test

August 11, 2024

1 Tarea 1

Alumno: **Luis Fernando Izquierdo Berdugo**

Materia: **Matemáticas para la Ciencia de Datos**

Profesora: **Briceyda B. Delgado**

Durante los últimos 65 años, la población en México ha crecido poco más de cuatro veces. En 1950 había 25.8 millones de personas y en 2015 la población llegó a 119.5 millones. La tabla siguiente muestra la población de nuestro país en el período de 1950 a 2015 de acuerdo al Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI).

Año	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2015
Poblacion	25.8	34.9	48.2	66.8	81.2	97.5	112.3	119.5

1.0.1 Actividades a realizar

1. Establecer un modelo de crecimiento poblacional basado en el Modelo Logístico utilizando los datos de 3 distintos años de la tabla.
2. Crear una tabla para comparar la población real con los valores pronosticados por el modelo.
3. Calcular el porcentaje de error para cada par de datos.
4. Dar una conclusión acerca del modelo propuesto y su efectividad.

1.1 Inciso 1 - Establecer un modelo de crecimiento poblacional basado en el Modelo Logístico utilizando los datos de 3 distintos años de la tabla.

Primero se analizará el modelo logístico visto en clase:

1.1.1 $\frac{dP}{dt} = kP(1 - \frac{P}{K})$

- `P(t)` representa la cantidad de población o la variable de interés en el tiempo `t`,
- `K` se le conoce como la barrera poblacional o capacidad de carga, es decir, es la máxima población sostenida por el ambiente,
- `k` es la tasa de crecimiento y representa la tasa intrínseca de crecimiento de la población cuando la población es pequeña y no hay limitaciones de recursos.

Integrando por fracciones parciales, obtenemos:

1.1.2 $P(t) = \frac{K}{1+Ce^{-kt}}$

Para ejecutar este modelo en Python, primero vamos a importar datos, para crear el modelo de crecimiento, se escogieron los datos de los años 1950, 1970 y 2010

[ ]:
```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

data = {'fecha': [1950, 1970, 2010],
        'poblacion': [25.8, 48.2, 112.3]}

df = pd.DataFrame(data)
df
```

[ ]:

	fecha	poblacion
0	1950	25.8
1	1970	48.2
2	2010	112.3

A continuación, se hará la definición de la función logística, cambiaremos la variable k (minúscula) por la variable r, para ejecutar correctamente el código. De igual manera, usaremos

1.1.3 $P(t) = \frac{K}{1+Ce^{-rt}}$

Se evalúa una condición inicial y despejamos C

1.1.4 $P(0) = P0 = \frac{K}{1+C}$

1.1.5 $C = \frac{K}{P_0} - 1$

Sustituimos en la ecuación logística ### $P(t) = \frac{K}{1+(\frac{K}{P0}-1)e^{-rt}}$

Despejando obtenemos

1.1.6 $P(t) = \frac{K}{1+e^{-r(t-P_0)}}$

Esta ecuación será la que utilicemos dentro del modelo de Python

[ ]:
```
def funcion_logistica(t, K, r, P0):
  """
  Parametros:
    t: tiempo (años)
    K: barrera poblacional
    r: tasa de crecimiento
    P0: población inicial
  """
  return K / (1 + np.exp(-r * (t - P0)))
```

Lo siguiente será crear una función para encontrar los valores óptimos de los parámetros del modelo (K, r y P_0).

Esta función tomará de entrada el dataframe creado con los datos y los dividirá en fecha y población en xdata e ydata respectivamente.

Lo siguiente sería establecer valores iniciales de K, r y P_0 como una estimación inicial, para posteriormente usar la función curve_fit de scipy que realiza el ajuste no lineal, esta función compara las predicciones del modelo logístico con los datos reales y ajusta los parámetros para que se minimice el error. Esto devolvera los parametros optimizados.

