

1. Цель работы:

Исследование дискретных сигналов частотной области. Вычислить амплитудные спектры всех сигналов. построить графики, определить ширину полосы частот, занимаемой каждым сигналом и множеством всех сигналов. Вычислить спектр последовательности сигналов (для нескольких различных последовательностей различной длины), построить графики; сравнить полученные спектры со спектрами одиночных сигналов, объяснить различие. Определить ширину полосы частот, занимаемой различными последовательностями сигналов, сравнить эти значения между собой.

2. Исходные данные:

Вариант 3.6, КАМ

$$f_0 = 1800 \text{ Гц};$$

$$V_{\text{мод}} = 1200 \text{ Бод};$$

$$V_{\text{инф}} = 4800 \text{ бит/с};$$

$f_0$  – несущая частота,  $V_{\text{мод}}$  – скорость модуляции,  $V_{\text{инф}}$  – скорость информации

3. Вывод выражений спектра отрезка гармоника

А) выведем формулу

$$S(f) = \frac{AT}{2} \left( \text{sinc}((f - f_0)T) + \text{sinc}((f + f_0)T) \right) e^{-j2\pi f t}$$

Пусть задан сигнал:

$$s(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Допустим  $s(t) = g(t)c(t)$ ,

где

$g(t) = A$  - некоторая произвольная функция (огибающая,)  $c(t) = \cos(2\pi f_0 t)$  – гармонический сигнал

Расчёт спектральной функции:

$$S(f) = G(f)C(f)e^{-j2\pi f t},$$

где

$$C(f) = \frac{1}{2} (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$$

тогда

$$S(f) = G(f)C(f)e^{-j2\pi ft} = G(f)\frac{1}{2}\left((\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))\right)e^{-j2\pi ft}$$

$$= \frac{1}{2}(G(f - f_0) + G(f + f_0))e^{-j2\pi ft}$$

Теперь рассмотрим  $g(t) = A$ :

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j2\pi fT} dt = A \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j2\pi fT} dt = -\frac{A}{j2\pi f} e^{-j2\pi fT} \Bigg|_{-T/2}^{T/2}$$

$$= \frac{A}{j2\pi f} (e^{j\pi fT} - e^{-j\pi fT}) = \frac{A}{\pi f} \sin \pi fT = AT \frac{\sin \pi fT}{\pi fT}$$

$$= AT \operatorname{sinc}(fT)$$

Подставим  $G(f)$  в  $S(f)$ :

$$S(f) = \frac{AT}{2} \left( \operatorname{sinc}((f - f_0)T) + \operatorname{sinc}((f + f_0)T) \right) e^{-j2\pi ft}$$

Б) выведем формулу

$$S(f) = \frac{AT}{2j} \left( \operatorname{sinc}((f - f_0)T) + \operatorname{sinc}((f + f_0)T) \right) e^{-j2\pi ft}$$

Пусть задан сигнал:

$$s(t) = \begin{cases} A \sin(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Допустим  $s(t) = g(t)c(t)$ ,

где

$g(t) = A$  - некоторая произвольная функция (ограничивающая),  $c(t) = \sin(2\pi f_0 t)$  - гармонический сигнал

Расчёт спектральной функции:

$$S(f) = G(f)C(f)e^{-j2\pi ft},$$

где

$$C(f) = \frac{1}{2j} (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$$

тогда

$$S(f) = G(f)C(f)e^{-j2\pi ft} = G(f)\frac{1}{2j} \left( (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)) \right) e^{-j2\pi ft}$$

$$= \frac{1}{2j} (G(f - f_0) + G(f + f_0)) e^{-j2\pi ft}$$

Теперь рассмотрим  $g(t) = A$ :

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j2\pi ft} dt = A \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j2\pi ft} dt = -\frac{A}{j2\pi f} e^{-j2\pi ft} \Bigg|_{-T/2}^{T/2}$$

$$= \frac{A}{j2\pi f} (e^{j\pi fT} - e^{-j\pi fT}) = \frac{A}{\pi f} \sin \pi fT = AT \frac{\sin \pi fT}{\pi fT}$$

$$= AT \text{sinc}(fT)$$

Подставим  $G(f)$  в  $S(f)$ :

$$S(f) = \frac{AT}{2j} \left( \text{sinc}((f - f_0)T) + \text{sinc}((f + f_0)T) \right) e^{-j2\pi ft}$$

