

Цель работы: для выбранного варианта задания разработать и отладить программу моделирования, выполнить моделирование для нескольких значений отношения сигнал/шум, вычислить значения вероятности ошибки или ее верхней границы по соответствующим теоретическим формулам и построить графики.

### 1. Исходные данные для варианта 4 КАМ

$$\begin{aligned}f_0 &= 2400 \text{ Гц} \\V_{mod} &= 600 \text{ бод} \\V_{inf} &= 2400 \text{ бит/с}\end{aligned}$$

### 2. Базис для геометрического представления сигналов КАМ

$$\begin{aligned}\varphi_1(t) &= \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \\ \varphi_2(t) &= \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_0 t), & 0 < t < T \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}\end{aligned}$$

Данные функции образуют базис размерности  $D = 2$ .

### 3. Моделирование передачи по каналу и оптимального приема

Цель выполнения этого задания состоит в построении программной модели канала с АБГШ и приемника, реализующего алгоритм оптимального приема. В результате моделирования должны быть получены оценки вероятности ошибки приема сигнала для разных отношений сигнал/шум.

Процесс моделирования состоит в многократном выполнении следующих шагов:

– случайный равновероятный выбор номера сигнала  $i$ , подлежащего передаче,  $i = 0, 1, \dots, q - 1$ ;

– получение сигнала  $r(t)$  на выходе канала согласно равенству  $r(t) = s_i(t) + n(t)$ , где  $n(t)$  – АБГШ со спектральной плотностью мощности  $N_0/2$ ;

– вычисление вектора  $r = (r_1, r_2, \dots, r_D)$  с компонентами  $r_j(t) = \int_0^T r(t) \varphi_j(t) dt$ ;

– формирование решения  $\hat{i}$ . Для определения минимального расстояния до  $s_i$ , будет вычисляться  $d(r, s_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^D (r_j - s_{ij})^2}$ .

– фиксации результата: если  $\hat{i} \neq i$ , то решение на приемной стороне сформировано неправильно и нужно увеличить счетчик числа ошибок.

Оценка вероятности ошибки получается путем деления числа произошедших ошибок на число испытаний. При большом числе испытаний эта оценка должна быть близка к истинной вероятности ошибки или к ее верхней границе, которые вычисляются по соответствующим формулам.

Указанные шаги выполняются для нескольких значений отношения сигнал шум, в результате получается зависимость оценки вероятности ошибки, полученной экспериментально, от отношения сигнал/шум. Эта зависимость при правильном выполнении задания должна хорошо соотноситься с теоретической зависимостью вероятности ошибки от отношения сигнал/шум. Формулы для вероятности ошибки от отношения сигнал/шум, определяющие теоретическую зависимость, могут быть, например, найдены в соответствующем разделе пособия [1].

Исходными данными для моделирования являются следующие:

- набор значений отношения сигнал шум  $\gamma_{dB}^{(1)}, \gamma_{dB}^{(2)}, \dots, \gamma_{dB}^{(n)}$ ;
- сигнальное множество  $\{s_i(t)\}, i = 0, 1, \dots, q - 1$ ;
- функциональный базис  $\{\varphi_j(t)\}, j = 1, 2, \dots, D$ ;
- описание решающих областей  $R_i, i = 0, 1, \dots, q - 1$ .

В результате моделирования должны быть экспериментально получены оценки вероятности ошибки  $P_e^{(1)}, P_e^{(2)}, \dots, P_e^{(n)}$ , соответствующие значениям отношения сигнал/шум  $\gamma_{dB}^{(1)}, \gamma_{dB}^{(2)}, \dots, \gamma_{dB}^{(n)}$ .

