Actividad 1: ¿Por qué necesitamos la estadística?
Estadística

Luis Fernando Izquierdo Berdugo

15 de Agosto del 2024

1. Inciso 1

Suponga que lanzamos dos dados balanceados (dados honestos), sea X una variable que resulta de la suma de dos números obtenidos en el lanzamiento. Escriba el espacio muestral del experimento y calcule las probabilidades de cada elemento en el espacio muestral.

El espacio muestral es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento, en este caso, al lanzar dos dados serían las combinaciones de números que representa cada cara del dado (del 1 al 6), en la siguiente representación del espacio muestral el primer número es un dado y el segundo número es el otro dado.

[1,1 = 2]	[1,2= 3]	[1,3= 4]	[1,4= 5]	[1,5= 6]	[1,6= 7]
[2,1= 3]	[2,2= 4]	[2,3= 5]	[2,4= 6]	[2,5= 7]	[2,6= 8]
[3,1= 4]	[3,2= 5]	[3,3= 6]	[3,4= 7]	[3,5= 8]	[3,6= 9]
[4,1= 5]	[4,2= 6]	[4,3= 7]	[4,4= 8]	[4,5= 9]	[4,6= 10]
[5,1= 6]	[5,2= 7]	[5,3= 8]	[5,4= 9]	[5,5= 10]	[5,6= 11]
[6,1= 7]	[6,2= 8]	[6,3= 9]	[6,4= 10]	[6,5= 11]	[6,6= 12]

Debido a que estamos tomando X como la suma de dos numeros obtenidos en cada lanzamiento, la probabilidad de cada elemento es:

Probabilidades		
X	Casos posibles	Probabilidad de X
2	[1,1]	1/36
3	[1,2], [2,1]	2/36
4	[1,3], [3,1], [2,2]	3/36
5	[1,4], [4,1], [2,3], [3,2]	4/36
6	[1,5], [5,1], [2,4], [4,2], [3,3]	5/36
7	[1,6], [6,1], [2,5], [5,2], [3,4], [4,3]	6/36
8	[2,6], [6,2], [3,5], [5,3], [4,4]	5/36
9	[3,6], [6,3], [4,5], [5,4]	4/36
10	[4,6], [6,4], [5,5]	3/36
11	[5,6], [6,5]	2/36
12	[6,6]	1/36

2. Inciso 2

Utilizando la información del siguiente ejemplo:

Pensemos en el experimento de lanzar tres volados con una moneda honesta y queremos calcular la probabilidad de que el número de aguilas sea k, obviamente $k \in 0, 1, 2, 3$.

Entonces nuestro espacio muestral será:

$$\Omega = \{(a, a, a), (a, a, s), (a, s, a), (s, a, a), (s, s, a), (s, a, s), (a, s, s), (s, s, s)\} \tag{1}$$

Luego, definamos una variable X como el numero de águilas en los tres volados. Entonces el rango de la variable aleatoria, o los valores que puede tomar son $X \in 0, 1, 2, 3$. Y las probabilidades de cada valor son:

$$P(X = 0) = P(\{(s, s, s)\}) = 1/8 \tag{2}$$

$$P(X = 1) = P(\{(s, s, a)\}) + P(\{(s, a, s)\}) + P(\{(a, s, s)\}) = 3/8 \tag{3}$$

$$P(X = 2) = P(\{(a, a, s)\}) + P(\{(a, s, a)\}) + P(\{(s, a, a)\}) = 3/8 \tag{4}$$

$$P(X = 3) = P(\{(a, a, a)\}) = 1/8 \tag{5}$$

Calcule su función de distribución, su esperanza y su varianza.

La función de distribución es la asignación de un valor entre 0 y 1 para cada valor de la variable X, el cual indica la probabilidad que esta asuma un valor menor o igual al valor que se evalúa en la función.

X	f(X)	F(X)
0	$f(0) = 1/8$	$F(X) = f(0) = 1/8$
1	$f(1) = 3/8$	$F(X) = f(0) + f(1) = 1/8 + 3/8 = 1/2$
2	$f(2) = 3/8$	$F(X) = f(0) + f(1) + f(2) = 1/8 + 3/8 + 3/8 = 7/8$
3	$f(3) = 1/8$	$F(X) = f(0) + f(1) + f(2) + f(3) = 1/8 + 3/8 + 3/8 + 1/8 = 1$

La esperanza matemática de una variable aleatoria e se calcula como la sumatoria de los valores multiplicados por su probabilidad, siendo así:

$$E(X) = \mu = 0 * \frac{1}{8} + 1 * \frac{3}{8} + 2 * \frac{3}{8} + 3 * \frac{1}{8} = \frac{3}{2} \tag{6}$$

En este caso $\frac{3}{2}$ es el número promedio de águilas que esperamos obtener en 3 lanzamientos.

La varianza es una medida de dispersión de los valores respecto a la esperanza. El cálculo de esta se da como el cuadrado de la diferencia de cada valor de X y la esperanza multiplicado por la probabilidad.

$$\sigma^2 = \sum_{X \in C} (X - \mu)^2 f(X) \tag{7}$$

$$\sigma^2 = (0 - \frac{3}{2})^2 \frac{1}{8} + (1 - \frac{3}{2})^2 \frac{3}{8} + (2 - \frac{3}{2})^2 \frac{3}{8} + (3 - \frac{3}{2})^2 \frac{1}{8} \tag{8}$$

$$\sigma^2 = \frac{3}{4} \tag{9}$$

En este caso, la varianza será de $\frac{3}{4}$.

