

La implicación $p \rightarrow q$ es falsa sólo en el caso de que p sea verdadera y q sea falsa. Es verdadera cuando tanto p como q son verdaderas y cuando p es falsa (no importa el valor de verdad de q).

Una forma útil de entender el valor de verdad de una implicación es pensar en una obligación o en un contrato. Por ejemplo, la promesa que muchos políticos hacen para ser votados es:

«Si soy elegido, bajaré los impuestos».

Si el político es elegido, los votantes esperarían del político que bajase los impuestos. Pero si el político no es elegido, entonces los votantes no esperarán que esa persona baje los impuestos, aunque pueda influir lo suficiente para conseguir que los que ostentan el cargo correspondiente bajen los impuestos. Sólo cuando el político es elegido y no baja los impuestos, pueden sus votantes decir que el político ha roto su promesa electoral. El último escenario corresponde al caso en que p es verdadera, pero q es falsa; por tanto, $p \rightarrow q$ es falsa.

De forma parecida, considera una afirmación en la que un profesor dice:

«Si consigues el ciento por ciento de la puntuación en el examen final, sacarás un sobresaliente».

Si consigues completar correctamente el ciento por ciento de las preguntas, entonces podrías esperar sacar un 10. Si no consigues el ciento por ciento, puedes o no sacar un sobresaliente dependiendo de otros factores. En cualquier caso, si completas el ciento por ciento, pero el profesor no te pone un sobresaliente, te sentirás engañado.

Mucha gente encuentra confuso el hecho de que « p sólo si q » exprese lo mismo que «si p entonces q ». Para recordar esto, ten en cuenta que « p sólo si q » dice que p no puede ser verdadera cuando q no es verdadera. Esto es, el enunciado es falso si p es verdadera, pero q es falsa. Cuando p es falsa, q puede ser bien verdadera o bien falsa, porque la afirmación no dice nada acerca del valor de verdad de q . Un error común de la gente es pensar que « q sólo si p » es una forma de expresar $p \rightarrow q$. En cualquier caso, estos enunciados tienen valores de verdad distintos cuando p y q toman diferentes valores de verdad.

La forma en la que hemos definido la implicación es más general que el significado de la implicación en el lenguaje corriente. Por ejemplo, la implicación

«Si hoy hace sol, entonces iremos a la playa»

es una implicación usada comúnmente, ya que hay una relación entre la hipótesis y la conclusión. Además, esta implicación se considera válida, a no ser que precisamente hoy haga sol, pero que no vayamos a la playa. Por otra parte, la implicación

«Si hoy es viernes, entonces $2 + 3 = 5$ »

es verdadera por la definición de implicación, ya que la conclusión es verdadera. (El valor de verdad de la hipótesis no importa pues). La implicación

«Si hoy es viernes, entonces $2 + 3 = 6$ »

es verdadera para todos los días excepto los viernes, incluso aunque $2 + 3 = 6$ sea falsa.

No utilizamos estas dos últimas implicaciones en lenguaje natural (excepto quizá en algún sarcasmo), ya que no hay relación entre la hipótesis y la conclusión en ninguna de ellas. En los razonamientos matemáticos consideramos la implicación de una forma más general que en lenguaje natural. El concepto matemático de implicación es independiente de la relación causa-efecto entre hipótesis y conclusión. Nuestra definición de implicación especifica los valores de verdad; no se basa en el uso del lenguaje.

La construcción si-entonces se usa en muchos lenguajes de programación de forma diferente que en lógica. La mayoría de los lenguajes de programación contienen sentencias como **if** p **then** S , donde p es una proposición y S un segmento de programa (una o más sentencias sintácticamente bien construidas que deben ser ejecutadas). Cuando la ejecución del programa encuentra tal sentencia, se ejecuta S si p es verdadera, pero S no se ejecuta si p es falsa, como se ilustra en el Ejemplo 6.