

- 1) Uma grande fábrica dispõe de um conjunto numeroso de equipamentos que, eventualmente, apresentam defeitos oriundos de várias causas, inclusive operação inadequada. Uma vez que o dano tenha sido constatado a empresa imediatamente troca o equipamento por um de reserva e recolhe o defeituoso para a seção de manutenção. Um levantamento estatístico do número de equipamentos danificados por mês chegou aos dados da tabela seguinte:

Nº de equip. danificados /mês	Frequência relativa
9	0,067
10	0,100
11	0,200
12	0,267
13	0,200
14	0,100
15	0,067

No levantamento constatou-se também que o tempo médio de equipamentos aguardando o início da manutenção é 0,75. Determine:

- Tempo médio que um equipamento permanece fora de serviço. **(0,25)**
 - Taxa de ociosidade da seção de manutenção. **(0,25)**
 - A empresa deseja que o número máximo de equipamentos na fila seja igual a 4. Qual a probabilidade de que isso aconteça? **(0,7627)**
 - Número médio de motores aguardando o início dos trabalhos de reparo. **(2,25)**
 - Tempo médio que o motor aguarda para início da manutenção. **(0,1875)**
 - Número médio de motores fora de serviço, em dias. **(3)**
 - Probabilidade $W > 20$ dias mês. **(0,069)**
 - Probabilidade $W_q > 15$ dias. **(0,1015)**
- 2) Em um sistema de uma fila e um servidor (canal), foram medidos os seguintes dados:

Taxa de ocupação do sistema: 0,8.

Tempo médio gasto na fila: 15 min.

Pede-se:

- Tempo médio que o motor permanece fora de serviço, em dias. **(9,375)**
- Número médio de motores aguardando o início dos trabalhos de reparo. **(3,2)**
- Número médio de motores fora de serviço. **(4)**
- Probabilidade do sistema estar ocioso. **(0,20)**
- Probabilidade $W > 30$ min. **(0,2019)**
- Probabilidade $W_q > 15$ min. **(0,3595)**
- Qual a probabilidade de que ocorram 10 chegadas por hora? **(0,0898)**
- Qual a probabilidade de que ocorram 12 atendimentos por hora? **(0,066)**
- Qual a probabilidade de haver 10 clientes no sistema? **(0,0215)**
- Da distribuição de probabilidade de Poisson sabemos que:

$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ Onde λ é a taxa de chegada, a fórmula é a mesma para taxa de atendimento (μ), sendo $P(X = x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$ Deve-se achar λ e μ através das fórmulas de da taxa de ocupação (ρ) e tempo médio de espera na fila (TF). Substitui o valor encontrado de λ substitui na fórmula da distribuição de probabilidade de Poisson para $x=10$ chegadas por hora, na letra b o mesmo raciocínio para μ .

