

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО  
ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

КАФЕДРА № 52

ОТЧЕТ  
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ  
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

ассистент

должность, уч. степень, звание

подпись, дата

Н.В. Степанов

инициалы, фамилия

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ ВО  
ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

по курсу: ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СВЯЗИ

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР.

5912

подпись, дата

В.А. Калташов

инициалы, фамилия

## Цель работы:

Получение описания сигнального множества в частотной области;

Получение геометрического представления сигналов.

## Исходные данные:

Вариант № 6. Квадратурная амплитудная модуляция (КАМ).

Параметры:

$$f_0 = 1800 \text{ Гц}$$

$$V_{mod} = 1200 \text{ Бод}$$

$$V_{inf} = 4800 \text{ бит/с.}$$

### 1. Порядок выполнения работы

#### 1.1 Вывод выражений спектра отрезка гармоник

Имеется сигнал:

$$S_c(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_0 t), & \text{если } 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Спектр данного сигнала будет рассчитываться следующим образом:

$g(t)$  – некоторая произвольная функция (огibaющая)

$c(t) = \cos(2\pi f_0 t + \theta)$  – гармонический сигнал (несущая)

По теореме о свертке:  $Sc(f) = G(f) * C(f)$ , где  $g(t) \leftrightarrow G(f)$ ,  $c(t) \leftrightarrow C(f)$

где,  $C(f) = 1/2 (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$

Тогда получаем, что:  $Sc(f) = G(f) * 1/2 (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)) = 1/2 (G(f - f_0) + G(f + f_0))$

Рассмотрим функцию:

$$g(t) = \begin{cases} A, & 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (1.1)$$

Подставим  $g(t)$  в формулу прямого преобразования Фурье и у нас получится:

$$\begin{aligned} G(f) &= \int_0^T g(t) e^{-j2\pi f t} dt = A \int_0^T e^{-j2\pi f t} dt = \frac{A}{-j2\pi f} (e^{-j2\pi f T} - 1) \\ &= A \frac{(e^{-j\pi f T} - e^{j\pi f T})}{-j2\pi f} e^{-j\pi f T} = \frac{AT \sin(\pi f T)}{\pi f T} e^{-j\pi f T} = \\ &= AT \operatorname{sinc}(fT) e^{-j\pi f T} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Подставим в выражение (1.1) получившуюся формулу (1.2) и получим итоговое выражение преобразования Фурье для отрезка функции косинуса:

$$S_c(f) = \frac{AT}{2} (\operatorname{sinc}((f - f_0)T) + \operatorname{sinc}((f + f_0)T)) e^{-j\pi f T} \quad (1.3)$$

Теперь рассмотрим сигнал:

$$S_s(t) = \begin{cases} A \sin(2\pi f_0 t), & \text{если } 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$g(t) = A \leftrightarrow G(f)$  – некоторая произвольная функция (огибающая)

$c(t) = \sin(2\pi f_0 t) \leftrightarrow C(f)$  – гармонический сигнал (несущая)

По теореме о свертке:  $S_c(f) = G(f) * C(f)$ , где  $g(t) \leftrightarrow G(f)$ ,  $c(t) \leftrightarrow C(f)$

где,  $C(f) = \frac{1}{2j} (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$

Аналогично выражениям (1.2) и (1.3) получаем:

$$S_s(f) = G(f) * \frac{1}{j2} (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)) = \frac{1}{2} (G(f - f_0) + G(f + f_0)) \quad (1.4)$$

$$G(f) = AT \operatorname{sinc}(fT) e^{-j\pi fT} \quad (1.5)$$

Подставим значение спектра огибающего сигнала  $G(f)$ , определенное по формуле (1.5), в формулу (1.4) и получим итоговое выражение преобразования Фурье для отрезка функции синуса:

$$S_s(f) = \frac{AT}{2j} (\operatorname{sinc}((f - f_0)T) - \operatorname{sinc}((f + f_0)T)) e^{-j\pi fT} \quad (1.6)$$

## 2. Преобразование Фурье для сигнального множества

Преобразование Фурье  $S_i(f)$  сигналов для квадратурной амплитудной модуляции (КАМ) выглядит следующим образом:

$$S_i(f) = s_{i1} \sqrt{\frac{T}{2}} (\operatorname{sinc}((f - f_0)T) + \operatorname{sinc}((f + f_0)T)) e^{-j\pi fT} + \\ + (s_{i2} / j) \sqrt{\frac{T}{2}} (\operatorname{sinc}((f - f_0)T) - \operatorname{sinc}((f + f_0)T)) e^{-j\pi fT}. \quad (2.1)$$

Амплитудные спектры сигналов квадратурной амплитудной модуляции будут определяться как модули функций  $S_i(f)$ .

