Оглавление

Цель работы:

Выполнить программную реализацию генератора непрерывной случайной величины с заданным законом распределения.

Ход работы:

Для построения распределений была использована БСВ, полученная на основе мультипликативно-конгруэнтного датчика.

1. Экспоненциальное распределение

Генератор независимых значений экспоненциальной СВ

$$x = -\frac{1}{\lambda}\ln(z)$$

где z − БСВ и $\lambda > 0$

Теоретические значения математического ожидания и дисперсии соответственно равны

$$M[x] = \frac{1}{\lambda}, D[x] = \frac{1}{\lambda^2}$$

Математическое ожидание и дисперсия для экспоненциального распределения равны:

```
Exponential Distribution
    Experimental:
    M = 1.0158053213564155
    D = 0.9259231746669632
    Theoretical:
    M = 1.0
    D = 1.0
```

Рисунок 1. Теоретические и экспериментальные математическое ожидание и дисперсия для экспоненциального распределения

Частотная гистограмма для экспоненциального распределения имеет следующий вид:

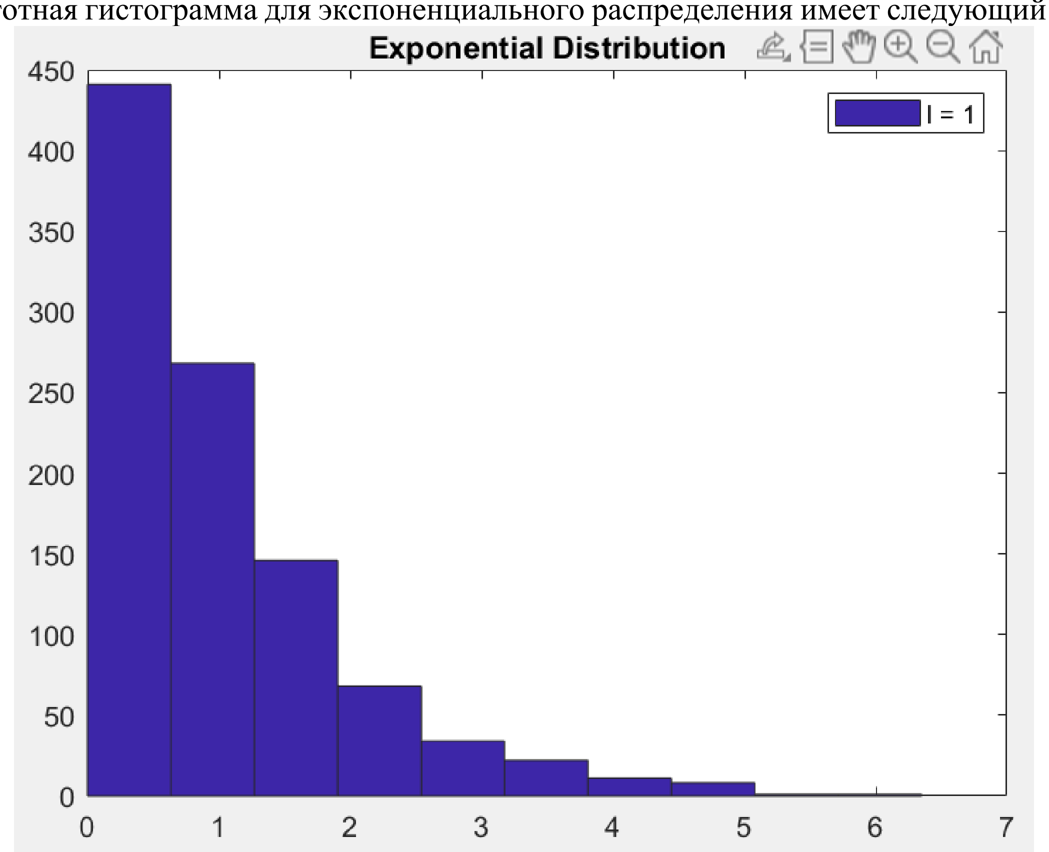

Рисунок 2.Гистограмма экспоненциального распределен

2. Равномерное распределение

Генератор независимых значений равномерной СВ

$$X = A + (B - A)*z$$

где z − БСВ и A, $B > 0$ и задают диапазон значений $[A;B]$.

