Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Cómputo

ESCOM

Trabajo Terminal

Aplicación móvil gamificada de aritmética
2021-1-007

Presentan

Alumnos: *Pineda Vieyra Itzcoatl Rodrigo, Mothelet Delgado Izaird Alexander

Directores

Directores: Chavarría Baez Lorena, Ruíz Ledesma Elena Fabiola

Diciembre 2021

Índice

1. Introducción

La intervención educativa requiere de una previa comprensión de la adquisición y desarrollo de la competencia aritmética que está en la base de todas las posteriores dificultades y trastornos del aprendizaje matemático. Hay dificultades que pueden surgir a lo largo de este proceso(desde nivel básico), lo que repercute en la resolución de ejercicios y problemas matemáticos avanzados. Por lo que el desarrollo de la destreza operatoria aritmética es fundamental para que el estudiante, tanto de nivel básico como medio superior, pueda enfrentar con éxito situaciones más complejas en el campo de la Matemática. Además, se requiere motivar al estudiante al desarrollar trabajo operatorio aritmético, ya que en ocasiones su desarrollo puede resultar monótono y aburrido. Para ayudar al desarrollo de la destreza operatoria de los estudiantes se propone una aplicación gamificada móvil que promueva la resolución de ejercicios aritméticos.

1.1. Motivación

La Aritmética como la Geometría son de las disciplinas matemáticas más antiguas y necesarias en la historia del género humano [1]. Su utilización funcional es requerida para las personas que participamos de esta sociedad, como medio de comunicación y comprensión de multitud de fenómenos que nos rodean, es por ello que el desarrollo de la destreza operatoria aritmética es una de las habilidades más necesitadas en la alfabetización socio instrumental. Los niveles de fracaso en el aprendizaje matemático son preocupantes, especialmente en los últimos cursos de escolaridad obligatoria (secundaria). Los resultados de estudios internacionales como el Programa Internacional para la Evaluación de Alumnos de la OCDE (PISA)[2, 3] muestran que el aprendizaje matemático es el que presenta mayor porcentaje de fracaso [4, 5]. El cálculo es un componente esencial en la resolución de problemas aritméticos, y éste es uno de los contenidos más importantes de las matemáticas, junto a la geometría, la medida o la probabilidad. Es por ello que un elevado porcentaje de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas tiene un origen aritmético, donde el cálculo representa un papel esencial [6]. Las habilidades numéricas y aritméticas son predictores críticos del futuro éxito o fracaso académico matemático[7].

Se ha observado en declive las habilidades operatorias aritméticas de estudiantes universitarios[8, 9, 10]. El estudiante cree que podrá contar con la calculadora de su celular en todo momento, pero cuando esto no se le permite, como en los exámenes de admisión, la falta del entrenamiento del cálculo mental entorpece la solución correcta de los reactivos de dichos exámenes. Por otra parte, el no fortalecer la destreza operatoria, afecta diferentes procesos cognitivos al llegar a la edad adulta[11]. El presentar al estudiante los ejercicios de una forma rutinaria muchas veces provoca aburrimiento y desmotivación. También es fundamental la motivación y el estado emocional de los estudiantes en su desempeño académico. La motivación y estado emocional de los estudiantes es un factor clave en su desempeño académico[12, 13]. Si deseamos que los jóvenes mexicanos tengan un mejor desempeño en el área de las Matemáticas, se requiere presentarles distintas formas de aprender y practicar sus conocimientos. Para ello una estrategia de apoyo es la gamificación, la cual se empleará para incentivar a los estudiantes de educación media superior a desarrollar su destreza operatoria.

1.2. Planteamiento del Problema

La problemática que se pretende atacar es la necesidad de fortalecer la destreza operatoria aritmética de los estudiantes de nivel básico y medio superior [13], [14],a través del desarrollo de aplicaciones móviles que incorporen conceptos de gamificacion, lo cual es importante para el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Desarrollar una aplicación móvil para fortalecer la destreza operatoria en Aritmética, con el uso de la gamificación, con el fin de apoyar al estudiante de nivel básico y medio superior en la adquisición de habilidades y conocimientos elementales.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Diseñar actividades gamificadas, empleando números enteros con las 4 operaciones básicas.
- Desarrollar un módulo evaluador expresiones, para la creación de preguntas que se presentaran a los usuarios.
- Desarrollar un módulo de logros y mecánicas.
- Validar la aplicación móvil.

1.4. Estado del Arte

El trabajo realizado en torno a la gamificación en los últimos años es considerablemente extenso, siendo aplicado en diferentes ambientes, demográficas y propósitos. Para el presente documento nos enfocaremos en el trabajo relacionado a su aplicación en el ámbito matemático.

En Brasil se creó una plataforma interactiva en linea enfocada en ayudar a estudiantes de nivel medio en sus lecciones de matemáticas y como entrenamiento para la Olimpiada Brasileña de Escuelas Públicas (Olimpiada Brasileira de Matematica das Escolas Pablicas - OBMEP). El sistema permite a los alumnos resolver problemas generados aleatoriamente y divididos en tres temas principales, que son: Aritmética, Geometría y Combinatoria. El sistema pretende que el alumno resuelva un número determinado de problemas para entender los algoritmos y la lógica que hay detrás. También está vinculado con conceptos de gamificación para involucrar a los estudiantes en las actividades propuestas [14].

En un estudio canadiense se propone una familia de rompecabezas que gamifican la práctica de la aritmética. Los rompecabezas se diseñan con un algoritmo evolutivo que constituye una instancia de generación automática de contenidos. Se definieron dos clases de rompecabezas: aquellos en los que la solución óptima utiliza todas las piezas y aquellos en los que la solución óptima no utiliza al menos una pieza.[15].

En el siguiente estudio se experimentó con tres tipos diferentes de actividades de aprendizaje gamificado(competitivo, colaborativo y adaptativo), en alumnos de segundo grado y de tercero que utilizaban tabletas y lecciones de aprendizaje digital para aprender matemáticas.Los niveles de rendimiento fueron significativamente más altos en una condición de gamificación que combinaba competición, narrativa y adaptabilidad con elementos de juego de rendimiento individual. Concluyen con el hecho de que la gamificación funcione o no no es el resultado de los elementos individuales del juego, sino la consecuencia de su combinación equilibrada. [16].

Un estudio argentino desarrolló una aplicación Android llamada Moravec con 150 niveles con 20 problemas cada uno, donde se requieren 15 respuestas correctas en determinado tiempo para avanzar al siguiente nivel. Concluyen que se puede motivar a los participantes a realizar un entrenamiento aritmético sustancial simplemente presentándolo en un formato gamificado [17].

A continuación se presenta una tabla de aplicaciones similares disponibles en la Appstore:

Tabla 1: Comparación con softwares disponibles.

Software	Características	Precio en el mercado
Fraction Challange	▪ PVP(Player versus Player) Jugador versus Jugador local ▪ rondas con tiempos	Gratuito con micro transacciones
1+2=3	▪ Sumas y restas de enteros ▪ Tablas de liderato	Gratuito
Fracciones calculadora	▪ Calculadora de fracciones	Gratuito
Math Games	▪ Logros ▪ Tablas de liderato ▪ Estadísticas ▪ Tutoriales de como realizar operaciones básicas	Gratuito con contenido bloqueado (se puede desbloquear haciendo un pago único)
Arithmetic Practice	▪ Logros ▪ Tablas de liderato	Gratuito con contenido bloqueado (se puede desbloquear haciendo un pago único)
Mental Arithmetic	▪ PVP local ▪ Logros ▪ Tablas de liderato ▪ Estadísticas ▪ Contenido desbloqueable	Gratuito

1.5. Propuesta de Solución

Con este proyecto se pretende ayudar al desarrollo de la destreza operatoria en la resolución de ejercicios aritméticos con números enteros haciendo uso de ciertos componentes de la gamificación (Logros) y mecánicas (Competición). Como futuros ingenieros en sistemas computacionales tenemos la responsabilidad de usar las habilidades para un beneficio social, por lo que deseamos unir esfuerzos para apoyar al estudiante a mejorar su destreza operatoria. Los ejercicios podrán presentarse empleando preguntas de opción múltiple según la preferencia del usuario, con la puntuación cambiando correspondientemente. Se contará con un sistema de puntuación basado en el tiempo de respuesta para medir el desempeño. Esto con el propósito de fomentar la competitividad, permitiendo al estudiante llevar un registro del progreso de su puntuación.

2. Importancia de la Aritmética

El aprendizaje de las matemáticas supone, junto a la lectura y la escritura, uno de los aprendizajes fundamentales de la educación, de ahí que entender las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se haya convertido en una preocupación manifiesta por profesionales dedicados al mundo de la educación, especialmente si se considera el alto porcentaje de fracaso que presentan en estos contenidos los alumnos que terminan la escolaridad obligatoria [18].

Antes, es necesario acotar lo que se entiende por dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, puesto que los contenidos de matemáticas pueden ser muy diversos. Así, las dificultades pueden aparecer en contenidos como la Geometría, la Probabilidad, la medida, el Álgebra o la Aritmética. Pero se está de acuerdo en que es en la Aritmética donde los alumnos encuentran sus primeras dificultades, puesto que estos son los contenidos a los que se enfrentan en primer lugar, además de que son la base sobre la que se asientan los demás contenidos.

Por lo señalado en los dos párrafos previos, esta sección inicia comentando cómo se adquieren y que desarrollo siguen los contenidos aritméticos básicos, distinguiendo entre aquellos que surgen desde la experiencia informal, es decir, que no implican una enseñanza explícita, y los que se adquieren a través de la enseñanza formal. En los primeros se abordan algunos aspectos del desarrollo del número, considerando dos elementos clave: el conteo y los esquemas de razonamiento protocuantitativos. Posteriormente se muestran situaciones problemáticas a las que los alumnos se enfrentan de manera formal, así como las estrategias de conteo que utilizan para su resolución.

2.1. El desarrollo de la Aritmética

2.1.1. Aritmética informal: las primeras nociones aritméticas

Hablar del desarrollo de la aritmética en particular o del desarrollo del pensamiento matemático en general implica mencionar, aunque sea brevemente, los planteamientos piagetianos sobre esta cuestión.

Para Piaget [19] el conocimiento matemático se desarrolla como consecuencia de la evolución de estructuras más generales, de tal manera que la construcción del número es correlativa al desarrollo del pensamiento lógico y se relaciona con la aparición del estadio operacional donde aparecen los requisitos lógicos del número, el cual ocurre aproximadamente entre los 6 y los 12 años de edad. En una edad más temprana (de los 3 a los 6 años), el niño no piensa de forma operatoria, dado que cuando han acabado de ejecutar una acción no son capaces de recordar el aspecto que tenía antes. En términos piagetianos no han conseguido la reversibilidad. Entonces entre los 3 y 6 años los niños se ubican en el estadio denominado preoperacional o preoperatorio, en el que su pensamiento está dominado por datos perceptuales, como se demuestra en sus famosos trabajos sobre la conservación y la clasificación.

En un experimento típico de la conservación se presenta al niño por ejemplo dos filas de fichas, una con fichas azules y otra con fichas rojas, en correspondencia biunívoca, y a continuación se separan las fichas de una de las filas ante los ojos del niño. Los niños preoperatorios ya no consideran que las dos filas tengan el mismo número de fichas. Esto ocurre porque cuando se separan las fichas el niño no es capaz de imaginárselas en su posición original, guiándose a la hora de hacer juicios por variables perceptivas.

Por otro lado, en los experimentos sobre clasificación se enseña por ejemplo un conjunto con dos bolas de madera rojas y siete azules. Los niños son capaces de decir que son todas de madera y que hay más bolas azules que rojas. Sin embargo, cuando se les presenta la pregunta "¿qué hay más: bolas azules o bolas de madera?", los niños preoperatorios dicen que hay más bolas azules, dado que el dominio perceptivo de la cantidad de bolas azules interfiere con la consideración de que todas son de madera; parece incapaz de comparar un subconjunto con su propio superconjunto.

Es precisamente en el estadio de las operaciones concretas donde desaparece esta dependencia de las variables perceptivas o esta incapacidad para pensar de forma reversible. En este estadio aparece la adquisición del pensamiento lógico, la comprensión de las clases, las relaciones y las correspondencias biunívocas. En definitiva, un verdadero concepto del número y una manera significativa de contar. Desde este punto de vista, el desarrollo del número es para Piaget una cuestión de "todo o nada", puesto que, hasta que no cuente con los conceptos lógicos, el niño va a ser incapaz de comprender el número y la aritmética.

Sin embargo, están apareciendo cada vez más autores que no están de acuerdo con este enfoque del desarrollo del número, y que piensan que los niños pueden aprender mucho acerca de contar, del número y de la aritmética antes de poder conservar.

A raíz del influyente trabajo de Gelman y Gallistel [20], sobre el desarrollo temprano del conteo, se empezó a demostrar que, contrario a lo que pensaba Piaget, el conteo juega un papel importante en el desarrollo del número y de las primeras nociones aritméticas, y que los niños preescolares muestran una sorprendente competencia cognitiva en este campo.

Sin embargo, el primer conocimiento numérico es posible que se origine, como así han demostrado algunas investigaciones [21, 22], antes de que los niños dispongan del conteo verbal transmitido culturalmente o de cualquier otra influencia social. O lo que es lo mismo, que puede haber un origen innato del número, similar a muchas habilidades perceptivas.

Sin embargo, y aunque estas primeras nociones del número son importantes, es a partir de los tres años de edad cuando los niños comienzan a desarrollar el primer conocimiento cuantitativo [23]. En este desarrollo hay dos elementos que juegan un papel importante, el conteo verbal y los esquemas protocuantitativos [24]. Concretamente, desde la integración de estos dos aspectos los alumnos son capaces de enfrentarse a la resolución informal de las primeras situaciones problemáticas.