Ширина полосы частот:

$$W = 2/T = 2 * V_{mod} = 2 * 1200 = 2400 \text{ гц} \quad (2.2)$$

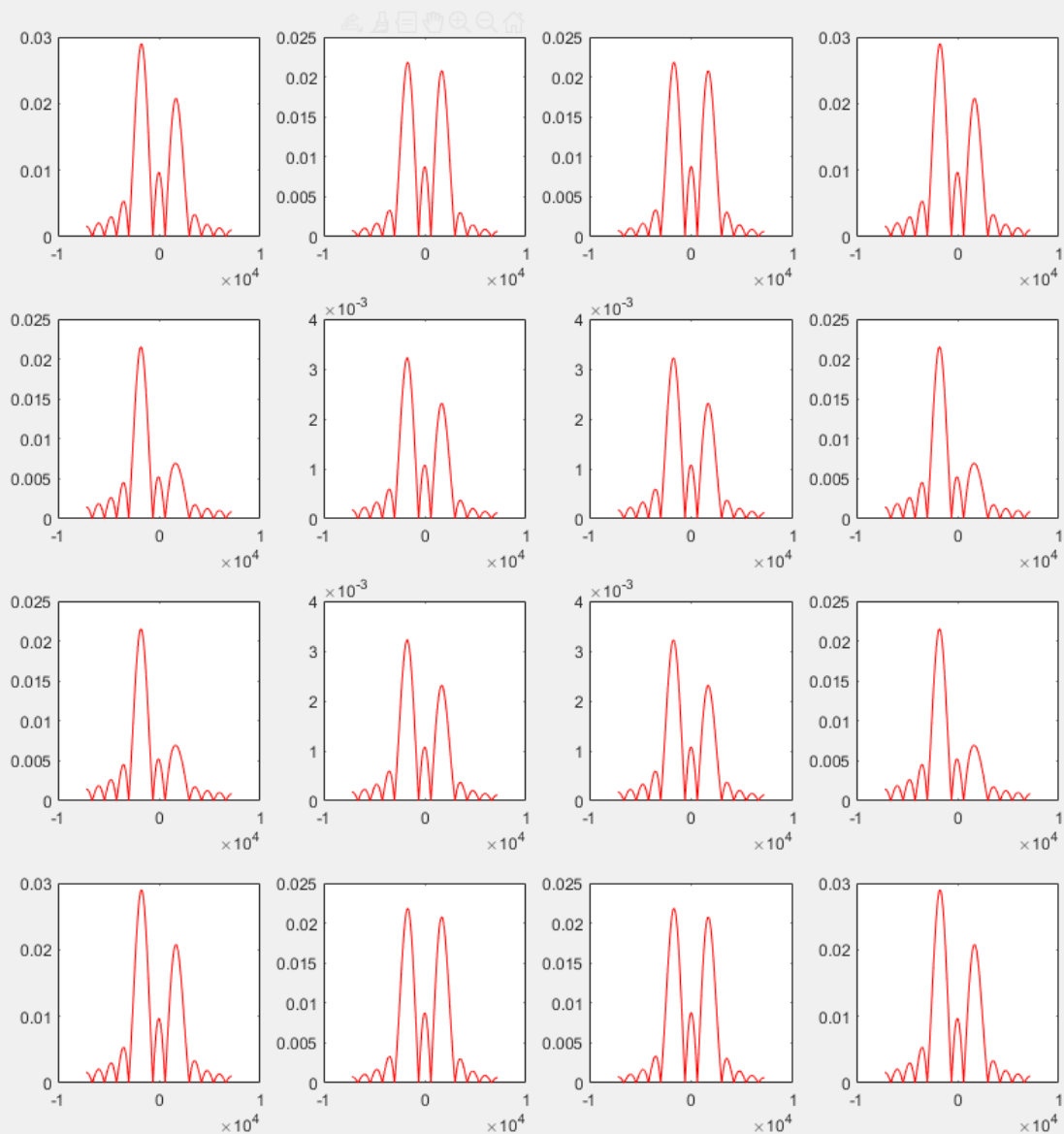


Рис. 1. Амплитудный спектр сигналов

### 3. Вывод выражения спектра последовательности сигналов

Последовательность сигналов можно задать следующим образом:

$$s_i(t) = \sum_{l=1}^{N-1} s_{i_l}(t - lT) \quad (3.1)$$

Воспользуемся свойствами преобразования Фурье:

#### 1) Задержка:

$$s(t - \tau) = S(f) e^{-j2\pi f\tau}$$

2) Линейность:

$$\begin{cases} g(t) \leftrightarrow G(f) \\ h(t) \leftrightarrow H(f) \end{cases} \Rightarrow a * g(t) + b * (h(t) \leftrightarrow a * G(f) + b * H(f)$$

Получаем, что:

$$s_i(t) = S_{i_1}(f)e^{-j2\pi f1T} + S_{i_2}(f)e^{-j2\pi f2T} + \dots + S_{i_{N-1}}(f) e^{-j2\pi f(N-1)T}$$

Отсюда получаем, что действительно

$$s_i(t) = \sum_{l=1}^{N-1} S_{i_l}(f)e^{-j2\pi flT} \quad (3.2)$$

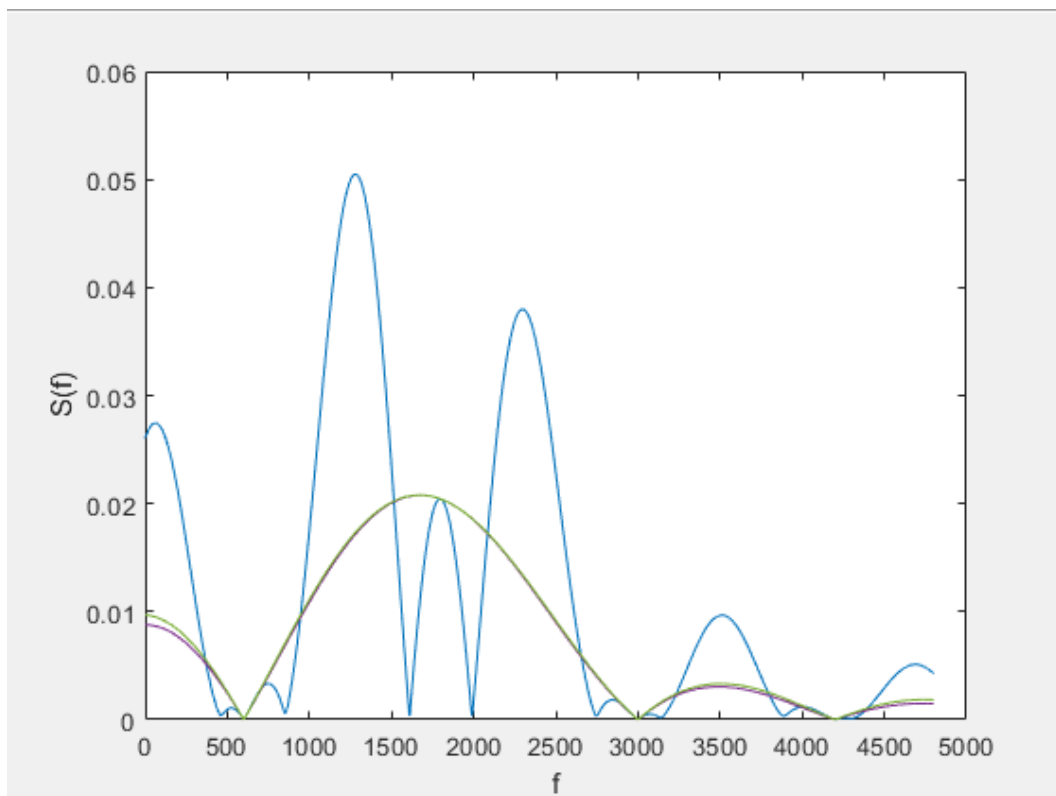


Рисунок 2. Спектр последовательности длиной 3, заданный случайными мульти индексами.

