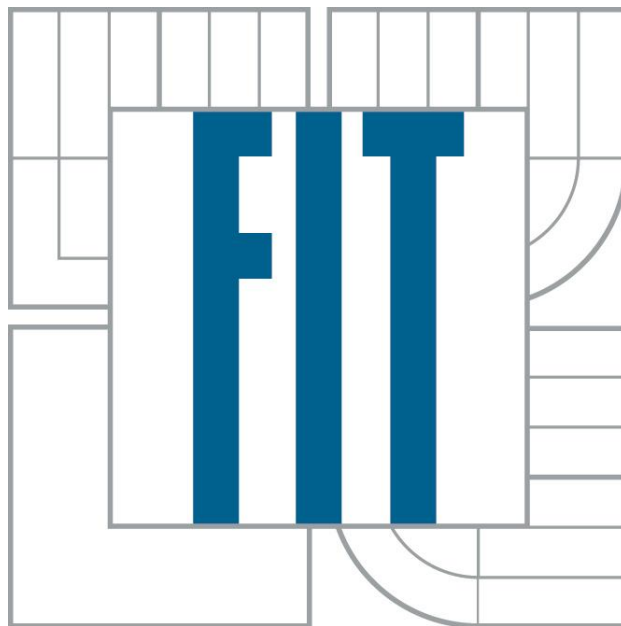


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta informačních technologií



TEORIE OBVODŮ

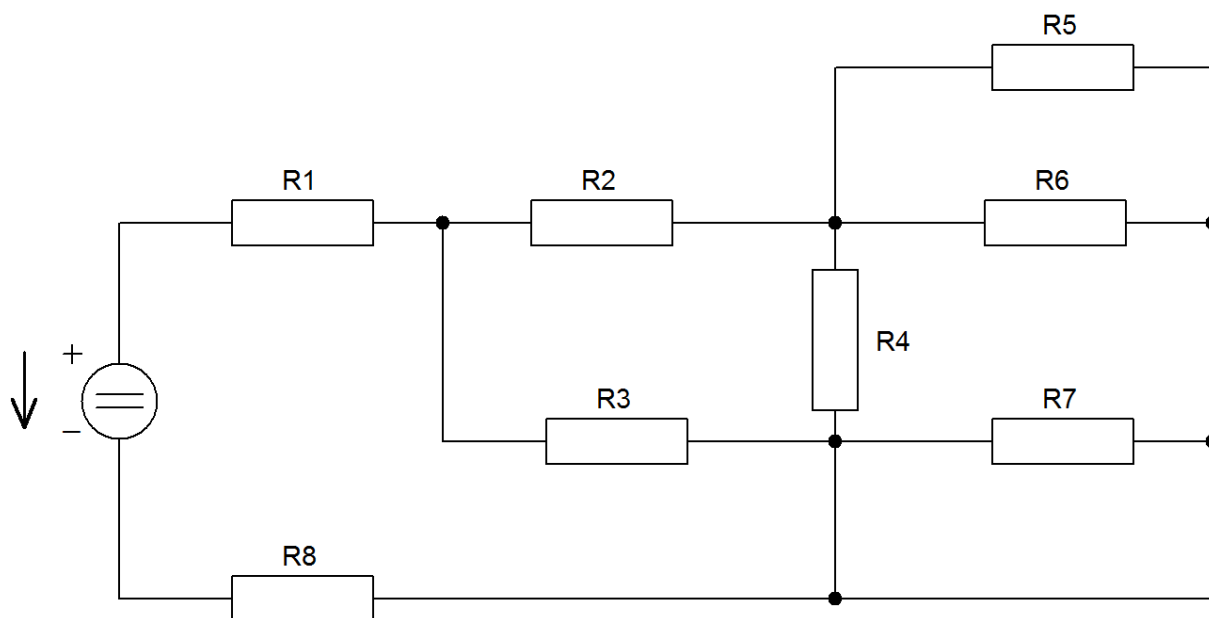
2014/2015

Semestrální projekt

Příklad 1 - varianta G

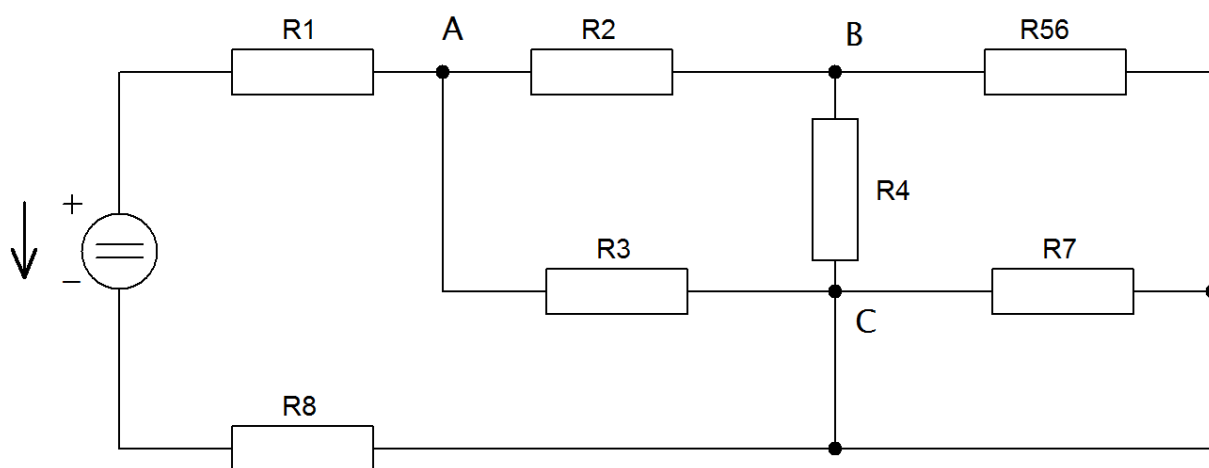
Stanovte napětí U_{R7} a proud I_{R7} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

U [V]	R ₁ [Ω]	R ₂ [Ω]	R ₃ [Ω]	R ₄ [Ω]	R ₅ [Ω]	R ₆ [Ω]	R ₇ [Ω]	R ₈ [Ω]
130	380	420	330	440	450	650	410	275



Vypočítáme si odpor R_{56} , který je zapojen paralelně:

$$R_{56} = \frac{R_5 * R_6}{R_5 + R_6} = \frac{450 * 650}{450 + 650} = 265,9091$$