Теоретические значения математического ожидания и дисперсии соответственно равны

$$M[x] = A + \frac{B - A}{2}, D[x] = \frac{(B - A)^2}{12}$$

Математическое ожидание и дисперсия для равномерного распределения равны:

```
Uniform Distribution
    Experimental:
    M = 3.10228338187803
    D = 3.2728700431663107
    Theoretical:
    M = 3.1745813177945332
    D = 3.358223998681135
```

Рисунок 3. Теоретические и экспериментальные математическое ожидание и дисперсия для равномерного распределения

Частотная гистограмма для равномерного распределения имеет следующий вид:

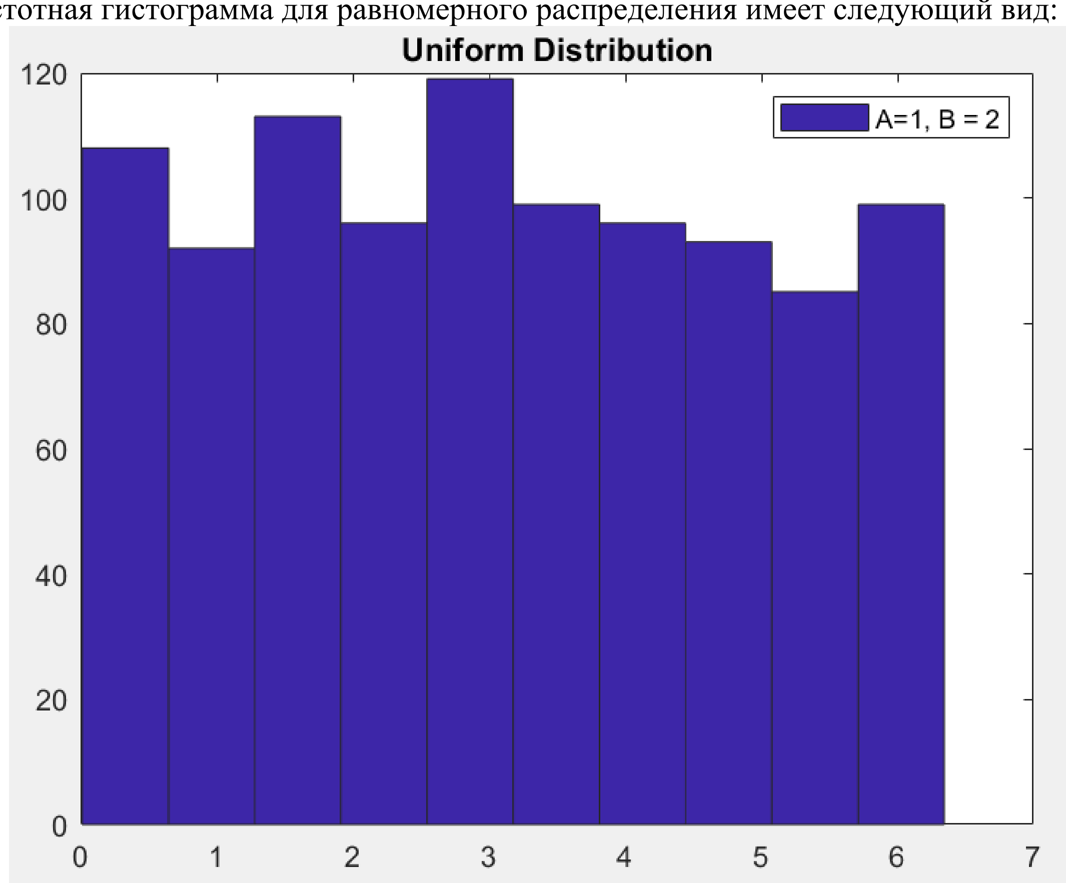

Рисунок 4..Гистограмма равномерного распределения

3. Эрланговское распределение

Генератор независимых значений эрланговской СВ

$$x = -\frac{1}{\lambda}\ln(z_1 \dots z_k)$$

где z − БСВ, порядок $k \geq 1$, $\lambda > 0$ и zi , $i = [1; k]$ − независимые реализации БСВ.

