es la madre de $Y$ y $P$ es el padre de $X$, respectivamente. Obtén una regla Prolog para definir el predicado *hermanos*($X$, $Y$), que significa que $X$ e $Y$ son hermanos (esto es, tienen la misma madre y el mismo padre).

**54.** Supón que utilizan hechos Prolog para definir el predicado *madre*($M$, $Y$) y *padre*($P$, $X$), que representan que $M$ es la madre de $Y$ y $P$ es el padre de $X$, respectivamente. Obtén una regla Prolog para definir el predicado a*buelo*($X$, $Y$), que significa que $X$ es el abuelo de $Y$. (*Indicación:* Puedes escribir una disyunción en Prolog bien usando un punto y coma para separar predicados o bien poniendo estos predicados en líneas separadas).

Los problemas 55-58 se basan en preguntas del libro *Lógica simbólica*, de Lewis Carroll.

**55.** Sean $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$ las afirmaciones «$x$ es un profesor», «$x$ es ignorante» y «$x$ es inepto», respectivamente. Expresa cada una de las siguientes sentencias utilizando cuantificadores, conectivos lógicos y $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$, donde el dominio consiste en toda la gente.

**a)** No hay profesores ignorantes.
**b)** Toda la gente ignorante es inepta.
**c)** No hay profesores ineptos.
**d)** ¿Se sigue (c) de (a) y (b)? Si no es así, ¿existe una conclusión correcta?

**56.** Sean $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$ las afirmaciones «$x$ es una explicación clara», «$x$ es satisfactoria» y «$x$ es una excusa», respectivamente. Suponemos que el dominio para $x$ es todo texto en español. Expresa cada una de las siguientes sentencias usando cuantificadores, conectivos lógicos y $P(x)$, $Q(x)$ y $R(x)$.

**a)** Todas las explicaciones claras son satisfactorias.
**b)** Algunas excusas no son satisfactorias.
**c)** Algunas excusas no son explicaciones claras.
***d)** ¿Se sigue (c) de (a) y (b)? Si no es así, ¿existe una conclusión correcta?

**57.** Sean $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ y $S(x)$ las afirmaciones «$x$ es un bebé», «$x$ es lógico», «$x$ es capaz de dominar a un cocodrilo» y «$x$ es despreciado», respectivamente. Suponemos que el dominio para $x$ es toda la gente. Expresa cada una de las siguientes sentencias usando cuantificadores, conectivos lógicos y $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ y $S(x)$.

**a)** Los bebés son ilógicos.
**b)** Nadie que pueda dominar a un cocodrilo es despreciado.
**c)** Las personas ilógicas son despreciadas.
**d)** Los bebés no pueden dominar a un cocodrilo.
***e)** ¿Se sigue (d) de (a), (b) y (c)? Si no es así, ¿existe una conclusión correcta?

**58.** Sean $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ y $S(x)$ las afirmaciones «$x$ es un pato», «$x$ es un ave de mi corral», «$x$ es un oficial» y «$x$ quiere bailar un vals», respectivamente. Expresa cada una de las siguientes sentencias usando cuantificadores, conectivos lógicos y $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ y $S(x)$.

**a)** Ningún pato quiere bailar un vals.
**b)** Ningún oficial rechaza bailar un vals.
**c)** Todas las aves de mi corral son patos.
**d)** Las aves de mi corral no son oficiales.
***e)** ¿Se sigue (d) de (a), (b) y (c)? Si no es así, ¿existe una conclusión correcta?



# 1.4 Cuantificadores anidados

## INTRODUCCIÓN

En la Sección 1.3 definimos los cuantificadores universal y existencial y mostramos cómo se pueden usar en la construcción de sentencias matemáticas. También explicamos cómo se pueden utilizar para formalizar frases en lenguaje natural, convirtiéndolas en expresiones lógicas. En esta sección estudiaremos **cuantificadores anidados,** que son cuantificadores que se localizan dentro del rango de aplicación de otros cuantificadores, como en la sentencia $\forall x \exists y\,(x + y = 0)$. Los cuantificadores anidados se usan tanto en matemáticas como en ciencias de la computación. Aunque a veces pueden ser difíciles de entender, las reglas que ya hemos estudiado en la Sección 1.3 nos ayudarán a trabajar con ellos.

## FORMALIZACIÓN DE SENTENCIAS CON CUANTIFICADORES ANIDADOS

En muchos contextos aparecen complicadas expresiones que hacen uso de cuantificadores. Para entender estas sentencias con muchos cuantificadores, debemos desenmarañar el significado de cada cuantificador y predicado que aparecen. Esto se ilustra en el Ejemplo 1.