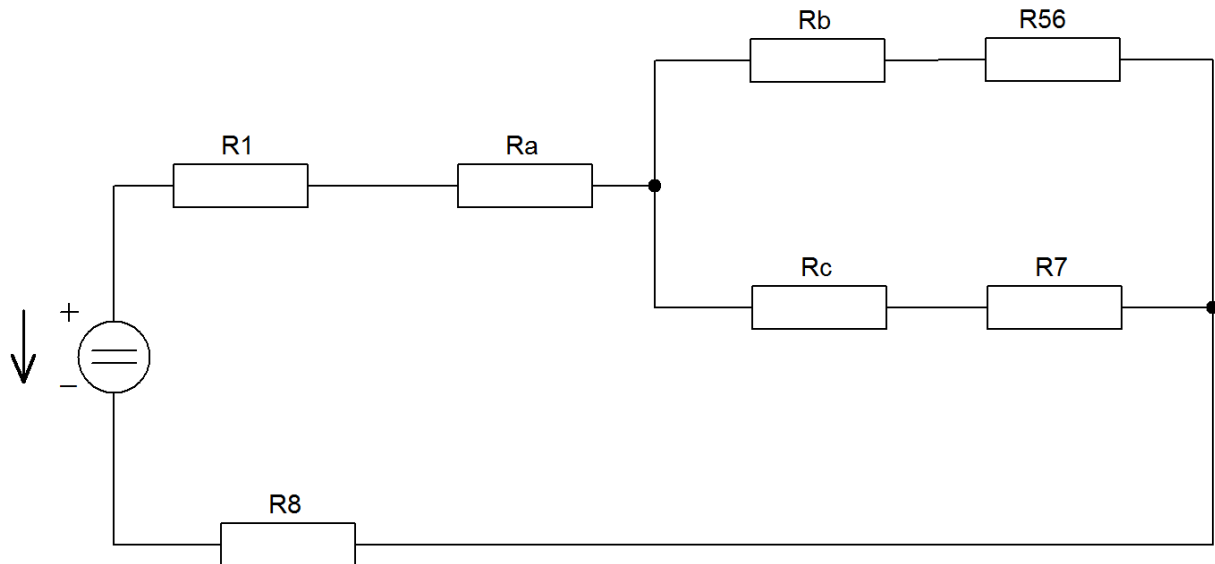


Zjednodušíme si obvod pomocí transfigurace „trojúhelník - hvězda“:

$$R_a = \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{420 * 330}{420 + 330 + 440} = 116,4706 \Omega$$

$$R_b = \frac{R_2 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{420 * 440}{420 + 330 + 440} = 155,2941 \Omega$$

$$R_c = \frac{R_3 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{330 * 440}{420 + 330 + 440} = 122,0168 \Omega$$

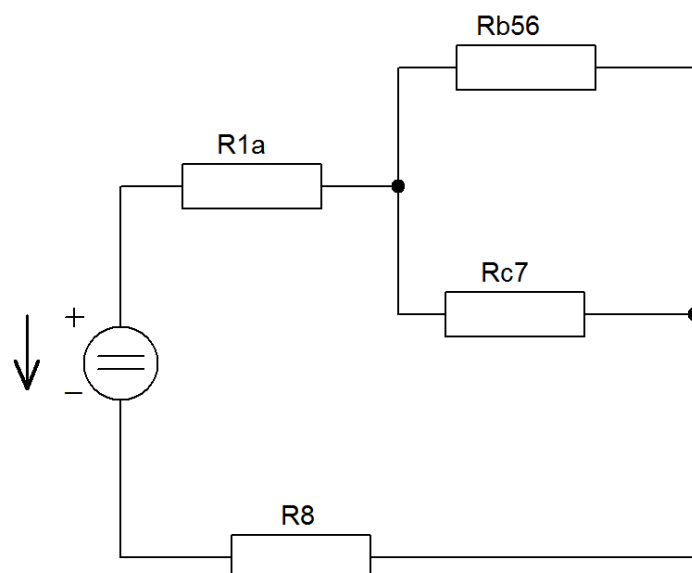


Dále spočítáme rezistory zapojené v sérii:

$$R_{1a} = R_1 + R_a = 380 + 116,4706 = 496,4706 \Omega$$

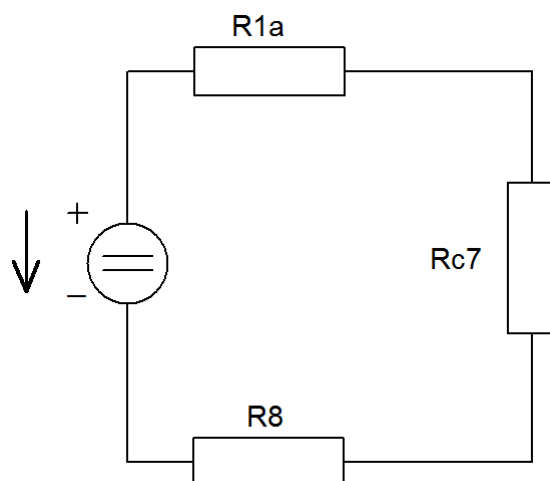
$$R_{c7} = R_c + R_7 = 122,0168 + 410 = 532,0168 \Omega$$

$$R_{b56} = R_b + R_{56} = 155,2941 + 265,9091 = 421,2032 \Omega$$



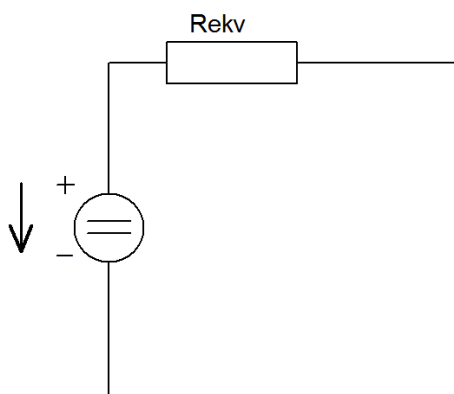
Vypočítáme odpor R_{c7b56} , který je zapojen paralelně:

$$R_{c7b56} = \frac{R_{c7} * R_{b56}}{R_{c7} + R_{b56}} = \frac{532,0168 * 421,2032}{532,0168 + 421,2032} = 235,0844 \Omega$$



Spočítáme rezistory zapojené v sérii:

$$R_{ekv} = R_{c7b56} + R_{1a} + R_8 = 235,0844 + 496,4706 + 275 = 1006,555 \, \Omega$$



Vypočítáme proud procházející obvodem:

$$I = \frac{U}{R_{ekv}} = \frac{130}{1006,555} = 0,1292 \, A$$

Vypočítáme napětí na rezistoru Rc7b56:

$$U_{R_{c7b56}} = I * R_{c7b56} = 0,1292 * 235,0844 = 30,3729 \, V$$

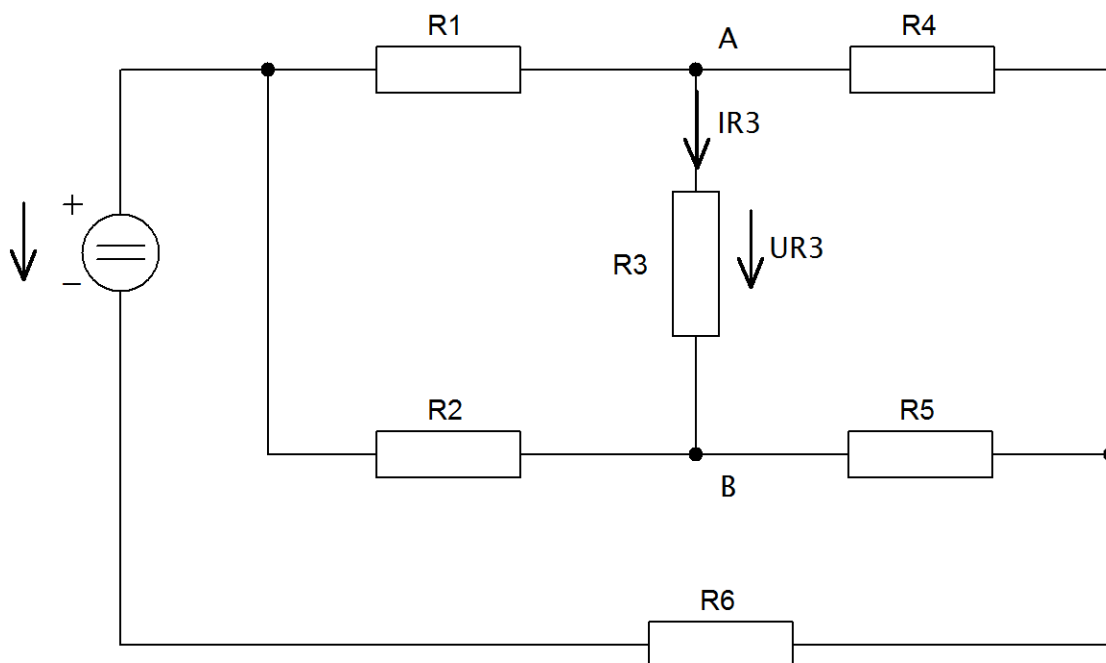
$$I_{R_7} = I_{R_{c7}} = \frac{U_{R_{c7b56}}}{R_{c7}} = \frac{30,3729}{532,0168} = 0,0571 \, A$$

$$U_{R_7} = I_{R_{c7}} * R_7 = 0,0571 * 410 = 23,411 \, V$$

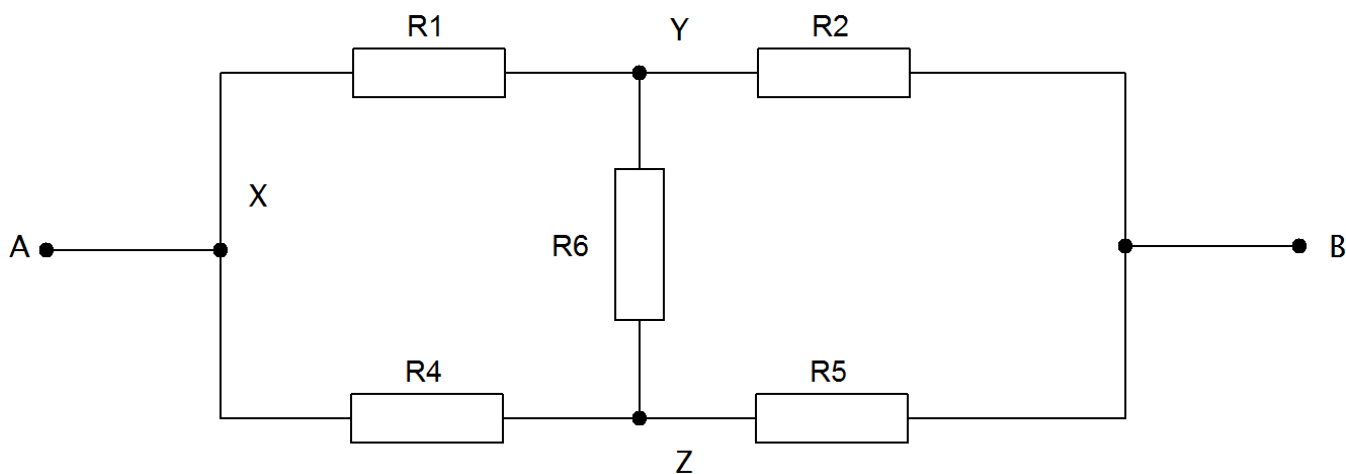
Příklad 2 - varianta D

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu Theveninovy věty.

U [V]	R ₁ [Ω]	R ₂ [Ω]	R ₃ [Ω]	R ₄ [Ω]	R ₅ [Ω]	R ₆ [Ω]
150	200	660	200	550	330	230



Vypočítáme R_i :

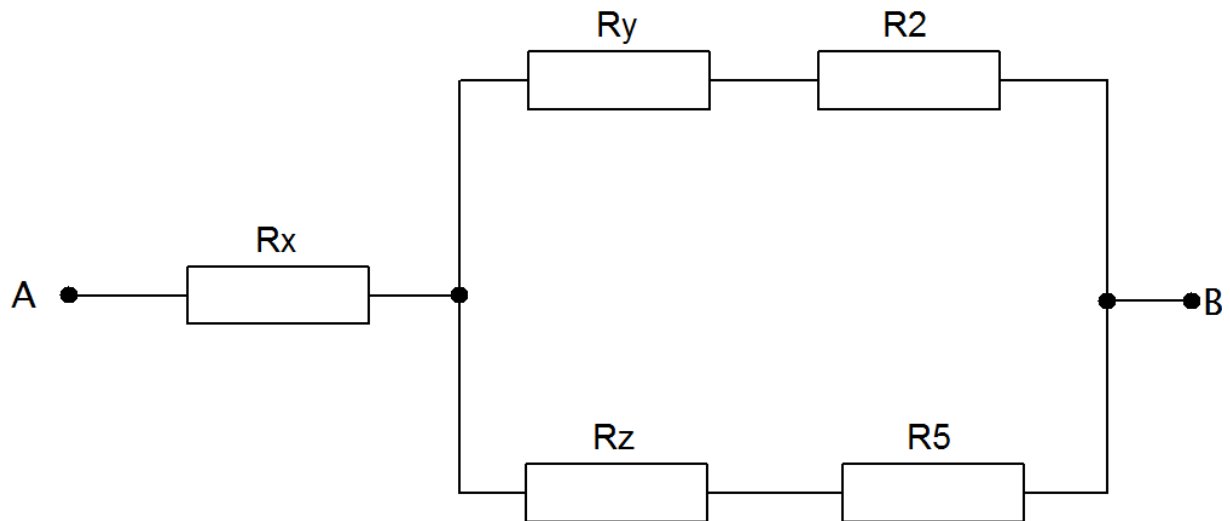


Zjednodušíme si obvod pomocí transfigurace „trojúhelník - hvězda“:

$$R_x = \frac{R_1 * R_4}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{200 * 550}{200 + 550 + 230} = 112,2449 \Omega$$

$$R_y = \frac{R_1 * R_6}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{200 * 230}{200 + 550 + 230} = 46,9388 \Omega$$

$$R_z = \frac{R_4 * R_6}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{550 * 230}{200 + 550 + 230} = 129,0816 \, \Omega$$