3. Inciso 3

Investigue cuál es la utilidad las siguientes distribuciones (¿Qué miden?).

3.1. Distribución de Bernoulli

La distribución de Bernoulli está definida como aquella que describe experimentos con solo dos posibles resultados, los cuales suelen representar el éxito como 1 y el fracaso como 0.

Esta distribución mide la probabilidad de obtener un éxito en un único ensayo. Unos ejemplos sencillos son:

- Lanzar una moneda al aire y medir la probabilidad de que se obtenga cara.
- En el área de gestión de calidad de una empresa, analizar la probabilidad de que un producto venga defectuoso o no.

3.2. Distribución Binomial

La distribución binomial igualmente solo puede medir experimentos con dos posibles resultados de éxito y fracaso. Está estrechamente ligada a l**a distribución de Bernoulli**, ya que, describe la probabilidad de obtener exactamente k éxitos en n ensayos de Bernoulli independientes, donde cada ensayo tiene una probabilidad de éxito p.

Retomando los ejemplos vistos en la distribución de Bernoulli:

- La probabilidad de obtener 6 caras en 10 lanzamientos de moneda.
- La probabilidad de que el 10 % de los productos de una muestra de 60 sea defectuosa.

3.3. Distribución de Poisson

Para modelar la probabilidad de que ocurran cierto número de eventos en un intervalo específico de tiempo se usa **la distribución de Poisson**.
Los ejemplos pueden ser:

- La cantidad de agua que sale de una llave durante un minuto.
- El número de clientes que salen de un establecimiento sin comprar nada durante una semana.

3.4. Distribución Geométrica

La distribución geométrica mide el número de fracasos antes del primer éxito en una serie de ensayos idénticos e independientes con la misma probabilidad de éxito.
Se pueden retomar los ejemplos establecidos en la **Distribución de Bernoulli**:

- Lanzar una moneda al aire hasta que salga águila.
- La cantidad de productos que salen sin defectos antes de obtener uno defectuoso

3.5. Distribución Binomial Negativa

Así como la **Distribución Binomial** estaba ligada con la de **Poisson**, la **Geométrica** está ligada con la **Binomial Negativa**. Esta distribución mide el número de fracasos que suceden antes de obtener una cantidad específica de éxitos en una secuencia de ensayos idénticos e independientes con la misma probabilidad de éxito.
Los ejemplos podrían ser:

- La cantidad de fracasos que se tienen al lanzar una moneda buscando que salgan 5 águilas.
- La cantidad de productos sin defectos que se producen antes de obtener 10 defectuosos.

4. Inciso 4

Investigue 5 aplicaciones de la Estadística Descriptiva e Inferencial, identifiquelas diferencias entre las aplicaciones y propósitos de cada ejemplo.

Estadística descriptiva: Análisis de interacciones en redes sociales
La aplicación sería la recolección de datos de las diferentes interacciones en redes sociales (Likes, comentarios, seguidores, etc.) para calcular métricas como alcance, engangement con el contenido, tasa de crecimiento de seguidores. **El propósito** sería evaluar la efectividad de las estrategias de marketing en redes sociales e identificar el comportamiento de los usuarios.

Estadística descriptiva: Análisis de datos genómicos
Se haría un análisis de grandes conjuntos de datos genéticos para identificar variaciones asociadas con diferentes enfermedades, **esto sería la aplicación**. **El propósito** sería descubrir fundamentos genéticos de enfermedades con el fin de desarrollar nuevas terapias.

Estadística inferencial: Evaluación de programas educativos
Como aplicación tenemos la comparación entre el rendimiento académico de los estudiantes pertenecientes a un grupo de control de un nuevo programa educativo y aquellos que no, **el propósito** sería saber si este tuvo un impacto significativo para implementar o no este programa.

Estadística inferencial: Análisis de datos financieros Con el propósito de predecir el comportamiento futuro del mercado financiero, la aplicación sería tomar datos históricos de precios de acciones, tasas de interès y otros indicadores económicos para crear modelos de regresión

Estadística inferencial: Estudios de satisfacción al cliente
Se aplicarían encuestas a los clientes de ciertos productos/servicios para medir la satisfacción que tienen con estos, por medio del cálculo de índices de satisfacción, **siendo el propósito** encontrar áreas de oportunidad en los productos/servicios y así poder aumentar la satisfacción del cliente.

5. Inciso 3

Proporcione 3 ejemplos de población, así como su respectiva muestra, aplicable en las siguientes áreas de conocimiento:

- **Economía**
- **Psicología**
- **Ciencias Sociales**

- **Computación**
- **Ingeniería**
- **Biología**

En la siguiente tabla se muestran 3 ejemplos que caen dentro de las áreas de conocimiento mencionadas previamente.

Población	**Muestra**	**Área de conocimiento**
Todos los usuarios de redes sociales de un país	Un grupo de 5000 usuarios seleccionados al azar	Ciencias Sociales
Todos los modelos de automóviles eléctricos disponibles	Un grupo de 10 modelos seleccionados de diferentes fabricantes	Ingeniería
Todas las especies que habitan un lago	Un grupo de 10 especies de peces que habitan el lago	Biología

Referencias

[1] Balzarini et al. (2015). Estadística y biometría: ilustraciones del uso de Infostat en problemas de agronomía (2nd ed.) [PDF]. Universidad Nacional de Córdoba.

[2] Rincón, L. (2013). Introducción a la Probabilidad (1st ed.) [PDF]. Facultad de Ciencias UNAM.