[ ]:
```python
def optimizar_valores(df):

  xdata = df['fecha']
  ydata = df['poblacion']

  p0 = [150, 0.03, 1950]

  p_opt, pcov = curve_fit(funcion_logistica, xdata, ydata, p0=p0)

  return p_opt

# Fit the model
params = optimizar_valores(df)
K, r, P0 = params
print(K)
print(r)
print(P0)
```

```
170.82067130358314
0.039638260255862166
1993.5564474803411
```

```
/var/folders/v3/6n107fw10yb9ryc5t5mmqw5c0000gp/T/ipykernel_667/1159382986.py:8:
OptimizeWarning: Covariance of the parameters could not be estimated
  p_opt, pcov = curve_fit(funcion_logistica, xdata, ydata, p0=p0)
```

Sustituyendo los datos obtenidos en el modelo inicial, queda:

1.1.7 $P(t) = \frac{170.82}{1+e^{-0.0396(t-1993.55)}}$

Si evaluamos para varios casos, obtenemos:

[ ]:
```python
test = funcion_logistica(1950, *params)
print("Poblacion en 1950: %s" % test)

test = funcion_logistica(1990, *params)
print("Poblacion en 1990: %s" % test)

test = funcion_logistica(2010, *params)
```

```python
print("Poblacion en 2010: %s" % test)

test = funcion_logistica(2015, *params)
print("Poblacion en 2015: %s" % test)
```

```
Poblacion en 1950: 25.800000000000043
Poblacion en 1990: 79.40007890581573
Poblacion en 2010: 112.30000000000007
Poblacion en 2015: 119.67081620783293
```

Se grafica el modelo:

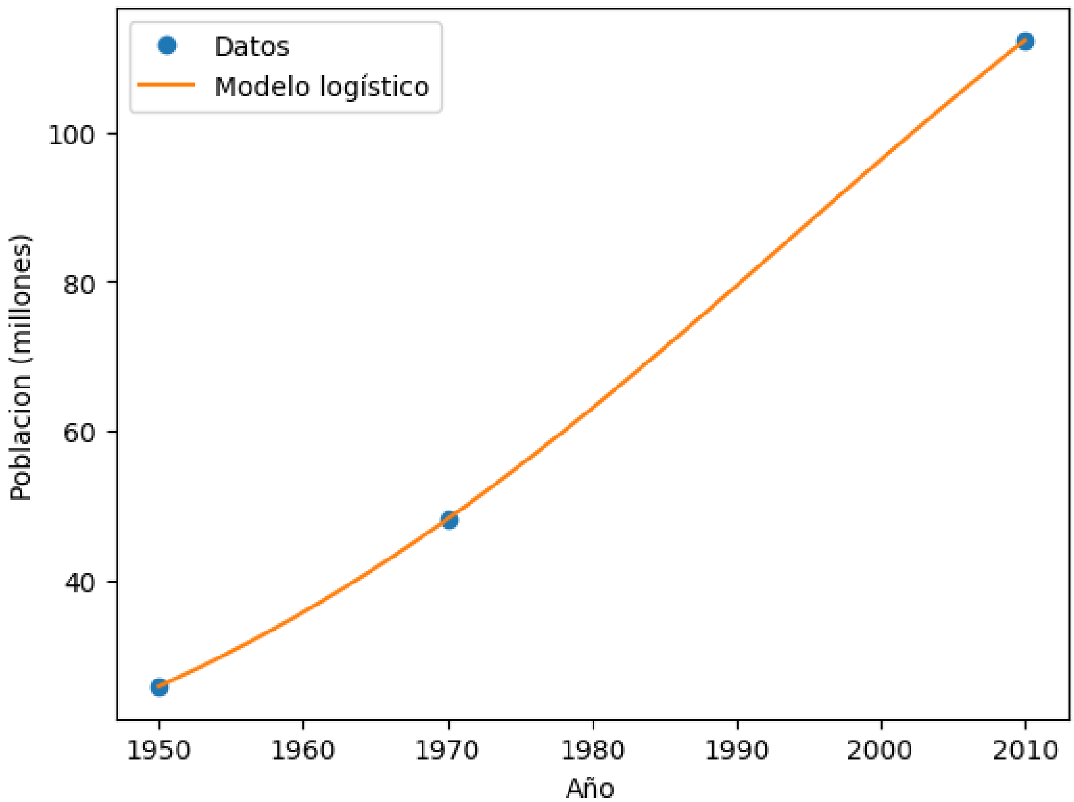
[ ]:
```python
def graficar_modelo(df, params):

  xdata = df['fecha']
  ydata = df['poblacion']

  t = np.linspace(xdata.min(), xdata.max(), 100)
  y_pred = funcion_logistica(t, *params)

  plt.plot(xdata, ydata, 'o', label='Datos')
  plt.plot(t, y_pred, '-', label='Modelo logístico')
  plt.xlabel('Año')
  plt.ylabel('Poblacion (millones)')
  plt.legend()
  plt.show()

# Plot the results
graficar_modelo(df, params)
```