Spočítáme odpory v sérii:

$$R_{y2} = R_y + R_2 = 46,9388 + 660 = 706,9388 \, \Omega$$

$$R_{z5} = R_z + R_5 = 129,0816 + 330 = 459,0816 \, \Omega$$

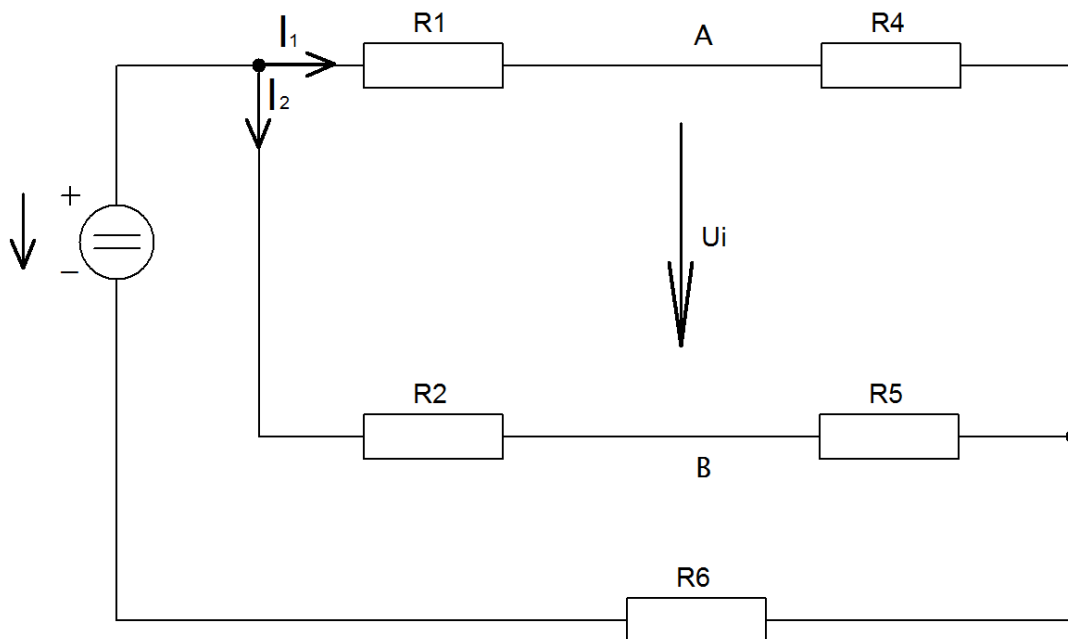
Vypočítáme odpor \$R_{y2z5}\$, který je zapojen paralelně:

$$R_{y2z5} = \frac{R_{y2} * R_{z5}}{R_{y2} + R_{z5}} = \frac{706,9388 * 459,0816}{706,9388 + 459,0816} = 278,3335 \, \Omega$$

Sečteme odpory v sérii:

$$R_i = R_{y2z5} + R_x = 278,3335 + 112,2449 = 390,5784 \, \Omega$$

Vypočítáme odpor \$R_{12456}\$



Sečteme odpory v sérii:

$$R_{14} = R_1 + R_4 = 200 + 550 = 750 \, \Omega$$

$$R_{25} = R_2 + R_5 = 660 + 330 = 990 \, \Omega$$

Vypočítáme odpor R_{1425} , který je zapojen paralelně:

$$R_{1425} = \frac{R_{14} * R_{25}}{R_{14} + R_{25}} = \frac{750 * 990}{750 + 990} = 426,7241 \, \Omega$$

Sečteme odpory v sérii:

$$R_{12456} = R_{1425} + R_6 = 426,7241 + 230 = 656,7241 \, \Omega$$

Vypočítáme náhradní proud I_x :

$$I_x = \frac{U}{R_{12456}} = \frac{150}{656,7241} = 0,2284 \, A$$

Vypočítáme napětí U_{R1245} :

$$U_{R1245} = I_x * R_{1245} = 0,2284 * 426,7241 = 97,4638 \, V$$

Vypočítáme si proudy I_1 a I_2 :

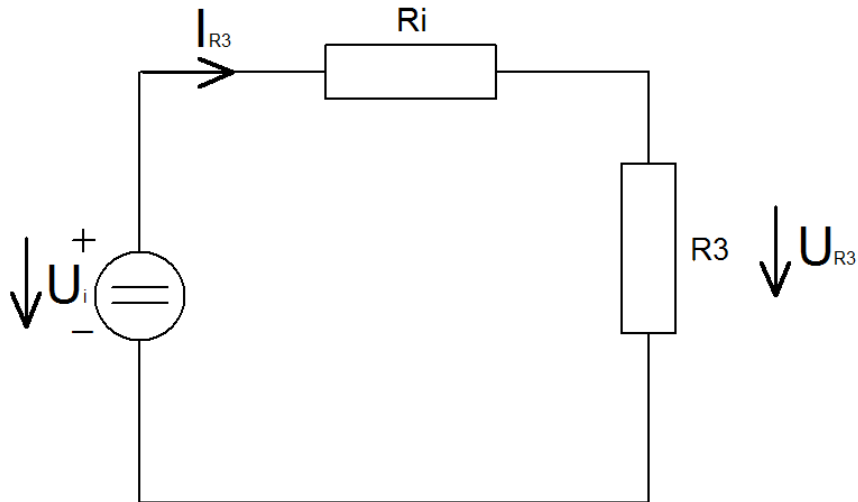
$$I_1 = \frac{U_{R1245}}{(R_1 + R_4)} = \frac{97,4638}{(200 + 550)} = 0,1297 \, A$$

$$I_2 = \frac{U_{R1245}}{(R_2 + R_5)} = \frac{97,4638}{(660 + 330)} = 0,0984 \, A$$

Vypočítáme si napětí U_i :

$$U_i = (I_2 * R_2) - (I_1 * R_1) = (0,0984 * 660) - (0,1297 * 200) = 39,004 \text{ V}$$

Sestavíme si náhradní obvod a vypočítáme I_{R3} a U_{R3} :



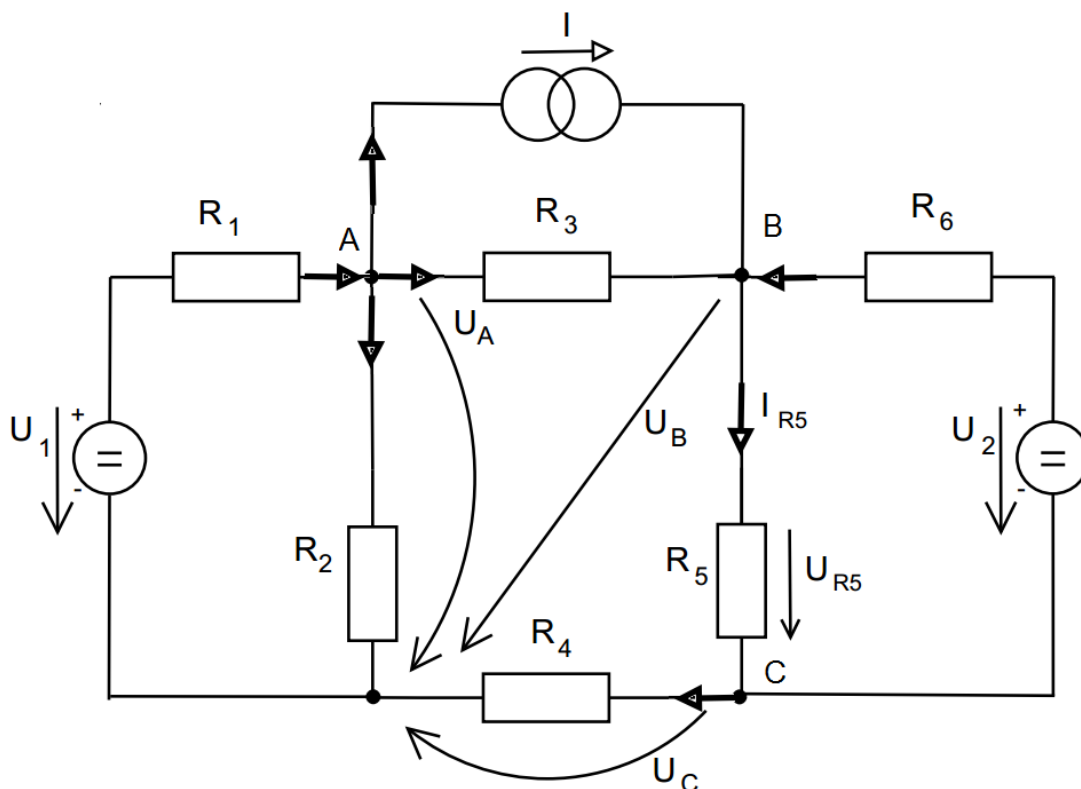
$$I_{R3} = \frac{U_i}{(R_i + R_3)} = \frac{39,004}{(390,5784 + 200)} = 0,066 \text{ A}$$

