

## EQUIVALENCIAS LÓGICAS



Las fórmulas que tienen los mismos valores de verdad en todos los casos posibles se llaman **lógicamente equivalentes**. Podemos también definir esta noción como sigue.

### DEFINICIÓN 2

Se dice que las proposiciones  $p$  y  $q$  son *lógicamente equivalentes* si  $p \leftrightarrow q$  es una tautología. La notación  $p \equiv q$  denota que  $p$  y  $q$  son lógicamente equivalentes.

**Nota:** El símbolo  $\equiv$  no es un conectivo lógico, puesto que  $p \equiv q$  no es una fórmula, sino la afirmación de que  $p \leftrightarrow q$  es una tautología. El símbolo  $\leftrightarrow$  se usa en ocasiones en lugar de  $\equiv$  para denotar una equivalencia lógica.



Una forma de determinar si dos proposiciones son equivalentes es utilizar una tabla de verdad. En particular, las proposiciones  $p$  y  $q$  son equivalentes si, y sólo si, las columnas que dan sus valores de verdad coinciden. Los siguientes ejemplos ilustran este método.

**EJEMPLO 2** Muestra que  $\neg(p \vee q)$  y  $\neg p \wedge \neg q$  son lógicamente equivalentes. Esta equivalencia es una de las *leyes de De Morgan* para proposiciones, llamadas así por el matemático inglés Augustus de Morgan, de mediados del siglo XIX.

**Solución:** Las tablas de verdad para estas proposiciones se muestran en la Tabla 2. Como los valores de verdad de las proposiciones  $\neg(p \vee q)$  y  $\neg p \wedge \neg q$  concuerdan para todas las combinaciones posibles de valores de verdad para  $p$  y  $q$ , se sigue que  $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$  es una tautología y estas proposiciones son lógicamente equivalentes. ◀

Tabla 1. Ejemplos de una tautología y una contradicción.			
$p$	$\neg p$	$p \vee \neg p$	$p \wedge \neg p$
V	F	V	F
F	V	V	F

Tabla 2. Tablas de verdad para $\neg(p \vee q)$ y $\neg p \wedge \neg q$ .						
$p$	$q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V

Tabla 3. Tablas de verdad para $\neg p \vee q$ y $p \rightarrow q$ .				
$p$	$q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V