В данной последовательности сигналов были суммированы  $S_4 S_2 S_1$

$$W = \frac{2400}{3} = 800 \Gamma_{\mathcal{U}}$$

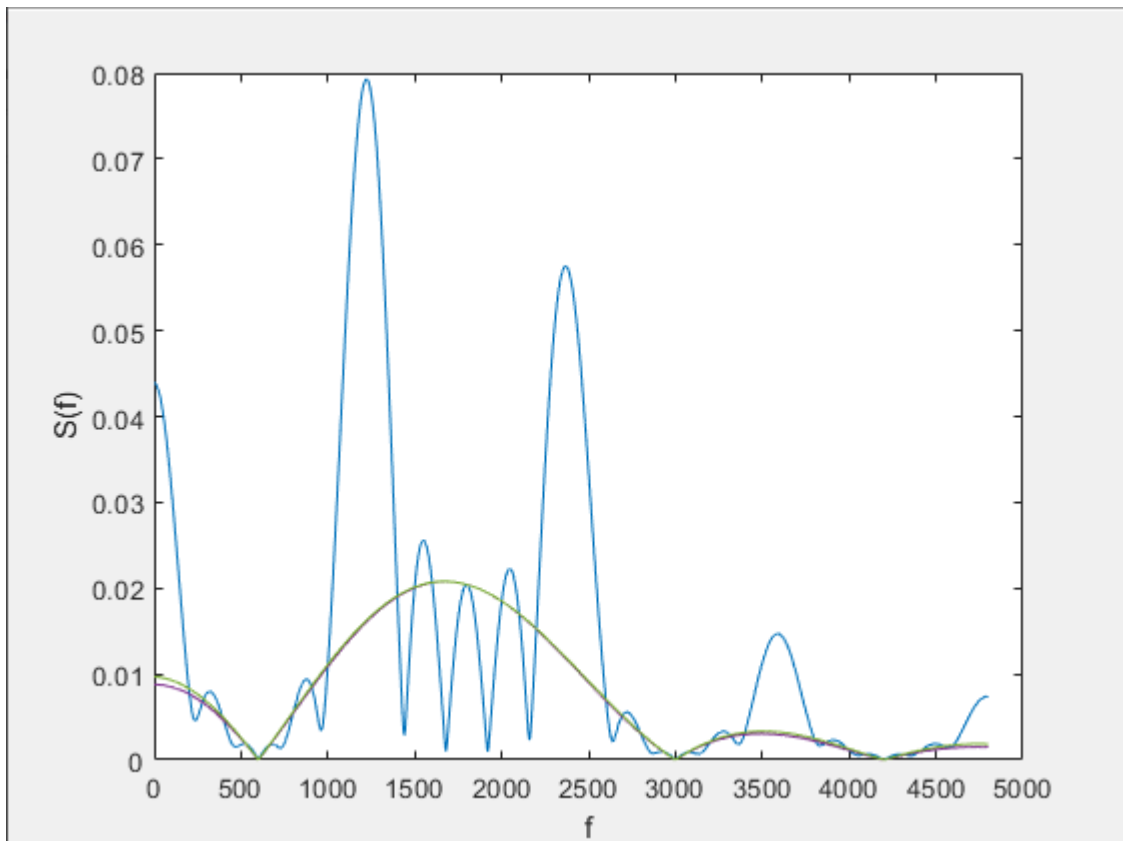


Рис 3. Спектр последовательности длиной 5, заданный случайными мульти индексами.

