

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
Fakulta informačních technologií

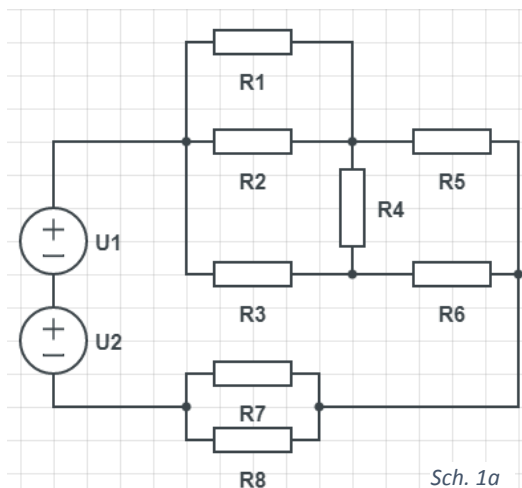
ELEKTRONIKA PRO INFORMAČNÍ TECHNOLOGIE
2017/2018

SEMESTRÁLNÍ PROJEKT

Příklad 1:

Stanovte napětí U_{R1} a proud I_{R1} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
A	80	120	350	650	410	130	360	750	310	190



Sch. 1a

1) Zjednodušíme zdroje napětí:

$$U_{12} = U_1 + U_2$$

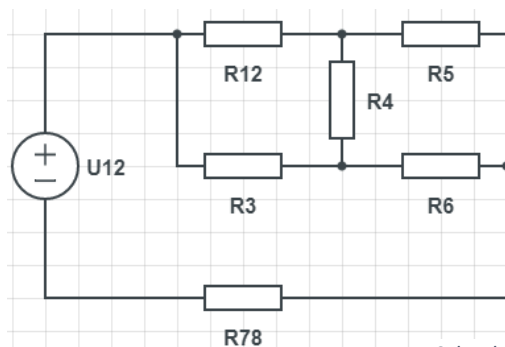
$$U_{12} = 80 + 120$$

$$U_{12} = 200 \text{ V}$$

2) Zjednodušíme rezistory R_1 , R_2 a R_7 , R_8 :

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{227500}{1000} = 227,5 \text{ } \Omega$$

$$R_{78} = \frac{R_7 \cdot R_8}{R_7 + R_8} = \frac{58900}{500} = 117,8 \text{ } \Omega$$



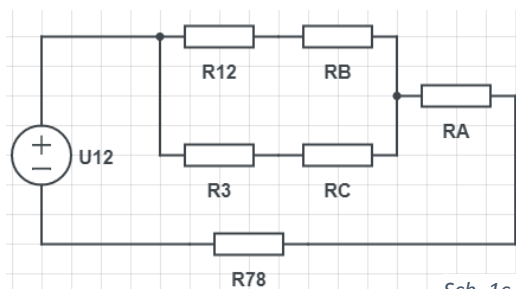
Sch. 1b

3) Použijeme transfiguraci trojúhelník-hvězda:
(pro přehlednost, si tyto rezistory označíme A, B, C)

$$R_A = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{360 \cdot 750}{130 + 360 + 750} = 217,7419 \text{ } \Omega$$

$$R_B = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{130 \cdot 360}{130 + 360 + 750} = 37,7419 \text{ } \Omega$$

$$R_C = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = \frac{130 \cdot 750}{130 + 360 + 750} = 78,6290 \text{ } \Omega$$

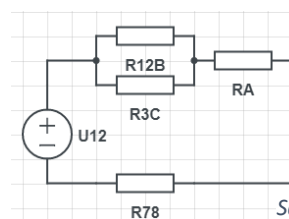


Sch. 1c

4) Zjednodušíme sériově zapojené rezistory R_{12} , R_B a R_3 , R_C :

