

Materia: Matemáticas para la Ciencia de Datos

Docente: Briceyda B. Delgado

Tarea 3.

Fecha límite: 9 de septiembre de 2024.

Considere el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} F' &= (2 - S)F, & F(0) &= F_0 \\ S' &= (1 - F)S, & S(0) &= S_0 \end{aligned} \tag{1}$$

1. (20 puntos) Dar una solución analítica del sistema, en términos de las condiciones iniciales.
2. (10 puntos) Verifique que el sistema (1) admite el esquema numérico

$$\begin{aligned} F_{n+1} &= F_n + \Delta t(2 - S_n) F_n \\ S_{n+1} &= S_n + \Delta t(1 - F_n) S_n. \end{aligned} \tag{2}$$

Explique el procedimiento para llegar a la expresión anterior.

3. Realice un programa que implemente el esquema (2) y que realice las siguientes funciones
 - a) (10 puntos) Acepte como entradas S_0, F_0 y Δt .
 - b) (10 puntos) Calcule la solución numérica para t variando de 0 a 10. Indique la solución numérica cuando $S_0 = 0.1$, $F_0 = 1.9$ y $\Delta t = 0.001$.
4. (20 puntos) Encuentre un segundo esquema numérico, usando Crank-Nicolson que represente al sistema de ecuaciones diferenciales (1).
5. (20 puntos) Grafique la solución numérica como una función de t y en el espacio de estados en el sistema coordenado $F - S$.
6. (10 puntos) Explique alguna aplicación o fenómeno modelado a través de sistemas de ecuaciones diferenciales.