- 3) Em um sistema de uma fila e um canal, mediu-se o número médio de clientes na fila, encontrando-se o valor 3,2. Considerando-se que o tempo médio gasto no sistema por cliente é de 0,5 h, pede-se calcular a probabilidade de que o número de clientes no sistema seja inferior a 6. **(0,7378)**
- 4) Pessoas chegam para comprar ingressos para um jogo à taxa de uma por minuto. Cada pessoa gasta em média 20 segundos para comprar um ingresso. Se uma pessoa chega 2 minutos antes do jogo começar e se ela gasta exatamente 1,5 minutos para chegar a seu lugar após comprar o seu ingresso, ela estará sentada antes do jogo começar? **(Sim, deverá estar sentada antes do jogo começar)**
- 5) Caminhões chegam num armazém para descarga segundo uma distribuição de Poisson no ritmo de 3 caminhões por hora. Existe apenas uma canal para descarga. A distribuição do tempo de atendimento é aproximadamente uma exponencial com média de 15 minutos. Calcular:
- o número de caminhões na fila **(2,25)**
 - o número de caminhões no sistema **(3)**
 - o tempo médio de espera na fila **(0,75)**
 - o tempo médio de espera no sistema **(1)**
 - a probabilidade de 6 caminhões estarem no sistema **(0,0445)**
 - a taxa de ocupação **(75%)**
 - Probabilidade $W > 2$ horas. **(0,1353)**
 - Probabilidade $W_q > 1,5$ horas. **(0,1673)**
- 6) Uma cooperativa agrícola prevê um crescimento na chegada de caminhões a seu terminal de descarga. A cooperativa acha aceitável que um caminhão aguarde na fila sua vez de descarregar no máximo 0,8h. Como a equipe de descarga tem condições de descarregar cinco caminhões por hora em média, deseja-se saber:
- Qual a taxa média de chegadas que faz com que o tempo médio de espera seja igual a máximo admissível? **(4 caminhões)**
 - o número de caminhões na fila **(3,2)**
 - o número de caminhões no sistema **(4)**
 - o tempo médio de espera no sistema **(1)**
 - Probabilidade $W > 1$ hora. **(0,3679)**
 - Probabilidade $W_q >$ tempo aceitável em horas. **(0,3595)**
- 7) A sala de emergências do HOSPITAL MUNICIPAL atende a casos de emergência, fornecendo os devidos cuidados médicos, que chegam ao hospital em ambulâncias ou em carros particulares. A qualquer hora existe um médico de plantão na sala de emergências. Entretanto, em virtude de uma tendência crescente de esses casos de “emergência” para usar essas instalações em vez de irem ao consultório médico particular, o hospital tem passado por um aumento contínuo no número de atendimentos na sala de emergências a cada ano. Consequentemente, tornou-se bastante comum pacientes chegarem durante horas de pico (no início da noite) e terem de esperar até chegar à sua vez de ser atendido pelo médico. Por essa razão, foi feita uma proposta de se alocar um segundo médico para a sala de emergências durante esse horário de pico, de modo que duas emergências pudessem ser atendidas ao mesmo tempo. O administrador do hospital foi designado para estudar essa questão.
- O administrador começou a coletar dados históricos relevantes e depois projetou-os para o ano seguinte. Reconhecendo que a sala de emergências é um sistema de filas, ele aplicou diversos modelos alternativos da teoria das filas para prever as características de espera do sistema com um e dois médicos. o administrador concluiu que os casos de emergência chegam, em sua maioria, de forma aleatória (um processo de entrada de Poisson), de modo que os tempos entre atendimentos possuem uma distribuição exponencial. Ele também concluiu que o tempo gasto por um médico tratando os casos segue, aproximadamente, uma distribuição exponencial. Assim, ele optou pelo modelo M/M/s para um estudo preliminar desse sistema de filas. Projetando para o ano que vem os dados disponíveis para o turno do início da noite, ele estima que os pacientes

chegarão em uma taxa média de 1 a cada 1/2 hora. Um médico precisa em média de 20 minutos para atender cada paciente. Considere para o cálculo das medidas de efetividade, sistema com um e dois médicos.