#### 4. Графики амплитудных спектров сигнала

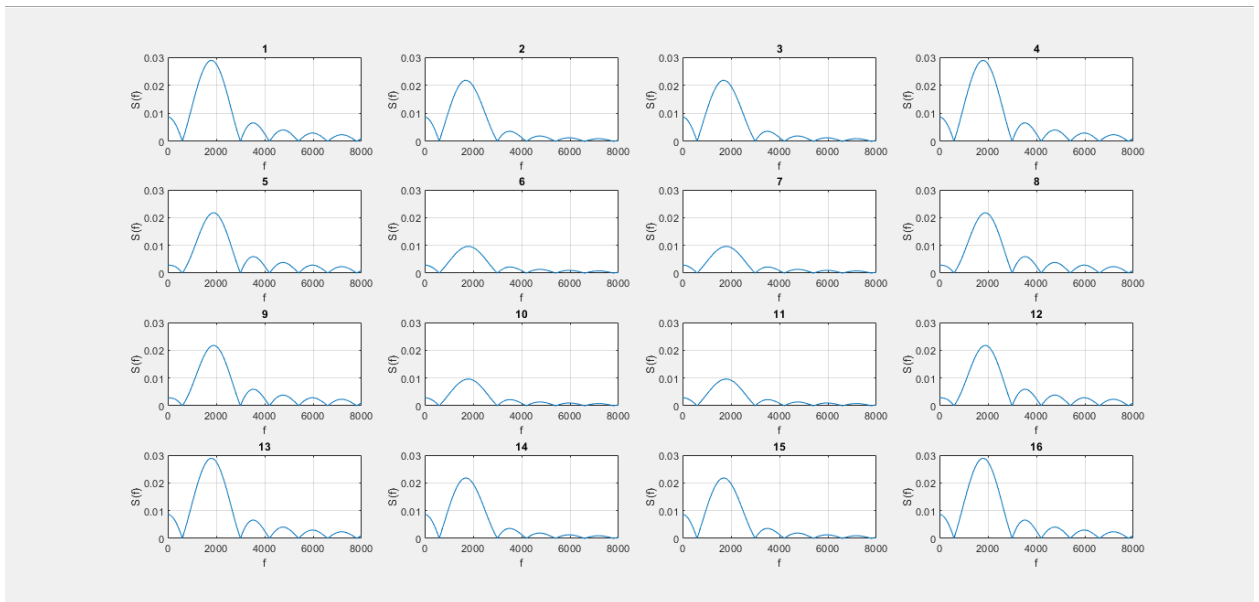


Рис.1 – Амплитудные спектры сигнала квадратурной амплитудной модуляции

Ширина полосы частот для одиночного сигнала рассчитывается по формуле

$$W = \frac{2}{T} = 2 \cdot 1200 = 2400$$

Спектры сигналов одинаковы.

#### 5. Спектр последовательности сигналов

Пусть  $\{s_i(t)\}$  – сигнальное множество,  $i = 0, 1, \dots, q-1$ . Определим последовательность индексов (мультииндекс)  $i = (i_0, i_1, \dots, i_{N-1})$  длины  $N$ , где  $i_l \in \{0, 1, \dots, q-1\}$ ,  $0 \leq l \leq N-1$ . Определим также последовательность сигналов длины  $N$ , определяемую последовательностью индексов  $i$ ,  $s_i(t) = \sum_{l=0}^{N-1} s_{i_l}(t - lT)$ , где  $T$  – период следования сигналов.

Найдем спектр  $S_i(f)$  последовательности  $s_i(t)$ . Пусть  $S_i(f)$  – спектр  $i$ -го сигнала из сигнального множества, тогда используя свойство линейности и сдвига во временной области, имеем

$$S_i(f) = \sum_{l=0}^{N-1} S_{i_l}(f) e^{-j2\pi f l T}.$$

Как следует из последней формулы, спектр последовательности сигналов представляет собой линейную комбинацию спектров сигналов, образующих последовательность.

