

## Tarea 8

Materia: **Matemáticas para la Ciencia de Datos**

Alumno: **Luis Fernando Izquierdo Berdugo**

Docente: **Briceyda B. Delgado**

Fecha límite: **21 de Noviembre de 2024.**

Monterrey al ser una zona industrial se requiere de diversos proveedores que satisfagan la demanda de ciertos productos, tal es el caso de cierta empresa que produce solenoides. Se ha recibido una orden de compra cuya demanda para los próximos seis meses es de 250, 280, 300, 270, 270 y 320 unidades. La capacidad de producción de la planta no es capaz de satisfacer la demanda por mes de este solenoide debido a que debe satisfacer a otros clientes, teniendo una capacidad actual de unidades por mes de 220, 300, 220, 350, 290, 230. No se permite satisfacer la demanda de un mes en un periodo posterior al suyo, pero se puede utilizar tiempo extra para satisfacer la demanda inmediata. La capacidad de tiempo extra en cada periodo es la mitad de la capacidad regular. El costo de producción unitario por cada mes es de 105.00, 113.00, 99.00, 126.00, 119.00 y 93.00 respectivamente. El tiempo extra tiene un costo de 40 % más que el costo normal en ese periodo por unidad producida.

La empresa permite inventariar producto que puede ser utilizado para satisfacer una demanda posterior con un costo de almacenamiento de 5 por unidad/mes. Formule un modelo de producción que permita a la empresa cumplir con la demanda de cada mes minimizando los costos incurridos en el cumplimiento.

## Investigar los métodos más comunes de optimización.

Los métodos de optimización se pueden organizar en las siguientes categorías:

- **Optimización Lineal (Programación Lineal)**

Este tipo de optimización se aplica cuando la función objetivo y todas las restricciones son funciones lineales. Entre sus métodos se encuentra el **Método Simplex** que busca soluciones moviéndose por los vértices del espacio factible y también tenemos el **Método de Puntos Interiores** que busca soluciones en el espacio factible, estos siendo mejores para pequeña y gran escala respectivamente.

- **Optimización Entera**

Esta se utiliza cuando las variables de decisión deben ser números enteros. Entre sus métodos se encuentra “**Branch and Bound**” que divide el problema en unos más pequeños y acota las regiones no prometedoras para reducir el espacio de búsqueda.

- **Optimización No Lineal**

Cuando la función objetivo o alguna de las restricciones no es lineal, se utilizan estos métodos. Siendo el del Gradiente y el Lagrangiano los más populares. El **método del gradiente** busca la dirección del mayor descenso de la función objetivo, mientras el **método del Lagrangiano** introduce multiplicadores para transformar las restricciones en términos de la función objetivo.

- **Optimización Estocástica**

Esta optimización se utiliza cuando los problemas cuentan con incertidumbre en los datos, como podrían ser costos o demandas variables. Entre sus métodos más populares encontramos la **Simulación Monte Carlo** que usa simulaciones aleatorias para analizar resultados en diferentes escenarios; también está la **Programación Robusta**, que encuentra soluciones que funcionan en diferentes condiciones de incertidumbre.

- **Optimización Multiobjetivo**

Utilizada principalmente en problemas con varias funciones objetivo que compiten entre si, como minimizar costos y maximizar calidad. El método de **Ponderación de Objetivos** es un ejemplo de esta optimización, este convierte múltiples objetivo en uno único y les asigna pesos específicos.

- **Metaheurísticas**

Estos son todos aquellos métodos que no buscan la solución óptima exacta, sino que buscan soluciones aceptables para el problema.

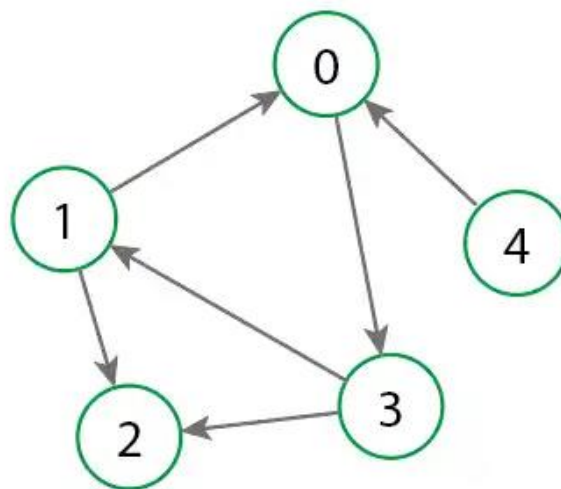
### Investigar los conceptos básicos de la programación lineal

La programación lineal es una técnica matemática que busca maximizar o minimizar una función objetivo lineal, la cual puede estar sujeta a un conjunto de restricciones lineales. Los elementos clave de un problema de PL son:

- **Variables de decisión:** Las preguntas del problema, lo que se desea determinar.
- **Función objetivo:** La expresión matemática que se busca maximizar o minimizar.
- **Restricciones:** Límites que deben cumplir las variables, expresadas como ecuaciones o desigualdades.
- **Espacio Factible:** Valores para las variables que cumplen las restricciones.

### Investigar que es un grafo y encontrar uno para la situación del problema

Un grafo es una estructura matemática que se utiliza para modelar relaciones entre objetos.



Es un conjunto de vértices y aristas conectados, que representan nodos y enlaces. Las aristas pueden tener dirección o no y tener un peso asignado.

Para este problema se generó el siguiente grafo:



Donde:

- D1, ..., D6 son los meses de demanda
- P1, ..., P6 es el periodo de producción

Cada periodo de producción está conectado por medio del inventario al mes de demanda y por medio de la producción en tiempo extra al mes de demanda siguiente.