- a) A taxa de ocupação do sistema. **(2/3; 1/3)**
 - b) O número médio de clientes no sistema. **(2; 3/4)**
 - c) O número médio de clientes na fila. **(4/3; 1/12)**
 - d) A probabilidade de o sistema estar vazio. **(1/3; 1/2)**
 - e) A probabilidade de ter mais do que dois clientes no sistema. **(0,2962; 0,0556)**
 - f) O tempo médio de espera de um cliente na fila. **(2/3; 1/24)**
 - g) O tempo médio de permanência de um cliente no sistema. **(1; 3/8)**
 - h) A probabilidade de um cliente esperar mais que 1/2 hora para ser atendido. **(0,404; 0,023)**
 - i) A probabilidade de um cliente ficar mais de 1 hora no hospital. **(0,3679; 0,0655)**
- 8) O Midtown Bank sempre tem dois caixas em serviço. Os clientes chegam para ser atendidos por um caixa em uma taxa média de 40 por hora. Um caixa precisa de uma média de dois minutos para atender um cliente. Quando os dois caixas estão ocupados, um cliente que chega junta-se a uma fila única para esperar por atendimento. A experiência demonstra que os clientes aguardam na fila em média um minuto antes de ser atendidos. Calcular:
- a) O número médio de clientes no sistema. **(2)**
 - b) O número médio de clientes na fila. **(0,667)**
 - c) O tempo médio de espera de um cliente na fila. **(1)**
 - d) O tempo médio de permanência de um cliente no sistema. **(3)**
- 9) O serviço de atendimento (SAC) de uma empresa atualmente é realizado por 1 atendente as chamadas dos clientes ocorrem aleatoriamente a uma taxa de 5/hora, de acordo com uma distribuição de Poisson. O atendente pode atender às chamadas a uma taxa de média 7/hora, segundo uma distribuição exponencial. O presidente da empresa vem recebendo várias reclamações de seus clientes sobre o tempo que têm que esperar para serem atendidos pelo SAC. Diante deste fato, o presidente deseja saber quanto tempo, em média cada cliente tem que esperar para ser atendido. Caso este tempo seja superior a 5 minutos, ele deseja saber quantos atendentes seriam necessários para reduzir o tempo de espera para 2 minutos ou menos. **(2)**
- 10) O gerente de uma confeitaria está interessado em promover um bom atendimento aos seus clientes idosos. Atualmente, a loja tem um caixa exclusivo para eles. A ocupação do caixa é de 75,0%, e o tempo médio de cliente na fila é de 2,5 min.
- a) Qual o número médio de clientes no sistema? E o tempo médio no sistema? **(3; 10/3)**
 - b) Que taxa de atendimento será necessária para que seus clientes permaneçam apenas 2 minutos no sistema? **(1,4)**
 - c) Para essa taxa calculada no item b, qual a probabilidade de ter menos de 4 clientes no sistema? **(17,08%)**
 - d) Qual a taxa de atendimento para que a probabilidade de nº de clientes no sistema ser maior do que 3, seja de 15%? **(1,4462)**
 - e) Caso fosse limitado a 3 clientes no sistema, considerando o enunciado, qual a probabilidade de em um momento qualquer ter-se mais de 2 clientes no sistema?
- 11) A 4M Company possui um único torno-revólver como principal máquina de usinagem em seu chão de fábrica. As tarefas chegam nessa máquina de acordo com um processo de Poisson em uma taxa média de 2 por dia. O tempo de processamento para realizar cada tarefa tem uma distribuição exponencial com uma média de 1/4 dia. Como as tarefas são volumosas, aquelas que não estão sendo trabalhadas no momento estão sendo armazenadas em uma sala a certa distância da máquina. Entretanto, para poupar tempo na produção das tarefas, o gerente de produção está propondo adicionar espaço de armazenagem para produtos em fabricação suficiente próximo ao torno-revólver para acomodar três tarefas além daquela que está sendo processada no momento.

Tarefas em excesso continuarão a ser armazenadas temporariamente na sala distante. Segundo essa proposta, que proporção de tempo esse espaço de armazenagem próximo ao torno-revólver é adequado para acomodar todas as tarefas em espera? **(0,97)**

12) Clientes chegam em um sistema de filas com um único atendente de acordo com um processo de Poisson em uma taxa média de 10 por hora. Se o atendente trabalhar continuamente, o número de clientes que podem ser atendidos em uma hora tem uma distribuição de Poisson com média 15. Determine a proporção de tempo durante o qual ninguém está esperando para ser atendido. **(0,33)**

13) A Friendly Neighbor Grocery Store possui um terminal de caixa com um caixa em tempo integral. Clientes chegam aleatoriamente no caixa a uma taxa média de 20 por hora. A distribuição de tempo de atendimento é exponencial, com uma média de 2,0 minutos. Essa situação resultou, ocasionalmente, em longas filas e reclamações por parte dos clientes. Portanto, como não há espaço para um segundo terminal de caixa, o gerente está considerando a alternativa de contratar outra pessoa para ajudar o caixa empacotando as mercadorias. Essa ajuda reduziria o tempo esperado para processar um cliente para 1,5 minutos, porém a distribuição ainda seria exponencial. O gerente gostaria de ter a porcentagem de tempo em que há mais de dois clientes no caixa abaixo de 25%. Ele também gostaria de que não mais de 5% dos clientes tivessem de esperar na fila pelo menos cinco minutos antes de ser atendido ou pelo menos sete minutos antes de terminar o atendimento.

