Problemas

1. Utiliza tablas de verdad para verificar las siguientes equivalencias.
a) $p \wedge \mathbf{V} \equiv p$ **b)** $p \vee \mathbf{F} \equiv p$
c) $p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$ **d)** $p \vee \mathbf{V} \equiv \mathbf{V}$
e) $p \vee p \equiv p$ **f)** $p \wedge p \equiv p$

2. Demuestra que $\neg(\neg p)$ y p son lógicamente equivalentes.

3. Usa tablas de verdad para verificar las leyes conmutativas.
a) $p \vee q \equiv q \vee p$
b) $p \wedge q \equiv q \wedge p$

4. Utiliza tablas de verdad para verificar las leyes asociativas.
a) $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
b) $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

5. Usa una tabla de verdad para verificar la ley distributiva.
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

6. Usa una tabla de verdad para verificar la equivalencia.
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

7. Demuestra, empleando tablas de verdad, que cada una de estas implicaciones es una tautología.
a) $(p \wedge q) \to p$ **b)** $p \to (p \vee q)$
c) $\neg p \to (p \to q)$ **d)** $(p \wedge q) \to (p \to q)$
e) $\neg(p \to q) \to p$ **f)** $\neg(p \to q) \to \neg q$

8. Demuestra, empleando tablas de verdad, que cada una de estas implicaciones es una tautología.
a) $[\neg p \wedge (p \vee q)] \to q$
b) $[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$
c) $[p \wedge (p \to q)] \to q$
d) $[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)] \to r$

9. Demuestra, sin utilizar tablas de verdad, que cada una de las implicaciones del Problema 7 es una tautología.

10. Demuestra, sin utilizar tablas de verdad, que cada una de las implicaciones del Problema 8 es una tautología.

11. Usa las tablas de verdad para verificar las leyes de absorción.
a) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ **b)** $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

12. Determina si $(\neg p \wedge (p \to q)) \to \neg q$ es o no una tautología.

13. Determina si $(\neg q \wedge (p \to q)) \to \neg p$ es o no una tautología.

14. Demuestra que $p \leftrightarrow q$ y $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ son equivalentes.

15. Demuestra que $(p \to q) \to r$ y $p \to (q \to r)$ no son equivalentes.

16. Demuestra que $p \to q$ y $\neg q \to \neg p$ son lógicamente equivalentes.

17. Demuestra que $\neg p \leftrightarrow q$ y $p \leftrightarrow \neg q$ son lógicamente equivalentes.

18. Demuestra que $\neg(p \oplus q)$ y $p \leftrightarrow q$ son lógicamente equivalentes.

19. Demuestra que $\neg(p \leftrightarrow q)$ y $p \leftrightarrow q$ son lógicamente equivalentes.

20. Demuestra que $(p \to q) \wedge (p \to r)$ y $p \to (q \wedge r)$ son lógicamente equivalentes.

21. Demuestra que $(p \to r) \wedge (q \to r)$ y $(p \vee q) \to r$ son lógicamente equivalentes.

22. Demuestra que $(p \to q) \vee (p \to r)$ y $p \to (q \vee r)$ son lógicamente equivalentes.

23. Demuestra que $(p \to r) \vee (q \to r)$ y $(p \wedge q) \to r$ son lógicamente equivalentes.

24. Demuestra que $\neg p \to (q \to r)$ y $q \to (p \vee r)$ son lógicamente equivalentes.

25. Demuestra que $p \leftrightarrow q$ y $(p \to q) \wedge (q \to p)$ son lógicamente equivalentes.

26. Demuestra que $p \leftrightarrow q$ y $\neg p \leftrightarrow \neg q$ son lógicamente equivalentes.

Enlaces

HENRY MAURICE SHEFFER (1883-1964) Henry Maurice Sheffer, nacido al oeste de Ucrania de padres judíos, emigró a Estados Unidos en 1892 con sus padres y hermanos. Estudió en la Boston Latin School antes de entrar en Harvard, donde completó su licenciatura en 1905, su tesis de maestría en 1907 y su doctorado en filosofía en 1908. Tras mantener un puesto postdoctoral en Harvard, Henry viajó a Europa con una beca. Al volver a Estados Unidos, se convirtió en un nómada académico, estando un año en cada una de estas Universidades: Washington, Cornell, Minnesota, Missouri y el City College de Nueva York. En 1916 volvió a Harvard como profesor titular del departamento de filosofía. Permaneció en Harvard hasta que se retiró en 1952.

En 1913 introdujo lo que se conoce como la «barra de Sheffer» (en inglés, *the Sheffer stroke*), que se dio a conocer en la edición de 1925 de los *Principia Mathematica* de Whitehead y Russell. En esta misma edición, Russell escribió que Sheffer había inventado un potente método que podría ser usado para simplificar los *Principia*. Debido a este comentario, Sheffer se convirtió en un misterio para los lógicos, especialmente porque Sheffer, que publicó poco a lo largo de su carrera, nunca publicó los detalles de su método. Sólo lo describió en notas de reducido alcance y en un breve resumen que publicó.

Sheffer fue un profesor con una gran dedicación a la docencia de la lógica matemática. Le gustaban las clases pequeñas y detestaba a los alumnos oyentes. Cuando aparecían extraños en su clase, ordenaba que se marchasen, aunque fuesen colegas o visitantes distinguidos de Harvard. Sheffer casi no llegaba al metro cincuenta de altura; se hacía notar por su ingenio y vigor, así como por su nerviosismo e irritabilidad. Aunque muy querido, era bastante solitario. Se hizo famoso por una ocurrencia que dijo cuando se retiró: «Los viejos profesores nunca mueren, simplemente se vuelven eméritos». Sheffer acuñó el término de «álgebra de Boole» (tema del Capítulo 10 de este texto). Estuvo casado durante un corto espacio de tiempo y vivió durante la mayor parte de su último período en pequeñas habitaciones de un hotel llenas de sus libros de lógica y un vasto archivo de trocitos de papel que usaba para escribir sus ideas. Lamentablemente, Sheffer sufrió depresión severa durante las dos últimas décadas de su vida.