Цель работы: для выбранного варианта задания выбрать множество базисных функций, проверить ортонормированность для выбранного множества базисных функций, построить множество сигнальных точек, построить разбиение сигнального пространства на решающие области.

1. Исходные данные для 8 варианта КАМ

$$f_0 = 1800 \text{ Гц}$$

$$V_{mod} = 1200 \text{ Бод}$$

$$V_{inf} = 7200 \text{ бит/с}$$

2. Базис для геометрического представления сигналов КАМ

$$\varphi_1(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$\varphi_2(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Данные функции образуют базис размерности $D = 2$.

3. Проверка ортонормированности выбранных функций.

Пусть $\{s_i(t)\}$ – множество сигналов, определенных на конечном интервале $[0; T]$, где T – период следования сигналов, $i = 0, 1, \ldots q - 1$. Для множества сигналов $\{s_i(t)\}$ можно указать множество ортонормированных функций $\{\varphi_j(t)\}$, определенных на интервале $[0; T]$, $j = 1, 2, \ldots D$, то есть таких, для которых выполняется условие

$$(\varphi_j, \varphi_k) = \int_0^T \varphi_j(t)\varphi_k(t)dt = \begin{cases} 1, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases}$$

Проверим ортогональность:

$$(\varphi_1, \varphi_2) = \int_0^T \varphi_1(t)\varphi_2(t)dt = \int_0^T \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_0 t) \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_0 t)\, dt =$$

$$= \frac{2}{T}\int_0^T \cos\left(2\pi f_0 t\right)\sin\left(2\pi f_0 t\right)dt = \left.\frac{\sin^2(2\pi f_0 t)}{T2\pi f_0}\right|_0^T = \frac{\sin^2(2\pi f_0 T)}{T2\pi f_0} - \frac{\sin^2\left(2\pi f_0 0\right)}{T2\pi f_0} = \frac{\sin^2(2\pi f_0 T)}{T(2\pi f_0 T)}$$

При условии, что $f_0 T = l$, где $l -$ целое число, получаем $(\varphi_1, \varphi_2) = 0$. Таким образом, условие ортогональности соблюдается.

Проверим условие нормировки:

$$(\varphi_1, \varphi_1) = \int_0^T \varphi_1^2(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^T \cos^2\left(2\pi f_0 t\right)dt = \left.\frac{\sin\,(4\pi f_0 t)}{4\pi f_0 T} + \frac{t}{T}\right|_0^T =$$

$$= \frac{\sin\,(4\pi f_0 T)}{4\pi f_0 T} + 1 - \frac{\sin\left(4\pi f_0 0\right)}{4\pi f_0 T} = \frac{\sin\,(4\pi f_0 T)}{4\pi f_0 T} + 1$$

При условии, что $f_0 T = l$, где $l -$ целое число, получаем $(\varphi_1, \varphi_1) = 1$.

Аналогично проверим вторую функцию:

$$(\varphi_2, \varphi_2) = \int_0^T \varphi_2^2(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^T sin^2\left(2\pi f_0 t\right)dt = \left.-\frac{\sin\,(4\pi f_0 t)}{4\pi f_0 T} + \frac{t}{T}\right|_0^T =$$

$$= -\frac{\sin\left(4\pi f_0 T\right)}{4\pi f_0 T} + 1 + \frac{\sin\left(4\pi f_0 0\right)}{4\pi f_0 T} = 1$$

Отсюда следует, что выбранные функции действительно ортогональны и нормированы, а значит являются ортонормированным базисом.

4. **Построение множества сигнальных точек.**

Коэффициенты разложения s_{ij} представляют собой вещественные числа, которые вычисляются как скалярные произведения сигнала $s_i(t)$ и базисной функции $\varphi_j(t)$, то есть

$$s_{ij} = \left(s_i, \varphi_j\right) = \int_0^T s_i(t)\varphi_j(t)dt$$

График сигнального созвездия представлен ниже.