2.1.2. El conteo verbal

A pesar de que los contextos sociales que rodean al niño pueden variar de unas culturas a otras, lo cierto es que todas ellas ofrecen un sistema de palabras numéricas, a veces altamente elaborado como nuestro sistema de base diez, además de las oportunidades para manipular y contar pequeñas cantidades discretas de objetos. No cabe duda de que este primer conocimiento numérico aportado por la cultura juega un papel importante en el desarrollo del pensamiento matemático de los niños.

Sin embargo, y a pesar de que el conteo parezca una actividad sencilla a los ojos de un adulto, lo cierto es que en realidad necesita de la integración de una serie de técnicas que se desarrollan con el tiempo. Por ejemplo, se requiere determinar si un conjunto de nueve puntos es mayor o menor que uno de ocho. En primer lugar, se necesita generar los nombres de los números en el orden adecuado. Además, se deben aplicar las etiquetas de la serie numérica una por una a cada objeto de un conjunto; para ello, es necesario coordinar la verbalización de la serie numérica con el señalamiento de cada elemento del conjunto para crear una correspondencia entre las etiquetas y los objetos. En tercer lugar hay que representar los elementos que contiene cada conjunto, para lo que se necesita la regla del valor cardinal", por la que se establece que la última etiqueta expresada en la serie numérica representa el número total de elementos del conjunto. Por último, es preciso comprender que la posición de un número en la secuencia define la magnitud, de tal forma que se pueda establecer que el nueve viene después del ocho y por lo tanto es más grande.

Por lo tanto, desde el punto de vista cognitivo, el conteo no es una tarea sencilla, constituyendo un enorme reto para los niños de corta edad. Y su adquisición es un largo proceso que posiblemente no culmine hasta los siete u ocho años de edad.

Para una comprensión plena del número para tareas de cuantificación se requiere el desarrollo del conocimiento de los principios sobre el conocimiento conceptual del conteo, los cuales son: los principios de correspondencia uno-a-uno, de orden estable, de cardinalidad, de abstracción y de irrelevancia, y fueron desarrollados en el trabajo pionero de Gelman y Gallistel [20].

El principio de correspondencia uno-a-uno implica etiquetar cada elemento de un conjunto una vez y solo una. Conlleva, por tanto, la coordinación de dos procesos: partición y etiquetación, de tal manera que los niños mediante la partición van controlando los elementos contados y los que quedan por contar, bien separándolos o bien señalándolos, a la vez que disponen de una serie de etiquetas de modo que cada una de ellas corresponda con un objeto del conjunto contado.

El principio de orden estableestipula que para contar es imprescindible el establecimiento de una secuencia coherente, aunque, como indican Gelman y Gallistel [20], este principio se puede aplicar sin necesidad de tener que utilizar la secuencia numérica convencional, pudiéndose utilizar una secuencia propia no convencional, pero siempre de manera coherente.

El principio de cardinalidad establece que la última etiqueta de la secuencia numérica representa el cardinal del conjunto, esto es, la cantidad de elementos que contiene el conjunto. Gelman y Gallistel [20] consideran que los niños comprenden este principio si repiten o ponen un énfasis especial en el último elemento de la secuencia de conteo.

El principio de abstracción determina que los principios anteriores se puedan aplicar a cualquier tipo de conjunto, tanto con elementos homogéneos como heterogéneos (objetos de distinto color o distinta entidad física).

Por último, el principio de irrelevancia indica que el orden por el que se comience a enumerar los elementos de un conjunto es irrelevante para su designación cardinal. Así, se puede contar de izquierda a derecha, de derecha a izquierda o del centro hasta los extremos sin que ello afecte al resultado del conteo.

Los principios de correspondencia, estabilidad del orden y cardinalidad establecerían las reglas procesuales sobre cómo contar un conjunto de objetos. A partir de sus experiencias con el conteo el niño va adquiriendo la secuencia numérica convencional, y esto le va a permitir establecer cuántos elementos tiene un conjunto, lo que se conoce con el nombre de enumeración.

La abstracción y la irrelevancia del orden sirven para generalizar y flexibilizar el rango de aplicación de los principios anteriores, lo que otros han llamado características no esenciales del conteo. Por ejemplo, es común que un niño considere como característica esencial el contar de izquierda a derecha, de tal forma que cuando se comienza a contar por el centro lo consideran un error. Esto significa que no ha adquirido el principio de irrelevancia.

2.1.3. Los esquemas protocuantitativos

Paralelamente a la habilidad de contar, los niños van desarrollando cierta experiencia con distintas formas de relaciones numéricas que son importantes para el desarrollo posterior del número y la aritmética. Estas relaciones han sido definidas por Resnick [24, 25] como .esquemas protocuantitativos". De esta forma esta autora hace una distinción entre dos tipos de conocimientos, lo que ella llama conocimiento representacional o conteo, y conocimiento relacional, caracterizado por los esquemas protocuantitativos. Desde el punto de vista de Resnick [24, 25] estos dos tipos de conocimientos tienen orígenes separados en el desarrollo temprano del número, y solamente a través de su integración se ejecuta el conocimiento cuantitativo.

Al igual que ocurre con el desarrollo del lenguaje, en el desarrollo del conocimiento matemático el niño va disponiendo de una variedad de términos que expresan juicios de cantidad sin precisión numérica, como mayor, menor, más o menos, lo que les permite asignar etiquetas lingüísticas a la comparación de tamaños. Estos juicios, que operan sin ningún proceso de medida, se basan en lo que Resnick [24, 25] llama esquema protocuantitativo de comparación. Esta autora identifica dos esquemas protocuantitativos más: uno que interpreta cambios en las cantidades como un incremento o decremento y otro que establece relaciones parte-todo.

El esquema protocuantitativo incremento-decremento permite a los niños de tres años razonar sobre cambios en las cantidades cuando se les añade o se les quita algún elemento. Por ejemplo, un niño sabe que si tiene cierta cantidad de cualquier cosa, por ejemplo dos juguetes, y consigue otro juguete tiene más que antes. De la misma manera que si le quitan tiene menos, o si no le añaden o quitan tiene la misma cantidad aún en el caso de que se modifique la distribución espacial de los objetos.

Por otro lado, y desde el esquema protocuantitativo parte-todo, los preescolares son capaces de conocer que cualquier "pieza", por ejemplo un pastel, puede ser dividida en partes más pequeñas y que volviéndolas a juntar dan lugar a la pieza original. De la misma manera, se pueden juntar dos cantidades que dan lugar a una cantidad mayor, de tal forma que, por lo menos de manera implícita, los niños empiezan a conocer la propiedad aditiva de las cantidades; pueden saber que el todo es mayor que las partes.

De manera que cuando se integra el conocimiento relacional con el conocimiento representacional (el conteo) se desarrollan las habilidades implicadas en la resolución de distintas situaciones problemáticas. Por plantearlo de otra manera, el conteo supondría la cuantificación de los esquemas protocuantitativos a través de la resolución de situaciones problemáticas.

2.1.4. Estrategias de conteo

Las primeras situaciones de suma y resta a que se enfrentan los niños en la etapa infantil y primer curso de la etapa primaria pueden ser resueltas por el modelado directo, esto es, a partir de modelar directamente la situación o acción con objetos físicos, como cubos, los dedos o simplemente dibujando sobre el papel. Los objetos son utilizados para representar la situación y los números de las cantidades dadas en la misma, así como para ayudar al niño a llevar a cabo el procedimiento para llegar a la solución.

De esta forma, con conocimientos mínimos sobre el número y el conteo, y con el conocimiento relacional de los esquemas protocuantitativos, los niños son capaces de resolver numerosas situaciones problemáticas. Para ello hacen uso de diferentes estrategias que modelan la situación y les permiten llegar a la solución.

Con el tiempo, y especialmente con el desarrollo conceptual del conteo, los niños van descubriendo espontáneamente o bien desde la inducción, estrategias de conteo más sofisticadas, abstractas y eficientes que les permiten llegar más rápidamente a la resolución de la situación problemática. Además, hay una transición desde la utilización de materiales concretos o dedos al conteo verbal o mental, por lo que los niños comienzan también a desarrollar procedimientos que les permitan llevar la cuenta de los elementos contados.

Una estrategia similar, aunque aparentemente algo más avanzada, es la denominada çontar a partir del mayor", en la que el inicio del conteo se lleva a cabo a partir del conjunto que incluye el sumando mayor, y no el primero.

Es importante tener en cuenta que para utilizar una estrategia en la que el conteo comienza a partir de uno de los conjuntos es necesario contar con una serie de requisitos, los cuales están relacionados con el desarrollo del conocimiento conceptual del conteo. Así, el primer requisito y más evidente es poder comenzar el conteo a partir de cualquier punto arbitrario de la serie numérica. Otros requisitos tienen que ver con el significado de las relaciones entre conteo y cardinalidad.

Por lo que se refiere a las situaciones de resta, también aparecen dos estrategias más abstractas y evolucionadas: el retroconteoz la çuenta progresiva"[26]. El retroconteo es una estrategia inversa a contar a partir de uno de los conjuntos, dado que supone contar en orden contrario al conteo habitual o contar hacia atrás. Por ejemplo, cuando a un conjunto de nueve elementos le quitamos cuatro, caso de un problema de cambio en el que se pide el conjunto final o resultado, los niños pueden hacer lo siguiente: "nueve; ocho (que es uno menos), siete (que es dos menos), seis (que es tres menos), cinco (que es cuatro menos) -cinco", mientras van señalando los objetos del conjunto que se va quitando, o se van sacando dedos hasta formar este conjunto. A diferencia de las estrategias revisadas anteriormente para la suma, el retroconteo no es solamente un procedimiento abreviado de la estrategia menos madura de separación; además se necesita un dominio de la serie numérica en ambas direcciones, puesto que en la estrategia de separación todos los conteos son hacia adelante.

La cuenta progresiva, sin embargo, es una estrategia utilizada en la resta que utiliza el conteo hacia adelante, aunque conceptualmente se aleja de la idea de resta como quitar o separar. En este caso se parte del conjunto más pequeño y se cuenta hacia adelante hasta llegar al conjunto mayor. Por ejemplo si tenemos 8-3, los niños dirían: “tres; cuatro, cinco, seis, siete, ocho;-ocho", con algún procedimiento para llevar la cuenta de los elementos contados, por ejemplo usando los dedos de la mano.

El siguiente paso en el desarrollo de las estrategias consiste en recuperar directamente desde la memoria el resultado de la operación, lo que se llama recuperación de hechos"(p.e. siete más nueve es dieciséis) o la utilización de "hechos derivados"(p.e. siete más nueve es igual que diez más seis). En este nivel aparece la composición aditiva, que permite descomponer cualquier número en otros dos (p.e. el siete incluye el cuatro y el tres; o el dos y el cinco; o el seis y el uno; etc). Esto permite operar con el concepto parte/todo, en el que cualquier triada numérica se puede integrar dentro de un esquema sumando-sumando-suma. La suma es entonces vista como cualquier situación en la que dos sumandos son conocidos, y la resta como cualquier situación en que se conoce la suma y uno de los sumandos. Y esto permite la aparición de la reversibilidad entre la suma y la resta, lo que supone una enorme flexibilidad en la resolución de cualquier situación problemática.

En resumen, en lo que se ha llamado aritmética informal, los niños desarrollan una serie de conocimientos conceptuales y procedimientos que les permiten enfrentarse a numerosas tareas aritméticas, especialmente las planteadas como resolución de situaciones problemáticas, donde el conteo juega un papel fundamental. A partir de estos conocimientos, o mejor dicho, conectando con ellos, comienza el aprendizaje de la aritmética más formal.

2.2. Aritmética formal

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la aritmética más formal, se considera el proceso de resolución de problemas propiamente dicho y el cálculo de operaciones. Debido a que el presente trabajo terminal aborda lo referente a las operaciones básicas, enseguida se comenta al respecto.

2.2.1. Operaciones básicas

Llega un momento en que los alumnos comienzan a dominar las combinaciones numéricas básicas, es decir, a recuperar directamente el resultado desde la memoria, lo que se llama recuperación de hechos, lo cual se ve favorecido con la presión por parte de los profesores para que sus alumnos pasen rápidamente del conteo a la recuperación inmediata de hechos aritméticos.

Pero la memorización de las combinaciones numéricas no es lo mejor, es preferible que el estudiante use estrategias de conteo para descubrir relaciones matemáticas que pueden actuar como reglas para generar las combinaciones numéricas. Incluso, algunos autores [26], consideran que muchas combinaciones numéricas se aprenden y se representan en la memoria no como hechos separados sino como reglas que relacionan distintas combinaciones. Por ejemplo, la regla del çeroz la regla del "más uno o número siguiente"para la suma implican no tener que aprenderse todas las combinaciones que incluyan más cero o más uno, puesto que estas combinaciones se pueden generar por reglas como "todos los números más cero son el mismo número.º "todos los números más uno son el número siguiente". Algo similar ocurre en la resta, con reglas como N - N siempre es 0, o N - 0 siempre es N, o restas con términos seguidos siempre es 1 (p.e. 7 - 6, 9 - 8, 35 - 34...).

Independientemente de que la representación de hechos en la memoria sea mediante reglas o sean hechos aislados, lo que sí parece indudable es que estas reglas pueden jugar un papel importante en el aprendizaje de las combinaciones numéricas básicas. Y también parece un hecho constatado que antes de la recuperación automática de hechos desde la memoria, las respuestas a combinaciones numéricas desconocidas se pueden generar mediante estrategias de hechos derivados.

Por estrategias de hechos derivados (también llamadas estrategias de pensamiento, estrategias heurísticas o soluciones indirectas) se entienden aquellos procedimientos en los que los números en una operación dada se redistribuyen de tal forma que se convierten en números cuyas sumas o diferencias son conocidas. Por ejemplo, la operación 6 + 7 se puede simplificar descomponiendo los números para generar hechos conocidos, como los dobles más uno ([6 + 6] + 1; "si seis más seis son doce, y siete es uno más que seis, entonces seis más siete es uno más que doce, esto es, trece"). O también utilizar la redistribución basada en el diez, muy utilizada en las combinaciones en las que uno de los sumandos sea nueve, como 9 + N o N + 9; en este caso, la combinación es descompuesta para hacer que uno de los sumandos sea diez; así, 9 + 6 se puede descomponer en 9 + [5 + 1] para dar 9 + 1 = 10 + 5. En el caso de la resta, cualquier combinación puede resolverse, entre otros procedimientos, recordando su combinación aditiva complementaria; por ejemplo, 8 - 5 se puede resolver pensando que se necesita añadir a cinco para hacer ocho (5 + 3 = 8); por lo tanto, las combinaciones numéricas básicas aditivas preceden en el tiempo a las de la resta.