Теоретические значения математического ожидания и дисперсии соответственно равны

$$M[x] = \frac{k}{\lambda}, D[x] = \frac{k}{\lambda^2}$$

Математическое ожидание и дисперсия для эрланговского распределения равны:

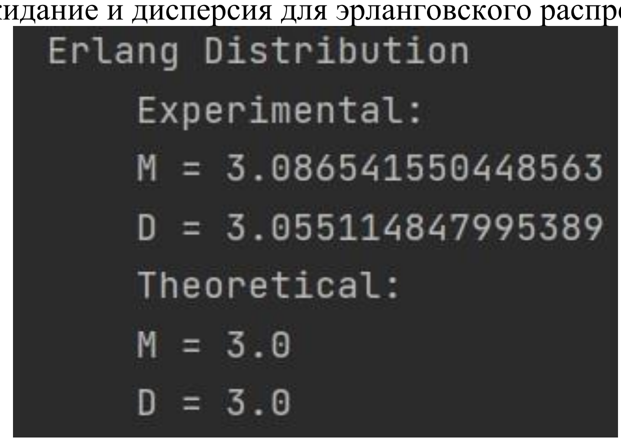

Рисунок 5. Теоретические и экспериментальные математическое ожидание и дисперсия для эрланговского распределения

Частотная гистограмма для эрланговского распределения имеет следующий вид:

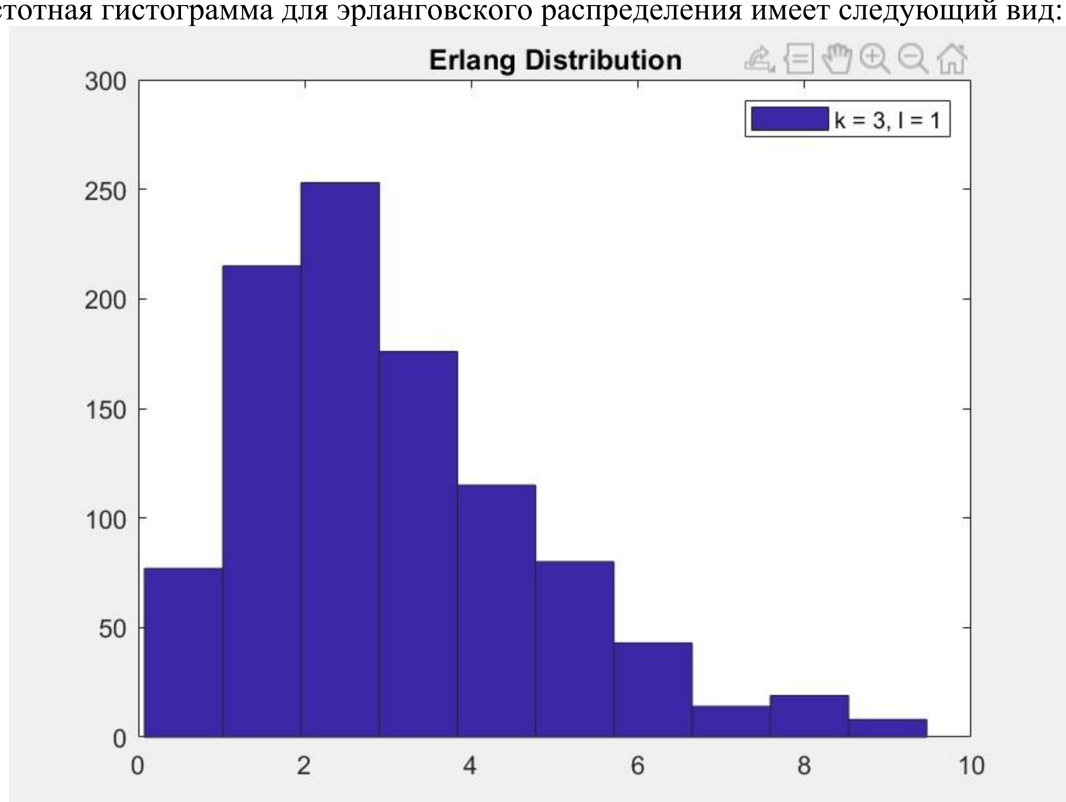

Рисунок 6. Гистограмма эрланговского распределения

4. Нормальное распределение

Генератор независимых значений нормальной СВ, позволяет получить два независимых значения по следующим формулам:

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{-2\ln(z_1)}\,\sin(2\pi z_2) \\ x_2 = \sqrt{-2\ln(z_1)}\,\cos(2\pi z_2) \end{cases}$$

где $z1$, $z2$ – независимые БСВ.

