

(Hay que tener en cuenta que algunas personas no consideran el 0 como un número natural, por lo que tienes que prestar cuidado al término *número natural* cuando trabajes con otros libros).

Muchas sentencias matemáticas declaran que dos colecciones de objetos especificadas de forma diferente son realmente el mismo conjunto. Necesitamos por ello aclarar qué entendemos con que dos conjuntos sean iguales.

DEFINICIÓN 3

Dos conjuntos son *iguales* si, y sólo si, tienen los mismos elementos.

EJEMPLO 5 Los conjuntos $\{1, 3, 5\}$ y $\{3, 5, 1\}$ son iguales, puesto que tienen los mismos elementos. Observa que el orden en el que se listan los elementos de un conjunto no importa. Ten en cuenta también que no importa que un elemento se liste más de una vez, por lo que $\{1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5\}$ es el mismo conjunto que $\{1, 3, 5\}$, puesto que ambos tienen los mismos elementos. ◀



Otra forma de describir un conjunto es usando la notación de **construcción de conjuntos**. Caracterizamos todos los elementos del conjunto declarando la propiedad o propiedades que deben tener sus miembros. Por ejemplo, el conjunto O de todos los enteros impares menores que 10 se puede escribir como

$$O = \{x \mid x \text{ es un entero positivo menor que } 10\}.$$

Generalmente utilizamos esta notación cuando es imposible enumerar todos los elementos del conjunto. Por ejemplo, el conjunto de los números reales se puede escribir como

$$\mathbf{R} = \{x \mid x \text{ es un número real}\}.$$

Los conjuntos se pueden representar también gráficamente mediante diagramas de Venn, llamados así por el matemático inglés John Venn, quien introdujo esta representación en 1881. En los diagramas de Venn, el **conjunto universal** U , el cual contiene todos los objetos bajo consideración, se representa por un rectángulo. Dentro del rectángulo se utilizan círculos u otras figuras geométricas para representar conjuntos. A veces se emplean puntos para representar elementos particulares del conjunto. Los diagramas de Venn se usan a menudo para indicar relaciones entre conjuntos. En el siguiente ejemplo mostraremos cómo se puede utilizar un diagrama de Venn.

EJEMPLO 6 Dibuja un diagrama de Venn que represente V , el conjunto de las vocales.

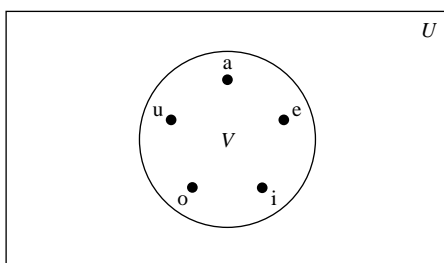


Figura 1. Diagrama de Venn para el conjunto de las vocales



BERTRAND RUSSELL (1872-1970) Bertrand Russell nació en una prominente familia inglesa activa en el movimiento progresista y con un fuerte compromiso con la libertad. Quedó huérfano a edad temprana y fue puesto bajo el cuidado de sus abuelos paternos, que le educaron en casa. Ingresó en el Trinity College, Cambridge, en 1890, donde destacó en matemáticas y ciencias morales. Consiguió una beca con su trabajo sobre los fundamentos de la geometría. En 1910, el Trinity College le nombró profesor de lógica y filosofía de las matemáticas.

Russell luchó por causas progresistas durante toda su vida. Sostuvo fuertes convicciones pacifistas y sus protestas contra la Primera Guerra Mundial le condujeron a dimitir de su plaza en el Trinity College. Estuvo en prisión durante seis meses en 1918 debido a un artículo que escribió que fue etiquetado de sedicioso. Russell luchó por el sufragio de la mujer en Gran Bretaña. En 1961, a la edad de ochenta y nueve años, fue a la cárcel por segunda vez por sus protestas a favor del desarme nuclear.

El gran trabajo de Russell fue el desarrollo de principios que pudiesen ser usados como fundamentos para todas las matemáticas. Su trabajo más famoso es *Principia Mathematica*, escrito con Alfred North Whitehead, en el que se intentan deducir todas las matemáticas utilizando un conjunto de axiomas primarios. Escribió muchos libros sobre filosofía, física y sus ideas políticas. Russell ganó el premio Nobel de Literatura en 1950.

