de inferencia utilizada? Si no lo es, ¿qué error lógico ocurre?

a) Si n es un número real tal que $n > 1$, entonces $n^2 > 1$. Supongamos que $n^2 > 1$. Entonces $n > 1$.
b) El número $\log_2 3$ es irracional si no es la razón de dos enteros. Por tanto, como $\log_2 3$ no se puede escribir en la forma a/b donde a y b son enteros, es irracional.
c) Si n es un número real y $n > 3$, entonces $n^2 > 9$. Supongamos que $n^2 \leq 9$. Entonces, $n \leq 3$.
d) Si n es un número real y $n > 2$, entonces $n^2 > 4$. Supongamos que $n \leq 2$. Entonces, $n^2 \leq 4$.

14. Determina si estos argumentos son correctos.

a) «Si x^2 es irracional, entonces x es irracional. Por tanto, si x es irracional, se sigue que x^2 es irracional».
b) «Si x^2 es irracional, entonces x es irracional. El número $x = \pi^2$ es irracional. Por tanto, el número $x = \pi$ es irracional».

15. ¿Qué está equivocado en este argumento? Sea $H(x)$ «x está feliz». Dada la premisa $\exists x\, H(x)$, concluimos que $H(\text{Lola})$. Por tanto, Lola está feliz.

16. ¿Qué está equivocado en este argumento? Sea $S(x, y)$ «x es más bajo que y». Dada la premisa $\exists s\, S(s, \text{Max})$, se sigue que $S(\text{Max}, \text{Max})$. Entonces, por generalización de existencia, se sigue que $\exists x\, S(x, x)$, por lo que alguien es más bajo que él mismo.

17. Demuestra la proposición $P(0)$, donde $P(n)$ es la proposición «Si n es un entero positivo mayor que 1, entonces $n^2 > n$». ¿Qué tipo de demostración has empleado?

18. Demuestra la proposición $P(1)$, donde $P(n)$ es la proposición «Si n es un entero positivo, entonces $n^2 \geq n$». ¿Qué tipo de demostración has utilizado?

19. Sea $P(n)$ la proposición «Si a y b son números reales positivos, entonces $(a + b)^n \geq a^n + b^n$». Demuestra que $P(1)$ es verdadera. ¿Qué tipo de demostración has usado?

20. Demuestra que el cuadrado de un número par es un número par utilizando:

a) Una demostración directa.
b) Una demostración indirecta.
c) Una demostración por reducción al absurdo.

21. Demuestra que si n es un entero y $n^3 + 5$ es impar, entonces n es par usando:

a) Una demostración indirecta.
b) Una demostración por reducción al absurdo.

22. Demuestra que si n es un entero y $3n + 2$ es par, entonces n es par usando:

a) Una demostración indirecta.
b) Una demostración por reducción al absurdo.

23. Demuestra que la suma de dos impares es par.

24. Demuestra que el producto de dos números impares es impar.

25. Demuestra que la suma de un número irracional y un número racional es un número irracional utilizando una demostración por reducción al absurdo.

26. Demuestra que el producto de dos números racionales es racional.

27. Demuestra que se cumple, o que no, que el producto de dos números irracionales es irracional.

28. Demuestra que se cumple, o que no, que el producto de un número racional no nulo y un irracional es irracional.

29. Demuestra que si x es irracional, $1/x$ también lo es.

30. Demuestra que si x es racional y $x \neq 0$, $1/x$ también lo es.

31. Demuestra que 10 de cualquier grupo de 64 días que se escojan deben corresponder al mismo día de la semana.

32. Demuestra que 3 de cualquier grupo de 25 días que se escojan deben corresponder al mismo mes del año.

33. Muestra que si x e y son números reales, entonces $\max(x, y) + \min(x, y) = x + y$. (*Indicación:* Usa una demostración por casos, siendo los dos casos $x \geq y$ y $x < y$).

34. Utiliza una demostración por casos para mostrar que $\min(a, \min(b, c)) = \min(\min(a, b), c)$ siempre que a, b y c sean números reales.

35. Demuestra la **desigualdad triangular,** que afirma que si x e y son números reales, entonces $|x| + |y| \geq |x + y|$ (donde $|x|$ representa el valor absoluto de x, que es igual a x para $x \geq 0$ y es igual a $-x$ para $x < 0$).

36. Demuestra que el cuadrado de un entero finaliza en 0, 1, 4, 5, 6 o 9. (*Indicación:* Sea $n = 10k + l$, donde $l = 0, 1, ..., 9$).

37. Demuestra que la potencia cuarta de un entero acaba en 0, 1, 5 o 6.

38. Demuestra que si n es un entero positivo, entonces n es par si, y sólo si, $7n + 4$ es par.

39. Demuestra que si n es un entero positivo, entonces n es impar si, y sólo si, $7n + 4$ es impar.

40. Demuestra que si $m^2 = n^2$ si, y sólo si, $m = n$ o $m = -n$.

41. Demuestra que se cumple, o que no, que si m y n son enteros tales que $mn = 1$, entonces bien $m = 1$ y $n = 1$ o bien $m = -1$ y $n = -1$.

42. Demuestra que estas tres sentencias son equivalentes, donde a y b son números reales: (i) a es menor que b; (ii) el valor medio de a y b es mayor que a, y (iii) el valor medio de a y b es menor que b.