$$U_{R3} = I_{R3} * R_3 = 0,066 * 200 = 13,2 \text{ V}$$

Příklad 3 - varianta B

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C).

U_1 [V]	U_2 [V]	I [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
150	70	0,8	490	450	610	340	340	150



Pomocí 1. Kirchhoffova zákona vytvoříme rovnice pro jednotlivé uzly:

$$A: I_{R1} - I - I_{R3} - I_{R2} = 0$$

$$B: I_{R3} + I + I_{R6} - I_{R5} = 0$$

$$C: I_{R5} - I_{R6} - I_{R4} = 0$$

Vyjádříme si obecně jednotlivé proudy a dosadíme do rovnic:

I_{R1}	I_{R2}	I_{R3}	I_{R4}	I_{R5}	I_{R6}
$\frac{U_1 - U_a}{R_1}$	$\frac{U_a}{R_2}$	$\frac{U_a - U_b}{R_3}$	$\frac{U_c}{R_4}$	$\frac{U_b - U_c}{R_5}$	$\frac{U_c + U_2 - U_b}{R_6}$

$$A: \frac{U_1 - U_a}{R_1} - I - \frac{U_a - U_b}{R_3} - \frac{U_a}{R_2} = 0$$

$$B: \frac{U_a - U_b}{R_3} + I + \frac{U_c + U_2 - U_b}{R_6} - \frac{U_b - U_c}{R_5} = 0$$

$$C: \frac{U_b - U_c}{R_5} - \frac{U_c + U_2 - U_b}{R_6} - \frac{U_c}{R_4} = 0$$

Dosadíme do rovnic známé hodnoty:

$$A: \frac{150 - U_a}{490} - 0,8 - \frac{U_a - U_b}{610} - \frac{U_a}{450} = 0$$

$$B: \frac{U_a - U_b}{610} + 0,8 + \frac{U_c + 70 - U_b}{150} - \frac{U_b - U_c}{340} = 0$$

$$C: \frac{U_b - U_c}{340} - \frac{U_c + 70 - U_b}{150} - \frac{U_c}{340} = 0$$

Vyřešíme soustavu tří rovnic o třech neznámých:

$$\frac{150 - U_a}{490} - 0,8 - \frac{U_a - U_b}{610} - \frac{U_a}{450} = 0$$

$$\frac{U_a - U_b}{610} + 0,8 + \frac{U_c + 70 - U_b}{150} - \frac{U_b - U_c}{340} = 0$$

$$\frac{U_b - U_c}{340} - \frac{U_c + 70 - U_b}{150} - \frac{U_c}{340} = 0$$

$$41175000 - 274500U_a - 107604000 - 220500U_a + 220500U_b - 298900U_a = 0$$

$$51000U_a - 51000U_b + 24888000 + 207400U_c + 14518000 - 207400U_b - 91500U_b + 91500U_c = 0$$

$$150U_b - 150U_c - 340U_c - 23800 + 340U_b - 150U_c = 0$$

$$7939U_a - 2205U_b = -664290$$

$$510U_a - 3499U_b + 2989U_c = -394060$$

$$490U_b - 640U_c = 23800$$

Dostaneme matici M:

$$M = \begin{pmatrix} 7939 & -2205 & 0 & -664290 \\ 510 & -3499 & 2989 & -394060 \\ 0 & 490 & -640 & 23800 \end{pmatrix}$$

Vypočítáme U_b a U_c pomocí determinantů:

$$M_0 = \begin{pmatrix} 7939 & -2205 & 0 \\ 510 & -3499 & 2989 \\ 0 & 490 & -640 \end{pmatrix}$$

$$M_1 = \begin{pmatrix} 7939 & -664290 & 0 \\ 510 & -394060 & 2989 \\ 0 & 23800 & -640 \end{pmatrix}$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 7939 & -2205 & -664290 \\ 510 & -3499 & -394060 \\ 0 & 490 & 23800 \end{pmatrix}$$

$$\det(M_0) = (7939 * (-3499) * (-640)) - (7939 * 2989 * 490) - (-2205 * 510 * (-640)) = 5431028250$$

$$\det(M_1) = (7939 * (-394060) * (-640)) - (7939 * 2989 * 23800) - (-664290 * 510 * (-640)) = 1220612671800$$

$$\det(M_2) = (7939 * (-3499) * 23800) - (7939 * (-394060) * 490) - (-2205 * 510 * 23800) + (-664290 * 510 * 490) = 732565213800$$

$$U_b = \frac{\det(M_1)}{\det(M_0)} = \frac{1220612671800}{5431028250} = 224,748$$

$$U_c = \frac{\det(M_2)}{\det(M_0)} = \frac{732565213800}{5431028250} = 134,8852$$

