

**Цель работы:** по заданным параметрам определить количество сигналов, привести аналитические выражения для всех сигналов из сигнального множества как функций времени, вычислить значения энергии всех сигналов и построить графики всех сигналов.

## 1. Исходные данные для 4 варианта КАМ

$$f_0 = 2400 \text{ Гц}$$

$$V_{mod} = 600 \text{ Бод}$$

$$V_{inf} = 2400 \text{ б/с}$$

## 2. Исходный вид сигнала

Сигналы квадратурной амплитудной модуляции задаются следующим образом

$$s_i(t) = \begin{cases} s_{i1} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_0 t) + s_{i2} \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & t \leq 0, t \geq T \end{cases}$$

Это выражение можно преобразовать к виду

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_i}{T}} \cos(2\pi f_0 t - \theta_i), & 0 < t < T \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Где  $E_i = s_{i1}^2 + s_{i2}^2$ ,  $\theta_i = \arctg(\frac{s_{i2}}{s_{i1}})$ .

## 3. Расчетные данные

Модуляционная скорость  $V_{mod}$  определяется по формуле:

$$V_{mod} = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{V_{mod}} = 0,0017$$

Информационная скорость при цифровой, или дискретной, передаче определяется по формуле:

$$V_{inf} = \frac{\log_2 q}{T}$$

Количество сигналов рассчитывается по формуле:

$$q = 2^{V_{inf}/V_{mod}} = 2^{2400/600} = 16$$

Т.к.  $q = 16$ , тогда  $i = [0..15]$ . Общее число сигналов равно 16. Найдем коэффициенты  $s_{i1}$  и  $s_{i2}$  для каждого сигнала.

$m = \log_2 q$  отсюда  $m = 4$ , представляет из себя четное целое число. Для определения величин  $s_{i1}$  и  $s_{i2}$  поставим в соответствие номеру сигнала  $i = [0..15]$  пару целых  $i_1$  и  $i_2$  по правилу  $i = i_1\sqrt{q} + i_2$

Согласно равенствам:

$$s_{i1} = A \left( 1 - \frac{2i_1}{-1 + \sqrt{q}} \right)$$

$$s_{i2} = A \left( 1 - \frac{2i_2}{-1 + \sqrt{q}} \right)$$

определим значения  $s_{i1}$  и  $s_{i2}$  и занесем их в таблицу:

Таблица 1. Расчет коэффициентов  $s_{i1}$  и  $s_{i2}$

i	$i_1, i_2$	$(s_{i1}, s_{i2})$
0	0,0	(3, 3)
1	0,1	(3, 1)
2	0,2	(3, -1)
3	0,3	(3, -3)
4	1,0	(1, 3)
5	1,1	(1, 1)
6	1,2	(1, -1)
7	1,3	(1, -3)
8	2,0	(-1, 3)
9	2,1	(-1, 1)
10	2,2	(-1, -1)
11	2,3	(-1, -3)
12	3,0	(-3, 3)
13	3,1	(-3, 1)
14	3,2	(-3, -1)
15	3,3	(-3, -3)

#### 4. Формула энергии

$$E_i = s_{i1}^2 + s_{i2}^2$$

Доказательство:

$$\begin{aligned} E_i &= \int_0^T s_i^2 dt = \int_0^T s_{i1}^2 * \frac{2}{T} * \cos(2\pi t f_0)^2 dt + \int_0^T s_{i2}^2 * \frac{2}{T} * \sin(2\pi t f_0)^2 dt = \\ &= s_{i1}^2 \int_0^T \frac{2(1 + \cos(4\pi t f_0))}{2T} dt + s_{i2}^2 \int_0^T \frac{2(1 - \cos(4\pi t f_0))}{2T} dt = \\ &= s_{i1}^2 \int_0^T \frac{1 + \cos(4\pi t f_0)}{T} dt + s_{i2}^2 \int_0^T \frac{1 - \cos(4\pi t f_0)}{T} dt = \\ &= \frac{s_{i1}^2}{T} \left( t + \frac{\sin(4\pi t f_0)}{4\pi f_0} \right) + \frac{s_{i2}^2}{T} \left( t - \frac{\sin(4\pi t f_0)}{4\pi f_0} \right) \Big|_0^T = \\ &= \frac{s_{i1}^2 t}{T} + \frac{s_{i1}^2 \sin(4\pi t f_0)}{4\pi f_0 T} + \frac{s_{i2}^2 t}{T} - \frac{s_{i2}^2 \sin(4\pi t f_0)}{4\pi f_0 T} \Big|_0^T = \\ &= \frac{s_{i1}^2 T}{T} + \frac{s_{i1}^2 \sin(4\pi T f_0)}{4\pi f_0 T} + \frac{s_{i2}^2 T}{T} - \frac{s_{i2}^2 \sin(4\pi T f_0)}{4\pi f_0 T} = (s_{i1}^2 + s_{i2}^2) + \frac{\sin(4\pi T f_0)}{4\pi f_0 T} (s_{i1}^2 - s_{i2}^2) \\ &= s_{i1}^2 + s_{i2}^2 \end{aligned}$$