$$R_{12B} = R_{12} + R_B = 227,5 + 37,7419 = 265,2419 \text{ } \Omega$$

$$R_{3C} = R_3 + R_C = 410 + 78,6290 = 488,6290 \text{ } \Omega$$

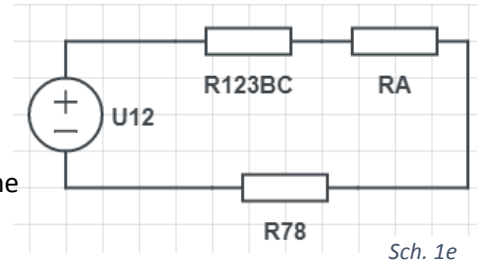


Sch. 1d

5) Zjednodušíme paralelně zapojené rezistory R_{12B} a R_{3C} :

$$R_{123BC} = \frac{R_{12B} \cdot R_{3C}}{R_{12B} + R_{3C}} = \frac{265,2419 \cdot 488,6290}{265,2419 + 488,6290} = 171,9192 \, \Omega$$

6) Zbylé sériově zapojené rezistory sečteme a dostaneme Výsledný odpor obvodu.



$$R_{12345678} = R_{123BC} + R_A + R_{78} = 171,9192 + 217,7419 + 117,8 = 507,4611 \, \Omega$$

7) Vypočítáme podle Ohmova zákona proud procházející obvodem:

$$I = \frac{U_{12}}{R_{12345678}} = \frac{200}{507,4611} = 0,394119 \, A$$

Když známe proud procházející obvodem, můžeme spočítat napětí na R_{123BC} (sch. 1e):

$$U_{R_{123BC}} = 0,394119 \cdot 171,9192 = 67,7566 \, V$$

Zpětným krokem si rozložíme rezistory (sch. 1d). Protože jsou zapojeny paralelně, tak napětí bude stejné, proud však nikoliv.

$$I_{R_{12B}} = \frac{U_{R_{123BC}}}{R_{12B}} = \frac{67,7566}{265,2419} = 0,255452 \, A$$

Zase se vrátíme o krok zpět (sch. 1c) a spočítáme napětí na rezistoru R_{12} . Protože rezistor R_1 a R_2 jsou zapojeny paralelně, tak napětí bude stejné jako na našem odporu R_1 .

$$U_{R_{12}} = I_{R_{12B}} \cdot R_{12} = 0,255452 \cdot 227,5 = 58,1153 \, V$$

Když známe napětí na R_1 a jeho odpor, tak lehce dopočítáme proud.

$$I_{R_1} = \frac{U_{R_{12}}}{R_1} = \frac{58,1153}{350} = 0,166044 \, A = 166,044 \, mA$$

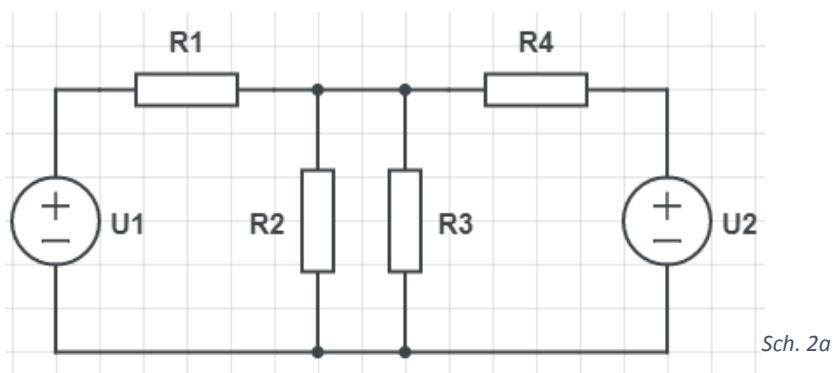
Výsledné hodnoty I_{R_1} a U_{R_1} jsou:

$$\begin{aligned} I_{R_1} &= 166,044 \, mA \\ U_{R_1} &= 58,1153 \, V \end{aligned}$$

Příklad 2:

Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu Théveninovy věty.