Estas estrategias de hechos derivados también pueden utilizarse en el dominio de las combinaciones numéricas de multiplicación y división. Por ejemplo, la regla del cero en "7 X 0"se entiende como "siete grupos de nada es nada"; y la regla de multiplicar por uno como ün grupo de siete elementos es siete".

No cabe duda de que estas reglas y procedimientos pueden constituir un andamiaje para la recuperación inmediata desde la memoria de hechos numérico. Ahora bien, ¿qué tan importante es la práctica en este contexto?, algunos autores [27] consideran que la práctica puede favorecer la utilización de manera cada vez más automática de estas reglas, principios y estrategias de pensamiento. Es por ello que en este trabajo terminal se trabaja esa práctica mediante la utilización de algunos aspectos de la gamificación.

2.2.2. Dificultades en la Aritmética

Una vez analizados los contenidos de la aritmética desde el punto de vista del proceso de desarrollo que siguen los niños, en este apartado se analizan algunas de las dificultades que pueden surgir en este proceso. Antes, sin embargo, es conveniente plantear una fuente de dificultades que no suele mencionarse, posiblemente por lo inespecífica que es. Se refiere a la desconexión que muchas veces existe en la enseñanza de la aritmética entre el conocimiento informal que los niños desarrollan espontáneamente y los conocimientos más formales que aprenden en las aulas.

Como se ha revisado a lo largo de este segundo capítulo del Trabajo Terminal, los niños desarrollan, antes de la enseñanza formal de la aritmética, un amplio bagaje de conocimientos informales relacionados con el número, el dominio de combinaciones numéricas básicas, la resolución de situaciones problemáticas o incluso el dominio de los algoritmos y el valor posicional.

Sin embargo, los niños tienden a percibir la aritmética formal desconectada de sus conocimientos informales. Esto es, tienen dificultades para conectar los símbolos y reglas que aprenden de manera más o menos memorística con su conocimiento matemático. Muchos niños ven las matemáticas como algo arbitrario, como un juego con símbolos separados de la vida real y como un sistema rígido de reglas dictadas externamente y gobernadas por estándares de velocidad y exactitud [27]. Y esto se acentúa más a medida que avanzan en niveles educativos, lo que hace que la visión de las matemáticas que tienen los alumnos cambie gradualmente desde el entusiasmo a la aprehensión, desde la confianza al miedo. No cabe duda de que este puede ser uno de los factores determinantes de las dificultades que presentan muchos alumnos en el aprendizaje de las matemáticas.

No obstante, y a pesar de que esto pueda ser así, también se pueden identificar otros aspectos que generan dificultades en el aprendizaje. Concretamente son dos: El primero tiene que ver con las dificultades que encuentran ciertos alumnos en el dominio de las combinaciones numéricas básicas, esto es, en el cálculo aritmético. El otro, más genérico, se centra en la resolución de problemas. No obstante, no se debe olvidar que el cálculo es un componente más de la resolución de problemas.

2.2.3. Dificultades en el aprendizaje del cálculo aritmético

Cuando se habla de dificultades en el cálculo se refiere a un grupo no muy numeroso de alumnos que presentan déficit específicos en el dominio de las combinaciones numéricas básicas (ej. $7 + 9 = ?$) [28]. De manera más concreta, ha descrito dos déficit funcionales básicos: procedimentales y de recuperación de hechos. Así, tienden a presentar procedimientos aritméticos (estrategias de resolución de operaciones) evolutivamente inmaduros y una alta frecuencia de errores procedimentales de cómputo. Además, tienen dificultades en la representación y recuperación de hechos aritméticos desde la memoria a largo plazo semántica.

El trabajo de Geary es una buena muestra de lo que se quiere [29, 30]. Este autor comparó un grupo de niños de primer curso (con dificultades y sin dificultades) en la utilización de estrategias y tiempos de ejecución cuando resolvían problemas simples de suma (pares de números del 2 al 9, por ejemplo $3 + 4$). Los resultados muestran que todos los niños utilizaron las mismas estrategias (recuperación de la memoria, conteo verbal o conteo con dedos), pero diferían en la habilidad y velocidad de ejecución de las estrategias. Así, los niños con dificultades mostraron frecuentes errores en el conteo verbal, un uso frecuente de estrategias menos maduras de conteo (por ejemplo contar todo), una alta proporción de errores de recuperación de la memoria y tiempos de respuesta en la recuperación muy variables y asistemáticos. Estos resultados sugieren que los déficit funcionales de los alumnos de primero con dificultades se caracterizan por pobres habilidades procedimentales de cómputo y una atípica representación de hechos aritméticos básicos en la memoria.

Más interesante aún son los resultados que obtuvieron diez meses después en un estudio de seguimiento. Mientras que los niños sin dificultades mostraron una mayor confianza en la recuperación de hechos de la memoria y un incremento en la velocidad de ejecución de las estrategias, el grupo de niños con dificultades no mostraron muchos cambios en su elección de estrategias. Así, y aunque hubo un abandono del procedimiento çontar todo"de conteo en favor de çontar a partir del primero", la velocidad de conteo seguía siendo más lenta que en los alumnos sin dificultades. Además, no hubo cambios en el número de hechos que podían recuperar de la memoria, ni en el tiempo de ejecución en la recuperación.

En otro trabajo se encontraron resultados similares, pero utilizando una muestra de niños con y sin dificultades en aritmética de distintos niveles educativos de educación primaria (desde segundo hasta sexto curso). Se comprobó que los niños con dificultades cometen más errores y utilizan estrategias menos avanzadas que los niños sin dificultades. Además, a medida que avanzaron en niveles educativos, encontraron una tendencia evolutiva en ambos grupos. Los niños sin dificultades muestran una tendencia prototípica utilizando estrategias más desarrolladas (mayor proporción de recuperación de hechos) y de manera más eficaz. Los niños con dificultades, a pesar de mostrar una tendencia evolutiva en la utilización de estrategias, reflejado en un mayor uso de la recuperación, la eficacia contrasta con lo mostrado en el grupo sin dificultades. De manera concreta, en los niveles más bajos se constató una representación anómala de hechos en la memoria, y en los niveles más altos (fundamentalmente sexto curso), a pesar de que pueda existir cierta representación, el acceso a la misma no está totalmente automatizada, como ocurre con los alumnos sin dificultades.

En consecuencia, los resultados de estos estudios no sólo apoyan que los déficit de los alumnos con DFB son de dos tipos: procedimental y de recuperación de hechos, sino que además, las habilidades procedimentales de estos alumnos se pueden aproximar a las de los niños sin dificultades (pueden mostrar un retraso en su desarrollo), mientras que las habilidades de recuperación de hechos no plantean una diferencia en el desarrollo. En este contexto se puede argumentar, entonces, que los mecanismos que pueden contribuir a los déficit procedimentales y de recuperación en estos niños pueden ser diferentes. Así, las estrategias menos maduras y los errores procedimentales que presenta los niños con DFB se relacionan con el desarrollo del conocimiento conceptual de conteo, especialmente si se considera la secuencia evolutiva planteada más atrás. Por su parte, las dificultades en la recuperación de hechos se relacionan con el decaimiento de la información de la memoria de trabajo junto con la velocidad lenta en la ejecución de estrategias de conteo así como la alta frecuencia de errores de cómputo, de tal forma que, con una velocidad de conteo lenta, hay mayor probabilidad de decaimiento de la información en la memoria de trabajo, lo que conlleva a no desarrollar representaciones en la memoria; a esto se añade que los errores de cómputo llevan a asociaciones incorrectas en la memoria lo que puede conducir a errores en la recuperación.

En resumen, en las dificultades relacionadas con el cálculo se sugieren dos déficit funcionales diferentes (DFB), procedimentales y de recuperación de hechos de la memoria. Las dificultades procedimentales parecen relacionarse con un conocimiento inmaduro del conteo y es probable que en relación con los niños sin problemas, estas dificultades se consideren en ciertos casos un retraso en el desarrollo. Los déficit relacionados con la recuperación de hechos, sin embargo, parecen persistir a lo largo del desarrollo y es probable que se relacionen con la velocidad y errores en la ejecución de estrategias de cómputo así como con la disponibilidad de recursos de la memoria de trabajo.

2.3. El conjunto de los número Naturales

Los números naturales surgen desde la época en que el hombre descubre la agricultura y cuando deja de ser nómada y se empieza a establecer en regiones de la tierra por periodos de tiempo relativamente largos, pues ello lo obliga de alguna manera a desarrollar su capacidad de abstracción, es decir en pensar en como poder contar, principalmente lo que cosecha o le pertenece, como los granos, animales domésticos, etc. Cada cultura representa a los números de muy variadas formas usando símbolos, en la actualidad se utilizan los símbolos que los árabes aportaron, de modo que se pueden escribir de la siguiente manera:

$$N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12...$$

Se puede observar que el cero no aparece como número natural, se aclara que esto no significa que no existiera desde estos tiempos solo que la cultura dominante durante muchos siglos después de cristo fue la occidental y en ella el cero no se consideraba como natural, es la razón por la que no aparece en muchos textos.

Con estos números se pueden efectuar las operaciones básicas como la adición, la sustracción, la multiplicación y la división.

Las **primeras propiedades** que los naturales tienen con respecto a las operaciones son las de **cerradura** y se cumplen para la adición y la multiplicación, no así para la resta y la división.

2.3.1. Propiedades de las operaciones de adición y multiplicación de los números naturales

Propiedades de cerradura

1. La adición de dos números naturales cualesquiera da como resultado un natural.

$$\forall a, b, c \in N$$

$$a + b = c$$

2. La multiplicación de dos números naturales cualesquiera dan como resultado un natural.

$$\forall a, b, c \in N$$

$$a * b = c$$

Otras propiedades son la **conmutabilidad, la asociatividad y la distributiva**. Si consideramos que las letras a , b y c representan a cualquier número natural, tenemos las siguientes propiedades escritas en **forma verbal** y en **forma simbólica**.

Propiedades conmutativas

3. El orden de los sumandos no altera la suma de números naturales.

$$a + b = b + a$$

4. El orden de los sumandos no altera el producto de números naturales.

$$a * b = b * a$$

Propiedades asociativas

5. Para sumar tres o más números naturales no importa el orden.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

6. Para realizar el producto de tres o más números naturales no importa el orden.

$$(a * b) * c = a * (b * c)$$

Propiedades distributiva

7. El producto de un número natural con la suma de dos naturales es igual a la suma de los productos.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Existencia del neutro

8. El neutro aditivo es el cero.

$$a + 0 = 0 + a = a$$

9. El neutro multiplicativo es el uno.

$$a * 1 = 1 * a = a$$

Propiedad uniforme

10. Para la adición.

$$Si\; a = b\; entonces\; (a + c) = (b + c)$$

11. Para la multiplicación.

$$Si\; a = b\; entonces\; (a * c) = (b * c)$$

Propiedad monótona

12. Para la adición.

$$Si\ a < bentonces\ (a+c) < (b+c)$$

13. Para la multiplicación.

$$Si\ a < b\ entonces\ (a*c) < (b*c)$$

Propiedad de tricotomía

14. Dados dos números a y b sólo se cumple una y sólo una de las relaciones siguientes:

$$a = b;\ o\ a < b;\ o\ a > b;$$

Ejemplo:

$$4 = 4,\ 4 > 2,\ 4 < 5$$

2.3.2. Comentarios finales del capítulo

En este segundo capítulo se revisó lo referente a las dificultades que presentan los estudiantes en la ejecución de operaciones básicas en la aritmética, que pueden ser procedimientales y de recuperación de hechos. Los errores cometidos por los estudiantes tienen su origen desde la adquisición de habilidades para el conteo, empleando los principios conceptuales del mismo.

3. Gamificación

La Gamificación es comúnmente definida como “El uso de técnicas, elementos y dinámicas propias de los juegos en contextos que no son de juego, con el fin de potenciar la motivación, así como de reforzar la conducta para solucionar un problema, mejorar la productividad, obtener un objetivo, activar el aprendizaje” [31]. Donde un juego está definido como “un sistema formal basado en reglas con un resultado variable y cuantificable, donde a los diferentes resultados se les asignan valores diferentes, el jugador se esfuerza para influir en el resultado, el jugador se siente apegado al resultado y las consecuencias de la actividad son opcionales y negociables” [32]. La gamificación emplea distintos tipos de recompensas para fomentar los comportamientos deseados. Estas recompensas pueden generalizarse con el acrónimo SAPS.

- Status, reconocimiento. Las tablas de puntuación (*leaderboards*) son un ejemplo.
- Acceso,ofrecen la posibilidad de acceder a un punto o a algo a lo que los otros individuos no pueden.
- Poder, por ejemplo en foros donde aquellos con más puntos no tienen que pasar por la revisión.
- Cosas (*Stuff*), recompensas tangibles.

La gamificación ha sido explorada principalmente para su aplicación en empresas, definiendo dinámicas y estrategias que aumenten la productividad de los empleados. Sin embargo, la aplicación que nos compete es su potencial dentro de la educación. Como ya se mencionó anteriormente, la mayoría de estudios y aplicaciones han trabajado en los niveles más elementales de educación (primaria)[33]. Esto no quiere decir que no se haya intentado a niveles superiores o que hayan fracasado [34, 35, 36], incluso se ha usado en carreras afines a la de Ingeniería a Sistemas Computacionales [37]. Sin importar el nivel académico, si se cuenta con un buen diseño, la gamificación puede resultar una estrategia muy útil. Los elementos de gamificación que se busca integrar a este Trabajo Terminal, son:

- Tablas de liderato.
- Sistema de puntuación.
- Logros.