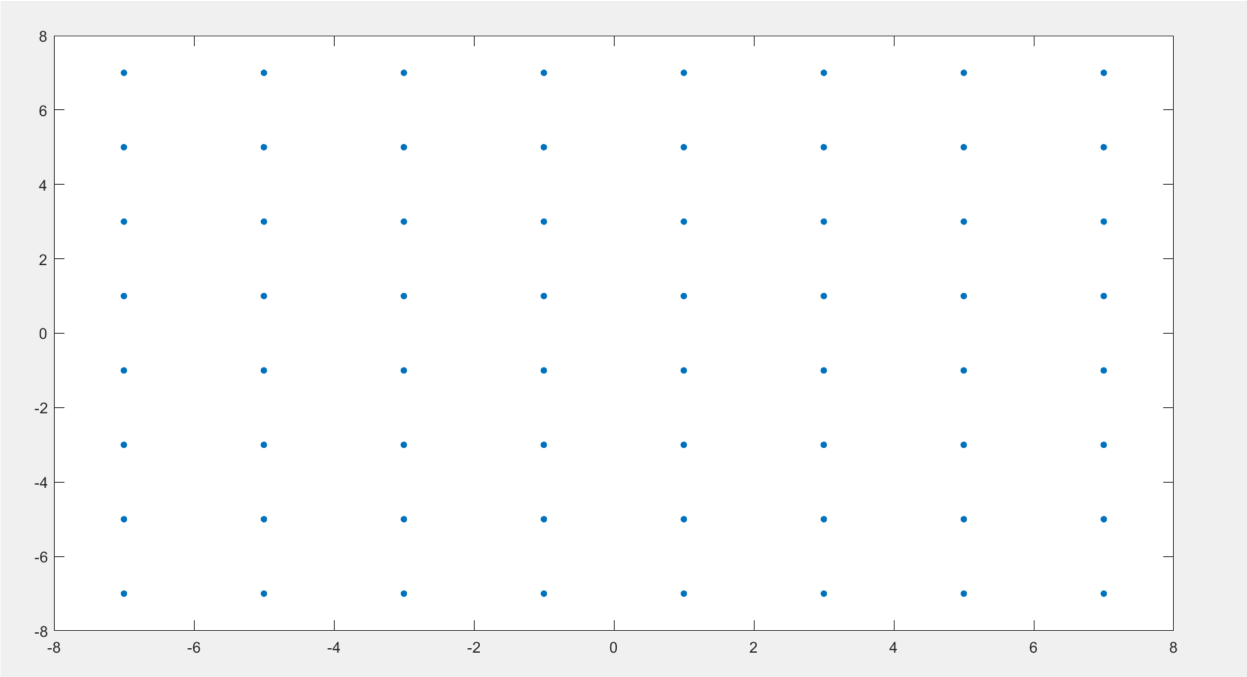

График 1 - Сигнальное созвездие

5. Построение разбиения сигнального пространства на решающие области.

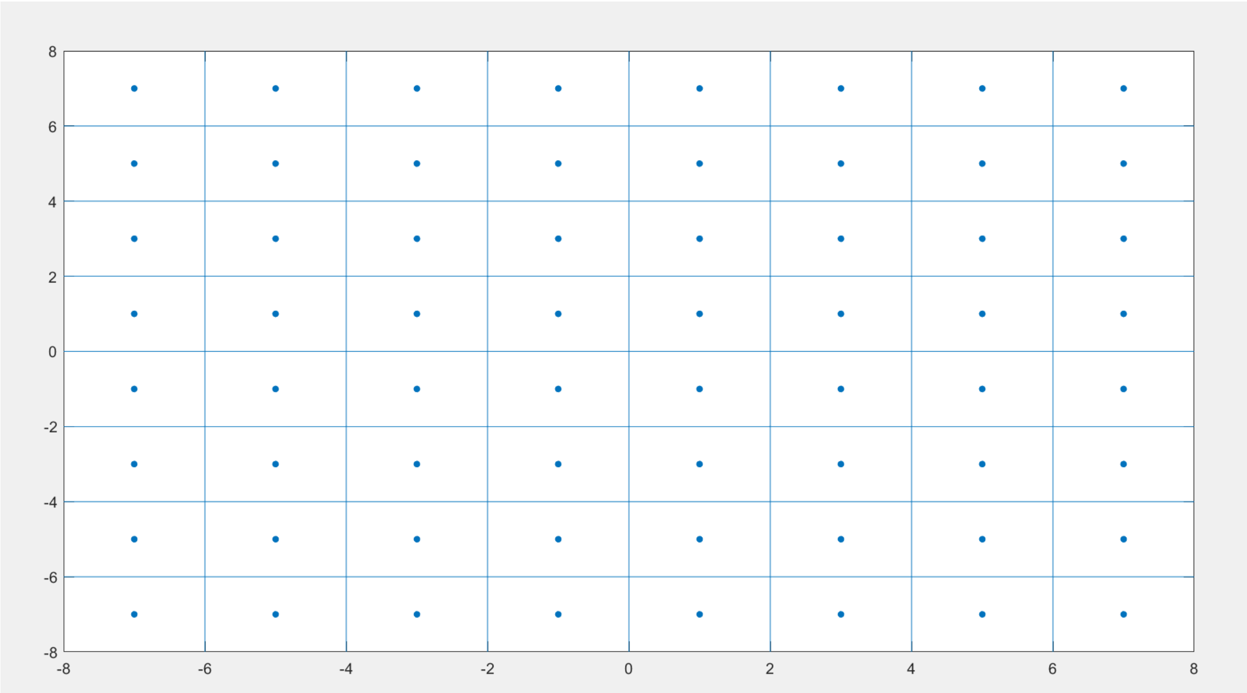

График 2 - Разделение на решающие области

Имеем в виду, что все сигналы сигнального множества передаются равновероятно, то есть $P_i = \frac{1}{q}$.

В таком случае каждая решающая область R_i состоит из точек сигнального пространства, расстояние от которых до сигнальной точке s_i меньше, чем расстояние до любой другой сигнальной точки s_k.

Вывод: в ходе выполнения лабораторной работы были выбраны функции $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$, образующие ортонормированный базис размерности $D = 2$. Построено множество сигнальных точек и разбиение сигнального пространства на решающие области.

Листинг программы:

```
Vmod = 1200;
Vinf = 7200;
f0 = 1800;
T = 1/Vmod;
m = Vinf/Vmod;
q = pow2(m);
A = 7;
s = [7 5 3 1 -1 -3 -5 -7];
step = T/1000;
t = 0:step:T;
phi1 = @(t) sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t);
phi2 = @(t) sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t);
si1 = zeros(1,q);
si2 = zeros(1,q);

%вычисление координат
Signals = @(n,t) s(fix(n/8) + 1)*sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t)+
(s(mod(n,8) + 1)*sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t));
for n = 1:64
    si1(n) = integral(@(t) Signals(n-1,t).*phi1(t), 0, T);
    si2(n) = integral(@(t) Signals(n-1,t).*phi2(t), 0, T);
end

%сигнальное созвездие
figure(1);
plot(si1(:),si2(:), '.', 'MarkerSize', 15);

% решающие области
figure(2);
plot(si1(:),si2(:), '.', 'MarkerSize', 15);
hold on;
for n = -6:2:6
    line ([n n], [-8 8]);
    line ([-8 8], [n n]);
end
hold off;
```