Формула экспериментального значения энергии каждого сигнала:

$$E_i = \int_0^T s_i^2 dt$$

Минимальная разница между экспериментальной и теоретической энергиями =  $-1.7764e - 15$

Максимальная разница между экспериментальной и теоретической энергиями =  $1.7764e - 15$

Можно сделать вывод, что вероятность ошибки в совпадении значений экспериментальной и теоретической энергиями крайне мала.

## 5. Расчеты

### 5.1 Расчет энергий сигналов

$$E_0 = s_{01}^2 + s_{02}^2 = 3^2 + 3^2 = 18$$

$$E_1 = s_{11}^2 + s_{12}^2 = 3^2 + 1^2 = 10$$

$$E_2 = s_{21}^2 + s_{22}^2 = 3^2 + (-1)^2 = 10$$

$$E_3 = s_{31}^2 + s_{32}^2 = 3^2 + (-3)^2 = 18$$

$$E_4 = s_{41}^2 + s_{42}^2 = 1^2 + 3^2 = 10$$

$$E_5 = s_{51}^2 + s_{52}^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

$$E_6 = s_{61}^2 + s_{62}^2 = 1^2 + (-1)^2 = 2$$

$$E_7 = s_{71}^2 + s_{72}^2 = 1^2 + (-3)^2 = 10$$

$$E_8 = s_{81}^2 + s_{82}^2 = (-1)^2 + 3^2 = 10$$

$$E_9 = s_{91}^2 + s_{92}^2 = (-1)^2 + 1^2 = 2$$

$$E_{10} = s_{101}^2 + s_{102}^2 = (-1)^2 + (-1)^2 = 2$$

$$E_{11} = s_{111}^2 + s_{112}^2 = (-1)^2 + (-3)^2 = 10$$

$$E_{12} = s_{121}^2 + s_{122}^2 = (-3)^2 + (-3)^2 = 18$$

$$E_{13} = s_{131}^2 + s_{132}^2 = (-3)^2 + 1^2 = 10$$

$$E_{14} = s_{141}^2 + s_{142}^2 = (-3)^2 + (-1)^2 = 10$$

$$E_{15} = s_{151}^2 + s_{152}^2 = (-3)^2 + (-3)^2 = 18$$

### 5.2 Расчёт сигналов

$$s_0(t) = 3 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 1800 * t) + 3 * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 1800 * t)$$

$$s_1(t) = 3 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 1800 * t) + 1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 1800 * t)$$

$$s_2(t) = 3 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 1800 * t) + (-1) * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 1800 * t)$$

$$s_3(t) = 3 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 1800 * t) + (-3) * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 1800 * t)$$

$$s_4(t) = 1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 1800 * t) + 3 * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 1800 * t)$$

$$s_5(t) = 1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 2400 * t) + 1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 2400 * t)$$

$$s_6(t) = 1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 2400 * t) + (-1) * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 2400 * t)$$

$$s_7(t) = 1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 2400 * t) + (-3) * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 2400 * t)$$

$$s_8(t) = -1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 182400 * t) + 3 * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 2400 * t)$$

$$s_9(t) = -1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 2400 * t) + 1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 2400 * t)$$

$$s_{10}(t) = -1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 2400 * t) + (-1) * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 2400 * t)$$

$$s_{11}(t) = -1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 2400 * t) + (-3) * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 2400 * t)$$

$$s_{12}(t) = -3 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 2400 * t) + 3 * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 2400 * t)$$

$$s_{13}(t) = -3 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 2400 * t) + 1 * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 2400 * t)$$

$$s_{14}(t) = -3 * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 2400 * t) + (-1) * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 2400 * t)$$

$$s_{15}(t) = (-3) * \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi * 2400 * t) + (-3) * \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi * 2400 * t)$$