## 6. Графики спектров последовательности сигналов

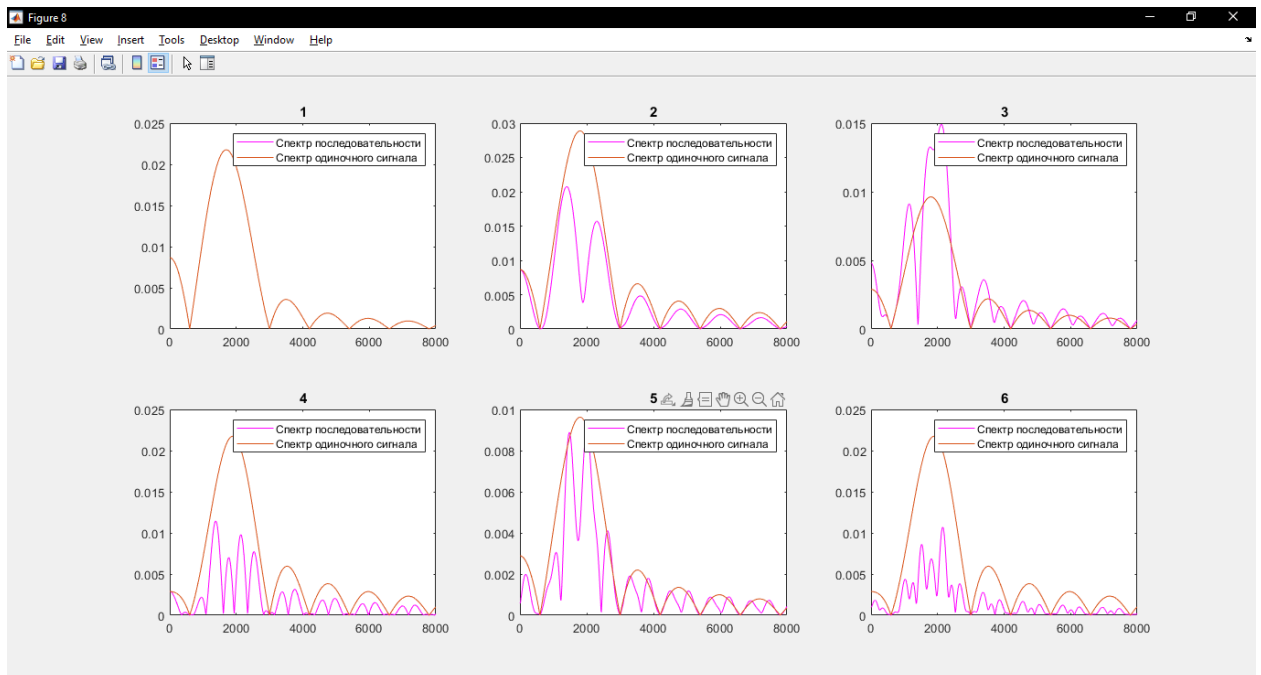


Рис.2 – Амплитудный спектр последовательности разной длины

Ширина полосы частот для последовательности сигналов рассчитывается по формуле  $W = \frac{2}{nT}$

$$W_2 = \frac{2 \cdot 1200}{2} = 1200$$

$$W_3 = \frac{2 \cdot 1200}{3} = 800$$

$$W_4 = \frac{2 \cdot 1200}{4} = 600$$

$$W_5 = \frac{2 \cdot 1200}{5} = 480$$

## 7. Вывод

В ходе лабораторной работы были исследованы дискретные сигналы квадратурной амплитудной модуляции в частотной области. Были выведены формулы для спектров отрезка гармоник сигналов синуса и косинуса. По полученным формулам были вычислены спектры сигналов и построены их графики. Была вычислена ширина полосы частот для одиночного сигнала. Были вычислены спектры последовательностей сигналов для нескольких различных последовательностей различной длины. Были построены графики спектров последовательностей сигналов. Были вычислена ширина полосы частот, занимаемой различными последовательностями сигналов.

