ciones de elementos de un conjunto S, construimos un nuevo conjunto cuyos elementos son todos los posibles subconjuntos de S.

DEFINICIÓN 7 Dado un conjunto S, el *conjunto de las partes* de S es el conjunto de todos los subconjuntos de S. El conjunto de las partes de S se denota por $P(S)$.

EJEMPLO 11 ¿Cuál es el conjunto de las partes del conjunto $\{0, 1, 2\}$?

Solución: El conjunto de las partes $P(\{0, 1, 2\})$ es el conjunto de los subconjuntos de $\{0, 1, 2\}$. Por tanto,

$$P(\{0, 1, 2\}) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}.$$

Observa que el conjunto vacío y el propio conjunto son miembros del conjunto de las partes. ◀

EJEMPLO 12 ¿Cuál es el conjunto de las partes del conjunto vacío? ¿Cuál es el conjunto de las partes de $\{\emptyset\}$?

Solución: El conjunto de las partes del conjunto vacío tiene exactamente un subconjunto: él mismo. Por tanto,

$$P(\emptyset) = \{\emptyset\}.$$

El conjunto $\{\emptyset\}$ tiene exactamente dos subconjuntos, a saber, $\emptyset$ y el propio conjunto $\{\emptyset\}$. Por tanto,

$$P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}.$$ ◀

Si un conjunto tiene n elementos, entonces el conjunto de las partes del conjunto tiene 2^n elementos. Demostraremos este hecho de varias formas diferentes en secciones posteriores del libro.

PRODUCTO CARTESIANO

El orden de los elementos en una colección puede ser importante. Como los elementos de un conjunto están desordenados, necesitamos una estructura diferente para representar colecciones ordenadas. Esto nos lo proporcionan las ***n*-tuplas ordenadas.**

DEFINICIÓN 8 La *n-tupla ordenada* $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ es la colección ordenada en la que a_1 es su primer elemento, a_2 el segundo, … y a_n el elemento n-ésimo.

Decimos que dos n-tuplas ordenadas son iguales si, y sólo si, cada par correspondiente de sus elementos es igual. En otras palabras, $(a_1, a_2, \ldots, a_n) = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$ si, y sólo si, $a_i = b_i$, para $i = 1, 2, \ldots, n$. En particular, las 2-tuplas se llaman **pares ordenados.** Los pares ordenados (a, b) y (c, d) son iguales si, y sólo si, $a = c$ y $b = d$. Observa que (a, b) y (b, a) no son iguales a no ser que $a = b$.

Muchas de las estructuras discretas que estudiaremos en capítulos posteriores se basan en la noción de *producto cartesiano* de conjuntos (llamado así por René Descartes). Definimos primero el producto cartesiano de dos conjuntos.

DEFINICIÓN 9 Sean A y B conjuntos. El *producto cartesiano* de A y B, denotado por $A \times B$, es el conjunto de todos los pares ordenados (a, b) donde $a \in A$ y $b \in B$. Por tanto,

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}.$$