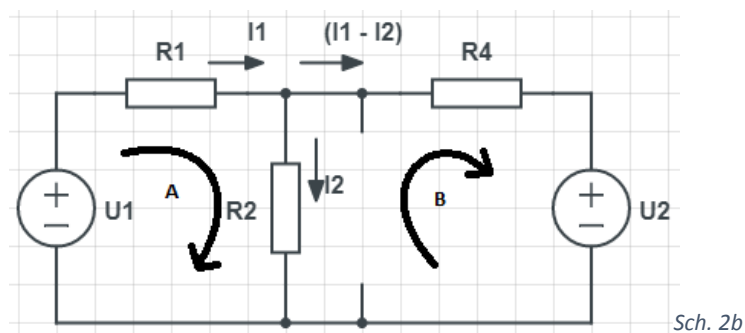
Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
B	100	50	310	610	220	570



Théveninova věta tvrdí, že lze libovolně složitý lineární obvod nahradit obvodem skutečného zdroje napětí a k němu připojenou zátěží (v našem případě R_3).

Při výpočtu podle Thévenina postupujeme následovně:

- 1) Odpojíme zátěž a vypočítáme proud ve smyčkách:



Vytvoříme dvě rovnice o dvou neznámých podle smyček a vypočítáme proudy:

$$A: R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 - U_1 = 0$$

$$B: R_4 \cdot (I_1 - I_2) + U_2 - R_2 \cdot I_2 = 0$$

$$A: 310I_1 + 610I_2 - 100 = 0$$

$$B: 570I_1 - 570I_2 + 50 - 610I_2 = 0$$

$$A (+): 310I_1 + 610I_2 = 100$$

$$B: 570I_1 = 1180I_2 - 50 \quad /:570$$

$$A: 310I_1 + 610I_2 = 100$$

$$B: I_1 = 2,0702 I_2 - 0,0877 \quad \text{Dosadíme do A (+).}$$

$$A: 310 \cdot (2,0702 I_2 - 0,0877) + 610I_2 = 100$$

$$A: 641,762 I_2 + 610I_2 = 100 + 27,187$$

$$A: 1251,762 I_2 = 127,187 \quad /: 1251,762$$

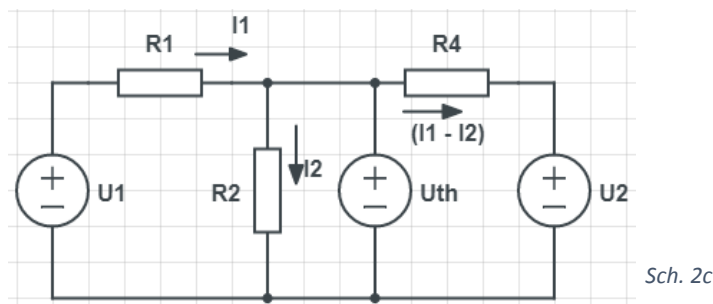
$$A: I_2 = \mathbf{0,101606 \text{ A}} \quad \text{Dosadíme do A(+)} \text{ a vypočítáme } I_1.$$

$$A: 310I_1 + 610 \cdot 0,101606 = 100$$

$$A: 310I_1 = 100 - 61,9799 \quad /:310$$

$$A: I_1 = \mathbf{0,122645 \text{ A}}$$

- 2) Místo odpojené zátěže připojíme náhradní zdroj U_{th} a zvolíme libovolnou smyčku a vypočítáme napětí. Já si zvolil smyčku přes R_4 a U_2 .



$$R_4 \cdot (I_1 - I_2) + U_2 - U_{th} = 0$$

$$570 \cdot (0,122645 - 0,101606) + 50 = U_{th}$$

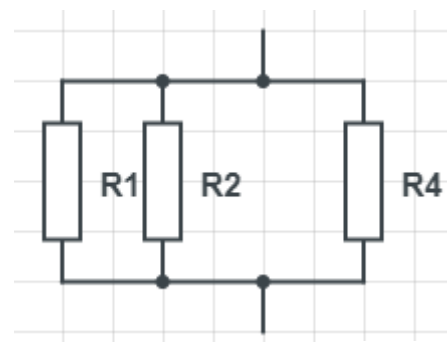
$$11,9922 + 50 = U_{th}$$

$$U_{th} = \mathbf{61,9922 \text{ V}}$$

- 3) Vyzkratujeme zdroje a vypočítáme R_{th} zjednodušením všech rezistorů vůči svorkám odpojené zátěže:

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{189100}{920} = 205,5435 \, \Omega$$

$$R_{th} = \frac{R_{12} \cdot R_4}{R_{12} + R_4} = \frac{117159,795}{775,5435} = 151,0680 \, \Omega$$



Sch. 2d

4) Dosadíme hodnoty do výsledného obvodu a spočítáme U_{R3} a I_{R3} :

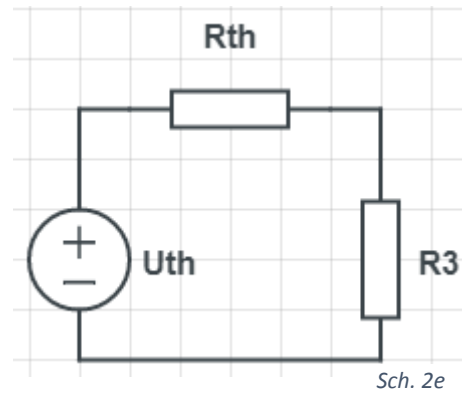
$$I = \frac{U_{th}}{R_{th} + R_3} = \frac{61,9922}{151,0680 + 220} = 0,167064 \text{ A} = 167,064 \text{ mA}$$

$$U_{R3} = I * R_3 = 0,167064 * 220 = 36,7541 \text{ V}$$

Hledané hodnoty I_{R3} a U_{R3} :

$$I_{R3} = 167,064 \text{ mA}$$

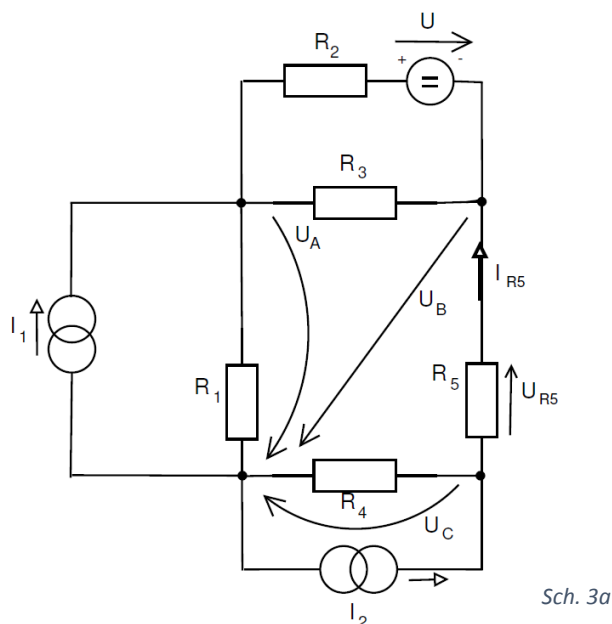
$$U_{R3} = 36,7541 \text{ V}$$



Příklad 3:

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C).

Sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
H	130	0,95	0,50	47	39	58	28	25



1) Podle Kirchhoffova zákona sestavíme rovnice pro uzly A, B a C:

$$A: I_1 + I_{R2} - I_{R1} - I_{R3} = 0$$

$$B: I_{R3} + I_{R5} - I_{R2} = 0$$

$$C: I_2 - I_{R4} - I_{R5} = 0$$

2) Vyjádříme jednotlivé proudy a převedeme odpor na vodivost:

$$I_{R1} = \frac{U_A}{R_1} = G_1 U_A \quad I_{R2} = \frac{U + U_A - U_B}{R_2} = G_2 (U + U_A - U_B) \quad I_{R3} = \frac{U_B - U_A}{R_3} = G_3 (U_B - U_A)$$

$$I_{R4} = \frac{U_C}{R_4} = G_4 U_C \quad I_{R5} = \frac{U_B - U_C}{R_5} = G_5 (U_B - U_C)$$

