c) $\exists x \exists y\ (((x \leq 0) \wedge (y \leq 0)) \wedge (x - y > 0))$
d) $\forall x \forall y\ ((x \neq 0) \wedge (y \neq 0)) \leftrightarrow (xy \neq 0))$

25. Traduce cada una de estas cuantificaciones anidadas a una frase en lenguaje natural que exprese una afirmación matemática. El dominio en cada caso consiste en todos los números reales.

a) $\exists x \forall y\ (xy = y)$
b) $\forall x \forall y\ (((x < 0) \wedge (y < 0)) \rightarrow (xy > 0))$
c) $\exists x \exists y\ ((x^2 > y) \wedge (x < y))$
d) $\forall x \forall y \exists z\ (x + y = z)$

26. Sea $Q(x, y)$ la sentencia «$x + y = x - y$». Si el dominio para ambas variables consiste en todos los enteros, ¿cuáles son los valores de verdad de las siguientes sentencias?

a) $Q(1, 1)$ **b)** $Q(2, 0)$ **c)** $\forall y\ Q(1, y)$
d) $\exists x\ Q(x, 2)$ **e)** $\exists x \exists y\ Q(x, y)$ **f)** $\forall x \exists y\ Q(x, y)$
g) $\exists y \forall x\ Q(x, y)$
h) $\forall y \exists x\ Q(x, y)$
i) $\forall x \forall y\ Q(x, y)$

27. Determina el valor de verdad de cada una de estas sentencias si el dominio de todas las variables es el conjunto de todos los enteros.

a) $\forall n \exists m\ (n^2 < m)$ **b)** $\exists n \forall m\ (n < m^2)$
c) $\forall n \exists m\ (n + m = 0)$ **d)** $\exists n \forall m\ (nm = m)$
e) $\exists n \exists m\ (n^2 + m^2 = 5)$ **f)** $\exists n \exists m\ (n^2 + m^2 = 6)$
g) $\exists n \exists m\ (n + m = 4 \wedge n - m = 1)$
h) $\exists n \exists m\ (n + m = 4 \wedge n - m = 2)$
i) $\forall n \forall m \exists p\ (p = (m + n)/2)$

28. Determina el valor de verdad de cada una de estas sentencias si el dominio de todas las variables es el conjunto de todos los números reales.

a) $\forall x \exists y\ (x^2 = y)$ **b)** $\forall x \exists y\ (x = y^2)$
c) $\exists x \forall y\ (xy = 0)$ **d)** $\exists x \exists y\ (x + y \neq y + x)$
e) $\forall x\ (x \neq 0 \rightarrow \exists y\ (xy = 1))$
f) $\exists x \forall y\ (y \neq 0 \rightarrow xy = 1)$
g) $\forall x \exists y\ (x + y = 1)$
h) $\exists x \exists y\ (x + 2y = 2 \wedge 2x + 4y = 5)$
i) $\forall x \exists y\ (x + y = 2 \wedge 2x - y = 1)$
j) $\forall x \forall y \exists z\ (z = (x + y)/2)$

29. Supón que el dominio de la función proposicional $P(x, y)$ consiste en los pares x e y, donde x es 1, 2 o 3 e y es 1, 2 o 3. Escribe estas proposiciones usando disyunciones y conjunciones.

a) $\forall x \forall y\ P(x, y)$ **b)** $\exists x \exists y\ P(x, y)$
c) $\exists x \forall y\ P(x, y)$ **d)** $\forall y \exists x\ P(x, y)$

30. Reescribe cada una de las siguientes sentencias de tal forma que las negaciones aparezcan sólo dentro de los predicados (es decir, de tal forma que ninguna negación esté fuera de un cuantificador o de una expresión con conectivos lógicos).

a) $\neg \exists y \exists x\ P(x, y)$ **b)** $\neg \forall x \exists y\ P(x, y)$
c) $\neg \exists y\ (Q(y) \wedge \forall x\ \neg R(x, y))$
d) $\neg \exists y\ (\exists x\ R(x, y) \vee \forall x\ S(x, y))$
e) $\neg \exists y\ (\forall x \exists z\ T(x, y, z) \vee \exists x \forall z\ U(x, y, z))$

31. Expresa la negación de cada una de estas sentencias de tal forma que todos los símbolos de negación precedan inmediatamente a predicados.

a) $\forall x \exists y \forall z\ T(x, y, z)$
b) $\forall x \exists y\ P(x, y) \vee \forall x \exists y\ Q(x, y)$
c) $\forall x \exists y\ (P(x, y) \wedge \exists z\ R(x, y, z))$
d) $\forall x \exists y\ (P(x, y) \rightarrow Q(x, y))$

32. Expresa las negaciones de cada una de estas sentencias de tal forma que todos los símbolos de negación precedan inmediatamente a predicados.

a) $\exists z \forall y \forall x\ T(x, y, z)$
b) $\exists x \exists y\ P(x, y) \wedge \forall x \forall y\ Q(x, y)$
c) $\exists x \exists y\ (Q(x, y) \leftrightarrow Q(y, x))$
d) $\forall y \exists x \exists z\ (T(x, y, z) \vee Q(x, y))$

33. Reescribe cada una de las siguientes sentencias de tal forma que las negaciones aparezcan sólo dentro de los predicados (es decir, de tal forma que ninguna negación esté fuera de un cuantificador o de una expresión con conectivos lógicos).

a) $\neg \forall x \forall y\ P(x, y)$ **b)** $\neg \forall y \exists x\ P(x, y)$
c) $\neg \forall y \forall x\ P(x, y) \vee Q(x, y))$
d) $\neg(\exists x \exists y\ \neg P(x, y) \wedge \forall x \forall y\ Q(x, y))$
e) $\neg \forall x(\exists y \forall z\ P(x, y, z) \wedge \exists z \forall y\ P(x, y, z))$

34. Expresa cada una de estas sentencias utilizando cuantificadores. Posteriormente, forma la negación de la sentencia de tal forma que ninguna negación esté a la izquierda de un cuantificador. Finalmente, expresa la negación en lenguaje natural. (No te limites a usar la expresión «No se cumple que...»).

a) Nadie ha perdido más de 1.000 euros jugando a la lotería.
b) Hay un estudiante en esta clase que ha chateado con exactamente otro estudiante de la clase.
c) Ningún estudiante de la clase ha enviado mensajes de correo electrónico a exactamente dos estudiantes de la clase.
d) Algún estudiante ha resuelto todos los problemas de este libro.
e) Ningún estudiante ha resuelto al menos un problema de cada sección de este libro.

35. Expresa cada una de estas sentencias usando cuantificadores. Posteriormente, forma la negación de la sentencia de tal forma que ninguna negación esté a la izquierda de un cuantificador. Finalmente, expresa la negación en lenguaje natural. (No te limites a utilizar la expresión «No se cumple que...»).

a) Cada estudiante de esta clase ha cursado exactamente dos asignaturas de matemáticas en esta facultad.
b) Alguien ha visitado todos los países del mundo, excepto Libia.
c) Nadie ha escalado todas las montañas del Himalaya.
d) Todo actor ha participado en una película con Kevin Bacon o ha participado en una película con algún otro actor que ha participado en una película con Kevin Bacon.