близка к истинной вероятности ошибки или к ее

верхней границе. Указанные шаги выполняются для нескольких значений отношения сигнал/шум. Сравним полученную вероятность ошибки с теоретической верхней границей вероятности ошибки, которая определяется по формуле:

$$P_e \leq Q\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{q}\right)\right)$$

Q-функция определяется по формуле:

$$Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Результаты

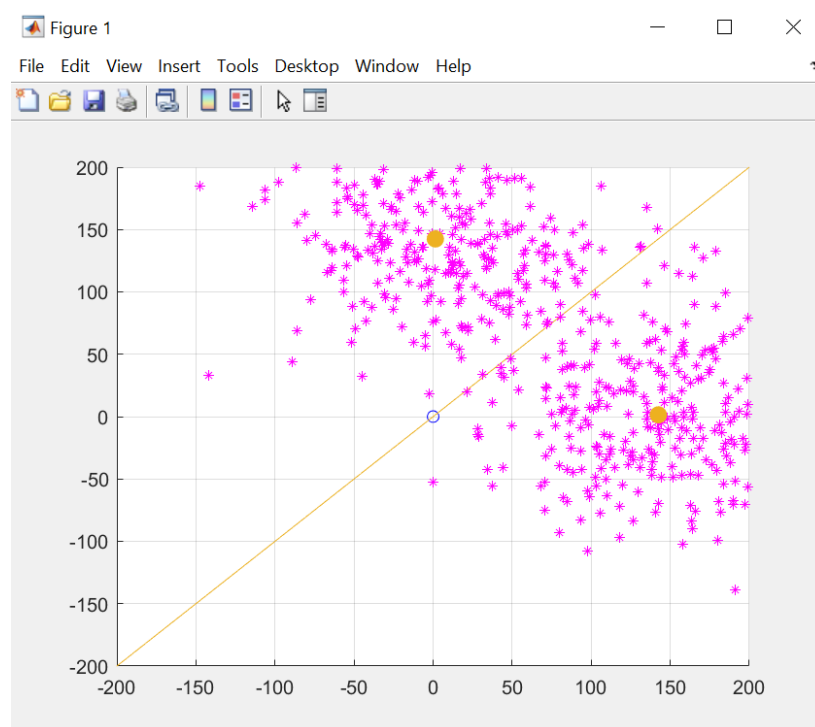


Рисунок 2: Облако рассеивания для $\text{snr} == 6$

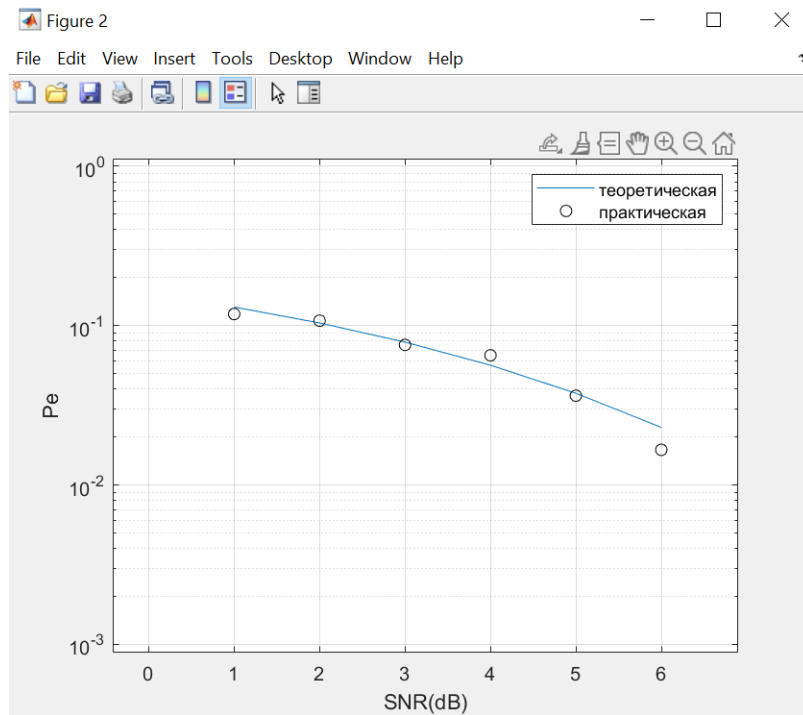


Рисунок 3: График теоретической и практической вероятностей ошибок от значения соотношения сигнала/шум

Вывод

В данной лабораторной работе был промоделирован канал с аддитивным белым гауссовским шумом. Был разработан приёмник, реализующий алгоритм оптимального приёма. Промоделировав работу приемника, построили облако рассеивания. Была рассчитана теоретическая вероятность ошибки для разных значений отношения сигнал/шум. Для тех же значений отношения сигнал/шум были сосчитаны практические значения вероятности ошибки. На графиках видно, что практические значения очень близки к теоретическим рассчитанным значениям. Вероятность ошибки при увеличении отношения сигнал/шум уменьшается.