3) Dosadíme vyjádřené proudy do rovnic:

$$A: I_1 + G_2 (U + U_A - U_B) - G_1 U_A - G_3 (U_B - U_A) = 0$$

$$B: G_3 (U_B - U_A) + G_5 (U_B - U_C) - G_2 (U + U_A - U_B) = 0$$

$$C: I_2 - G_4 U_C - G_5 (U_B - U_C) = 0$$

4) Upravíme rovnice:

$$A: U_A (G_2 + G_1 + G_3) - U_B (G_2 + G_3) + 0 U_C = -I_1 - U G_2$$

$$B: -U_A (G_3 + G_2) + U_B (G_3 + G_5 + G_2) - U_C G_5 = U G_2$$

$$C: 0 U_A - U_B G_5 + U_C (G_5 + G_4) = -I_2$$

5) Dosadíme číselné hodnoty:

$$A: UA \left(\frac{1}{39} + \frac{1}{47} + \frac{1}{58} \right) - UB \left(\frac{1}{39} + \frac{1}{58} \right) - 0 = -0,95 - 130 * \left(\frac{1}{39} \right)$$

$$B: UA \left(\frac{1}{58} + \frac{1}{39} \right) + UB \left(\frac{1}{58} + \frac{1}{25} + \frac{1}{39} \right) - UC \left(\frac{1}{25} \right) = 130 * \left(\frac{1}{39} \right)$$

$$C: 0 - UB \left(\frac{1}{25} \right) + UC \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{28} \right) = -0,50$$

6) Zapišeme do rozšířené matice a pomocí Cramerova pravidla vypočítáme U_B a U_C :

$$\begin{pmatrix} 0,0642 & -0,0429 & 0 \\ -0,0429 & 0,0829 & -0,04 \\ 0 & -0,04 & 0,0757 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,2833 \\ -3,3333 \\ 0,5 \end{pmatrix}$$

Vypočítáme obecný determinant:

$$\det = \begin{vmatrix} 0,0642 & -0,0429 & 0 \\ -0,0429 & 0,0829 & -0,04 \\ 0 & -0,04 & 0,0757 \end{vmatrix} = 1,60849988 * 10^{-4}$$

Dosadíme pravou stranu místo prostředního sloupce (U_B) a spočítáme determinant:

$$\det B = \begin{vmatrix} 0,0642 & 4,2833 & 0 \\ -0,0429 & -3,3333 & -0,04 \\ 0 & 0,5 & 0,0757 \end{vmatrix} = 1,005492752999 * 10^{-3}$$

To samé ve třetím sloupci (U_C):

$$\det C = \begin{vmatrix} 0,0642 & -0,0429 & 4,2833 \\ -0,0429 & 0,0829 & -3,3333 \\ 0 & -0,04 & 0,5 \end{vmatrix} = 5,311134 * 10^{-4}$$

$$U_B = \frac{\det B}{\det} = \frac{1,005492752999 * 10^{-3}}{1,60849988 * 10^{-4}} = -6,2511 \text{ V}$$

$$U_C = \frac{\det C}{\det} = \frac{5,311134 * 10^{-4}}{1,60849988 * 10^{-4}} = 3,3019 \text{ V}$$

7) Dosadíme do vzorce pro R_5 :

$$U_{R5} = U_C - U_B = 3,3019 - (-6,2511) = 9,553 \text{ V}$$

$$I_{R5} = \frac{U_{R5}}{R_5} = \frac{9,553}{25} = 0,38212 \text{ A}$$

Hledané hodnoty jsou:

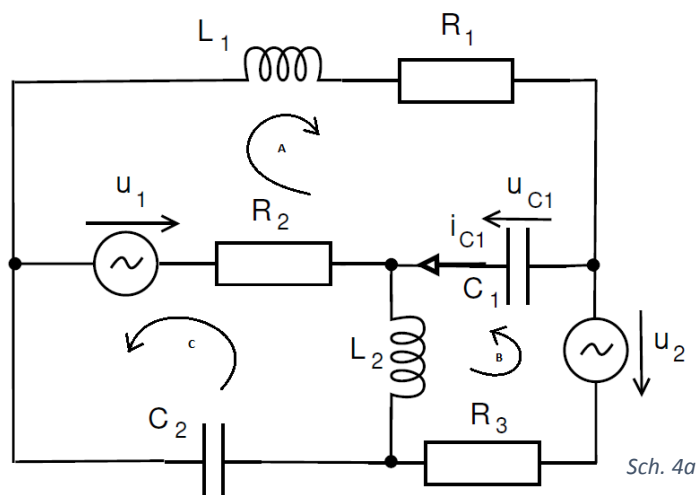
$$U_{R5} = 9,553 \text{ V}$$

$$I_{R5} = 0,38212 \text{ A}$$

Příklad 4:

Určete $|U_{C1}|$ a φ_{C1} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Sk.	U1 [V]	U2 [V]	R1 [Ω]	R2 [Ω]	R3 [Ω]	L1 [mH]	L2 [mH]	C1 [uF]	C2 [uF]	f [Hz]
A	35	55	12	14	10	120	100	200	105	70



- 1) Vypočteme úhlovou frekvenci:

$$\omega = 2\pi f = 2 * \pi * 70 = 439,8230$$

- 2) Vypočteme impedanci cívek a kondenzátorů:

$$Z_{L1} = j\omega L_1 = 439,8230 * 120 * 10^{-3}j = 52,7788j \Omega$$

$$Z_{L2} = j\omega L_2 = 439,8230 * 100 * 10^{-3}j = 43,9823j \Omega$$

$$Z_{C1} = j \frac{1}{\omega C_1} = j \frac{1}{439,8230 * 200 * 10^{-6}} = -11,3682j \Omega$$

$$Z_{C2} = j \frac{1}{\omega C_2} = j \frac{1}{439,8230 * 105 * 10^{-6}} = -21,6537j \Omega$$

- 3) Sestavíme smyčky (podle sch. 4a):

$$A: Z_{L1}I_A + R_1I_A + Z_{C1}(I_A + I_B) + R_2(I_A + I_C) - U_1 = 0$$

$$B: Z_{C1}(I_B + I_A) + Z_{L2}(I_B - I_C) + R_3I_B - U_2 = 0$$

$$C: Z_{C2}I_C + Z_{L2}(I_C - I_B) + R_2(I_C + I_A) - U_1 = 0$$

Upravíme:

$$A: I_A(Z_{L1} + R_1 + Z_{C1} + R_2) + I_B Z_{C1} + I_C R_2 = U_1$$

$$B: I_A Z_{C1} + I_B(Z_{C1} + Z_{L2} + R_3) - I_C Z_{L2} = U_2$$

$$C: I_A R_2 - I_B Z_{L2} + I_C(Z_{C2} + Z_{L2} + R_2) = U_1$$

Dosadíme hodnoty:

$$A: I_A(52,7788j + 12 - 11,3682j + 14) + I_B(-11,3682j) + I_C(14) = 35$$

$$B: I_A(-11,3682j) + I_B(-11,3682j + 43,9823j + 10) - I_C(43,9823j) = 55$$

$$C: I_A(14) - I_B(43,9823j) + I_C(-21,6537j + 43,9823j + 14) = 35$$

Sečteme a zapíšeme do rozšířené matice:

$$\begin{vmatrix} 26 + 41,4106j & -11,3682j & 14 \\ -11,3682j & 10 + 32,6141j & -43,9823j \\ 14 & -43,9823j & 14 + 22,3286j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 35 \\ 55 \\ 35 \end{vmatrix}$$

Spočítáme obecný determinant podle Cramerova pravidla:

$$\det = \begin{vmatrix} 26 + 41,4106j & -11,3682j & 14 \\ -11,3682j & 10 + 32,6141j & -43,9823j \\ 14 & -43,9823j & 14 + 22,3286j \end{vmatrix} = -7303,4607 + 69917,8555j$$

