4. $\neg r$	*Modus tollens* usando los pasos 2 y 3
5. $\neg r \to s$	Hipótesis
6. s	*Modus ponens* usando los pasos 4 y 5
7. $s \to t$	Hipótesis
8. t	*Modus ponens* usando los pasos 6 y 7 ◀

EJEMPLO 7 Muestra que las hipótesis «Si me mandas un mensaje por correo electrónico, entonces acabaré de escribir el programa», «Si no me mandas un mensaje por correo electrónico, me iré a la cama temprano» y «Si me voy a la cama temprano, me levantaré descansado» llevan a la conclusión «Si no acabo de escribir el programa, me levantaré descansado».

Solución: Sea p la proposición «Me mandas un mensaje por correo electrónico», q la proposición «Terminaré de escribir el programa», r la proposición «Me iré a la cama temprano» y s la proposición «Me levantaré mañana descansado». Las hipótesis se pueden reescribir como $p \to q$, $\neg p \to r$ y $r \to s$. La conclusión deseada es $\neg q \to s$.

Esta forma de argumento muestra que nuestras hipótesis conducen a la conclusión deseada.

Paso	**Razonamiento**
1. $p \to q$	Hipótesis
2. $\neg q \to \neg p$	Contrarrecíproco del paso 1
3. $\neg p \to r$	Hipótesis
4. $\neg q \to r$	Silogismo hipotético usando los pasos 2 y 3
5. $r \to s$	Hipótesis
6. $\neg q \to s$	Silogismo hipotético usando los pasos 4 y 5. ◀

RESOLUCIÓN

Enlaces

Se han desarrollado programas de ordenador que automatizan tareas de razonamiento y demostraciones de teoremas. Muchos de estos programas hacen uso de una regla de inferencia conocida como **resolución.** Esta regla de inferencia se basa en la tautología

$$((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)) \to (q \vee r).$$

(La comprobación de que esta sentencia es una tautología se trató en el Problema 28 de la Sección 1.2). La disyunción final en la regla de resolución, $q \vee r$, se llama **resolvente.** Cuando se cumple que $q = r$ en esta tautología, tenemos que $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \to q$. Además, cuando $r = \mathbf{F}$, obtenemos que $(p \vee q) \wedge (\neg p) \to q$ (puesto que $q \vee \mathbf{F} \equiv q$), lo cual es la tautología en la que se basa el silogismo disyuntivo.

EJEMPLO 8 Utiliza la regla de resolución para mostrar que las hipótesis «Jaime está esquiando o no nieva» y «Nieva o Beatriz está jugando al hockey» implican que «Jaime está esquiando o Beatriz está jugando al hockey».

Ejemplos adicionales

Solución: Sea p la proposición «Nieva», q la proposición «Jaime está esquiando» y r la proposición «Beatriz está jugando al hockey». Podemos representar las hipótesis como $\neg p \vee q$ y $p \vee r$, respectivamente. Utilizando la regla de resolución, se obtiene la proposición $q \vee r$, es decir, «Jaime está esquiando o Beatriz está jugando al hockey». ◀

La regla de resolución desempeña un importante papel en lenguajes de programación basados en las reglas de la lógica, como el Prolog (donde se aplica la regla de resolución sobre sentencias cuantificadas). Además, se puede usar para construir sistemas automáticos de demostración de teoremas. Para construir demostraciones en lógica proposicional utilizando la regla de resolución como única regla de inferencia, la hipótesis y la conclusión deben ser expresadas como **cláusulas,** donde una cláusula es una disyunción de variables o negación de estas variables. Podemos sustituir una sentencia en lógica proposicional que no sea una cláusula por una o más sentencias equivalentes que sean cláusulas. Por ejemplo, supongamos que tenemos una sentencia de la forma

Universidad Internacional de la Rioja 1020557-1910241226