

En general, una sentencia que incluye las  $n$  variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$  se puede denotar como

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Una sentencia de la forma  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  es el valor de la **función proposicional**  $P$  en la  $n$ -tupla  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .  $P$  se llama también un **predicado**.

Como muestra el Ejemplo 4, las funciones proposicionales se usan en programas de ordenador.

#### EJEMPLO 4 Considera la sentencia

**if**  $x > 0$  **then**  $x := x + 1$ .

Cuando el programa llega a esta línea, el valor de la variable  $x$  en este punto de la ejecución se inserta en  $P(x)$ , que es « $x > 0$ ». Si  $P(x)$  es verdadera para este valor de  $x$ , la sentencia de asignación  $x := x + 1$  se ejecuta, por lo que el valor de  $x$  se incrementa en 1. Si  $P(x)$  es falsa para este valor de  $x$ , la sentencia de asignación no se ejecuta, por lo que el valor de  $x$  no cambia. ◀

## CUANTIFICADORES

### Evaluación

Cuando a todas las variables de una función proposicional se le han asignado valores, la sentencia resultante se convierte en una proposición con un cierto valor de verdad. No obstante, hay otra forma importante, llamada **cuantificación**, de crear una proposición a partir de una función proposicional. Se discutirán en este apartado dos tipos de cuantificación, a saber, cuantificación universal y cuantificación existencial. El área de la lógica que trata con predicados y cuantificadores se llama **cálculo de predicados** o **lógica de primer orden**.

**EL CUANTIFICADOR UNIVERSAL** Muchas sentencias matemáticas imponen que una propiedad es verdadera para todos los valores de una variable en un dominio particular, llamado el **universo de discurso** o **dominio**. Tales sentencias se expresan utilizando un cuantificador universal. La cuantificación universal de una función proposicional es la proposición que afirma que  $P(x)$  es verdadera para todos los valores de  $x$  en el dominio. El dominio especifica los posibles valores de la variable  $x$ .



**CHARLES SANDERS PEIRCE (1839-1914)** Muchos consideran a Charles Peirce el intelecto más versátil y original de Estados Unidos. Nació en Cambridge, Massachusetts. Su padre, Benjamin Peirce, era profesor de matemáticas y filosofía natural en Harvard. Peirce estudió en Harvard (1855-1859), graduándose en letras en esta Universidad y en química en la Lawrence Scientific School (1863). Su padre le animó a seguir una carrera en ciencias, pero él eligió estudiar lógica y metodología científica.

En 1861, Peirce se hizo ayudante del Servicio de Guardacostas de Estados Unidos, con el objetivo de entender mejor la metodología científica. Este trabajo le eximió del servicio militar durante la guerra civil. Mientras trabajaba para la Guardia Costera, Peirce desarrolló trabajos sobre astronomía y geodesia. Hizo contribuciones esenciales al diseño de péndulos y proyecciones de mapas, aplicando nuevos desarrollos matemáticos en la teoría de funciones elípticas. Fue la primera persona en utilizar la longitud de onda de la luz como unidad de medida. Peirce ascendió a asistente del Servicio de Guardacostas, un puesto que mantuvo hasta que fue obligado a renunciar en 1891, cuando mostró su desacuerdo con la dirección que estaba tomando la nueva administración de Guardacostas.

Aunque dedicó su vida a las ciencias físicas, Peirce desarrolló una jerarquía de las ciencias, con las matemáticas en la parte más alta. Los métodos de una ciencia se podían adaptar para su uso en otras situadas por debajo en la jerarquía. Fue también el fundador de la teoría filosófica americana del pragmatismo.

El único puesto académico que ocupó fue de profesor de lógica en la Universidad Johns Hopkins, en Baltimore, de 1879 a 1884. Su trabajo matemático durante aquel tiempo incluyó contribuciones a la lógica, a la teoría de conjuntos, al álgebra abstracta y a la filosofía de las matemáticas. Su trabajo es todavía relevante hoy día. Parte de su trabajo en lógica se ha aplicado en inteligencia artificial. Peirce creía que el estudio de las matemáticas podía desarrollar capacidades de la mente como la imaginación, la abstracción y la generalización. Entre sus diversas actividades tras retirarse de la Guardia Costera se incluyen el escribir en periódicos y revistas, contribuciones en diccionarios eruditos, traducción de artículos científicos, dar conferencias invitadas y redactar libros de texto. Desgraciadamente, lo que ganó con estas actividades no fue suficiente para salvarle a él y a su segunda esposa de una miserable pobreza. Fue mantenido en sus últimos años por un fondo creado por sus muchos admiradores y administrado por el filósofo William James, amigo suyo durante toda la vida. Aunque Peirce escribió y publicó mucho en un amplio abanico de campos, dejó más de cien mil páginas manuscritas sin publicar. Debido a la dificultad del estudio de su trabajo no publicado, los investigadores han empezado ahora a comprender alguna de sus variadas contribuciones. Hay un grupo dedicado a poner su trabajo en Internet para que su obra sea mejor apreciada por todo el mundo.