Верхняя граница ошибки для КАМ:

$$P_e < \exp \left( -\frac{3\bar{E}}{2(q-1)N_0} \right)$$

#### 4. Графики моделирования

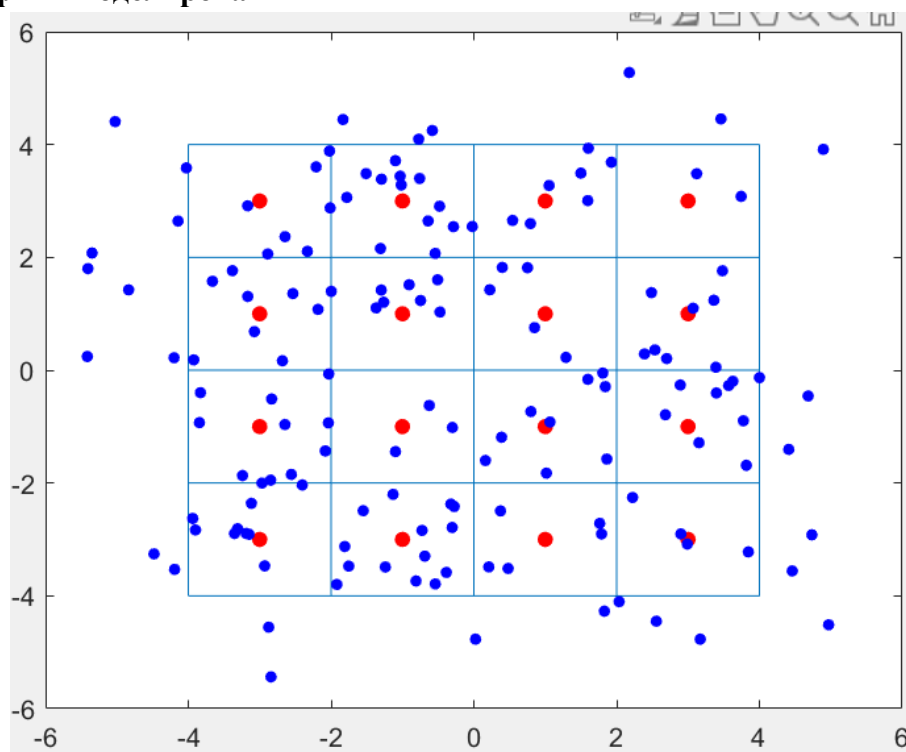


График 1 -  $Y = 5dB$

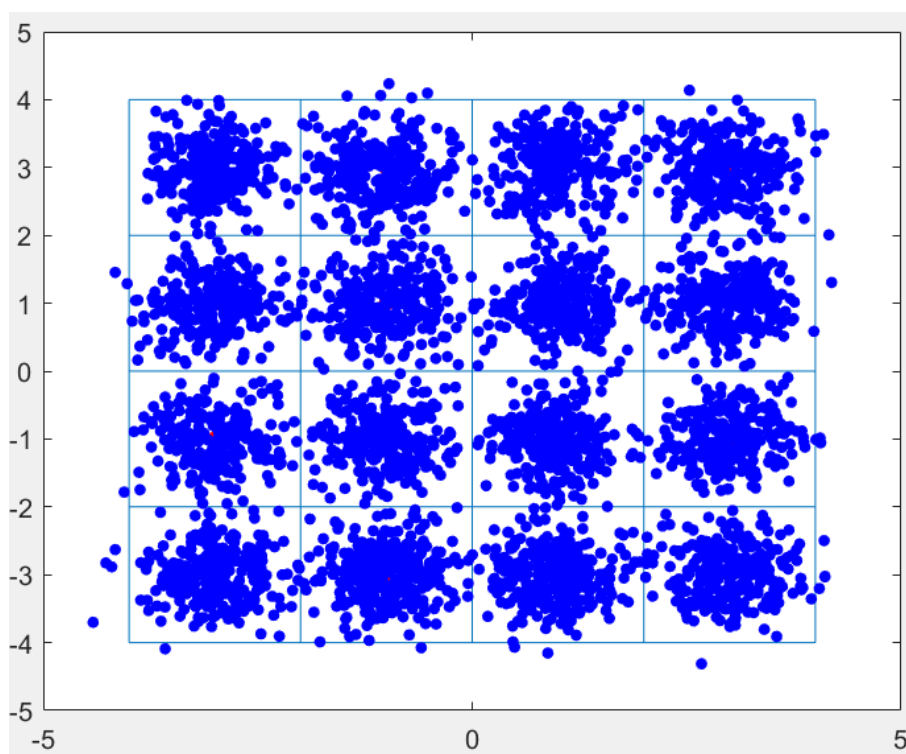
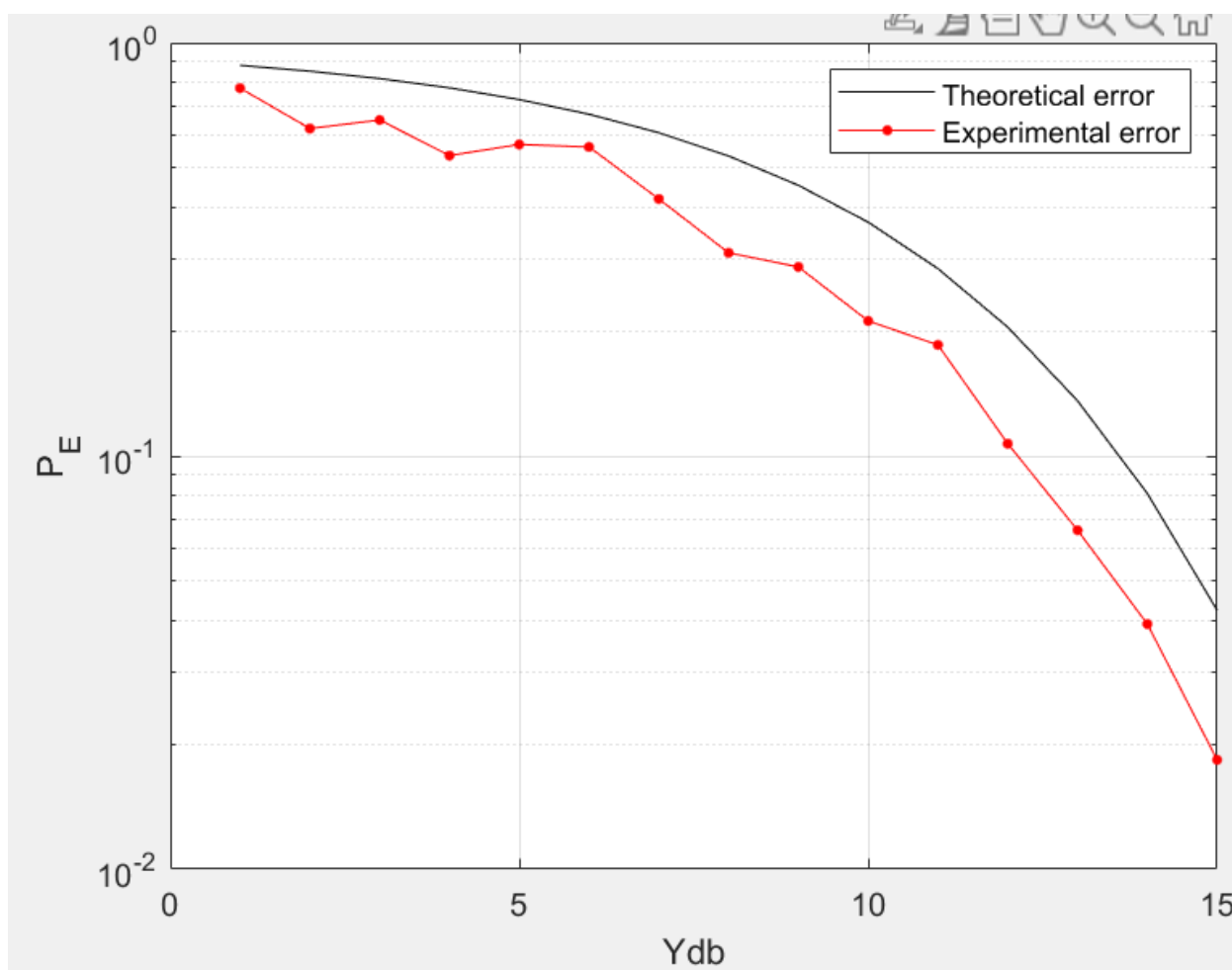


График 2 -  $Y = 15dB$

Теоретическая и экспериментальная зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал-шум при максимальном количестве ошибок 80:



**Вывод:** в ходе лабораторной работы была промоделирована работа оптимального приёмника дискретных сигналов в канале с белым аддитивным белым гауссовским шумом, был получен сигнал  $r(t)$  на выходе приёмника и вычислен вектор  $r$ , а также было произведено формирование решения  $\hat{l}$  и фиксация результата. Была произведена оценка вероятности ошибки теоретическим и экспериментальным путём. Было зафиксировано, что при увеличении SNR вероятность ошибки снижается.

