

Vijay y Kevin están chateando, o bien ambos, o bien ninguno. Si Heather está chateando, entonces también lo están Abby y Kevin. Explica tu razonamiento.

59. Un detective ha tomado declaración a cuatro testigos de un crimen. De las declaraciones concluye que si el mayordomo dice la verdad, también lo hace el cocinero; el cocinero y el jardinero no pueden ambos decir la verdad; el jardinero y el empleado de mantenimiento no están mintiendo ambos, y si el empleado de mantenimiento dice la verdad, entonces el cocinero miente. Para cada uno de los testigos, ¿puede el detective determinar si miente o dice la verdad? Explica tu razonamiento.

60. Cuatro amigos han sido identificados como sospechosos de acceso no autorizado a un sistema informático. Por ello han declarado a las autoridades que investigan el hecho. Alicia dijo que «Lo hizo Carlos». Juan dijo «Yo no lo hice». Carlos dijo que «Diana lo hizo». Diana dijo que «Carlos mintió cuando dijo que yo lo hice».

- Si las autoridades saben además que exactamente uno solo de ellos decía la verdad, ¿quién lo hizo? Explica tu razonamiento.
- Si las autoridades saben también que exactamente uno solo de ellos mentía, ¿quién lo hizo? Explica tu razonamiento.

- \*61. Resuelve este famoso juego de lógica atribuido a Albert Einstein y conocido como el **juego de la cebra**. Cinco hombres de diferentes nacionalidades y con trabajos distintos viven en casas consecutivas de una misma calle. Las casas están pintadas de colores diferentes. Los hombres tienen animales de compañía distintos y también son diferentes sus bebidas favoritas. Determina quién es el dueño de la cebra y quién es aquel cuya bebida favorita es el agua mineral (una de las bebidas favoritas) dadas las siguientes pistas: el inglés vive en la casa roja; el español tiene un perro; el japonés es pintor; el italiano bebe té; el noruego vive en la primera casa a la izquierda; la casa verde está a la derecha de la blanca; el fotógrafo cría caracoles; el diplomático vive en la casa amarilla; el de la casa del medio toma leche; el dueño de la casa verde toma café; la casa del noruego está pegada a la azul; el violinista toma zumo de naranja; el zorro está en una casa contigua a la del médico; el caballo está en una casa contigua a la del diplomático. (*Indicación:* Haz una tabla donde las filas representen hombres y las columnas el color de sus casas, sus trabajos, sus animales y sus bebidas favoritas. Usa razonamientos lógicos para determinar las entradas correctas en la tabla).

## 1.2 Equivalencias proposicionales

### INTRODUCCIÓN

Un tipo importante de paso utilizado en argumentos matemáticos es la sustitución de una sentencia por otra de igual valor de verdad. Así, en la construcción de argumentos matemáticos se emplean con frecuencia métodos que producen proposiciones con el mismo valor de verdad que una fórmula dada.

Comenzaremos nuestra discusión con una clasificación de las fórmulas según sus posibles valores de verdad.

#### DEFINICIÓN 1

Una fórmula que es siempre verdadera, no importa los valores de verdad de las proposiciones que la componen, se denomina *tautología*. Una fórmula que es siempre falsa se denomina *contradicción*. Finalmente, una proposición que no es ni una tautología ni una contradicción se denomina *contingencia*.

Las tautologías y las contradicciones son importantes en el razonamiento matemático. El siguiente ejemplo ilustra estos tipos de proposiciones.

- EJEMPLO 1** Podemos construir ejemplos de tautologías y contradicciones usando sólo una proposición. Considera las tablas de verdad de  $p \vee \neg p$  y  $p \wedge \neg p$  mostradas en la Tabla 1. Como  $p \vee \neg p$  es siempre verdadera, es una tautología. Como  $p \wedge \neg p$  es siempre falsa, es una contradicción. ◀