$p \vee (q \wedge r)$. Como $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$, podemos sustituir la sentencia individual $p \vee (q \wedge r)$ por la conjunción de las dos sentencias $(p \vee q)$ y $(p \vee r)$, cada una de las cuales es una cláusula. Podemos sustituir una sentencia de la forma $\neg(p \vee q)$ por la conjunción de las dos sentencias $\neg p$ y $\neg q$ (que son cláusulas), puesto que por las leyes de De Morgan $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$. Podemos también reemplazar una implicación $p \to q$ por la disyunción equivalente $\neg p \vee q$.

EJEMPLO 9 Muestra que las hipótesis $(p \wedge q) \vee r$ y $r \to s$ implican la conclusión $p \vee$ s.

Solución: Podemos reescribir la hipótesis $(p \wedge q) \vee r$ como dos cláusulas, $p \vee r$ y $q \vee r$. Podemos reemplazar también $r \to s$ por la cláusula equivalente $\neg r \vee s$. Utilizando las dos cláusulas $p \vee r$ y $\neg r \vee s$, podemos usar la regla de resolución para concluir $p \vee s$. ◀

FALACIAS

Enlaces

Hay varias falacias muy frecuentes que surgen de razonamientos incorrectos. Estas falacias se asemejan a reglas de inferencia, pero se basan en contingencias, no en tautologías. Mostraremos en este apartado la distinción entre razonamientos correctos e incorrectos.

La proposición $[(p \to q) \wedge q] \to p$ no es una tautología, ya que es falsa cuando p es falsa y q es verdadera. No obstante, hay muchos argumentos incorrectos que tratan esta proposición como si fuese una tautología. Este tipo de razonamiento incorrecto se denomina **falacia de afirmar la conclusión.**

EJEMPLO 10 ¿Es correcto el argumento siguiente?

Si haces todos los problemas de este libro, aprenderás matemática discreta. Tú has aprendido matemática discreta.

Por tanto, hiciste todos los problemas de este libro.

Solución: Sea p la proposición «Hiciste todos los problemas del libro». Sea q la sentencia «Tú aprendiste matemática discreta». Entonces, este argumento es de la forma: si $p \to q$ y q entonces p. Esto es un ejemplo de un argumento incorrecto que usa la falacia de afirmar la conclusión. De hecho, es posible que tú aprendas matemática discreta de alguna otra forma que no sea hacer todos los problemas del libro. (Puedes aprender matemática discreta leyendo, asistiendo a clases y haciendo muchos, pero no todos, los problemas de este libro). ◀

La proposición $[(p \to q) \wedge \neg p] \to \neg q$ no es una tautología, puesto que es falsa cuando p es falsa y q es verdadera. Muchos argumentos incorrectos utilizan erróneamente lo anterior como regla de inferencia. Este tipo de razonamiento incorrecto se llama **falacia de negar la hipótesis.**

EJEMPLO 11 Sean p y q las proposiciones del Ejemplo 10. Si la implicación $p \to q$ es verdadera y $\neg p$ es verdadera, ¿es correcto concluir que $\neg q$ es verdadera? En otras palabras, ¿es correcto asumir que no aprendiste matemática discreta si no hiciste todos los problemas del libro, suponiendo que si haces todos los problemas del libro aprendes matemática discreta?

Solución: Es posible que aprendas matemática discreta incluso si no haces todos los problemas del libro. Este argumento incorrecto es de la forma $p \to q$ y $\neg p$ implica $\neg q$, que es un ejemplo de falacia de negación de la hipótesis ◀

REGLAS DE INFERENCIA PARA SENTENCIAS CUANTIFICADAS

Hemos hablado de reglas de inferencia para proposiciones. Ahora describiremos algunas reglas de inferencia importantes para sentencias que involucran cuantificadores. Estas reglas de inferencia se usan con frecuencia en los argumentos matemáticos, a veces sin mencionarlas explícitamente.

Particularización universal es la regla de inferencia que se utiliza para concluir que $P(c)$ es verdadera, donde c es un miembro particular del dominio, dada la premisa $\forall x\, P(x)$. Se utiliza la