Dichos elementos son algunos de los más comunes y que han demostrado impactan la motivación de los estudiantes en los estudios revisados [34, 35, 37, 36]

4. Análisis

4.1. Descripción general

4.2. Requisitos Funcionales

1. El sistema permitirá el registro de usuarios, este se realizará por medio de un correo electrónico y contraseña válidos.
2. El sistema permitirá el ingreso de un usuario al sistema mediante un correo y contraseña previamente registrados.
3. El sistema permitirá el registro y acceso mediante una cuenta de Google.
4. El sistema distinguirá entre usuarios y administradores
5. Los administradores deberán ser aprobados por otro administrador o agregado directamente a la base de datos
6. Los usuarios podrán jugar, consultar *leaderboards*, consultar logros
7. Los administradores podrán crear, editar plantillas y otorgar permisos de administrador
8. El sistema contará con un modo de juego infinito, un modo por tiempo y un modo de jugador contra jugador local.
9. El sistema permitirá a los usuarios elegir que tipo de operaciones realizar así como la dificultad.
10. Los administradores podrán añadir plantillas con los respectivos valores que se usarán.

4.3. Requisitos No Funcionales

1. La aplicación no deberá exceder 2 GB de almacenamiento
2. La aplicación deberá ser compatible con Android 8.1 en adelante
3. Los ejercicios deberán generarse en menos de 2 segundos
4. La aplicación podrá ser usada por cualquier usuario con al menos 10 minutos de instrucción
5. Se requerirá conexión a internet.
6. La aplicación contará con escalabilidad para otros temas.
7. Las interfaces deberán estar optimizadas para dispositivos móviles.

4.4. Casos de Uso

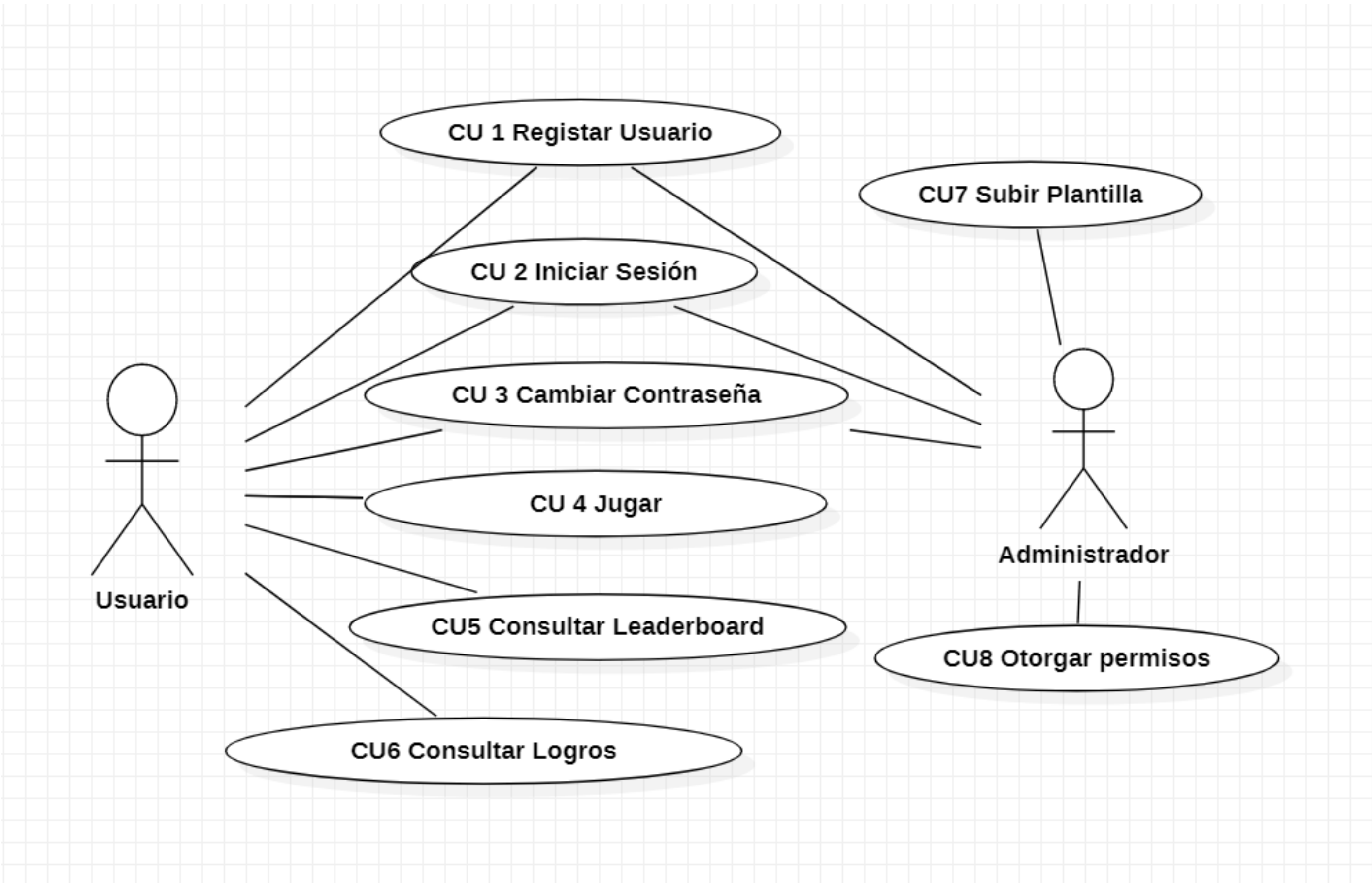

Figura 1: Diagrama de Casos de Uso

4.4.1. Tabla descriptiva de Caso de Uso 1

Tabla 2: Caso de Uso 1.

Caso de Uso	CU1 Registrar Usuario
Versión	1.1
Autor(es)	Itzcoatl Rodrigo Pineda Vieyra
Revisor	Izaird Alexander Mothelet Delgado
Actor(es)	Usuario Final
Entradas	correo electrónico, contraseña, Cuenta de Google
Salidas	Cuenta de usuario creada
Pre-condiciones	Instalar y abrir la aplicación
Post-condiciones	Cuenta de usuario creada
Mensajes	MSN1: Ïngrese un texto válido” MSN2: ”Bienvenido”
Fuente	RF1,RF3
Trayectoria	Trayectoria A (principal) 1. El usuario seleccionará la opción de registrarse. 2. Se ingresarán los datos correspondientes. 3. Se creará correctamente la cuenta del usuario 4. Se envia un correo de confirmación al email proporcionado Trayectoria B 1. El usuario seleccionará la opción de registrarse. 2. Se proporcionará una cuenta de Google 3. Se confirma y se dan los permisos correspondientes. 4 Se creará correctamente la cuenta del usuario.

4.4.2. Tabla descriptiva de Caso de Uso 2

Tabla 3: Caso de Uso 2.

Caso de Uso	CU2 Iniciar Sesión
Versión	1.1
Autor(es)	Itzcoatl Rodrigo Pineda Vieyra
Revisor	Izaird Alexander Mothelet Delgado
Actor(es)	Usuario Final Administrador
Entradas	Correo electrónico, contraseña Cuenta de Google
Salidas	Sesión de usuario
Pre-condiciones	Instalar y abrir la aplicación
Post-condiciones	Sesión iniciada
Mensajes	MSN1: Ïngrese un texto válido” MSN2: ”Bienvenido”
Fuente	RF2,RF3
Trayectoria	Trayectoria A (principal) 1. El usuario ingresa sus credenciales (correo y contraseña). 2. Se valida si existen coincidencias de las credenciales proporcionadas 3. Se inicia sesión o se despliega un mensaje de error. Trayectoria B 1. El usuario seleccionará la opción de registrarse. 2. Se proporcionará una cuenta de Google 3. Se inicia sesión.

4.4.3. Tabla descriptiva de Caso de Uso 3

Tabla 4: Caso de Uso 3.

Caso de Uso	CU3 Cambiar Contraseña
Versión	1.1
Autor(es)	Itzcoatl Rodrigo Pineda Vieyra
Revisor	Izaird Alexander Mothelet Delgado
Actor(es)	Usuario Final
Entradas	Correo y contraseña nueva
Salidas	Cuenta con contraeña nueva
Pre-condiciones	Iniciar Sesión
Post-condiciones	
Mensajes	MSN1: ”Se envió el correo para restablecer contraseña” MSN2: ”Bienvenido”
Fuente	RF4
Trayectoria	1. El usuario selecciona Reestablecer contraseña desde la pantalla principal. 2. Se envia el correo . 3. El usuario recibe un correo con una liga que le permita cambiar su contraseña.

4.4.4. Tabla descriptiva de Caso de Uso 4

Tabla 5: Caso de Uso 4.

Caso de Uso	CU4 Jugar
Versión	1.1
Autor(es)	Itzcoatl Rodrigo Pineda Vieyra
Revisor	Izaird Alexander Mothelet Delgado
Actor(es)	Usuario Final
Entradas	Respuesta, modo de juego, operación, dificultad
Salidas	Puntuación
Pre-condiciones	Iniciar Sesión
Post-condiciones	Puntuación
Mensajes Fuente	 RF4, RF5
Trayectoria	1. El usuario selecciona Juegos del menú lateral o de la pantalla principal 2. El usuario selecciona el modo de juego, el tipo de operaciones y la dificultad. Trayectoria A Modo Clásico 3. El usuario responde las preguntas 4. Al completar una ronda de 10 preguntas o seleccionar el botón de finalizar termina el ju 5. Se informa al usuario de su puntuación y se registra en el leaberboard Trayectoria B Modo Infinito 3. El usuario responde las preguntas A cometer 3 errores o seleccionar el botón de finalizar, termina el juego. 5. Se informa al usuario de su puntuación y se registra en el leaberboard

4.4.5. Tabla descriptiva de Caso de Uso 5

Tabla 6: Caso de Uso 5.

Caso de Uso	CU5 Consultar *Leaderboard*
Versión	1.1
Autor(es)	Itzcoatl Rodrigo Pineda Vieyra
Revisor	Izaird Alexander Mothelet Delgado
Actor(es)	Usuario Final
Entradas	Modo de juego, operacion
Salidas	*Leaderboard*
Pre-condiciones	Iniciar Sesión
Post-condiciones	
Mensajes Fuente	
Trayectoria	1. El usuario selecciona *leaderboards* del menu lateral o de la pantalla principal 2. El usuario selecciona el modo de juego, el tipo de operaciones. 3. Se despliega el *leaderboard* correspondiente

4.4.6. Tabla descriptiva de Caso de Uso 6

Tabla 7: Caso de Uso 6.

Caso de Uso	CU6 Consultar Logros
Versión	1.1
Autor(es)	Itzcoatl Rodrigo Pineda Vieyra
Revisor	Izaird Alexander Mothelet Delgado
Actor(es)	Usuario Final
Entradas	Modo de juego, operación
Salidas	Logros
Pre-condiciones	Iniciar Sesión,
Post-condiciones	
Mensajes Fuente	
Trayectoria	1. El usuario selecciona Logros del menú lateral o de la pantalla principal 2. Se despliega la lista de logros

4.4.7. Tabla descriptiva de Caso de Uso 7

Tabla 8: Caso de Uso 7.

Caso de Uso	CU7 Subir Plantilla
Versión	1.1
Autor(es)	Izaird Alexander Mothelet Delgado
Revisor	Itzcoatl Rodrigo Pineda Vieyra
Actor(es)	Administrador
Entradas	Plantilla, valores
Salidas	Plantilla
Pre-condiciones	Iniciar Sesión
Post-condiciones	Plantilla en Base de Datos
Mensajes Fuente	
Trayectoria	1. El administrador selecciona Plantillas del menú lateral o de la pantalla principal 2. Se despliega la lista de plantillas 3. Se presiona el botón de + para agregar plantilla 4. Se rellenan los campos de plantilla y valores respectivos a cada dificultad

4.4.8. Tabla descriptiva de Caso de Uso 8

Tabla 9: Caso de Uso 8.

Caso de Uso	CU7 Otorgar permisos
Versión	1.1
Autor(es)	Itzcoatl Rodrigo Pineda Vieyra
Revisor	Izaird Alexander Mothelet Delgado
Actor(es)	Administrador
Entradas	Plantilla, valores
Salidas	1
Pre-condiciones	Iniciar Sesión
Post-condiciones	Usuario con permisos de administrador
Mensajes Fuente	
Trayectoria	1. El administrador selecciona Usuarios del menu lateral o de la pantalla principal 2. Se despliega la lista de usuarios 3. Se selecciona el usuario al que se desea otorgar o revocar permisos 4. Se checa la checkbox para otorgar permisos 5. Se selecciona la paloma para confirmar

4.5. Análisis de Interfaces

Las interfaces deberán ser optimizadas para dispositivos móviles. Deberá considerarse la capacidad *touch* de dichos dispositivos. La primera pantalla será para Iniciar sesión por medio del correo y contraseña junto con un botón para registrarse. La pantalla de registro solicitará el correo, contraseña y confirmación de la contraseña. Se deberá contar con botones para acceder al perfil de usuario, *leaderboards* y logros en una barra de navegación, esta puede ser horizontal o vertical. La pantalla de ejercicios mostrará la puntuación en todo momento en una esquina y el número de respuestas correctas consecutivas junto un icono. En caso de haber tiempo para responder a una pregunta habrá una barra horizontal en la parte superior la cual irá desapareciendo conforme transcurra el tiempo asignado al usuario para dar respuesta a la pregunta.

4.6. Análisis de la Base de Datos

Para desarrollar esta aplicación se cuenta con una entidad Usuario con campos correo (llave primaria) y contraseña, con el correo como identificador de la entidad, pues no se permiten correos duplicados. Los Logros y leaderboards son manejados por el servicio externo de Google Play Juegos por lo cual no se incluyen en nuestra base de datos.