1.2 Inciso 2 - Crear una tabla para comparar la población real con los valores pronosticados por el modelo.

Primero se crearan los datos y se crearan en un nuevo Dataframe de pandas.

[ ]:
```
data_modelo = {'fecha': [1950,1960, 1970,1980,1990,2000,2010,2015],
        'poblacion': [funcion_logistica(1950, *params),funcion_logistica(1960,␣
 ↪*params),funcion_logistica(1970, *params),
                      funcion_logistica(1980, *params),funcion_logistica(1990,␣
 ↪*params),funcion_logistica(2000, *params),
                      funcion_logistica(2010, *params),funcion_logistica(2015,␣
 ↪*params)]}

df_modelo = pd.DataFrame(data_modelo)
df_modelo
```

[ ]:

	fecha	poblacion
0	1950	25.800000
1	1960	35.725375
2	1970	48.200000
3	1980	62.999232

```
4   1990   79.400079
5   2000   96.258803
6   2010  112.300000
7   2015  119.670816
```

Con esa información ya podemos hacer la comparación entre los datos obtenidos y los reales |Año|1950|1960|1970|1980|1990|2000|2010|2015| |—|—-|—-|—-|—-|—-|—-|—-|—-| |Poblacion real|25.8|34.9|48.2|66.8|81.2|97.5|112.3|119.5| |Poblacion modelo|25.8|35.7253|48.2|62.9992|79.4|96.2588|112.3|119.6708|

1.2.1 Inciso 3 - Calcular el porcentaje de error para cada par de datos.

Para calcular el porcentaje, se usará la siguiente fórmula:

1.2.2 $Error = |\frac{V_{real} - V_{predicho}}{V_{real}}| * 100$

Entonces, para cada par de datos tenemos:

Año	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2015
Poblacion real	25.8	34.9	48.2	66.8	81.2	97.5	112.3	119.5
Poblacion modelo	25.8	35.7253	48.2	62.9992	79.4	96.2588	112.3	119.6708
Porcentaje de Error	0%	2.36%	0%	5.69%	2.21%	1.27%	0%	0.1429%

1.3 Inciso 4 - Dar una conclusión acerca del modelo propuesto y su efectividad.

1.3.1 $P(t) = \frac{170.82}{1+e^{-0.0396(t-1993.55)}}$

De manera general, el modelo logístico propuesto funciona satisfactoriamente con un error promedio de 1.46%, teniendo su máximo en 1980 con 5.69%, que podría causarse por los datos que se tomaron de manera inicial. Ya que al optimizar los datos calculados de K, k y P_0

Como se observó en la gráfica del modelo (final del inciso 1), se puede ver que el modelo está optimizado para los datos iniciales, pasando correctamente por estos tres puntos, sin embargo, analizando la gráfica podemos ver que podría ser más preciso.

Se esperaría que conforme se alimente el modelo con más datos para calcular la barrera poblacional y la tasa de crecimiento, el modelo se vuelva más preciso y se acerquen mucho más los datos a los reales, siendo el error mínimo.

Sería de interés elaborar un modelo que pueda tener en cuentas diferentes factores externos que podrían suceder, como desastres naturales, enfermedades, etc.