Vypočítáme I_{R_5} a U_{R_5} :

$$I_{R_5} = \frac{U_b - U_c}{R_5} = \frac{224,748 - 134,8852}{340} = 0,2643$$

$$U_{R_5} = I_{R_5} * R_5 = 0,2643 * 340 = 89,8628$$

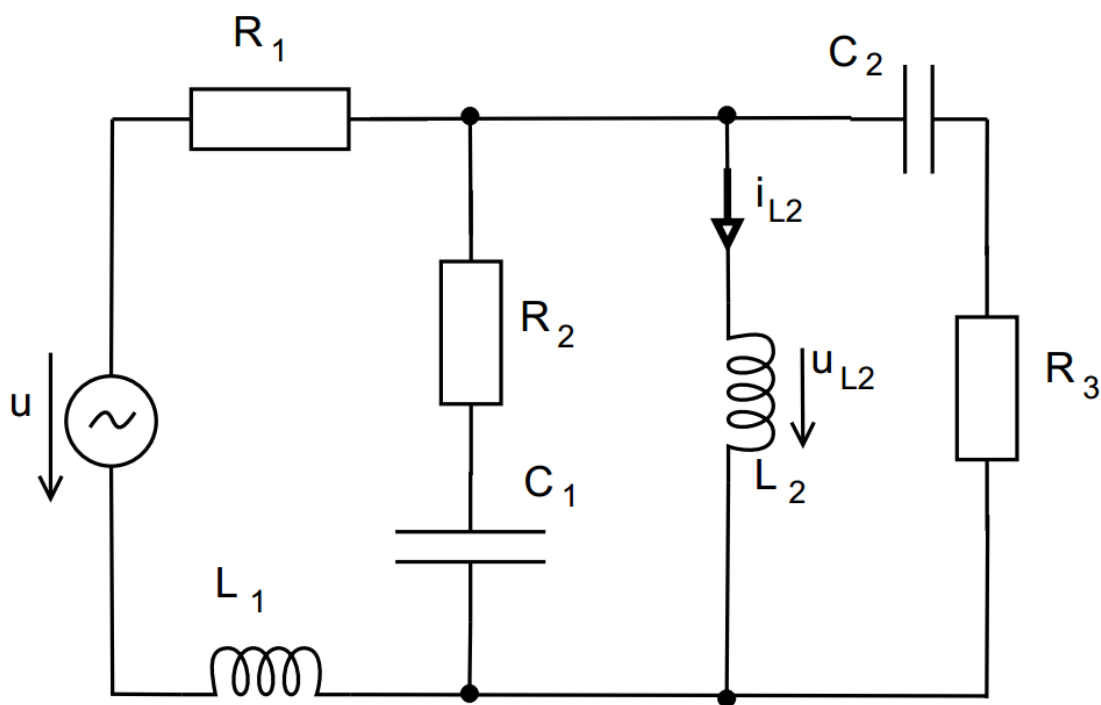
Příklad 4 - varianta G

Pro napájecí napětí platí: $u = U \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{L2} = U_{L2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L2})$ určete $|U_{L2}|$ a φ_{L2} . Použijte metodu zjednodušování obvodu.

Pozn: Pomocný "směr šipky napájecího zdroje platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$)."

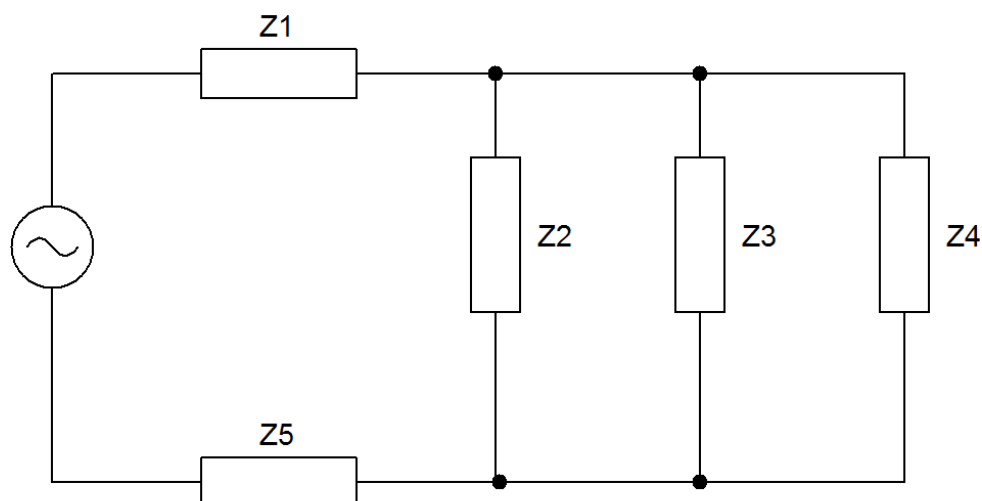
U [V]	R ₁ [Ω]	R ₂ [Ω]	R ₃ [Ω]	L ₁ [mH]	L ₂ [mH]	C ₁ [μF]	C ₂ [μF]	f [Hz]
45	145	165	430	500	450	315	255	50



Vypočítáme úhlovou rychlost:

$$\omega = 2 * \pi * f = 2 * \pi * 50 = 314,1593 \text{ rad/s}$$

Obvod si překreslíme tak, aby byly reprezentovány impedance jednotlivých větví, a jednotlivé impedance vypočítáme:



$Z_1 = \text{impedance rezistoru } R_1$

$Z_2 = \text{impedance rezistoru } R_2 \text{ a kondenzátoru } C_1$

$Z_3 = \text{impedance cívky } L_2$

$Z_4 = \text{impedance kondenzátoru } C_2 \text{ a rezistoru } R_3$

$Z_5 = \text{impedance cívky } L_1$

$$Z_1 = R_1 = 145 \, \Omega$$

$$Z_2 = R_2 - j * \frac{1}{\omega * C_1} = 165 - \frac{j}{314,1593 * 315 * 10^{-6}} = (165 - 10,1051j) \, \Omega$$

$$Z_3 = j * \omega * L_2 = j * 314,1593 * 0,450 = 141,3717j \, \Omega$$

$$Z_4 = R_3 - j * \frac{1}{\omega * C_2} = 430 - \frac{j}{314,1593 * 255 * 10^{-6}} = (430 - 12,4827j) \, \Omega$$

$$Z_5 = j * \omega * L_1 = j * 314,1593 * 0,500 = 157,0797j \, \Omega$$

Vypočítáme celkovou impedanci:

$$Z_{34} = \frac{Z_3 * Z_4}{Z_3 + Z_4} = \frac{141,3717j * (430 - 12,4827j)}{141,3717j + (430 - 12,4827j)} = (42,6473 + 128,5885j) \, \Omega$$

$$Z_{234} = \frac{Z_2 * Z_{34}}{Z_2 + Z_{34}} = \frac{(165 - 10,1051j) * (42,6473 + 128,5885j)}{(165 - 10,1051j) + (42,6473 + 128,5885j)} = (73,3751 + 58,2354j) \, \Omega$$

$$Z = Z_1 + Z_{234} + Z_5 = 145 + (73,3751 + 58,2354j) + 157,0797j = (218,3751 + 215,3151j) \, \Omega$$

Následně vypočítáme velikost proudu:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{45}{(218,3751 + 215,3151j)} = (0,1045 - 0,103j) \text{ A}$$

Vypočítáme napětí na Z_{234} :

$$\begin{aligned} U_{Z_{234}} = U_{Z_3} &= I * Z_{234} = (0,1045 - 0,103j) * (73,3751 + 58,2354j) \\ &= (13,6659 - 1,472j) \text{ V} \end{aligned}$$

Vypočítáme $|U_{L2}|$:

$$|U_{L2}| = \sqrt{R_m^2 + I^2} = \sqrt{13,6659^2 + (-1,472)^2} = 13,745 \text{ V}$$

Vypočítáme ϕ_{L2} :

$$\phi_{L2} = \arctan \frac{-1,472}{13,6659} = -0,1073 \text{ rad} = -6,148^\circ$$

