

1 はじめに

分散グラフアルゴリズムとは、計算機を頂点、辺を通信リンクとみなしてネットワークをモデル化したグラフ上において、そのネットワーク自身を入力として様々な問題を解く枠組みである。分散アルゴリズムにおける代表的なモデルのひとつとして *CONGEST* モデルが存在する。*CONGEST* モデルにおいて、各ノードは同期して同じアルゴリズムを実行して入力グラフ上の問題を解決する。各ノードは各ラウンドで (i) b ビットのメッセージを近傍に送信し、(ii) 近傍からメッセージを受信し、(iii) 内部計算を行う。一般に、 $b = O(\log n)$ を想定する。*CONGEST* モデルにおける組み合わせ最適化問題を考えるにあたり、ある 1 つの頂点にグラフ全体のトポロジの情報を集め、その頂点でアルゴリズムを実行するというアプローチでは自明に $\Omega(n^2)$ ラウンドの実行時間を必要とする。(?) これは *CONGEST* モデルにおいて通信リンクの帯域幅が制限されていることによるものであり、このアプローチを用いずに各ノードが協力して問題を解くアルゴリズムを構成できるかに興味をもたれている。

組み合わせ最適化問題の一つである最大独立集合の分散アルゴリズムに対する多くの研究がされている。各頂点が隣接していない頂点部分集合を独立集合といい、最大独立集合とは重みなしグラフにおいては頂点数が最も多い独立集合、重み付きグラフにおいては合計重みが最も大きい独立集合である。頂点の最大次数を Δ としたとき、最大重み付き独立集合の $(1 + \epsilon) \cdot \Delta$ -近似的を高確率で見つける ($\frac{\text{poly}(\log \log n)}{\epsilon}$) ラウンドアルゴリズムや、最大独立集合の $(\frac{1}{2} + \epsilon)$ -近似的を見つけるアルゴリズムに対する $\Omega(\frac{n}{(\log n)^3})$ ラウンドの下限が知られている。