4.7. Análisis de Logros

Los logros son una manera de incentivar al jugador a cumplir ciertas metas, se decidió enfocarnos en pocos logros pero con un nivel de dificultad medio a difícil por recomendación del siguiente estudio [38]. Los logros se desbloquearán automáticamente al llegar a cierta puntuación, racha, o responder rápido. Dando tres categorías de logros: Rachas, Tiempo, Puntuación. La puntuación es calculado en base a la dificultad y tiempo de respuesta de la siguiente forma: $score = (tiempoderespuesta/tiempodadopararesponder) * puntuacionmaxima$. Al completar todos los logros el progreso no se reestablecerá.

4.8. Tecnologías usadas

4.8.1. Dart

Dart es un lenguaje optimizado para el cliente que permite desarrollar aplicaciones rápidas en cualquier plataforma. Su objetivo es ofrecer el lenguaje de programación más productivo para el desarrollo multiplataforma, junto con una plataforma de ejecución flexible para marcos de aplicaciones.

Uno de los principales beneficios de usar Dart es su compilación AOT (Ahead-of-Time). AOT permite la capacidad de compilar código en código de máquina nativo. Como resultado, esto permite a los archivos binarios la capacidad de ejecutarse de forma nativa.

Además de ser muy flexible, fácil de usar y altamente compatible con Javascript, Dart permite que un programa se ejecute incluso si hay errores en otros lugares de la compilación. Esto permite a los desarrolladores la facilidad de edición ya que pueden probar sólo una pequeña sección del código sin importar si el resto de la aplicación está completa o no.

Dart es un lenguaje rápido. Casi siempre compila más rápido, utilizando un compilador fuente a fuente. Puede esperar que tenga una interfaz de usuario más eficiente que muchos de los otros lenguajes principales.

4.8.2. Flutter

Flutter es un kit de herramientas de interfaz de usuario portátil para crear aplicaciones de tipo nativo en móviles, web y escritorio, a partir de una única base de código. Utiliza el lenguaje de programación Dart e incorpora Material Design y los widgets de Cupertino. Los desarrolladores de Flutter pueden crear una interfaz de usuario espectacular que se ve y se siente nativa. Se comporta de forma natural en cualquier plataforma, a pesar de que está utilizando una sola base de código.

Flutter es el único framework con un SDK para móviles que proporciona un estilo responsive sin utilizar un puente Javascript, alcanzando así un nivel de rendimiento que rivaliza con su primo y competidor directo React Native. Se integra fácilmente con las diferentes plataformas como Android, IOS y Linux, MAC, Windows y aplicaciones de Google Fuchsia.

4.8.3. Firestore

Firebase es un Backend-as-a-Service (Baas). Proporciona a los desarrolladores una variedad de herramientas y servicios para ayudarles a desarrollar aplicaciones de calidad. Está construido sobre la infraestructura de Google.

Firebase está categorizado como un programa de base de datos NoSQL, que almacena datos en documentos tipo JSON.

Firebase auth tiene un sistema de autenticación de correo electrónico/contraseña incorporado. También soporta OAuth2 para Google, Facebook, Twitter y GitHub. Nos centraremos en la autenticación de correo electrónico/contraseña en su mayor parte.

5. Diseño

5.1. Arquitectura general del sistema

La arquitectura se compone de 4 subsistemas (ver figura 2). El primer subsistema es el de Registro e inicio de sesión y es el encargado de dar de alta y permitir el acceso a los usuarios ya registrados. El segundo subsistema corresponde a los módulos que interactúan con el usuario, estos son el módulo de ejercicios, encargado de proporcionar ejercicios al usuario, y el módulo evaluador de logros y mecánicas, el cual se encarga de llevar el registro de la puntuación, logros y niveles. El Subsistema de administrador incluye los módulos generador de problemas y evaluador de expresiones, los cuales se usan para generar los ejercicios para el usuario. También se incluye un módulo de actualización y consulta de dichos ejercicios. El último subsistema es el de estadísticas y progreso, el cual lleva el registro de los logros globales del usuario.

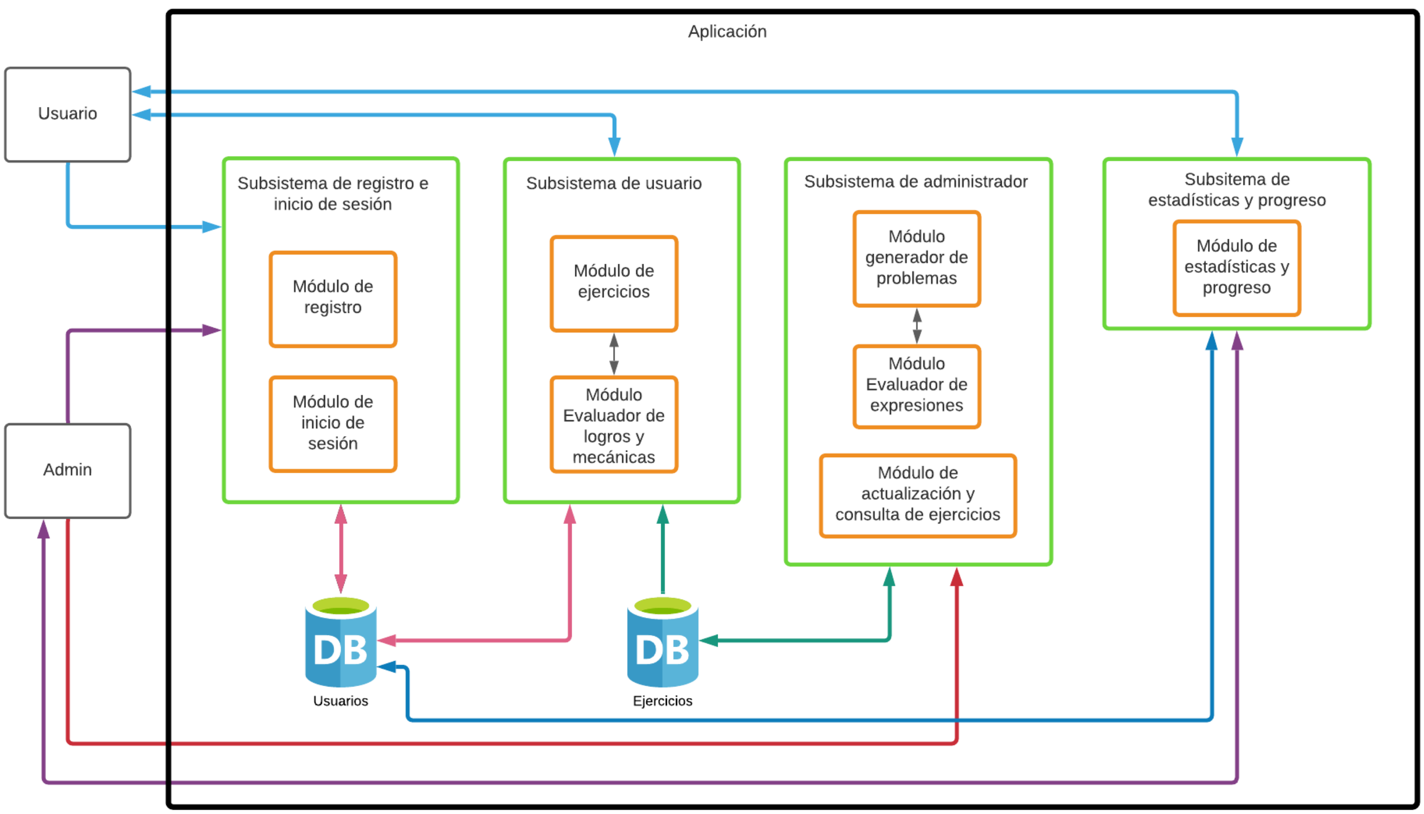

Figura 2: Arquitectura

5.2. Diseño de Base de Datos

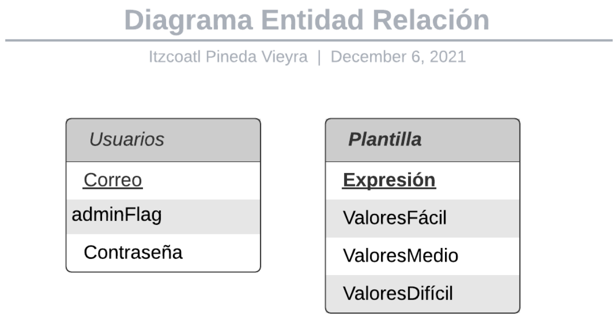

Figura 3: Diagrama entidad relación

5.3. Diseño de Logros

Los logros que se incluyeron fueron los siguienntes.

Tabla 10: Tabla de Logros

Logro	Descripción
Inspirado	Consigue una racha de al menos 5 en el modo Infinito
Asendido	Consigue una racha de al menos 10 respuestas correctas en el modo Infinito
Perfeccioninsta	Responde correctamente todas las preguntas en una ronda del modo Clásico
Ágil	En el modo Clásico, termina una partida en menos de 3 minutos con al menos 7 respuestas correctas.
Veloz	En el modo Clásico, termina una partida en menos de 2 minutos con al menos 7 respuestas correctas.
Sub60s	En el modo Clásico, termina una partida en menos de 1 minuto con al menos 7 respuestas correctas.
Académico	Consigue una puntuación de al menos 2,500 en el modo Clásico, dificultad Fácil
Estudioso	Consigue una puntuación de al menos 5,000 en el modo Clásico, dificultad Medio
Erudito	Consigue una puntuación de al menos 10,000 en el modo Clásico, dificultad Difícil

5.4. Diseño de Interfaces

En este apartado se presentarán los diseños de las interfaces previamente descritras.

