finición intuitiva de conjunto conduce a **paradojas,** o inconsistencias lógicas, como el filósofo inglés Bertrand Russell mostró en 1902 (en el Problema 30 se describe una de estas paradojas). Estas inconsistencias lógicas se pueden evitar construyendo la teoría de conjuntos con suposiciones básicas, llamadas **axiomas.** En este texto seguiremos la versión original de Cantor de la teoría de conjuntos, conocida como la **teoría naif de conjuntos,** sin desarrollar una versión axiomática, puesto que todos los conjuntos que consideraremos se pueden tratar consistentemente usando la teoría original de Cantor.

Tras este preámbulo, comenzamos con nuestra discusión sobre conjuntos

DEFINICIÓN 2 Los objetos de un conjunto se llaman también *elementos* o *miembros* del conjunto. Se dice que un conjunto *contiene* a sus elementos.

Hay varias formas de describir un conjunto. Una es enumerar todos los miembros del conjunto cuando esto sea posible. Para ello utilizamos una notación en la que todos los miembros se enumeran entre llaves. Por ejemplo, la notación $\{a, b, c, d\}$ representa el conjunto con los cuatro elementos a, b, c y d.

EJEMPLO 1 El conjunto de las vocales del alfabeto se puede escribir como $V = \{a, e, i, o, u\}$. ◀

EJEMPLO 2 El conjunto de los enteros positivos impares menores que 10 se puede expresar como $I = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. ◀

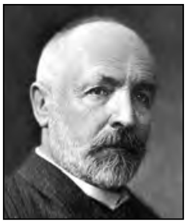
EJEMPLO 3 Aunque los conjuntos se suelen usar para agrupar elementos con propiedades comunes, no hay nada que impida a un conjunto tener elementos no relacionados. Por ejemplo, $\{a$, 2, Alfredo, Sevilla$\}$ es el conjunto que contiene los cuatro elementos a, 2, Alfredo y Sevilla. ◀

A veces, la notación con llaves se utiliza para describir un conjunto sin enumerar todos sus miembros. Sólo se enumera algunos de ellos y usamos tres puntos suspensivos (…) para representar los demás cuando el patrón general de los elementos es obvio.

EJEMPLO 4 El conjunto de enteros positivos menores que 100 se puede denotar como $\{1, 2, 3, \ldots, 99\}$. ◀

Los siguientes conjuntos, escritos en negrita, desempeñan un importante papel en matemática discreta:

N $= \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$, el conjunto de los **números naturales.**
Z $= \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, el conjunto de los **enteros.**
$\mathbf{Z}^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$, el conjunto de los **enteros positivos.**
Q $= \{p/q \mid p \in \mathbf{Z}, q \in \mathbf{Z}, q \neq 0\}$, el conjunto de los **números racionales.**
R, el conjunto de los **números reales.**



GEORG CANTOR (1845-1918) Georg Cantor nació en San Petersburgo, Rusia, donde su padre fue un próspero comerciante. Cantor desarrolló su interés por las matemáticas en la adolescencia. Comenzó sus estudios universitarios en Zurich en 1862, pero cuando su padre murió abandonó esta ciudad. Continuó sus estudios en la Universidad de Berlín en 1863 como discípulo de los eminentes matemáticos Weierstrass, Kummer y Kronecker. Defendió su tesis doctoral, que trataba sobre teoría de números, en 1867. Tomó posesión de una plaza de profesor en la Universidad de Halle en 1869, donde continuó hasta su muerte.

Cantor es considerado el fundador de la teoría de conjuntos. Sus aportaciones en este área incluyen el descubrimiento de que el conjunto de números reales es no numerable. Son notorias sus contribuciones al análisis. Cantor también se interesó por la filosofía y escribió trabajos relacionando su teoría de conjuntos con la metafísica.

Se casó en 1874 y tuvo cinco hijos. El buen ánimo de su mujer compensó su temperamento melancólico. Aunque recibió una gran herencia de su padre, fue mal pagado como profesor, y para mitigar esto, intentó conseguir un puesto mejor remunerado en la Universidad de Berlín. Su solicitud fue bloqueada por Kronecker, quien no estaba de acuerdo con los puntos de vista de Cantor sobre la teoría de conjuntos. Cantor sufrió una enfermedad mental en los últimos años de su vida. Murió en 1918 en una clínica psiquiátrica.

Enlaces