

**EJEMPLO 6** ¿Cuál es el valor de la variable  $x$  tras la sentencia

**if**  $2 + 2 = 4$  **then**  $x := x + 1$

si  $x = 0$  antes de llegar a la sentencia? (El símbolo  $:=$  corresponde a la asignación. La sentencia  $x := x + 1$  significa que a  $x$  se le asigna el valor  $x + 1$ ).

*Solución:* Como  $2 + 2 = 4$  es verdadera, se ejecuta la sentencia de asignación  $x := x + 1$ . Por tanto,  $x$  toma el valor  $0 + 1 = 1$  tras la sentencia. ◀

**RECÍPROCA, CONTRARRECÍPROCA E INVERSA** Hay algunas implicaciones relacionadas con  $p \rightarrow q$  que pueden formarse a partir de ella. La proposición  $q \rightarrow p$  se llama **recíproca** de  $p \rightarrow q$ . La **contrarrecíproca** de  $p \rightarrow q$  es  $\neg q \rightarrow \neg p$ . La proposición  $\neg p \rightarrow \neg q$  es la **inversa** de  $p \rightarrow q$ .

La contrarrecíproca  $\neg q \rightarrow \neg p$  de una implicación  $p \rightarrow q$  tiene la misma tabla de verdad que  $p \rightarrow q$ . Para verlo, ten en cuenta que la contrarrecíproca es falsa sólo cuando  $\neg p$  es falsa y  $\neg q$  es verdadera, esto es, sólo cuando  $p$  es verdadera y  $q$  falsa. Por otra parte, ni la recíproca,  $q \rightarrow p$ , ni la inversa,  $\neg p \rightarrow \neg q$ , tienen los mismos valores de verdad que  $p \rightarrow q$  para todos los posibles valores de  $p$  y  $q$ . Para ver esto, observa que cuando  $p$  es verdadera y  $q$  falsa, la implicación original (directa) es falsa, pero la recíproca y la inversa son ambas verdaderas. Cuando dos fórmulas tienen siempre los mismos valores de verdad las llamamos **equivalentes**, de tal forma que una implicación y su contrarrecíproca son equivalentes. La recíproca y la inversa de una implicación también son equivalentes, como el lector podrá verificar. (Estudiaremos las proposiciones equivalentes en la Sección 1.2). Uno de los errores más comunes en lógica es suponer que la recíproca o la inversa son equivalentes a la implicación directa.

Ilustraremos el uso de las implicaciones en el Ejemplo 7.

**EJEMPLO 7** ¿Cuáles son las contrarrecíproca, recíproca e inversa de la implicación

«El equipo local gana siempre que llueve»?

*Solución:* Como « $q$  siempre que  $p$ » es una forma de expresar la implicación  $p \rightarrow q$ , la afirmación original se puede reescribir como

«Si llueve, entonces el equipo local gana».

Consecuentemente, la contrarrecíproca de esta implicación es

«Si el equipo local no gana, no llueve».

La recíproca es

«Si el equipo local gana, entonces llueve».

La inversa es

«Si no llueve, entonces el equipo local no gana».

Sólo el contrarrecíproco es equivalente a la afirmación original. ◀

Ahora presentamos otra forma de combinar proposiciones.

**DEFINICIÓN 6**

Sean  $p$  y  $q$  proposiciones. La *bicondicional*, o *doble implicación*,  $p \leftrightarrow q$  es la proposición que es verdadera cuando  $p$  y  $q$  tienen los mismos valores de verdad y falsa en los otros casos.