Figura 4: Registro

Figura 5: Login

Figura 6: Administrador

Figura 7: Plantillas

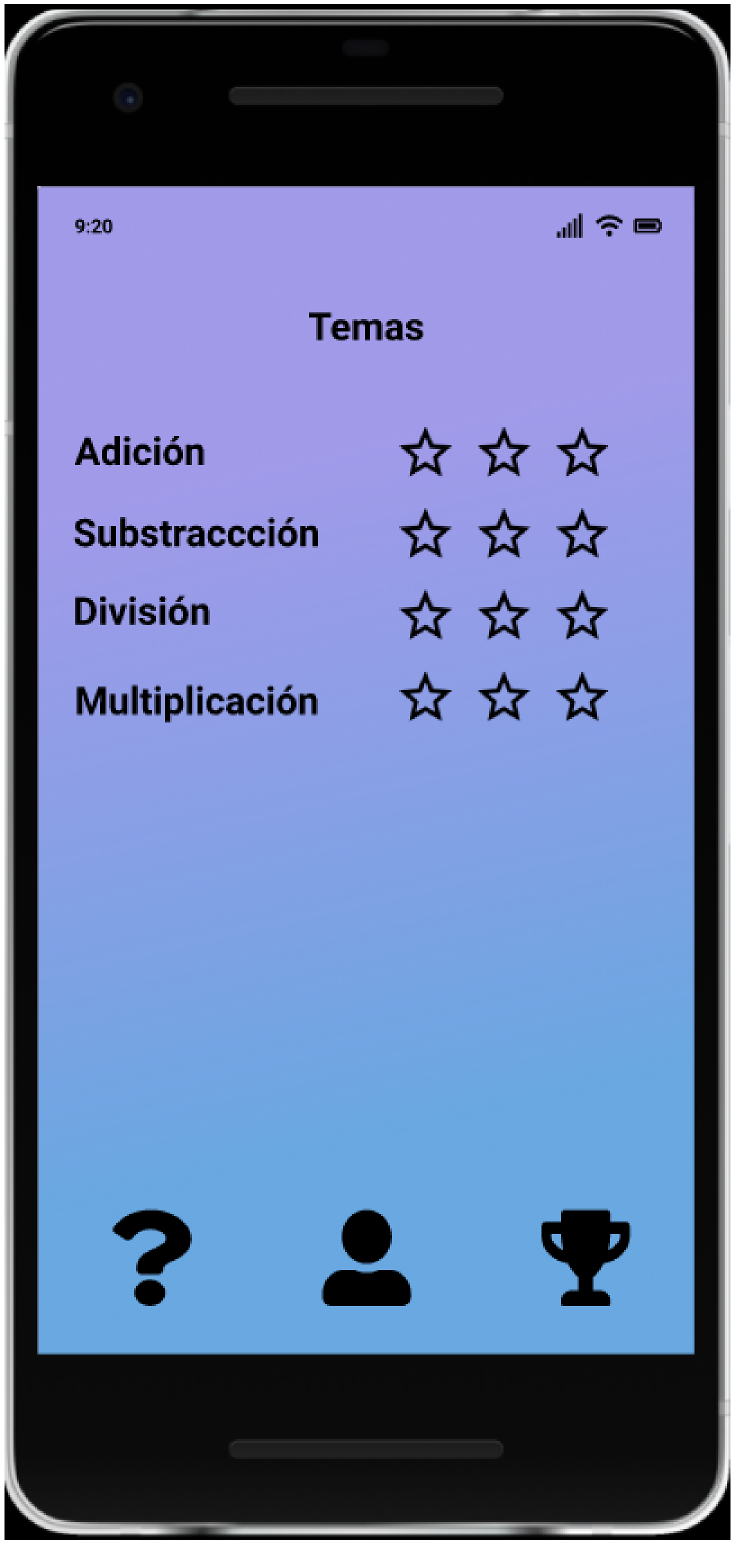

Figura 8: Selección de tema

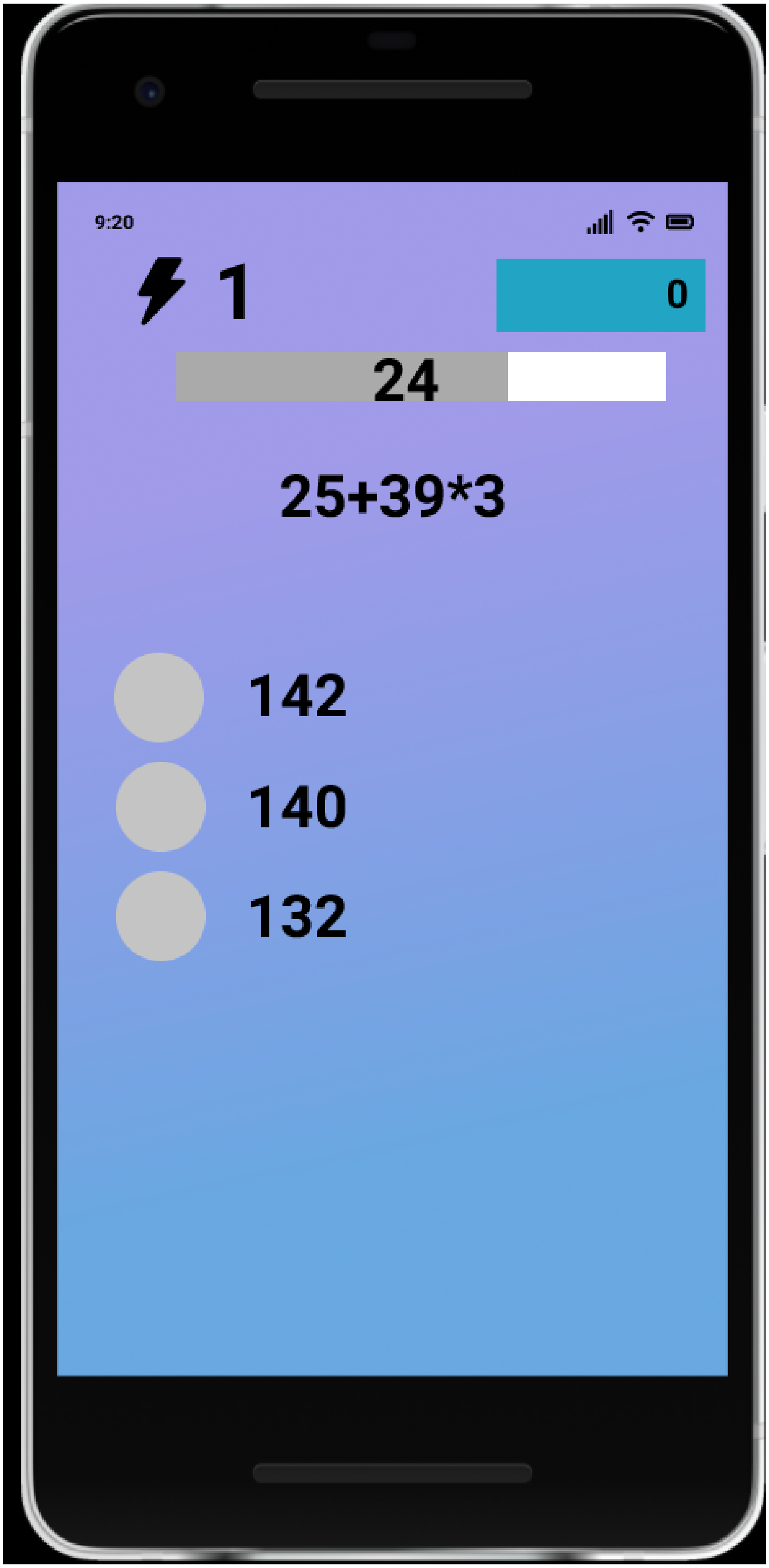

Figura 9: Ejemplo

Figura 10: Leaderboard

Figura 11: Logros

5.5. Metodología

La metodología que se ha elegido para el desarrollo de este proyecto es Feature planninig [39], también conocida como Feature Driven Development F.D.D Esta metodología iterativa orientada a objetos, consistente en planear la estructura general del proyecto, realizar una lista de características, planear y finalmente construir cada una de ellas. En nuestro caso podemos ver cada característica como un tema y ciertas funcionalidades adicionales que deseamos integrar. Para garantizar la variedad de ejercicios se pretende usar técnicas de generación por procedimientos.

La lista de características sería la siguiente:

1. Sistema de puntuación.
2. Ejercicios de Aritmética.
    a) Adición
    b) Sustracción.
    c) Multiplicación.
    d) División.
3. Evaluador de expresiones.
4. Niveles de dificultades.
5. Leaderboards.
6. Estadísticas del jugador.