Dále vypočítáme determinant I_A a I_B dosazením pravé strany do příslušného sloupce:

$$\det A = \begin{vmatrix} 35 & -11,3682j & 14 \\ 55 & 10 + 32,6141j & -43,9823j \\ 35 & -43,9823j & 14 + 22,3286j \end{vmatrix} = 10756,5783 - 17297,847j$$

$$\det B = \begin{vmatrix} 26 + 41,4106j & 35 & 14 \\ -11,3682j & 55 & -43,9823j \\ 14 & 35 & 14 + 22,3286j \end{vmatrix} = -114246,1696 + 82288,6260j$$

Spočítáme hodnotu I_A a I_B ve tvaru komplexního čísla:

$$I_A = \frac{\det A}{\det} = \frac{10756,5783 - 17297,847j}{-7303,4607 + 69917,8555j} = -0,2606 - 0,1266j$$

$$I_B = \frac{\det B}{\det} = \frac{-114246,1696 + 82288,6260j}{-7303,4607 + 69917,8555j} = 1,3330 + 1,4948j$$

Podle Ohmova zákona spočítáme napětí na C_1 ve tvaru komplexního čísla a následně pomocí Pythagora $|U_{C1}|$:

$$U_{C1} = Z_{C1} * I_{C1} = Z_{C1} * (I_A + I_B) = -11,3682j * (1,0728 + 1,3682j) = 15,5540 - 12,1958j$$

$$|U_{C1}| = \sqrt{re^2 + img^2} = \sqrt{15,5540^2 + (-12,1958)^2} = \sqrt{390,6644} = 19,7652 V$$

Spočítáme úhel φ_{C1} pomocí goniometrické funkce:

$$\varphi_{C1} = -\arctg\left(\frac{img U_{C1}}{re U_{C1}}\right) = -\arctg\left(\frac{-12,1958}{15,5540}\right) = 38,0998^\circ$$

převědeme na radiány: $38,998 * \frac{\pi}{180} = 0,6650 rad$

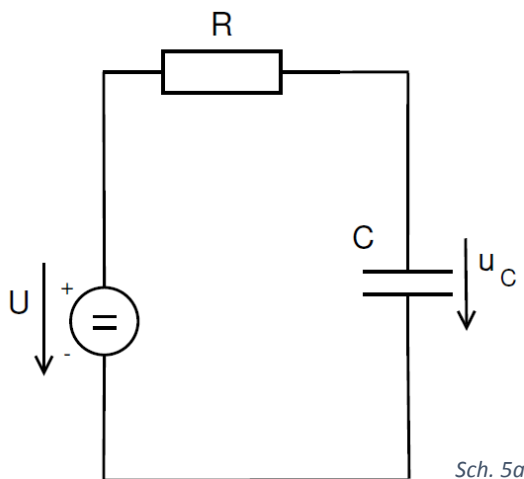
Hledané hodnoty $|U_{C1}|$ a φ_{C1} jsou:

$$\begin{aligned} |U_{C1}| &= 19,7652 V \\ \varphi_{C1} &= 0,6650 rad \end{aligned}$$

Příklad 5:

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Proveďte kontrolu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Sk.	U [V]	C [F]	R [Ω]	$u_C(0)$ [V]
B	40	10	20	8



1) Známe:

a. Podle Kirchhoffova zákona: $U_R = U - U_C$

b. Platí Ohmův zákon: $U_R = R \cdot I \Rightarrow$ pokud $U_C = 0$, tak $I = \frac{UR}{R}$

c. $U_C' = \frac{1}{C} \cdot I$

2) Počáteční podmínka: $U_C(0) = U_{CP} = 0$

Upravujeme rovnice: $U_C' = \frac{1}{C} \cdot I = \frac{1}{C} \cdot \frac{UR}{R} = \frac{1}{C} \cdot \frac{U - U_C}{R} = \frac{U}{RC} - \frac{U_C}{RC}$

Rovnici upravíme tak, že U_C převedeme nalevo a konstanty napravo: $U_C' + \frac{U_C}{RC} = \frac{U}{RC}$