- a) Calcular L , W , W_q , L_q , P_0 , P_1 e P_2 para o modo de operação atual. Qual é a probabilidade de ter mais de dois clientes no caixa? **($L=2$; $W=6$; $W_q=4$; $L_q=1,33$; $P_0=1/3$; $P_1=2/9$ e $P_2=4/27$)**
- b) Encontre também a probabilidade de que o tempo de espera antes do atendimento exceda cinco minutos e a probabilidade de que o tempo de espera antes de terminar o atendimento exceda sete minutos. **($P(W_q>5)=28,97\%$ e $P(W>7)=31,14\%$)**
- c) Repita o item (a) para a alternativa considerada pelo gerente. **($L=1$; $W=3$; $W_q=1,5$; $L_q=0,5$; $P_0=0,5$; $P_1=0,25$ e $P_2=0,125$)**
- d) Repita o item (b) para essa alternativa. **($P(W_q>5)=9,44\%$ e $P(W>7)=9,70\%$)**

14) O Centerville International Airport possui duas pistas, uma usada exclusivamente para levantar vôo e a outra exclusiva para aterrissagens. Os aviões chegam no espaço aéreo de Centerville para solicitar instruções de pouso de acordo com um processo de Poisson em uma taxa média de 10 por hora. O tempo necessário para um avião pousar após receber autorização para fazê-lo tem uma distribuição exponencial com uma média de três minutos e esse processo tem de ser completado antes de dar autorização para pouso para outro avião. Aviões aguardando autorização devem circular pelo aeroporto. A Administração Federal da Aviação tem uma série de critérios referentes ao nível de segurança de congestionamento de aviões aguardando para pousar. Esses critérios dependem de uma série de fatores referentes ao aeroporto envolvido, como o número de pistas disponíveis para aterrissagem. Para o Centerville, os critérios são: (1) o número médio de aviões aguardando para receber autorização para pouso não deve exceder 1, (2) 95% do tempo, o número real de aviões aguardando para receber autorização para pouso não deve exceder 4, (3) para 99% dos aviões, o tempo gasto circulando o aeroporto antes de receber autorização para pouso não deve exceder 30 minutos (já que exceder esse período normalmente exigiria o redirecionamento do avião para outro aeroporto para um pouso de emergência antes que seu combustível acabe).

- a) Avalie em que nível esses critérios estão sendo satisfeitos no momento. **($L_q=0,5$; $98,4\%$; $99,66\%$)**
- b) Uma importante companhia aérea considera a possibilidade de adicionar esse aeroporto como um de seus principais terminais. Isso aumentaria a taxa média de chegada a 15 aviões por hora. Avalie em que nível os critérios anteriores seriam satisfeitos se isso acontecesse. **($L_q=2,25$; $82,2\%$; $93,84\%$)**
- c) Para atrair mais negócios [inclusive a importante companhia aérea mencionada no item (b), a gerência do aeroporto considera uma segunda pista para pouso. Estima-se que esta aumentaria finalmente a taxa

média de chegada para 25 aviões por hora. Avalie em que nível os critérios anteriores seriam satisfeitos caso isso acontecesse. (**$L_q=0,8013$; 92,7%; 99,97%**)

15) O Security & Trust Bank emprega quatro caixas para atender a seus clientes. Os clientes chegam de acordo com um processo de Poisson a uma taxa média de 2 por minuto. Entretanto, o negócio está crescendo e a gerência projeta que a taxa média de chegada será 3 por minuto daqui a um ano. O tempo de transação entre o caixa e o cliente tem uma distribuição exponencial com média de um minuto. A gerência estabeleceu as seguintes diretrizes para um nível satisfatório de atendimento aos clientes. O número médio de clientes esperando na fila para ser atendidos não deve exceder 1. Pelo menos 95% do tempo, o número de clientes esperando na fila não deve exceder 5. Para pelo menos 95% dos clientes, o tempo gasto na fila esperando para ser atendido não deve ultrapassar cinco minutos.

- a) Use o modelo M/M/s para determinar o nível em que essas diretrizes estão sendo satisfeitas. (**$L_q=0,1739$; 99,7%; 99,99%**)
- b) Avalie em que nível as diretrizes serão satisfeitas daqui a um ano caso não seja feita nenhuma alteração no número de caixas. (**$L_q=1,5283$; 90,9%; 99,66%**)
- c) Determine quantos caixas serão necessários daqui a um ano para atender completamente a essas diretrizes. (**5**)