

EJEMPLO 13 Sea A el conjunto de todos los estudiantes de una universidad, y sea B el conjunto de todas las asignaturas ofertadas en la universidad. ¿Cuál es el producto cartesiano $A \times B$?

Solución: El producto cartesiano $A \times B$ consiste en todos los pares ordenados de la forma (a, b) , donde a es un estudiante de la universidad y b es una asignatura ofertada en la universidad. El conjunto $A \times B$ se puede utilizar para representar todas las posibles matriculaciones de estudiantes en asignaturas en la universidad. ◀

EJEMPLO 14 ¿Cuál es el producto cartesiano de $A = \{1, 2\}$ y $B = \{a, b, c\}$?

Solución: El producto cartesiano $A \times B$ es

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}.$$

Una **relación** del conjunto A en el conjunto B es un subconjunto R del producto cartesiano $A \times B$. Los elementos de R son pares ordenados, donde el primer elemento pertenece a A y el segundo a B . Por ejemplo, $R = \{(a, 0), (a, 1), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (c, 0), (c, 3)\}$ es una relación del conjunto $\{a, b, c\}$ en el conjunto $\{0, 1, 2, 3\}$. Estudiaremos en profundidad las relaciones en el Capítulo 7.

Los productos cartesianos $A \times B$ y $B \times A$ no son iguales, a no ser que $A = \emptyset$ o $B = \emptyset$ (de tal forma que $A \times B = \emptyset$) o a no ser que $A = B$ (véase el Problema 26, al final de esta sección). Ilustramos esto en el Ejemplo 15.

EJEMPLO 15 Demuestra que el producto cartesiano $B \times A$ no es igual al producto cartesiano $A \times B$, donde A y B son los conjuntos del Ejemplo 14.

Solución: El producto cartesiano $B \times A$ es

$$B \times A = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\},$$

que no es igual al conjunto $A \times B$ hallado en el Ejemplo 14. ◀

Podemos también definir el producto cartesiano de más de dos conjuntos.

DEFINICIÓN 10

El *producto cartesiano* de los conjuntos A_1, A_2, \dots, A_n , denotado por $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$, es el conjunto de n -tuplas (a_1, a_2, \dots, a_n) , donde a_i pertenece a A_i para $i = 1, 2, \dots, n$. En otras palabras,

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_i \in A_i \text{ para } i = 1, 2, \dots, n\}.$$



RENÉ DESCARTES (1596-1650) René Descartes nació en el seno de una familia noble cerca de Tours, Francia, a más de 300 km al suroeste de París. Fue el tercer hijo de la primera mujer de su padre; su madre falleció pocos días después de su nacimiento. Debido a la débil salud de René, su padre, juez de provincias, perdonó las clases formales de su hijo, hasta que a la edad de ocho años entró en el colegio jesuita de La Flèche. El director del colegio se encariñó con él y le permitía estar en cama hasta tarde debido a su débil salud. Desde entonces, Descartes pasó las mañanas en la cama. Él consideraba esos momentos como sus horas más productivas para pensar.

Descartes abandonó el colegio en 1612, trasladándose a París, donde estuvo dos años estudiando matemáticas. Consiguió graduarse en leyes en 1616 por la Universidad de Poitiers. A los dieciocho años, Descartes se desencantó de los estudios y decidió ver mundo. Se trasladó a París, donde se hizo un jugador de éxito. Sin embargo, al crecer, se cansó de esa vida y se mudó al barrio de Saint-Germain, donde se dedicó al estudio de las matemáticas. Cuando sus amigos jugadores le encontraron, decidió abandonar Francia y hacer carrera militar. Sin embargo, nunca entró en combate. Un día, mientras se resguardaba del frío en una habitación sobrecalentada de un campamento militar, tuvo varios sueños febriles que le revelaron su carrera futura como matemático y filósofo.

Tras acabar su carrera militar, viajó por Europa. Más tarde, permaneció varios años en París, donde estudió matemáticas y filosofía y construyó instrumentos ópticos. Descartes decidió trasladarse a Holanda, donde estuvo veinte años moviéndose por el país, llevando a cabo su trabajo más importante. Durante este tiempo escribió varios libros, incluyendo el *Discurso*, su obra más famosa, que contiene sus contribuciones a la geometría analítica. Hizo también contribuciones fundamentales a la filosofía.

En 1649, Descartes fue invitado por la reina Cristina a visitarla a su corte de Suecia para ser su tutor en el estudio de la filosofía. Aunque era reacio a vivir en lo que él llamó la «tierra de osos entre rocas y hielo», finalmente aceptó la invitación y se trasladó a Suecia. Lamentablemente, el invierno de 1649-1650 fue extremadamente duro. Descartes enfermó de neumonía y murió a mitad de febrero.