Листинг программы:

```
clc
clear all
f0 = 2400;
Vmod = 600;
Vinf = 2400;
T = 1/Vmod;
m = Vinf/Vmod;
q = 2^m;

i1 = zeros(1, q); i2 = zeros(1, q);
s1 = zeros(1, q); s2 = zeros(1, q);
val = 0; A = 3;
indx = 0;
step = T/1000;
t = 0:step:T;

%расчет индексов для КАМ
for j=1:1:q
    i1(j) = val;
    indx = indx + 1;
    if(indx == A+1)
        indx = 0;
        val = val +1;
    end
    i2(j) = mod(j-1,A+1);

    s1(j) = A * (1 - (2*i1(j))/(sqrt(q)-1));
    s2(j) = A * (1 - (2*i2(j))/(sqrt(q)-1));
end

Signals = @(n,t) ((s1(n)*sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t))+
(s2(n)*sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t)));
% ВЫЧИСЛЕНИЕ СИГНАЛОВ
s = zeros(q,length(t));
for c = 1:q
    s(c,:) = Signals(c,t);
end
E_sr = sum(s .* s) / (q);

phi1 = @(t) sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t);
phi2 = @(t) sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t);
si1(j) = integral(@(t) Signals(j-1,t).*phi1(t), 0, T);
si2(j) = integral(@(t) Signals(j-1,t).*phi2(t), 0, T);
phi_1 = sqrt(2/T)*sin(2*pi*f0*t);
phi_2 = sqrt(2/T)*cos(2*pi*f0*t);
%расчет координат
for n=1:1:q
    si1(n) = integral(@(t) Signals(n,t).*phi1(t), 0, T);
    si2(n) = integral(@(t) Signals(n,t).*phi2(t), 0, T);
end
```

```

% разбиение сигнального пространства на решающие области
figure(1);
plot(si1(:),si2(:), '.', 'MarkerSize', 20);
for n = -4:2:4
    line ([n n], [-4 4]);
    line ([-4 4], [n n]);
end
hold on;

% моделирование приемника
YdB = 1 : 1 : 5; % случайное число
Pe = zeros(1,length(YdB)); % вектор ошибок
Pe_tub = zeros(1, length(YdB)); % теоретическая ошибка
N_err_max = 80;
for n = 1 : length(YdB)
    Y = 10 ^ (n / 10); % отношение сигнал/шум
    sigma = sqrt(sum(E_sr / (2 * Y))); %
    N_err = 0;
    N_test = 0;
    while (N_err < N_err_max) % для одного значения гамма
        i = randi(q);
        r = s(i,:) + sigma .* randn(1,length(s(i,:))); % шумим
        сигнал \ \ randn - зашумить \ \ мат ожидание и дисперсия, чему
        равны значения
        r1 = trapz(t,r .* phi_1); %это X \ \ интеграл, который
        вычисляются методом трапеции
        r2 = trapz(t,r .* phi_2); %это Y
        if (n == length(YdB)) % потому что ищем отношение сигнал
        шум
            plot(r1, r2, 'b.', 'MarkerSize', 15);
            hold on;
        end
        min_d = 10000000000;
        min_index = -1;
        for k = 1:q % соотносим к сигналу,
            d = sqrt((r1 - si1(k))^2 + (r2 - si2(k))^2);
            if (d < min_d)
                min_d = d;
                min_index = k;
            end
        end
        if i ~= min_index
            N_err = N_err + 1;
        end
        N_test = N_test + 1;
    end
    Pe(n) = N_err/N_test;
    Pe_tub(n) = exp(-3 / (2*(q - 1)) * Y);
end

```

```

% вероятность ошибки
figure(2);
semilogy(YdB, Pe_tub, 'black-', YdB, Pe, 'red.-', 'MarkerSize', 10);
legend('Theoretical error', 'Experimental error');
grid on
xlabel('Ydb');
ylabel('P_E');

```