3) Homogenní řešení:

$$U_C' + \frac{U_C}{RC} = 0$$

Předpokládané řešení podle stupně derivace: $U_C = \lambda^0$ nebo 1

$$\lambda^1 + \frac{\lambda^0}{RC} = 0 \Rightarrow \lambda + \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{RC}$$

Očekávané řešení: $U_C(t) = e^{\lambda t} \cdot k_1 = e^{-\frac{1}{RC}t} \cdot k_1$

Derivujeme: $U_C'(t) = -\frac{1}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \cdot k_1 + e^{-\frac{t}{RC}} \cdot k_1'$

4) Nehomogenní řešení:

$$\text{Dosadíme do původní rovnice: } U_C' + \frac{U_C}{RC} = \frac{U}{RC}$$

$$-\frac{1}{RC} * e^{-\frac{t}{RC}} * k_1 + e^{-\frac{t}{RC}} * k_1' + \frac{e^{-\frac{t}{RC}} * k_1}{RC} = \frac{U}{RC}$$

Vykrátíme a vyjádříme si k_1' :

$$k_1' * e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{RC} \Rightarrow k_1' = \frac{U}{RC} * e^{\frac{t}{RC}}$$

Integrujeme:

$$\int k_1' dt = \int \frac{U}{RC} * e^{\frac{t}{RC}} dt$$

$$\text{Vytkneme konstantu: } \int k_1' dt = \frac{U}{RC} \int e^{\frac{t}{RC}} dt$$

$$\text{Zavedeme substituci: } \frac{t}{RC} = x \quad \frac{1}{RC} dt = dx \quad dt = RC dx$$

$$k_1 = \frac{U}{RC} \int e^x RC dx$$

$$\text{Vytkneme konstantu: } k_1 = \frac{U}{RC} RC \int e^x dx$$

$$\text{Vykrátíme, dosadíme substituci a konstantu: } k_1 = U * e^{\frac{t}{RC}} + k_2$$

$$5) \text{ Dosadíme do očekávaného řešení: } u_C(t) = e^{-\frac{1}{RC}t} * k_1$$

$$u_C(t) = e^{-\frac{t}{RC}} * (U * e^{\frac{t}{RC}} + k_2)$$

$$u_C(t) = \frac{1}{e^{\frac{t}{RC}}} * (U * e^{\frac{t}{RC}} + k_2)$$

$$u_C(t) = U + k_2 * e^{-\frac{t}{RC}}$$

Vliv počáteční podmínky: $U_C(0) = U_{CP} = 0$

$$U_{CP} = U + k_2 * 1$$

$$k_2 = U_{CP} - U$$

Dosadíme k_2 :

$$u_C(t) = U + (U_{CP} - U) * e^{-\frac{t}{RC}}$$

6) Dosadíme hodnoty:

$$U_C(t) = 40 + (8 - 40) * e^{-\frac{t}{20*10}}$$

Hledaný výsledek:

$$U_C(t) = 40 - 32e^{-\frac{t}{200}}$$

7) Pro ověření správnosti provedeme zkoušku:

a. Ze zadání očekáváme $u_c(0) = 8$

b. Dosadíme do naší rovnice hodnoty pro $t = 0$:

$$u_c(0) = 40 - 32 * e^{-\frac{0}{200}}$$

$$u_c(0) = 40 - 32 * e^0$$

$$u_c(0) = 40 - 32 * 1$$

$$u_c(0) = 8$$

Výsledek odpovídá zadání, tudíž naše rovnice je správná.

Závěr

Výsledky řešení:

Příklad	Skupina	Výsledek
1	A	$I_{R1} = 0,1660 \text{ A}, U_{R1} = 58,1153 \text{ V}$
2	B	$I_{R3} = 0,1671 \text{ A}, U_{R3} = 36,7541 \text{ V}$
3	H	$I_{R5} = 0,3821 \text{ A}, U_{R5} = 9,5530 \text{ V}$
4	A	$ U_{C1} = 19,7652 \text{ V}, \varphi_{C1} = 0,6650 \text{ rad}$
5	B	$U_C(t) = 40 - 32e^{-\frac{t}{200}}$