В данной последовательности сигналов были суммированы  $S_4 S_2 S_3 S_2 S_4$

$$W = \frac{2400}{5} = 480 \Gamma_{\mathcal{U}}$$

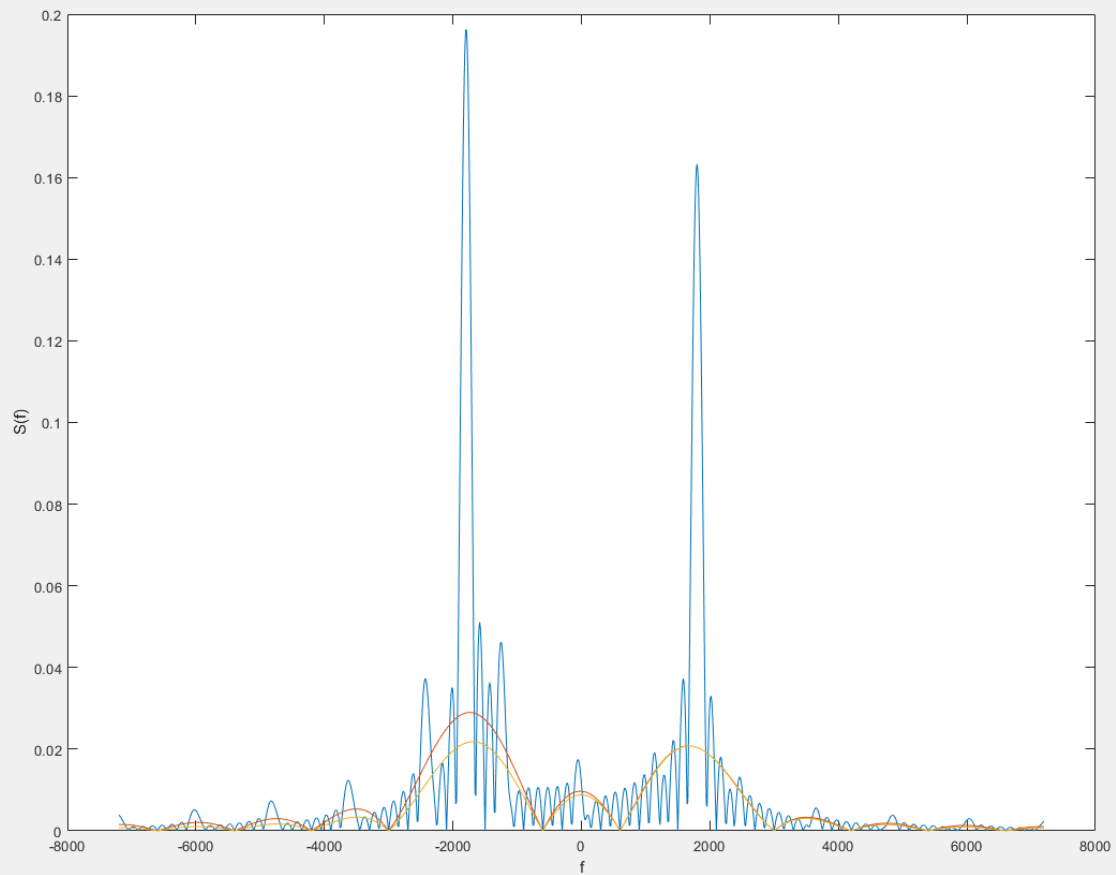


Рис 4. Спектр последовательности длиной 8, заданный мульти индексами.

В данной последовательности сигналов были суммированы  $S_1 S_{15}$

$$W = \frac{2400}{8} = 300 \text{ Гц}$$

Исходя из полученных результатов можно увидеть, что ширина полосы частот последовательностей, заданных случайными индексами, совпадает с шириной полосы частот одиночных сигналов, определенной по формуле. В случае последовательности, заданной одним индексом, ширина полосы частот уменьшается относительно одиночного сигнала, а амплитуда увеличивается в N раз.

Ширина полосы частот КАМ для рассмотренных множеств сигналов:

$$W = \frac{2}{n \cdot T} \text{ Гц.}$$



## **Вывод**

В ходе данной лабораторной работы были выведены формулы преобразования Фурье для отрезков гармоник сигналов косинуса и синуса. По формуле было проведено преобразование Фурье для сигналов множества с фазовой модуляцией, определены их амплитудные спектры и ширина полосы частот по формуле.

Так же была выведена формула преобразования Фурье для последовательностей сигналов, определен спектр для различных последовательностей, состоящих из сигналов множества, и построены соответствующий графики для нескольких различных последовательностей.

## Листинг программы

```

clear;

f0 = 1800;
Vmod = 1200;
Vinf = 4800;

q = pow2(Vinf/Vmod);
T = (1/Vmod);
dots = 100;
f = -7200:(1/T)/dots:7200;
S = zeros(q, length(f));
num=1;

for i1 = 0:1:sqrt(q)-1
    for i2 = 0:1:sqrt(q)-1
        s1 = 1-2*i1/(sqrt(q)-1);
        s2 = 1-2*i2/(sqrt(q)-1);
        A = max(abs(s1), abs(s2));
        subplot(sqrt(q), sqrt(q), num)
        S(num,:) = ((A*s1)*sqrt(T/2)*(sinc((f-f0)*T)+sinc((f+f0)*T)).*exp(-
        1j*pi*f*T)) + ((A*s2/1j)*sqrt(T/2)*((sinc(f-f0)*T)-
        sinc((f+f0)*T)).*exp(-1j*pi*f*T));
        plot(f, abs(S(num,:)), 'r');
        num = num+1;
    end
end

%Спектр последовательных сигналов:
N = 8;
m1 = [1,15,1,15,1,15,1,15];
Si = zeros(q, length(f));
for l = 1:N
    Si = Si + S(m1(l)+1,:).*exp(-1j*2*pi*(l-1)*f*T);
end
figure();
plot(f, abs(Si(1, :)));
hold on;
plot(f, abs(S(1, :)));
plot(f, abs(S(2, :)));
xlabel("f");
ylabel("S(f)")

```