EJEMPLO 5 Di en qué regla de inferencia se basa el argumento siguiente:

> «Si llueve hoy, entonces hoy no haremos una barbacoa. Si no hacemos una barbacoa hoy, haremos una barbacoa mañana. Por tanto, si llueve hoy, haremos una barbacoa mañana».

Solución: Sean p la proposición «Llueve ahora», q «Hoy no haremos una barbacoa» y r «Haremos una barbacoa mañana». Entonces, este argumento es de la forma

$$\begin{array}{l} \quad p \to q \\ \underline{\quad q \to r} \\ \therefore p \to r \end{array}$$

Por tanto, este argumento es un silogismo hipotético. ◀

ARGUMENTOS VÁLIDOS

Se dice que un argumento deductivo es **correcto** si siempre que todas las hipótesis son verdaderas, la conclusión también lo es. Consecuentemente, mostrar que q se deduce lógicamente de las hipótesis $p_1, p_2, ..., p_n$ es lo mismo que mostrar que la implicación

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n) \to q$$

es verdadera. Cuando todas las proposiciones utilizadas en un argumento correcto son verdaderas, se llega a una conclusión correcta. No obstante, un argumento correcto puede conducir a una conclusión incorrecta si se utilizan una o más proposiciones falsas en el argumento. Por ejemplo,

> «Si $\sqrt{2} > \frac{1}{2}$, en tal caso $\left(\sqrt{2}\right)^2 > \left(\frac{3}{2}\right)^2$. Sabemos que $\sqrt{2} > \frac{3}{2}$; por consiguiente, $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2 > \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$».

es un argumento correcto basado en el *modus ponens*. Sin embargo, la conclusión de este argumento es falsa, porque $2 < \frac{9}{4}$. Se ha usado en el argumento la proposición falsa «$\sqrt{2} > \frac{3}{2}$», lo que significa que la conclusión de este argumento puede ser falsa.

Cuando hay muchas premisas, a menudo se necesitan varias reglas de inferencia para demostrar que un argumento es correcto. Esto se ilustra en los ejemplos siguientes, donde se muestra paso a paso cómo se llega de un argumento a otro, razonando explícitamente cada paso que se ha dado. Estos ejemplos muestran también cómo se pueden analizar argumentos en lenguaje natural utilizando reglas de inferencia.

Ejemplos adicionales

EJEMPLO 6 Muestra que las hipótesis «Esta tarde no hace sol y hace más frío que ayer», «Iremos a nadar sólo si hace sol», «Si no vamos a nadar, daremos un paseo en canoa» y «Si damos un paseo en canoa, estaremos en casa para la puesta de sol» conducen a la conclusión «Estaremos en casa para la puesta de sol».

Solución: Sea p la proposición «Esta tarde hace sol», q la proposición «Hace más frío que ayer», r la proposición «Iremos a nadar», s la proposición «daremos un paseo en canoa» y t la proposición «Estaremos en casa para la puesta de sol». Entonces, las hipótesis se pueden expresar como $\neg p \wedge q$, $r \to p$, $\neg r \to s$ y $s \to t$. La conclusión es simplemente t. [En el caso de la segunda hipótesis, se recuerda que una de las formas de expresar $r \to p$ recogida en la página 5, Sección 1.1, es «r sólo si p», que es la forma de la hipótesis «Iremos a nadar sólo si hace sol].

Construimos un argumento para mostrar que nuestras hipótesis conducen a la conclusión deseada como sigue.

Paso	**Razonamiento**
1. $\neg p \wedge q$	Hipótesis
2. $\neg p$	Simplificación usando el paso 1
3. $r \to p$	Hipótesis