## 6. Графики

### 6.1 Графики сигналов

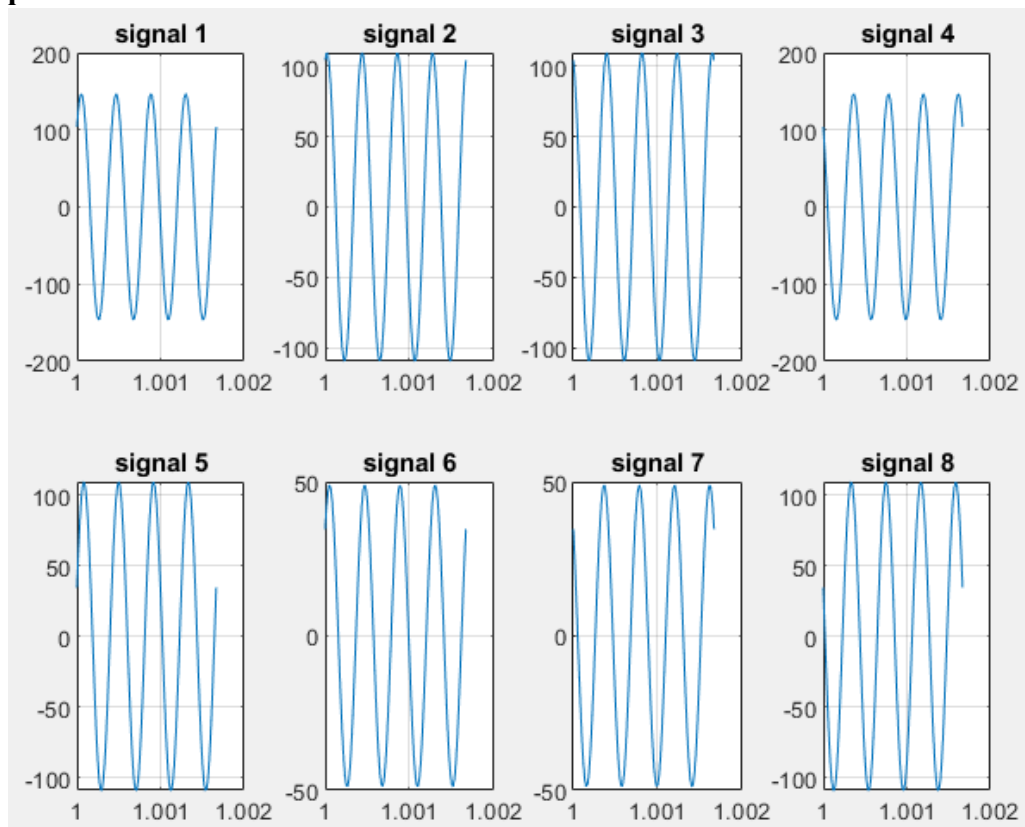


Рисунок 1. Графики сигналов с 1-ого по 8-ой.