Převédeme do správného kvadrantu:

$$\phi_{L2} = -6,148^\circ = 353,852^\circ$$

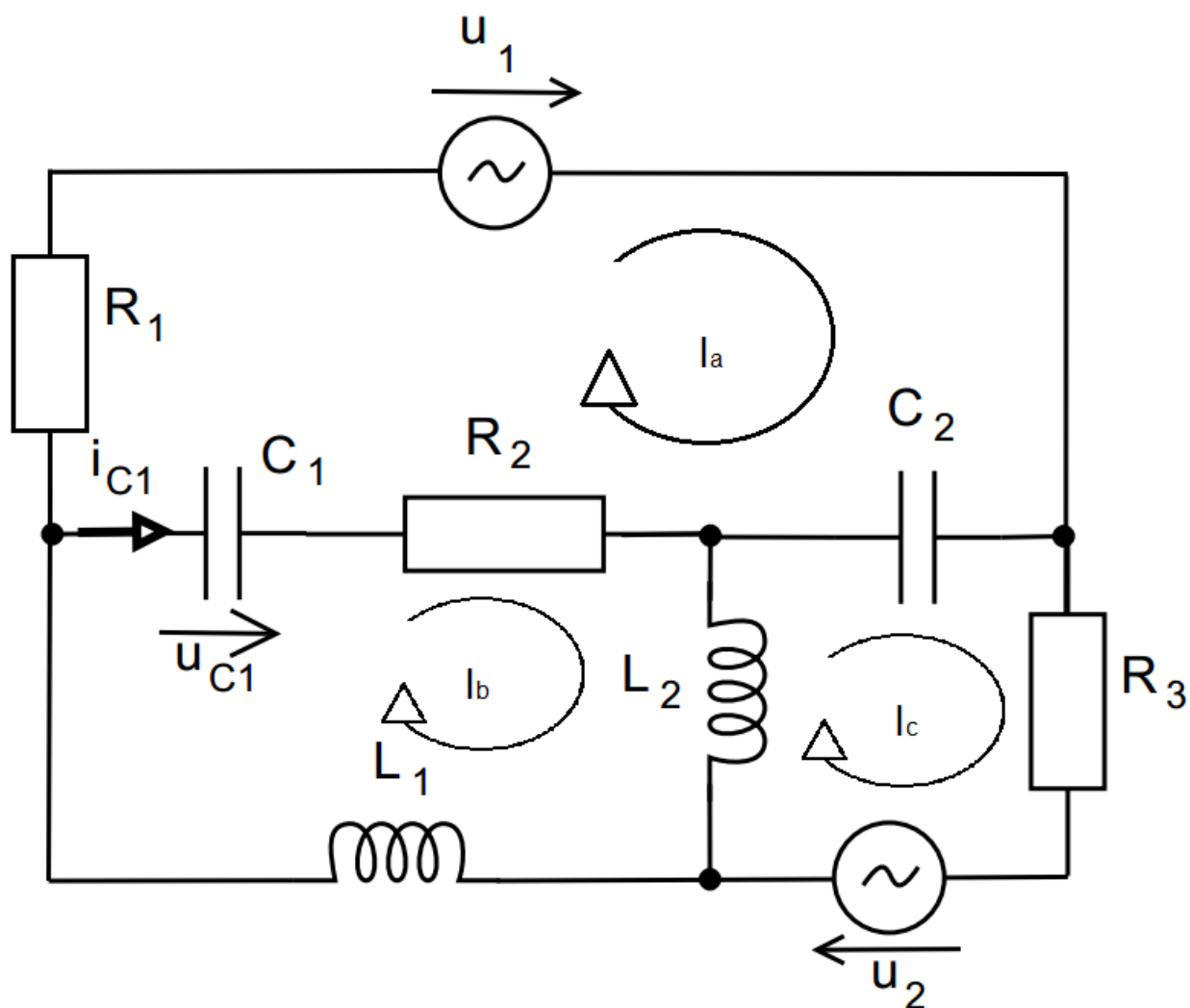
Příklad 5 - varianta D

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C1} = U_{C1} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C1})$ určete $|U_{C1}|$ a φ_{C1} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocný "směr šipky napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$)."

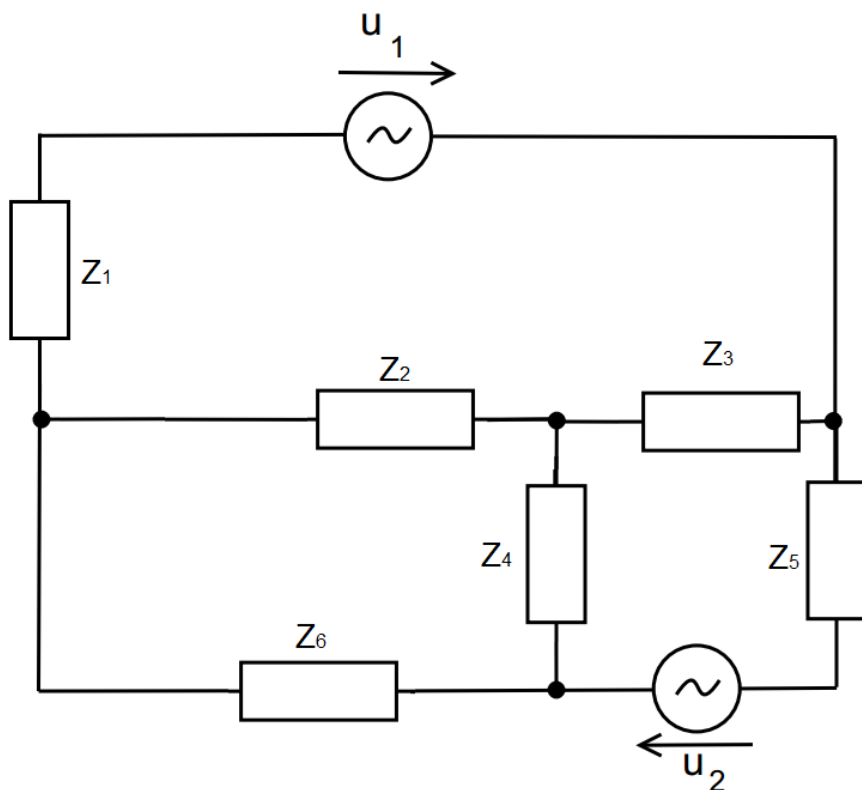
U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
45	50	135	155	200	180	90	210	75	85



Vypočítáme úhlovou rychlost:

$$\omega = 2 * \pi * f = 2 * \pi * 85 = 534,0708 \text{ rad/s}$$

Obvod si překreslíme tak, aby byly reprezentovány impedance jednotlivých větví, a jednotlivé impedance vypočítáme:



$Z_1 = \text{impedance rezistoru } R_1$

$Z_2 = \text{impedance rezistoru } R_2 \text{ a kondenzátoru } C_1$

$Z_3 = \text{impedance kondenzátoru } C_2$

$Z_4 = \text{impedance cívky } L_2$

$Z_5 = \text{impedance rezistoru } R_3$

$Z_6 = \text{impedance cívky } L_1$

$$Z_1 = R_1 = 135 \, \Omega$$

$$Z_2 = R_2 - j * \frac{1}{\omega * C_1} = 155 - \frac{j}{534,0708 * 210 * 10^{-6}} = (155 - 8,9162j) \, \Omega$$

$$Z_3 = -j * \frac{1}{\omega * C_2} = -j * \frac{1}{534,0708 * 75 * 10^{-6}} = -24,9655 \, \Omega$$

$$Z_4 = j * \omega * L_2 = j * 534,0708 * 0,180 = 96,1327j \, \Omega$$

$$Z_5 = R_3 = 200 \, \Omega$$

$$Z_6 = j * \omega * L_1 = j * 534,0708 * 0,090 = 48,0664j \, \Omega$$

Sestavíme si rovnice pro jednotlivé proudy:

$$A: I_a * Z_1 + Z_3 * (I_a - I_c) + Z_2 * (I_a - I_b) + U_1 = 0$$

$$B: I_b * Z_6 + Z_2 * (I_b - I_a) + Z_4 * (I_b - I_c) = 0$$

$$C: I_c * Z_5 + Z_3 * (I_c - I_a) + Z_4 * (I_c - I_b) + U_2 = 0$$

Dosadíme známé hodnoty:

$$135I_a - 24,9655I_a + 24,9655I_c + (155 - 8,9162j)I_a - (155 - 8,9162j)I_b + 45 = 0$$

$$48,0664jI_b + (155 - 8,9162j)I_b - (155 - 8,9162j)I_a + 96,1327jI_b - 96,1327jI_c = 0$$

$$200I_c + 24,9655I_c - 24,9655I_a + 96,1327jI_c - 96,1327jI_b + 50 = 0$$

$$(265,035 - 8,9162j)I_a - (155 - 8,9162j)I_b - 24,9655I_c = -45$$

$$(-155 + 8,9162j)I_a + (155 + 135,283j)I_b - 96,1327jI_c = 0$$

$$-24,9655I_a - 96,1327jI_b + (224,966 + 96,1327j)I_c = -50$$

$$M = \begin{pmatrix} 265,035 - 8,9162j & -155 + 8,9162j & -24,9655 & -45 \\ -155 + 8,9162j & 155 + 135,283j & -96,1327j & 0 \\ -24,9655 & -96,1327j & 224,966 + 96,1327j & -50 \end{pmatrix}$$

Vypočítáme I_a a I_b pomocí determinantů:

$$M_0 = \begin{pmatrix} 265,035 - 8,9162j & -155 + 8,9162j & -24,9655 \\ -155 + 8,9162j & 155 + 135,283j & -96,1327j \\ -24,9655 & -96,1327j & 224,966 + 96,1327j \end{pmatrix}$$

$$M_1 = \begin{pmatrix} -45 & -155 + 8,9162j & -24,9655 \\ 0 & 155 + 135,283j & -96,1327j \\ -50 & -96,1327j & 224,966 + 96,1327j \end{pmatrix}$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 265,035 - 8,9162j & -45 & -24,9655 \\ -155 + 8,9162j & 0 & -96,1327j \\ -24,9655 & -50 & 224,966 + 96,1327j \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(M_0) &= [(265,035 - 8,9162j) * (155 + 135,283j) * (224,966 + 96,1327j)] \\ &\quad - [(265,035 - 8,9162j) * (-96,1327j) * (-96,1327j)] \\ &\quad - [(-155 + 8,9162j) * (-155 + 8,9162j) * (224,966 + 96,1327j)] \\ &\quad + [(-155 + 8,9162j) * (-96,1327j) * (-24,9655)] \\ &\quad + [(-24,9655) * (-155 + 8,9162j) * (-96,1327j)] \\ &\quad - [(-24,9655) * (155 + 135,283j) * (-24,9655)] \\ &= 2856377,397 + 9229465,3926j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\det(M_1) &= [(-45) * (155 + 135,283j) * (224,966 + 96,1327j)] \\ &\quad - [(-45) * (-96,1327j) * (-96,1327j)] \\ &\quad + [(-155 + 8,9162j) * (-96,1327j) * (-50)] \\ &\quad - [(-24,9655) * (155 + 135,283j) * (-50)] \\ &= -1636114,312 - 2953957,7863j\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\det(M_2) &= -[(265,035 - 8,9162j) * (-96,1327j) * (-50)] \\ &\quad - [(-45) * (-155 + 8,9162j) * (224,966 + 96,1327j)] \\ &\quad + [(-45) * (-96,1327j) * (-24,9655)] \\ &\quad + [(-24,9655) * (-155 + 8,9162j) * (-50)] \\ &= -1844048,6211 - 1951059,3784j\end{aligned}$$

$$I_a = \frac{\det(M_1)}{\det(M_0)} = \frac{-1636114,312 - 2953957,7863j}{2856377,397 + 9229465,3926j} = (-0,3421 + 0,0714j) \text{ A}$$

$$I_b = \frac{\det(M_2)}{\det(M_0)} = \frac{-1844048,6211 - 1951059,3784j}{2856377,397 + 9229465,3926j} = (-0,2493 + 0,1226j) \text{ A}$$

Vypočítáme proud I_{Z_2} :

$$\begin{aligned}I_{Z_2} &= I_b - I_a = (-0,2493 + 0,1226j) - (-0,3421 + 0,0714j) \\ &= (0,0928 + 0,0512j) \text{ A}\end{aligned}$$

Vypočítáme napětí U_{C_1} :

$$Z_{C_1} = -j * \frac{1}{\omega * C_1} = -j * \frac{1}{534,0708 * 210 * 10^{-6}} = -8,9162j \Omega$$

$$U_{C_1} = I_{Z_2} * Z_{C_1} = (0,0928 + 0,0512j) * (-8,9162j) = (0,4565 - 0,8274j) \text{ V}$$

Vypočítáme $|U_{C_1}|$:

$$|U_{C_1}| = \sqrt{R_m^2 + I^2} = \sqrt{0,4565^2 + (-0,8274)^2} = 0,945 \text{ V}$$

Vypočítáme ϕ_{C_1} :

$$\phi_{C_1} = \arctan \frac{-0,8274}{0,4565} = -1,0667 \text{ rad} = -61,1134^\circ$$

Převědeme do správného kvadrantu:

$$\phi_{C_1} = -61,1134^\circ = 298,8866^\circ$$

Příklad č.:	Varianta zadání:	Výsledky:
1	G	$I_{R_7} = 0,0571 \text{ A}$ $U_{R_7} = 23,411 \text{ V}$
2	D	$I_{R_3} = 0,066 \text{ A}$ $U_{R_3} = 13,2 \text{ V}$
3	B	$I_{R_5} = 0,2643$ $U_{R_5} = 89,8628$
4	G	$ U_{L_2} = 13,745 \text{ V}$ $\varphi_{L2} = -6,148^\circ = 353,852^\circ$
5	D	$ U_{C_1} = 0,945 \text{ V}$ $\varphi_{C1} = -61,1134^\circ = 298,8866^\circ$
6	B	