**Elaborar una tabla de costos, incluidos los costos extras por mes, como una matriz de tamaño 12 × 6.**

Mes	Demanda	Capacidad Normal (x)	Capacidad TE (y)	Costo Unitario Normal	Costo Unitario TE	Costo Total Normal	Costo Total TE	Capacidad Combinada	Costo Total Combinado
1	250	220	110	\$105.00	\$147.00	\$23,100.00	\$16,170.00	330	\$39,270.00
2	280	300	150	\$113.00	\$158.20	\$33,900.00	\$23,730.00	450	\$57,630.00
3	300	220	110	\$99.00	\$138.60	\$21,780.00	\$15,246.00	330	\$37,026.00
4	270	350	175	\$126.00	\$176.40	\$44,100.00	\$30,870.00	525	\$74,970.00
5	270	290	145	\$119.00	\$166.60	\$34,510.00	\$24,157.00	435	\$58,667.00
6	320	230	115	\$93.00	\$130.20	\$21,390.00	\$14,973.00	345	\$36,363.00

**Defina las doce restricciones de capacidad para cada periodo, tiene que ser 6 para la producción normal y 6 la producción con tiempo extra.**

**Restricciones para la producción normal:**

1.  $P_1 \leq 220$  La producción normal en el periodo 1 no debe exceder su capacidad máxima de 220 unidades.

2.  $P_2 \leq 300$   
La producción normal en el periodo 2 no debe exceder su capacidad máxima de 300 unidades.
3.  $P_3 \leq 350$   
La producción normal en el periodo 3 no debe exceder su capacidad máxima de 220 unidades.
4.  $P_4 \leq 350$   
La producción normal en el periodo 4 no debe exceder su capacidad máxima de 350 unidades.
5.  $P_5 \leq 290$   
La producción normal en el periodo 5 no debe exceder su capacidad máxima de 290 unidades.
6.  $P_6 \leq 230$   
La producción normal en el periodo 6 no debe exceder su capacidad máxima de 230 unidades.

**Restricciones para la producción en tiempo extra:**

1.  $P_1 \leq 110$   
La producción en tiempo extra en el periodo 1 no debe exceder la mitad de la capacidad normal ( $220 / 2 = 110$ ).
2.  $P_2 \leq 150$   
La producción en tiempo extra en el periodo 2 no debe exceder la mitad de la capacidad normal ( $300 / 2 = 150$ ).
3.  $P_3 \leq 110$   
La producción en tiempo extra en el periodo 3 no debe exceder la mitad de la capacidad normal ( $220 / 2 = 110$ ).
4.  $P_4 \leq 175$   
La producción en tiempo extra en el periodo 4 no debe exceder la mitad de la capacidad normal ( $350 / 2 = 175$ ).
5.  $P_5 \leq 145$   
La producción en tiempo extra en el periodo 5 no debe exceder la mitad de la capacidad normal ( $290 / 2 = 145$ ).
6.  $P_6 \leq 115$   
La producción en tiempo extra en el periodo 6 no debe exceder la mitad de la capacidad normal ( $230 / 2 = 115$ ).

**Defina las seis restricciones de demanda para cada mes.**

Para cada mes, la demanda se satisface con la producción regular del mes actual, la producción en tiempo extra del mes actual y el inventario que viene del mes anterior. Entonces, la restricción general se puede representar como:

$$P_t^{reg} + P_t^{TE} + I_{t-1} = D_t$$

Donde:

- $P_t^{reg}$  es la producción regular en el mes t.
- $P_t^{TE}$  es la producción en tiempo extra en el mes t.
- $I_{t-1}$  es el inventario sobrante del mes anterior (al inicio es 0).
- $D_t$  es la demanda del mes t.

Entonces, las restricciones para cada mes son:

Mes 1

$$P_{t1}^{reg} + P_1^{TE} = D_1$$

Mes 2

$$P_2^{reg} + P_2^{TE} + I_1 = D_2$$

Mes 3

$$P_3^{reg} + P_3^{TE} + I_2 = D_3$$

Mes 4

$$P_4^{reg} + P_4^{TE} + I_3 = D_4$$

Mes 5

$$P_5^{reg} + P_5^{TE} + I_4 = D_5$$

Mes 6

$$P_6^{reg} + P_6^{TE} + I_5 = D_6$$

**Defina la función objetivo para minimizar las ganancias.**

Los costos para satisfacer la demanta son:

- Costos de producción regular en el mes t ( $C_t^{reg}$ )
- Costos de producción en tiempo extra en el mes t ( $C_t^{TE} = 1.4C_t^{reg}$ )
- Costos de inventario en el mes t ( $C_I = 5$ )

Las variables que se asocian con estos costos son:

- Unidades producidas regularmente en el mes t ( $P_t^{reg}$ )

- Unidades producidas en tiempo extra en el mes  $t$  ( $P_t^{TE}$ )
- Inventario restante al final del mes  $t$  ( $I_t$ )

Entonces, se puede definir la función objetivo como:

$$Z = \sum_{t=1}^6 (C_t^{reg} * P_t^{reg} + C_t^{TE} * P_t^{TE} + C_I * I_t)$$

## Referencias

Linares, P., Ramos, A., Sánchez, P., Sarabia, A., & Vitoriano, B. (2001). Modelos matemáticos de optimización. *Madrid, España*.

Eiselt, H. A., & Sandblom, C. (2010). Operations research: a model-based approach. *Choice Reviews Online*, 48(03), 48–1426. <https://doi.org/10.5860/choice.48-1426>