Теоретические значения математического ожидания и дисперсии соответственно равны

$$M[x] = m,\ \ D[x] = \sigma^2$$

Математическое ожидание и дисперсия для нормального распределения равны:

```
Normal Distribution
    Experimental:
    M = 0.07457869351540528
    D = 1.0579289485474006
    Theoretical:
    M = 0.0
    D = 1.0
```

Рисунок 7. Теоретические и экспериментальные математическое ожидание и дисперсия для нормального распределения

Частотная гистограмма для нормального распределения имеет следующий вид:

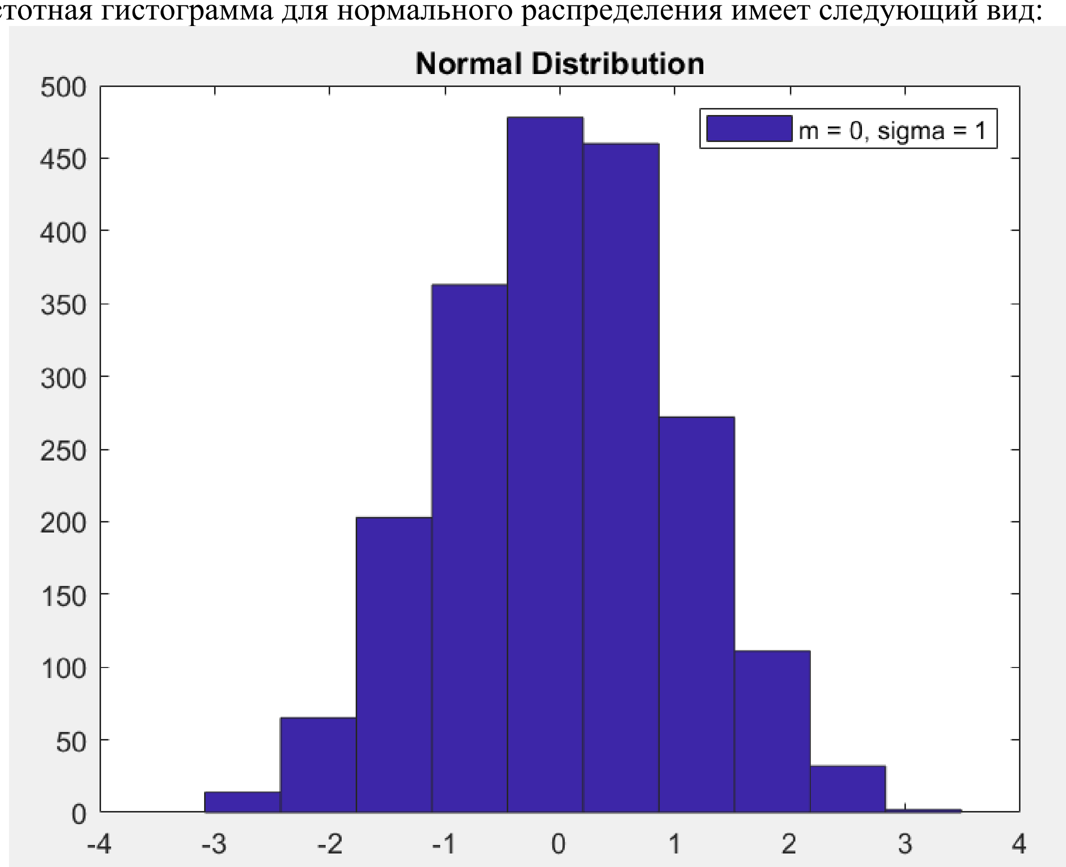

Рисунок 8. Гистограмма нормального распределения

5. Геометрическое распределение

Генератор независимых значений геометрической СВ

$$x = \frac{\ln z_i}{\ln q}$$

где z – БСВ и q – величина, обратная вероятности получения случайной величины ($q = 1 - p$), p – соответственно, задается программно. В данном случае вероятность p была выбрана равной 0.5.

Теоретические значения математического ожидания и дисперсии соответственно равны

$$M[x] = \frac{1}{p}, \qquad D[x] = \frac{q}{p^2}$$

Математическое ожидание и дисперсия для геометрического распределения равны:

```
Geometric Distribution
    Experimental:
    M = 1.9654972996295177
    D = 1.9271877745460593
    Theoretical:
    M = 2.0
    D = 2.0
```

Рисунок 9. Теоретические и экспериментальные математическое ожидание и дисперсия для геометрического распределения

Частотная гистограмма для геометрического распределения имеет следующий вид:

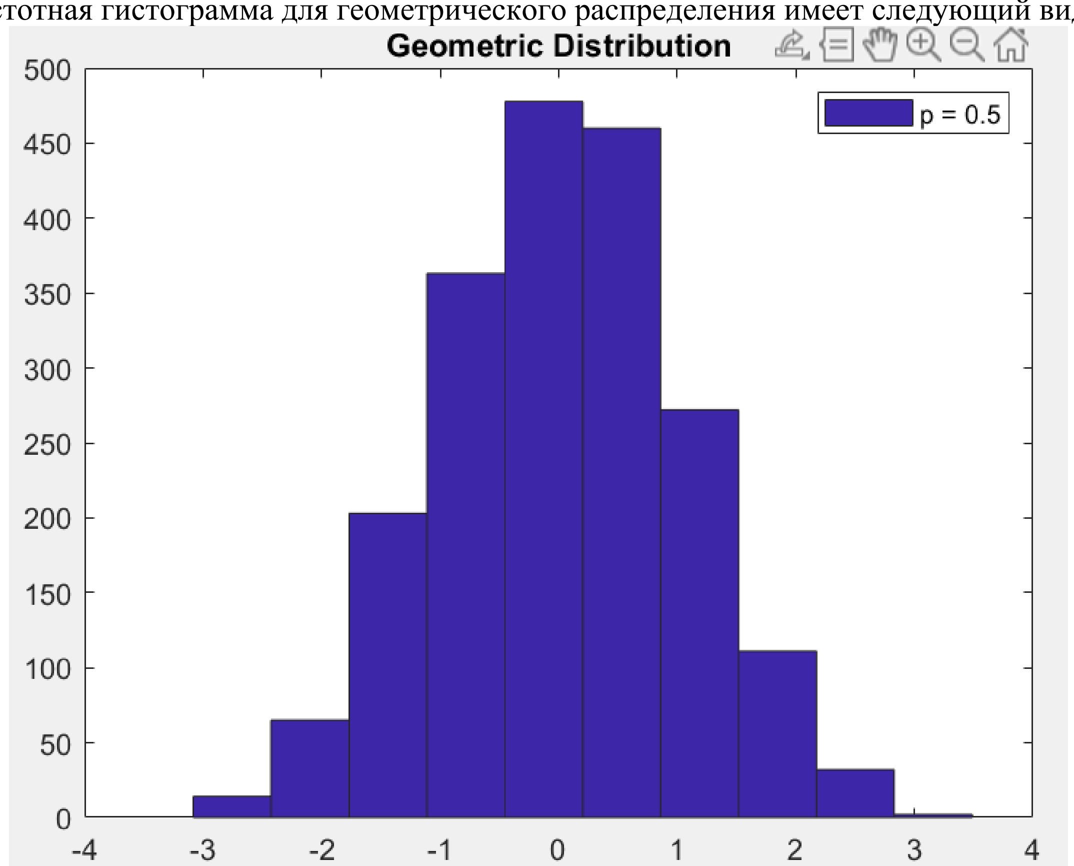

Рисунок 10. Гистограмма геометрического распределения

Выводы

В ходе выполнения работы теоретические и экспериментальные значения математического ожидания и дисперсии каждого из распределений очень близки, а гистограммы частот имеют вид согласно распределению, отсюда можно сделать вывод о корректной работе программы и генерируемых случайных величин.

Экспоненциальное распределение применяется в описании социальных явлений, в экономике, в теории массового обслуживания, в транспортной логистике — везде, где необходимо моделировать поток событий. Экспоненциальное распределение вместе с распределением Пуассона составляют математическую основу теории надёжности.

Равномерное распределение является наиболее простым и, следовательно, при его использовании заметно упрощаются многие задачи анализа. Известно также, что равномерным распределением достаточно хорошо описываются многие реальные физические процессы (случайные пилообразные колебания, фазовые флюктуации сигналов, погрешности аналого-цифровых преобразований). Кроме того, модели с равномерным распределением часто используются и в качестве простых априорных допущений о неизвестных распределениях исследуемых процессов или отдельных параметров.

Распределение Эрланга используется в теории очередей для записи распределения между, например прибытием заявок, а также в обеспечении качества для описания времени жизни. В центрах обработки вызовов это распределение используется для планирования развертывания персонала, чтобы определить необходимое количество агентов на основе ожидаемого объема вызовов во временном интервале, моделирование длительности интервалов между телефонными звонками.

Нормальное распределение – это наиболее распространенный тип распределения, используемый в техническом анализе фондового рынка и в других типах статистического анализа.

Геометрическое распределение применялось для моделирования поведения случайных величин. Геометрическое распределение является частным случаем отрицательного биномиального распределения. Геометрическая случайная величина обладает свойством отсутствия последействия: знание о том, что у вас не было успеха в течение n предыдущих действий, никак не влияет на распределение оставшегося числа действий до появления успеха.