

asegurarte de que no cometes el mismo fallo de nuevo. Incluso los matemáticos profesionales cometen errores en sus demostraciones. No pocas demostraciones incorrectas de resultados importantes han confundido a la gente durante muchos años antes de que los sutiles errores contenidos en ellas fueran encontrados.

SÓLO EL COMIENZO

Hemos presentado algunos métodos para demostrar teoremas. Observa que no se ha dado ningún algoritmo para demostrar teoremas; ni siquiera se ha mencionado. Un resultado de gran calado es que no existe tal algoritmo.

Hay muchos teoremas cuyas demostraciones son fáciles de encontrar trabajando directamente con las hipótesis y las definiciones de los términos del teorema. No obstante, a veces es difícil demostrar un teorema sin hacer un uso inteligente de demostraciones indirectas por reducción al absurdo o por alguna otra técnica. Construir demostraciones es un arte que sólo se puede aprender a través de la experiencia, que consiste en escribir las demostraciones, hacerlas revisar, leer y analizar demostraciones hechas por otros, etc.

Presentamos más ejemplos de demostraciones en el resto de este capítulo y en el Capítulo 2. En el Capítulo 3 seguiremos viendo algo del arte y la estrategia de demostrar teoremas y trabajar con conjeturas, introduciendo varias técnicas de demostración importantes entre las que se incluye el principio de inducción, que se puede utilizar para demostrar resultados que se cumplen para enteros positivos. En el Capítulo 4 presentamos la noción de demostraciones combinatorias.

Problemas

1. Qué reglas de inferencia se usan en los siguientes argumentos?
 - a) Alicia estudia matemáticas. Por tanto, Alicia estudia bien matemáticas o bien ingeniería informática.
 - b) Jerry estudia matemáticas e ingeniería informática. Por tanto, Jerry estudia matemáticas.
 - c) Si llueve, se cierra la piscina. Llueve; por tanto, está cerrada.
 - d) Si nieva hoy, se cerrará la universidad. La universidad no está cerrada hoy. Por tanto, no nieva hoy.
 - e) Si voy a nadar, entonces estaré al sol demasiado tiempo. Si estoy al sol demasiado tiempo, me quemaré. Por tanto, si voy a nadar me quemaré.
2. ¿Qué reglas de inferencia se usan en los siguientes argumentos?
 - a) Los canguros viven en Australia y son marsupiales. Por tanto, los canguros son marsupiales.
 - b) Estamos a más de 40 °C hoy o la polución es peligrosa. Estamos a menos de 40 °C hoy. Por tanto, la polución es peligrosa.
 - c) Linda es una excelente nadadora. Si Linda es una excelente nadadora, entonces puede trabajar como salvavidas. Por tanto, Linda puede trabajar como salvavidas.
 - d) Susana trabajará en una compañía de informática este verano. Por tanto, este verano Susana trabajará en una compañía de informática o deambulará por la playa.
 - e) Si trabajo toda la noche, podré resolver todos los problemas. Si puedo resolver todos los problemas, entonces tenderé la asignatura. Por tanto, si trabajo toda la noche, entonces entenderé la asignatura.
3. Construye un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que las hipótesis «Randy trabaja duro», «Si Randy trabaja duro, será un chico soso», «Si Randy es un chico soso, no conseguirá el trabajo» implican la conclusión «Randy no conseguirá el trabajo».
4. Construye un argumento utilizando reglas de inferencia para mostrar que las hipótesis «Si no llueve o si no hace niebla, entonces se celebrará la competición de barcos y se hará una demostración de los salvavidas», «Si se celebra la competición de barcos, se entregará un trofeo» y «El trofeo no se ha entregado» implican la conclusión «Llovió».
5. ¿Qué regla de inferencia se utiliza en este famoso argumento? «Todos los hombres son mortales. Sócrates es un hombre. Por tanto, Sócrates es mortal».
6. ¿Qué regla de inferencia se usa en este argumento? «Ningún hombre es una isla. Manhattan es una isla. Por tanto, Manhattan no es un hombre».
7. Para cada uno de estos conjuntos de premisas, ¿qué conclusión o conclusiones se pueden deducir? Explica las reglas de inferencia utilizadas para obtener cada conclusión a partir de las premisas.
 - a) «Si me tomo el día libre, bien llueve o bien nieva». «Me tomé el martes o el jueves libre». «Hizo sol el martes». «No nevó el jueves».