6. Implementación

El subsistema de registro e ingreso fue implementado con Firebase

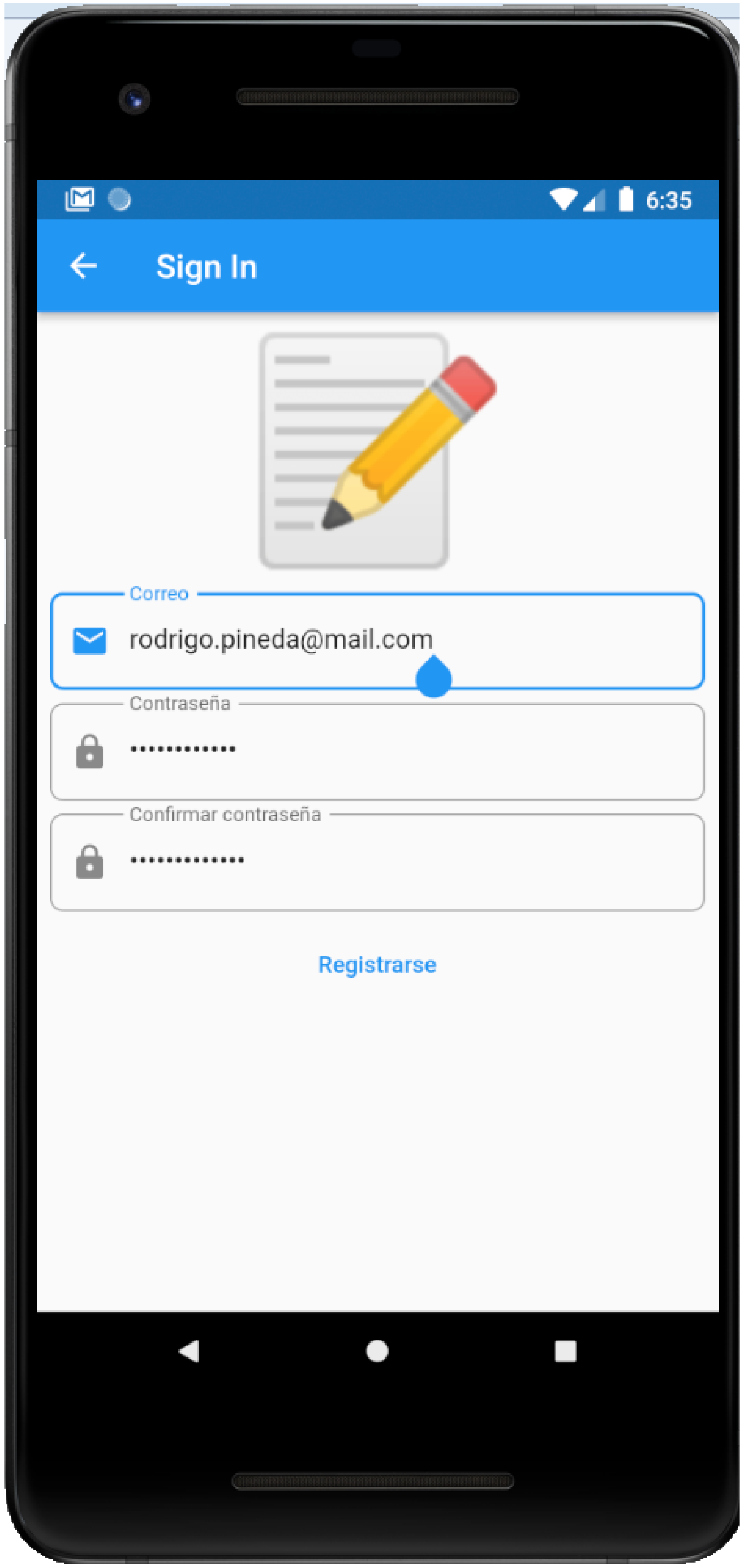

Figura 12: Implementación Registro

Figura 13: Implementación de Login

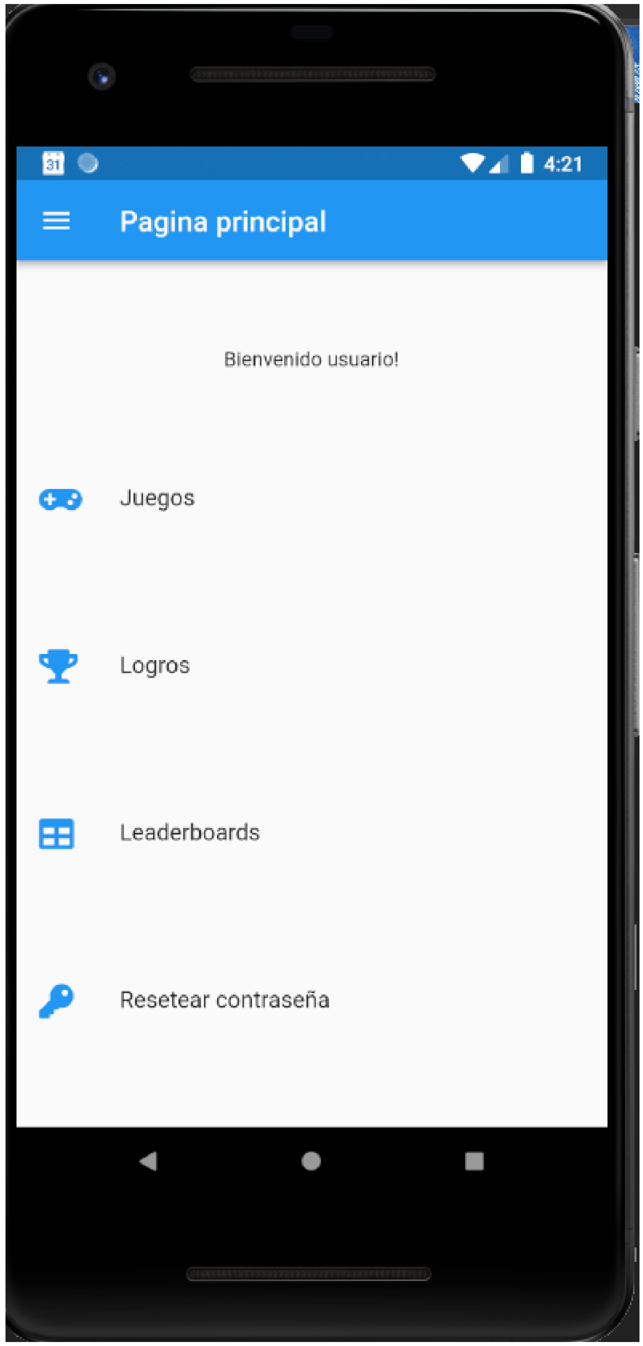

Figura 14: Pantalla Principal de Usuario

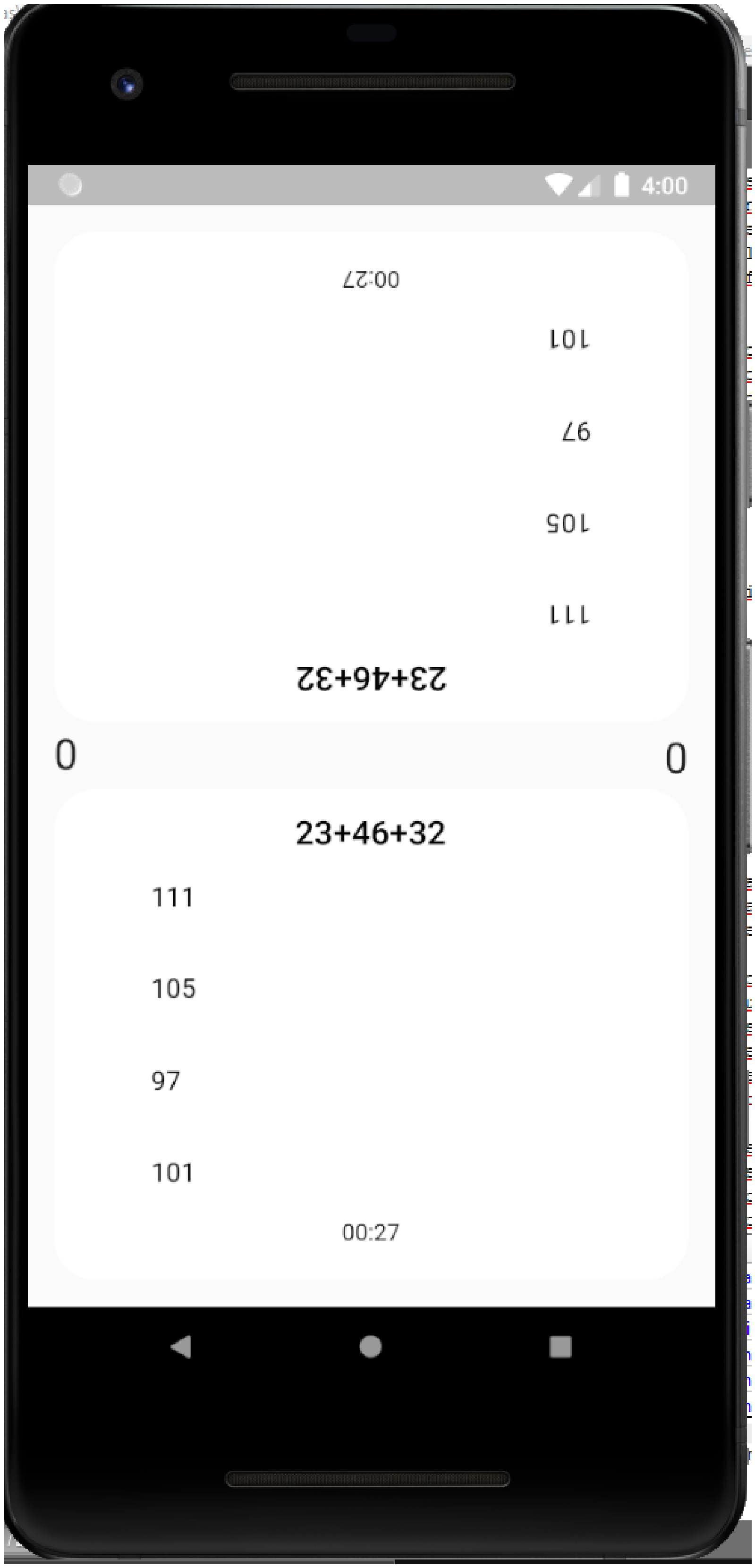

Figura 15: Implementación de modo jugador contra jugador

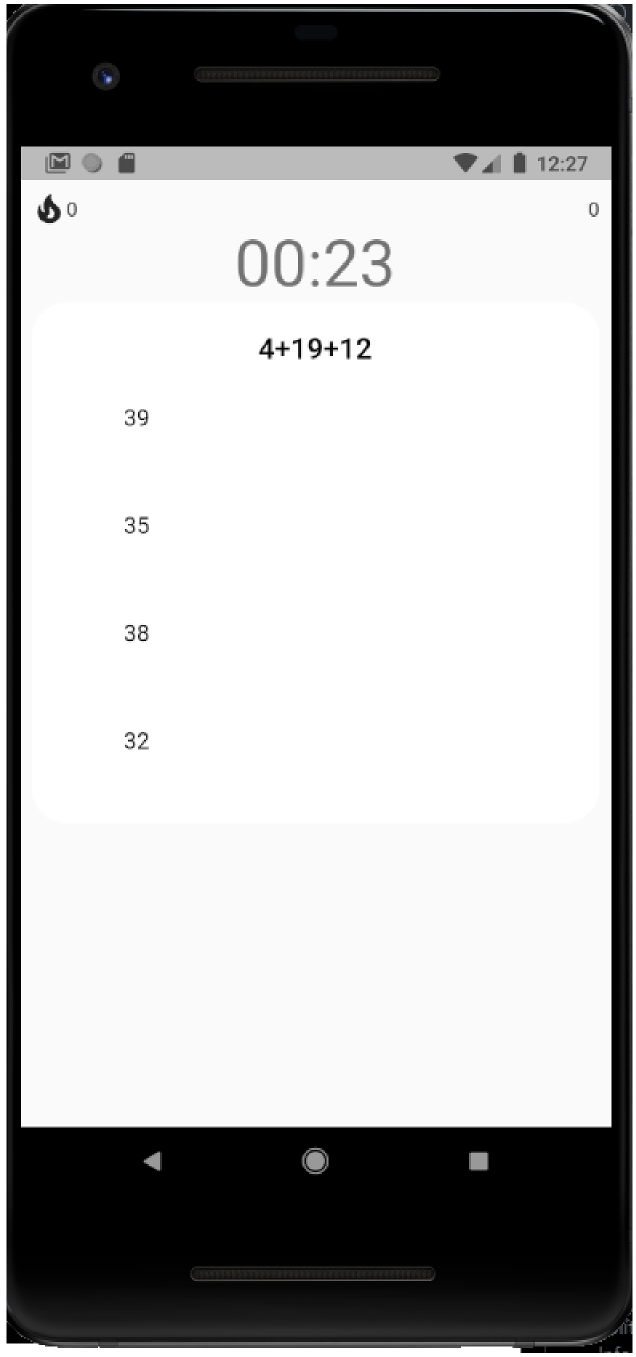

Figura 16: Implementación de modo infinito

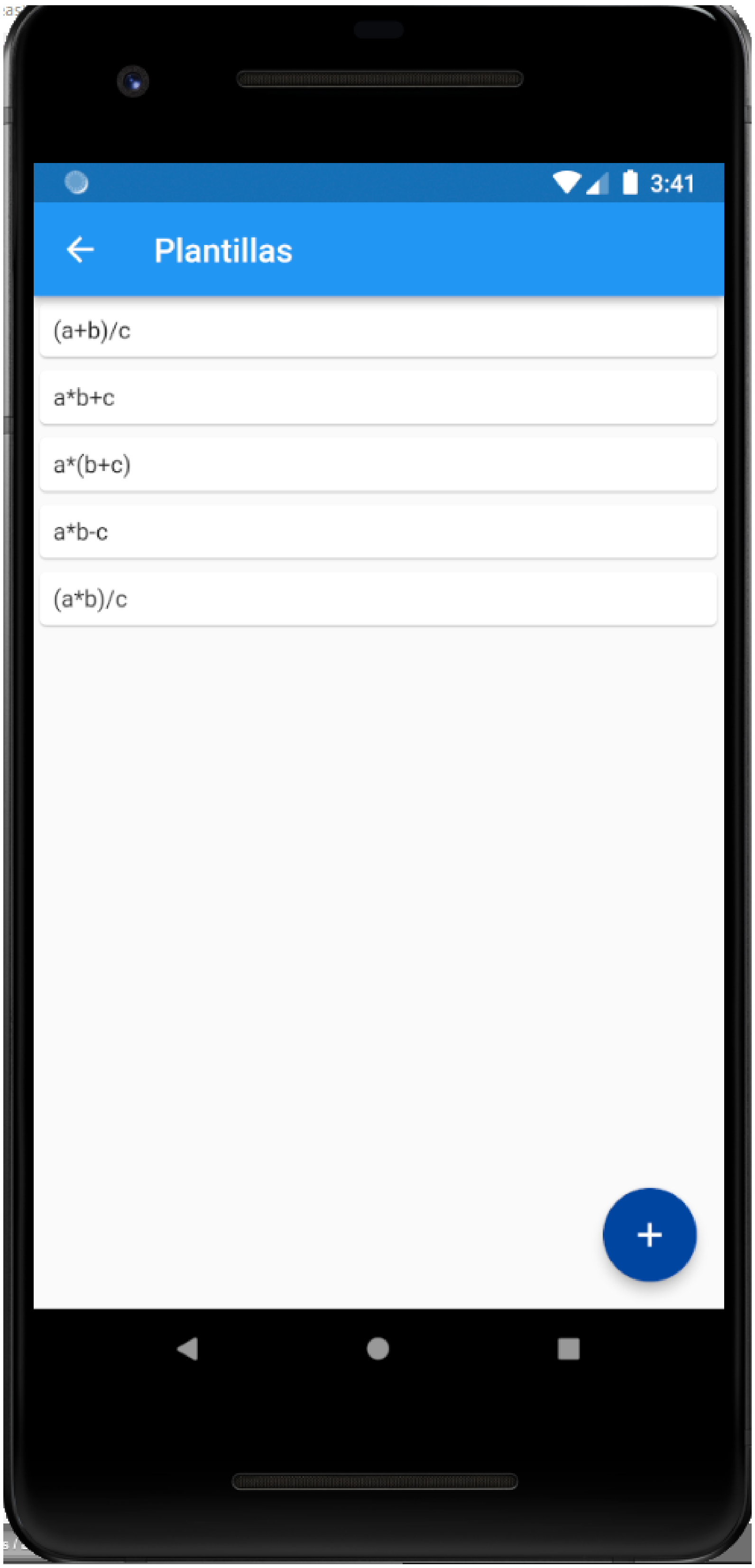

Figura 17: Implementación de Plantillas

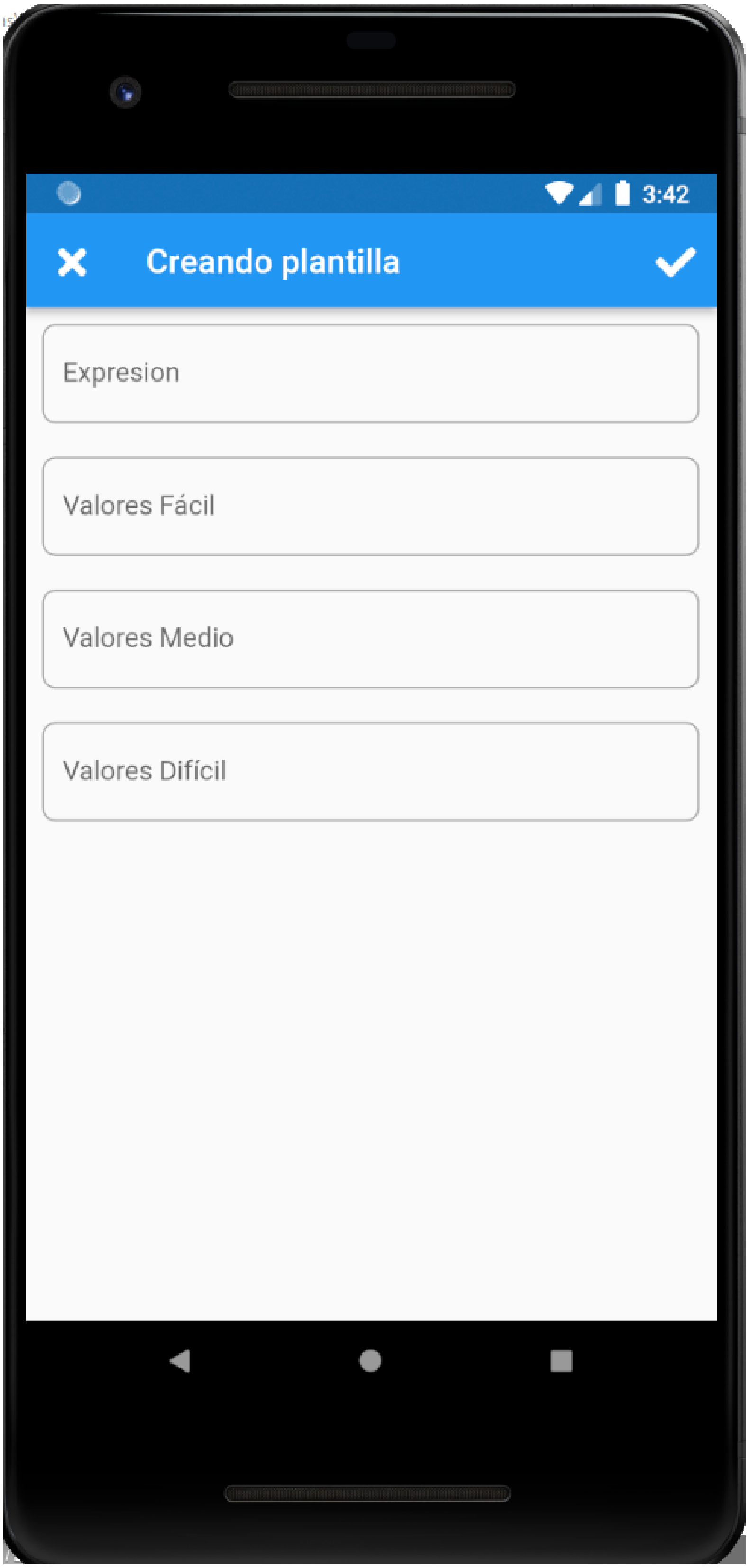

Figura 18: Implementación de Plantillas

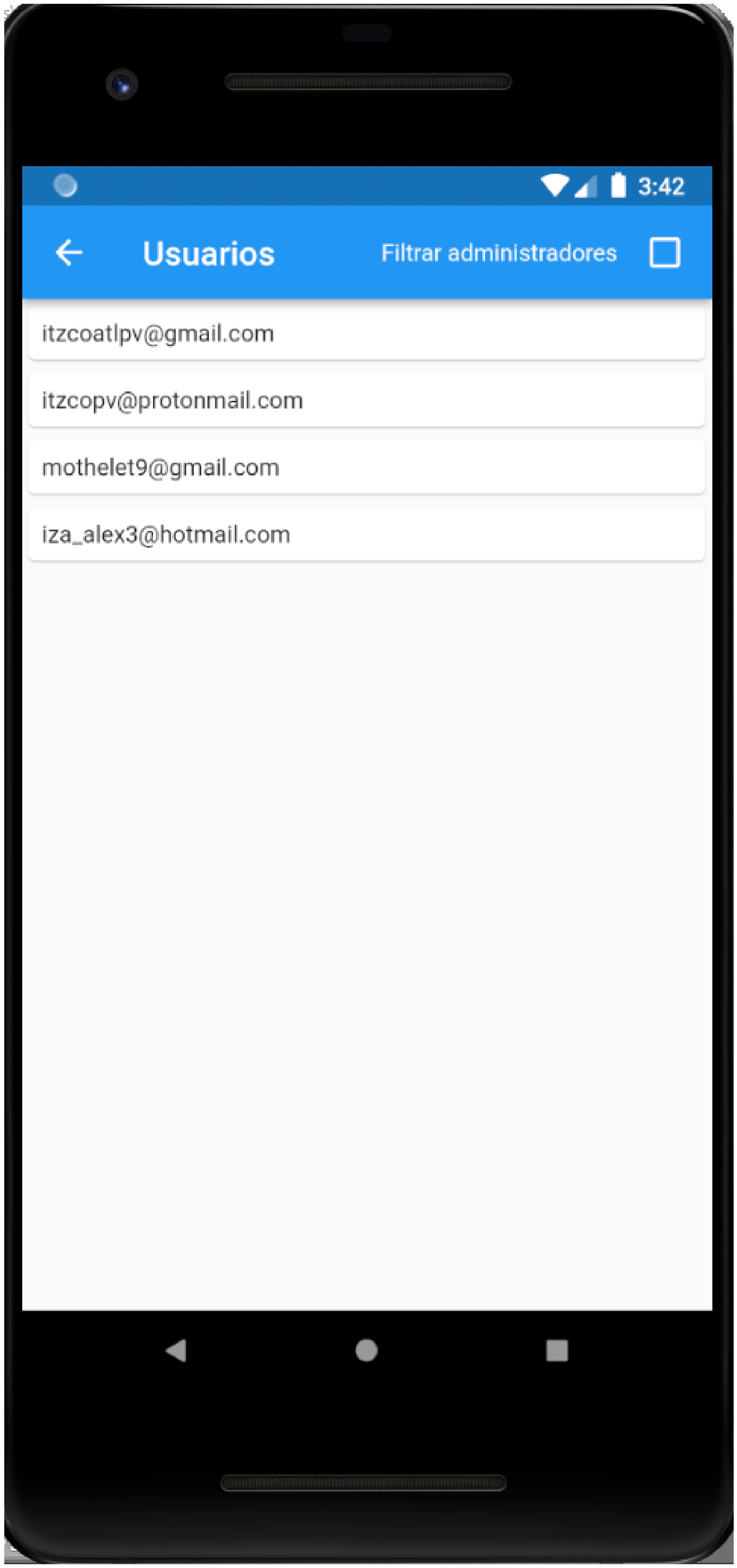

Figura 19: Implementación de Usuarios

Figura 20: Implementación de Logros

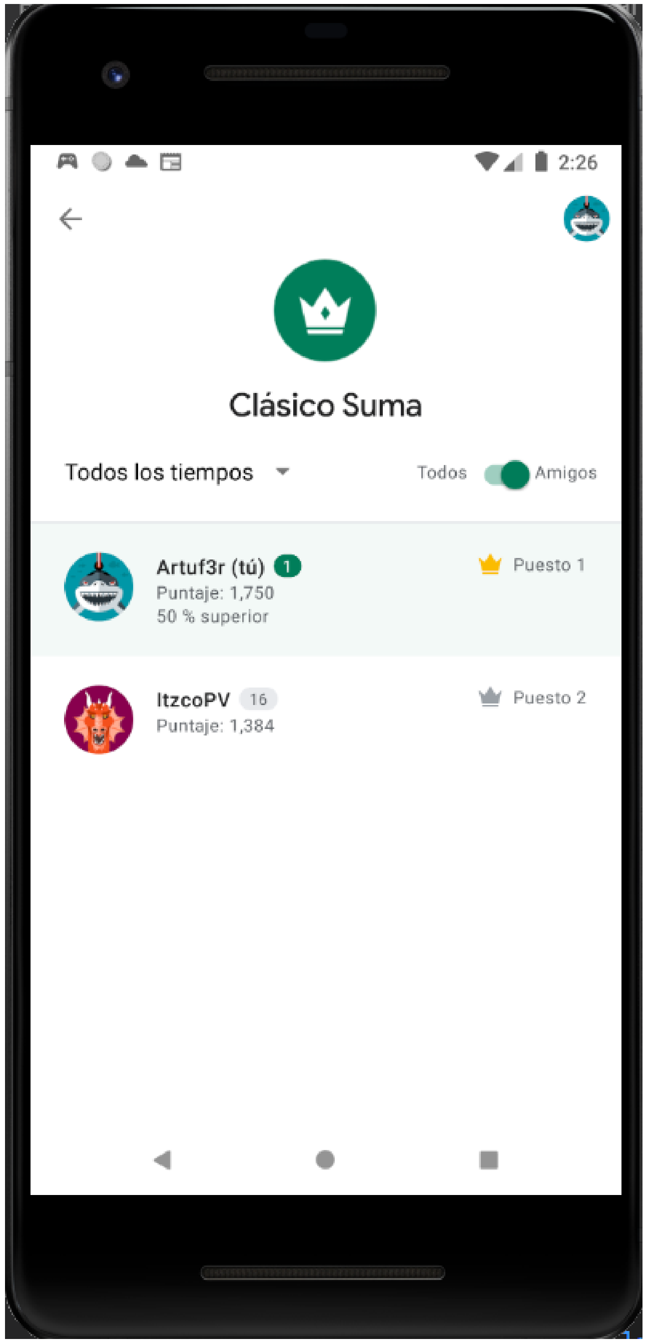

Figura 21: Implementación de Leadorboards

7. Pruebas

Se validó el correo con una expresión regular. Algunos ejemplos de correos validos

- itz80@kla.co
- `itz!&*%^7@protonmail.net`
- 1A!e@protonmail.com

Se valido la capacidad de desbloquear logros

Figura 22: Logros sin desbloquear

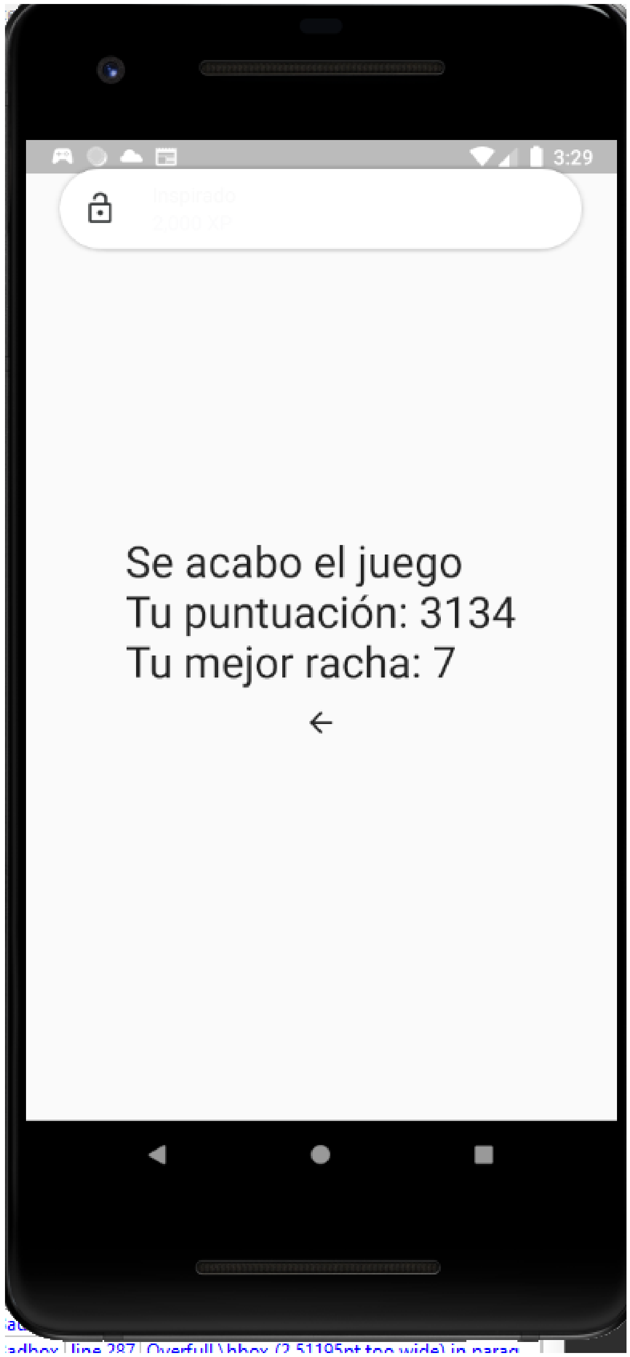

Figura 23: Cumpliendo la condición

Figura 24: Logros Desbloqueado

8. Referencias

[1] Antonio Coronado-Hijón. «Estudio de prevalencia de dificultades de aprendizaje en el cálculo aritmético». En: *Bordón: Revista de pedagogía* (2014), págs. 36-60. ISSN: 0210-5934. DOI: https://doi.org/10.13042/Bordon.2014.66303.

[2] OECD. «PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I, Revised edition, February 2014). PISA». En: *OECD Publishing* (2014). DOI: http://dx.doi.org/10.1787/9789264201118-en.

[3] OECD. «Low-Performing Students: Why They Fall Behind and How to Help Them Succeed. PISA». En: *OECD Publishing, Paris* (2016). DOI: http://dx.doi.org/10.1787/9789264250246-en.

[4] Antonio Coronado-Hijón. «Academic resilience: a transcultural perspective. Procedia - Social and Behavioral Sciences». En: *Elsevier Ltd* (2016). DOI: http://doi.org/10.1016/j.sbspro.2017.02.013.

[5] Pierre Foy Ina V.S. Mullis Michael O. Martin y Martin Hooper. *TIMSS 2015 International Results in Mathematics*. Boston College , Chestnut Hill, MA, 2016.

[6] Josetxu Orrantia. «Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva». En: *Revista Psi- copedagogía* 23.71 (2006), págs. 158-180.

[7] José Orrantia Rodríguez y col. «Marcadores nucleares de la competencia aritmética en preescolares». En: *Psychology, Society & Education* 9.1 (2017), págs. 121-134.

[8] Vicki N Tariq. «A decline in numeracy skills among bioscienceunder graduates». En: *Journal of Biological Education* 36.2 (2002), págs. 76-83.

[9] Thomas P Carpenter y Roger E Kirk. «Are psychology students getting worse at math?: Trends in the math skills of psychology statistics students across 21 years». En: *Educational Studies* 43.3 (2017), págs. 282-295.

[10] Wendy Hsin-Yuan Huang y Dilip Soman. «Gamification of education». En: *Report Series: Behavioural Economics in Action* 29 (2013).

[11] Roy C Martin y col. «Loss of calculation abilities in patients with mild and moderate Alzheimer disease». En: *Archives of neurology* 60.11 (2003), págs. 1585-1589.

[12] Norma Larrazolo, Eduardo Backhoff y Felipe Tirado. «Habilidades de razonamiento matemático de estudiantes de educación media superior en México». En: *Revista mexicana de investigación educativa* 18.59 (2013), págs. 1137-1163.

[13] Allison M Ryan y Paul R Pintrich. «"Should I ask for help?"The role of motivation and attitudes in adolescents' help seeking in math class.» En: *Journal of educational psychology* 89.2 (1997), pág. 329.

[14] Armando M Toda y col. «Project SIGMA-An Online tool to aid students in Math lessons with gamification concepts». En: *2014 33rd International Conference of the Chilean Computer Science Society (SCCC)*. IEEE. 2014, págs. 50-53.

[15] Jeremy Foxcroft y Daniel Ashlock. «A polyomino puzzle for arithmetic practice». En: *ICGA Journal* Preprint (2020), págs. 1-15.