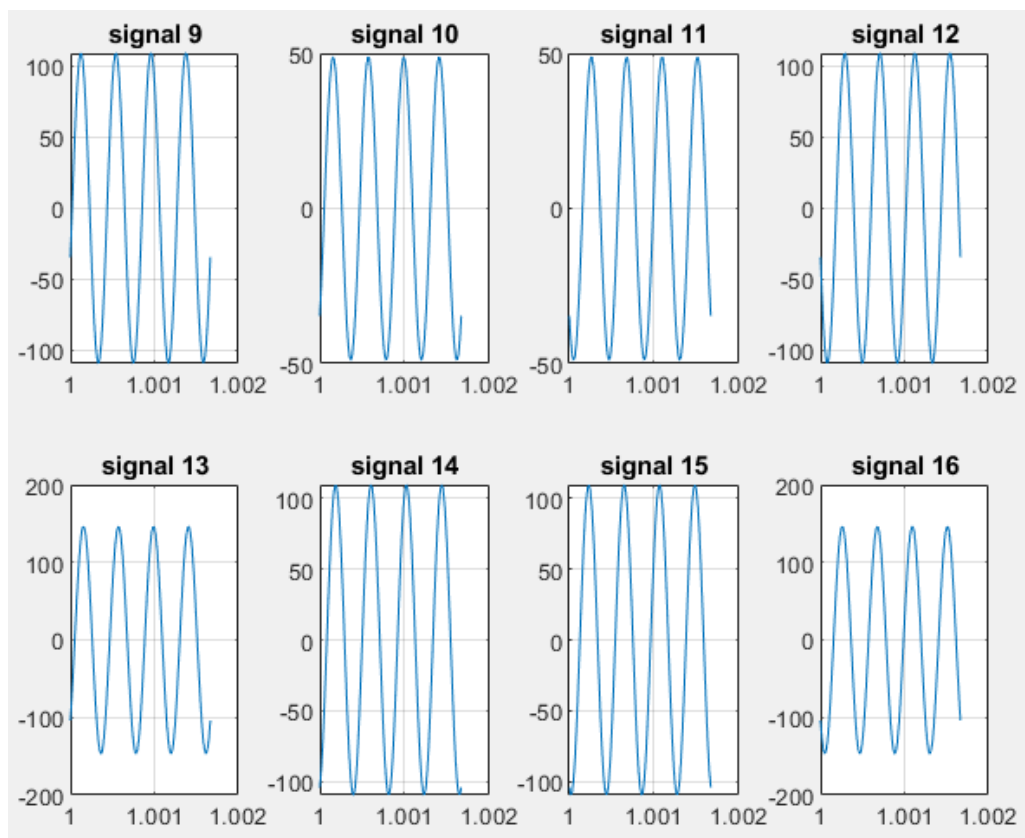


Рисунок 2. Графики сигналов с 9-ого по 16-ый.

