2. «Si las matemáticas son fáciles, entonces la lógica no es difícil».

Formalizando estos dos enunciados a sentencias con variables proposicionales y conectivos lógicos, determina cuáles de estas conclusiones son válidas para estas suposiciones.

a) Que las matemáticas no son fáciles si a muchos estudiantes le gusta la lógica.
b) Que a pocos estudiantes les gusta la lógica si las matemáticas no son fáciles.
c) Que las matemáticas no son fáciles o la lógica es difícil.
d) Que la lógica no es difícil o las matemáticas no son fáciles.
e) Que si a pocos estudiantes les gusta la lógica, entonces bien las matemáticas no son fáciles o bien la lógica no es difícil.

71. Demuestra que al menos uno de los números reales a_1, a_2, …, a_n es mayor o igual que el promedio de ellos. ¿Qué clase de demostración has utilizado?

72. Usa el Problema 71 para mostrar que si se ponen los diez primeros números enteros positivos alrededor de un círculo, en cualquier orden, existen tres enteros en posiciones consecutivas alrededor del círculo que tienen una suma mayor o igual que 17.

73. Demuestra que si n es un entero, estas cuatro sentencias son equivalentes: (*i*) n es par, (*ii*) $n + 1$ es impar, (*iii*) $3n + 1$ es impar, (*iv*) $3n$ es par.

74. Demuestra que estas cuatro sentencias son equivalentes: (*i*) n^2 es impar, (*ii*) $1 - n$ es par, (*iii*) n^3 es impar, (*iv*) $n^2 + 1$ es par.

75. ¿Qué reglas de inferencia se utilizan para establecer la conclusión del argumento de Lewis Carroll descrito en el Ejemplo 19 de la Sección 1.3?

76. ¿Qué reglas de inferencia se utilizan para establecer la conclusión del argumento de Lewis Carroll descrito en el Ejemplo 20 de la Sección 1.3?

***77.** Determina si este argumento, tomado de Backhouse [Ba86], es correcto.

Si Supermán fuese capaz y quisiese prevenir el crimen, lo haría. Si Supermán no fuese capaz de prevenir el crimen, sería débil; si no quisiese prevenir el crimen, sería malevolente. Supermán no previene el crimen. Si Supermán existiese, ni sería débil ni malevolente. Por tanto, Supermán no existe.

1.6 Conjuntos

INTRODUCCIÓN

En este libro estudiaremos una gran variedad de estructuras discretas. Éstas incluyen relaciones, que consisten en pares ordenados de elementos; combinaciones, que son colecciones desordenadas de elementos, y grafos, que son conjuntos de vértices y aristas que conectan vértices. Además, ilustraremos cómo se utilizan estas y otras estructuras discretas en el modelado y la resolución de problemas. En particular, se describirán muchos ejemplos del uso de estructuras discretas en almacenamiento, comunicación y manipulación de datos. En esta sección estudiamos la estructura discreta fundamental, sobre la que se construyen todas las demás: el conjunto.

Los conjuntos se utilizan para agrupar objetos. Generalmente, los objetos de un conjunto tienen propiedades similares. Por ejemplo, todos los estudiantes que están matriculados en tu facultad forman un conjunto. De la misma forma, todos los estudiantes matriculados en la asignatura de matemática discreta en cualquier facultad forman un conjunto. Además, aquellos alumnos de matemática discreta matriculados en tu facultad forman otro conjunto que puede formarse tomando los elementos comunes de las dos primeras colecciones. El lenguaje de los conjuntos es un medio para estudiar tales colecciones de forma organizada. A continuación proporcionamos una definición de conjunto.

DEFINICIÓN 1 Un *conjunto* es una colección desordenada de objetos.

Enlaces

Observa que el término *objeto* se ha utilizado sin especificar qué es. Esta definición de conjunto como una colección de objetos, basada en la noción intuitiva de lo que es un objeto, fue establecida por primera vez por el matemático alemán Georg Cantor en 1895. La teoría que resulta de esta de-