## 8. Код программы

```
clc;
clear;
close all;
f0 = 1800;
Vmod = 1200;
Vinf = 4800;
T = 1/Vmod;
W = 1/T;
m = Vinf * T;
q = 2^m;
Ns = 100;
dt = (1/f0)/Ns;
t = 0:dt:T;
step = f0/100;
f = 0:10:8000;
nfig = 1;
E = zeros(0,15);
vect = 0:15;
A = 1;
count = 0;
s1s2 = zeros(q,2);
s = zeros(q,length(t));
figure(nfig);
for i1 = 0 : sqrt(q) - 1
    for i2 = 0 : sqrt(q) - 1
        count = count + 1;
        s1s2(count,1) = A*(1-((2*i1)/(sqrt(q)-1)));
        s1s2(count,2) = A*(1-((2*i2)/(sqrt(q)-1)));
        s(count,:) = (s1s2(count,1)*sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t)) +
(s1s2(count,2)*sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t));
        E(count) = s1s2(count,1)^2 + s1s2(count,2)^2;
        plot(t, s(count,:));
        xlim([0 0.001]);
        ylim([-80 80]);
        hold on;
        xlabel('t, c');
        ylabel('S(t)');
    end
end
```

end

```
%первый и последний сигналы
%figure 2
nfig = nfig + 1;
figure(nfig);
plot(t, s(1, :), 'b+-');
hold on;
plot(t, s(16, :), 'r+-');
legend('Сигнал 1', 'Сигнал 16');
hold on;
xlabel('t, c');
ylabel('S(t)');
grid on;
```

```
%энергия
%figure 3
nfig = nfig + 1;
figure(nfig);
plot(vect, E, 'b+-');
hold on;
xlabel('t, c');
ylabel('E');
```

```
%16 сигналов
%figure 4
i = 0;
nfig = nfig + 1;
for j = 1 : 16
    figure(nfig);
    subplot(4,4,j)
    plot(t,s(j, :));
    hold on;
    grid on;
    xlim([0 0.001]);
    ylim([-100 100]);
    title(j);
end
```

```
%теорю и практ. энергии
%figure 5
nfig = nfig + 1;
figure(nfig);
E2 = sum(s.^2,2)*dt;
plot(vect, E, 'b+-');
hold on;
plot(vect, E2, 'r.-');
hold on;
xlabel('t, c');
ylabel('E');
grid on;
legend('Теоретический', 'Практический');
```

```
%спектры всех 16 сигналов
%figure 6
Spect = zeros(q, length(f));
nfig = nfig + 1;
figure(nfig);
count = 0;
for c = 1:q
    count = count + 1;
    Spect(count, :) = sls2(count,1) * sqrt(T / 2) * (sinc((f - f0) * T) +
    sinc((f + f0) * T)) .* exp(-1j * pi * f * T) + (sls2(count, 2) / 1j) *
    (sqrt(T / 2)) * (sinc((f -f0) * T) - sinc((f + f0) * T)) .* exp(-1j * pi * f
    * T);
end
```

```

        plot(f, abs(Spect(c, :)));
        grid on;
        hold on;
        ylabel('S(f)');
        xlabel('f');
        ylim([0 0.03]);

end

%figure 7
%16 амплитудных сигналов по отдельности
nfig = nfig + 1;
%figure(nfig);
num = 0; figure(nfig);
for j = 1 : q

    num = num + 1;
    subplot(4,4,j);
    Spect(num, :) = s1s2(num,1) * sqrt(T / 2) * (sinc((f - f0) * T) + sinc((f
+ f0) * T)) .* exp(-1j * pi * f * T) + (s1s2(num, 2) / 1j) * (sqrt(T / 2)) *
(sinc((f -f0) * T) - sinc((f + f0) * T)) .* exp(-1j * pi * f * T);
    %printf("SSpect %d", Spect(j, :));
    plot(f, abs(Spect(j, :)));
    grid on;
    hold on;
    ylabel('S(f)');
    xlabel('f');
    ylim([0 0.03]);
    title(j);

end

%figure 8
% Спектры последовательностей
nfig = nfig + 1;
figure(nfig);
N = 0;
for z = 1 : 6
    N = N + 1;
    subplot(2,3,z);
    Si = zeros(1, length(f));
    S_tmp = zeros(1, length(f));
    for k = 1:N
        S_tmp = Spect(N + k, :); %temp
        Si = Si + S_tmp.*exp(-1j*2*pi*(k-1)*f*T);
    end
    Si = Si/N;
    plot(f,abs(Si), 'm');
    hold on;
    plot(f,abs(S_tmp));
    legend('Спектр последовательности', 'Спектр одиночного сигнала');
    %hold off;
    title(N);
end

```