## 6.2 График энергии

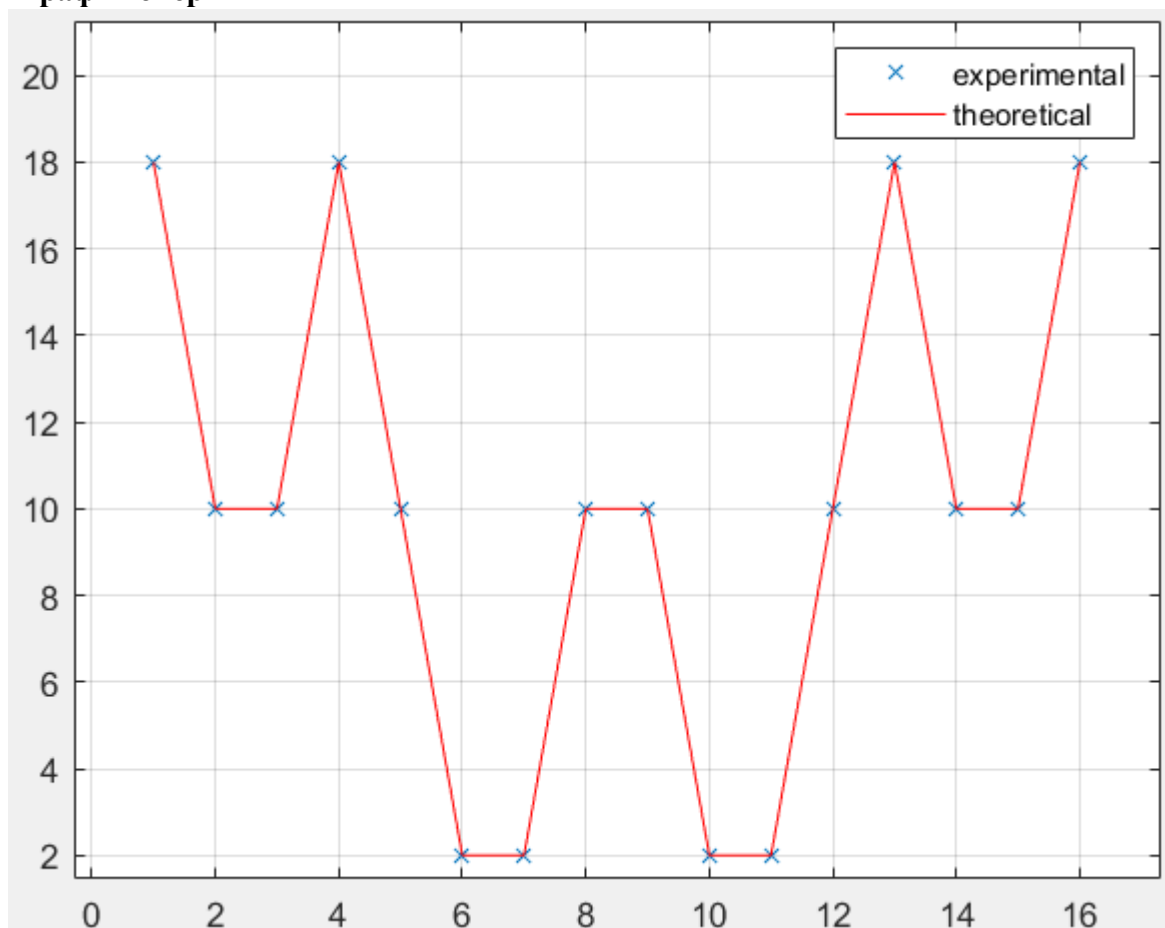


Рисунок 3. Графики энергий сигналов.

**Вывод**

В ходе выполнения данной лабораторной работы было подсчитано количество сигналов, рассчитаны их значения как функций времени.

Приведено аналитическое выражение энергии, подсчитаны энергии сигналов (двумя способами: теоретическим и экспериментальным), построены графики сигналов и их энергий. В ходе анализа сравнения значений энергии теоретической и значений энергии экспериментальной, было выявлено совпадение с минимальным отклонением.



### Листинг программы

```
clc
clear all
f0 = 2400;
Vmod = 600;
Vinf = 2400;

% a)
T = 1/(Vmod);
m = Vinf * T;
q = 2^m;

% б)
numbers = 100;
step = T/numbers;
t = 1:step:(1+T);
a = sqrt(2/T);
A = 3;

i1 = zeros(1, q);
i2 = zeros(1, q);
s1 = zeros(1, q);
s2 = zeros(1, q);
signal = zeros(q, numbers + 1);
val = 0;
indx = 0;
for j=1:1:q
    i1(j) = val;
    indx = indx + 1;
    if(indx == A+1)
        indx = 0;
        val = val +1;
    end
    i2(j) = mod(j-1,A+1);

    s1(j) = A * (1 - (2*i1(j))/(sqrt(q)-1));
    s2(j) = A * (1 - (2*i2(j))/(sqrt(q)-1));

    signal(j,:) = (s1(j)*a*cos(2*pi*f0*t)) +
    (s2(j)*a*sin(2*pi*f0*t));
end

% графики сигналов
i = 1;
for n = 0:q-1
    figure(fix(n/8) + 1);
```

```

subplot(2,4,mod(n,8) + 1);
plot(t,signal(n+1,:));
    grid on;
    title("signal " + i);
    i = i+1;
end

% B)
Etheoretic = zeros(1, q);
Epractic = zeros(1, q);
energyCalculate = @(n,t) ((s1(n)*a*(cos(2*pi*f0*t))) +
(s2(n)*a*sin(2*pi*f0*t))).^2;
for k = 1:q
    Etheoretic(k) = (s1(k))^2 + (s2(k))^2;
    Epractic(k) = integral(@(t)energyCalculate(k,t),0,T);
end

%график энергии
N = 1:q;
figure(1000);
plot(N,Etheoretic(1,:), 'x');
hold on;
plot(N,Epractic(1,:), 'r');
hold off;
grid on;
legend("theoretical","experimental");

```