**Tabla 6.** Tabla de verdad de la bicondicional $p \leftrightarrow q$.

| $p$ | $q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

La tabla de verdad para $p \leftrightarrow q$ se muestra en la Tabla 6. Observa que la doble implicación es verdadera precisamente cuando las implicaciones $p \rightarrow q$ y $q \rightarrow p$ son verdaderas. Debido a esto, la terminología

«*p* si, y sólo si, *q*»

se usa para esta bicondicional y simbólicamente se escribe combinando los símbolos $\rightarrow$ y $\leftarrow$. Hay otras formas en las que comúnmente se expresa $p \leftrightarrow q$:

«*p* es necesario y suficiente para *q*»
«si *p*, entonces *q*, y recíprocamente»
«*p* sii *q*».

La última forma de expresar la doble implicación usa la abreviatura «sii» para «si, y sólo si». Observa que $p \leftrightarrow q$ tiene exactamente los mismos valores de verdad que $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$.

**EJEMPLO 8** Sea *p* la afirmación «Puedes tomar el vuelo» y sea *q* la afirmación «Compras un billete». Entonces, $p \leftrightarrow q$ es el enunciado

Ejemplos adicionales

«Puedes tomar el vuelo si, y sólo si, compras el billete».

Esta afirmación es verdadera si *p* y *q* son ambas verdaderas o ambas falsas, esto es, si compras un billete y puedes tomar el vuelo o si no compras el billete y no puedes tomar el vuelo. Es falsa cuando *p* y *q* tienen valores de verdad opuestos, es decir, cuando no compras el billete, pero puedes tomar el vuelo (consigues un vuelo gratis, por ejemplo), y cuando compras el billete y no puedes tomar el vuelo (la línea aérea te deja en tierra). ◀

La construcción «si, y sólo si» empleada en las dobles implicaciones raramente se usa en lenguaje natural. De hecho, las bicondicionales se expresan a menudo usando las construcciones «si, entonces» o «sólo si». La otra parte del «si, y sólo si» es implícita. Por ejemplo, consideremos la afirmación en el lenguaje natural «Si acabas tu comida, puedes tomar postre». Lo que realmente quiere decir es «Puedes tomar postre si, y sólo si, acabas tu comida». Esta última afirmación es equivalente desde el punto de vista lógico a las dos afirmaciones «Si acabas tu comida, entonces puedes tomar postre» y «Puedes tomar postre sólo si acabas tu comida». Debido a la imprecisión del lenguaje natural, necesitamos hacer una suposición si en una sentencia condicional en lenguaje cotidiano deseamos incluir implícitamente su recíproco. Como la precisión es esencial en las matemáticas y la lógica, siempre distinguiremos entre la sentencia condicional $p \rightarrow q$ y la sentencia bicondicional $p \leftrightarrow q$.

## PRECEDENCIA DE OPERADORES LÓGICOS

Podemos construir fórmulas usando el operador negación y los operadores lógicos definidos hasta el momento. Generalmente, utilizaremos paréntesis para especificar el orden en el que deben aplicarse los operadores lógicos en una fórmula. Por ejemplo, $(p \vee q) \wedge (\neg r)$ es la conjunción de $p \vee q$ y $\neg r$. Sin embargo, para reducir el número de paréntesis, especificamos que el operador negación se aplica antes que los operadores lógicos. Esto significa que el operador negación $\neg p \wedge q$ es la conjunción de $\neg p$ y $q$, es decir, $(\neg p) \wedge q$, no la negación de la conjunción de $p$ y $q$, es decir, $\neg (p \wedge q)$.