[16] Tomislav Jagušt, Ivica Botički y Hyo-Jeong So. «Examining competitive, collaborative and adaptive gamification in young learners' math learning». En: *Computers & education* 125 (2018), págs. 444-457.

[17] Federico Zimmerman y col. «Arithmetic on your phone: A large scale investigation of simple additions and multiplications». En: *Plos one* 11.12 (2016), e0168431.

[18] OECD Pisa. «Results: What students know and can do—Student performance in reading, mathematics and science (Volume I)». En: *Paris: Organisation for Economic Cooperation and Development* (2010).

[19] J Piaget y B Inhelder. *Psicología del nino*. 2015.

[20] R German y C Gallistel. *The child's understanding of number Cambridge*. 1978.

[21] Thomas P Carpenter y James M Moser. «The development of addition and subtraction problem-solving skills». En: *Addition and subtraction*. Routledge, 2020, págs. 9-24.

[22] Walter Kintsch y James G Greeno. «Understanding and solving word arithmetic problems.» En: *Psychological review* 92.1 (1985), pág. 109.

[23] Josetxu Orrantia. «El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva». En: *Infancia y aprendizaje* 26.4 (2003), págs. 451-468.

[24] Lauren B Resnick. *From protoquantities to operators: Building mathematical competence on a foundation of everyday knowledge*. Routledge, 2020.

[25] Lauren B Resnick. «Developing mathematical knowledge». En: *American Psychologist* 44.2 (1989), pág. 162.

[26] Karen C Fuson, William M Carroll y Judith Landis. «Levels in conceptualizing and solving addition and subtraction compare word problems». En: *Cognition and Instruction* 14.3 (1996), págs. 345-371.

[27] Josetxu Orrantia y col. «Dificultades en el aprendizaje de la aritmética: Un análisis desde los modelos cronométricos.» En: *Cognitiva* (2002).

[28] Mary S Riley y col. «Development of children's problem-solving ability in arithmetic.» En: (1984).

[29] David C Geary, Sam C Brown y Vb A Samaranayake. «Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children.» En: *Developmental psychology* 27.5 (1991), pág. 787.

[30] David C Geary, Mary K Hoard y Carmen O Hamson. «Numerical and arithmetical cognition: Patterns of functions and deficits in children at risk for a mathematical disability». En: *Journal of experimental child psychology* 74.3 (1999), págs. 213-239.

[31] Karen Robson y col. «Is it all a game? Understanding the principles of gamification». En: *Business horizons* 58.4 (2015), págs. 411-420.

[32] Gabe Zichermann y Christopher Cunningham. *Gamification by design: Implementing game mechanics in web and mobile apps*. .O'Reilly Media, Inc.", 2011.

[33] Luiz Rodrigues, Robson Parmezan Bonidia y Jacques Duílio Brancher. «A math educacional computer game using procedural content generation». En: *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*. Vol. 28. 1. 2017, pág. 756.

[34] Bradley E Wiggins. «An overview and study on the use of games, simulations, and gamification in higher education». En: *International Journal of Game-Based Learning (IJGBL)* 6.1 (2016), págs. 18-29.

[35] Eric Sanchez, Shawn Young y Caroline Jouneau-Sion. «Classcraft: from gamification to ludicization of classroom management». En: *Education and Information Technologies* 22.2 (2017), págs. 497-513.

[36] Debbita Tan, Malini Ganapathy y Manjet Kaur Mehar Singh. «Kahoot! It: Gamification in Higher Education». En: *Pertanika Journal of Social Science and Humanities* 26 (mar. de 2018), págs. 565-582.

[37] Maria-Blanca Ibanez, Angela Di-Serio y Carlos Delgado-Kloos. «Gamification for engaging computer science students in learning activities: A case study». En: *IEEE Transactions on learning technologies* 7.3 (2014), págs. 291-301.

[38] Christopher Groening y Carmen Binnewies. «"Achievement unlocked!"-The impact of digital achievements as a gamification element on motivation and performance». En: *Computers in Human Behavior* 97 (2019), págs. 151-166.

[39] John Hunt. «Feature-driven development». En: *Agile Software Construction* (2006), págs. 161-182.