  
  
VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta informačních technologií

Projekt z MSP

Zpracoval: Bc. Jakub Sadílek  
Čísla zadání: 4, 12  
Cvičení – skupina: čtvrtek, 10:00  
Datum: 23.11.2020

1. **Při kontrole výrobků byla sledována odchylka X [mm] jejich rozměru od požadované velikosti. Naměřené hodnoty tvoří statistický soubor v listu Data\_př. 1.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Statistický soubor** | | | |  | **Uspořádaný statistický soubor** | | | |
| 1 | 0,50 | 26 | -1,08 |  | (1) | -1,45 | (26) | -0,12 |
| 2 | -0,04 | 27 | -0,22 |  | (2) | -1,31 | (27) | -0,12 |
| 3 | -0,77 | 28 | -0,24 |  | (3) | -1,20 | (28) | -0,11 |
| 4 | -0,39 | 29 | -0,91 |  | (4) | -1,08 | (29) | -0,10 |
| 5 | -0,93 | 30 | 0,05 |  | (5) | -1,07 | (30) | -0,07 |
| 6 | -0,07 | 31 | -0,57 |  | (6) | -0,93 | (31) | -0,07 |
| 7 | 0,85 | 32 | -0,18 |  | (7) | -0,93 | (32) | -0,06 |
| 8 | -0,70 | 33 | -1,45 |  | (8) | -0,91 | (33) | -0,06 |
| 9 | 0,56 | 34 | -0,02 |  | (9) | -0,87 | (34) | -0,04 |
| 10 | -0,32 | 35 | -0,51 |  | (10) | -0,81 | (35) | -0,02 |
| 11 | -0,87 | 36 | 0,28 |  | (11) | -0,77 | (36) | 0,00 |
| 12 | -0,11 | 37 | -1,31 |  | (12) | -0,70 | (37) | 0,05 |
| 13 | 0,23 | 38 | -0,07 |  | (13) | -0,57 | (38) | 0,13 |
| 14 | -0,12 | 39 | -0,25 |  | (14) | -0,51 | (39) | 0,23 |
| 15 | -0,06 | 40 | 0,46 |  | (15) | -0,47 | (40) | 0,28 |
| 16 | 0,00 | 41 | -0,81 |  | (16) | -0,39 | (41) | 0,29 |
| 17 | -0,21 | 42 | -0,39 |  | (17) | -0,39 | (42) | 0,46 |
| 18 | 0,13 | 43 | 0,29 |  | (18) | -0,32 | (43) | 0,50 |
| 19 | 0,91 | 44 | 0,64 |  | (19) | -0,32 | (44) | 0,56 |
| 20 | -0,32 | 45 | -0,47 |  | (20) | -0,27 | (45) | 0,60 |
| 21 | 0,84 | 46 | -0,12 |  | (21) | -0,25 | (46) | 0,63 |
| 22 | -0,10 | 47 | 0,63 |  | (22) | -0,24 | (47) | 0,64 |
| 23 | 0,60 | 48 | -1,07 |  | (23) | -0,22 | (48) | 0,84 |
| 24 | -1,20 | 49 | -0,06 |  | (24) | -0,21 | (49) | 0,85 |
| 25 | -0,93 | 50 | -0,27 |  | (25) | -0,18 | (50) | 0,91 |

1. Proveďte roztřídění statistického souboru, vytvořte tabulku četností a nakreslete histogramy pro relativní četnosti a relativní kumulativní četnosti.

Variační obor:

Rozpětí:

Počet tříd (zvoleno)

Délka třídy =

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Třída** | **xi-** | **xi+** | **Střed třídy** | **Kumulat. čet.** | **četnost** | **Relat. Čet.** | **Relat. Kum. Čet.** |
| 1 | -1,45 | -1,2355 | -1,3428 | 2 | 2 | 0,04 | 0,04 |
| 2 | -1,2355 | -1,021 | -1,1283 | 5 | 3 | 0,06 | 0,1 |
| 3 | -1,021 | -0,8065 | -0,9138 | 10 | 5 | 0,1 | 0,2 |
| 4 | -0,8065 | -0,592 | -0,6993 | 12 | 2 | 0,04 | 0,24 |
| 5 | -0,592 | -0,3775 | -0,4848 | 17 | 5 | 0,1 | 0,34 |
| 6 | -0,3775 | -0,163 | -0,2703 | 25 | 8 | 0,16 | 0,5 |
| 7 | -0,163 | 0,0516 | -0,0557 | 36 | 11 | 0,22 | 0,72 |
| 8 | 0,0516 | 0,2662 | 0,1589 | 39 | 3 | 0,06 | 0,78 |
| 9 | 0,2662 | 0,4808 | 0,3735 | 42 | 3 | 0,06 | 0,84 |
| 10 | 0,4808 | 0,6954 | 0,5881 | 47 | 5 | 0,1 | 0,94 |
| 11 | 0,6954 | 0,91 | 0,8027 | 50 | 3 | 0,06 | 1 |

1. Vypočtěte aritmetický průměr, medián, modus, rozptyl a směrodatnou odchylku.

Medián:

Modus:

1. Vypočtěte bodové odhady střední hodnoty, rozptylu a směrodatné odchylky.

Bodový odhad střední hodnoty: Bodový odhad rozptylu:

Bodový odhad směrodatné odchylky:

1. Testujte předpoklad o výběru z normálního rozdělení Pearsonovým (chí-kvadrát) testem na hladině významnosti 0,05.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Třída** | **xi-** | **xi+** | **Střed třídy** | **Kumulat. čet.** | **četnost** | **Teor. čet.** | **roz^2/teor čet** |
| 1 | -1000 | -0,8065 | -500,40325 | 10 | 10 | 7,53586525 | 0,805741594 |
| 2 | -0,8065 | -0,59195 | -0,699225 | 12 | 2 | 5,10343642 | 1,887222023 |
| 3 | -0,59195 | -0,3774 | -0,484675 | 17 | 5 | 6,50070989 | 0,346443728 |
| 4 | -0,3774 | -0,16285 | -0,270125 | 25 | 8 | 7,24478096 | 0,078726438 |
| 5 | -0,16285 | 0,0517 | -0,055575 | 37 | 12 | 7,06410419 | 3,448854483 |
| 6 | 0,0517 | 0,26625 | 0,158975 | 39 | 2 | 6,02637386 | 2,690122923 |
| 7 | 0,26625 | 1000 | 500,13313 | 50 | 11 | 10,5247294 | 0,021462035 |

Testovací kritérium:

pro k = 7-2-1 stupňů volnosti: 9,487729037

Doplněk kritického oboru: .

Protože , tedy hypotéza: se **nezamítá**.

1. Za předpokladu (bez ohledu na výsledek části d)), že statistický soubor byl získán náhodným výběrem z normálního rozdělení, určete intervalové odhady střední hodnoty, rozptylu a směrodatné odchylky se spolehlivostí 0,95 a 0,99.

Předpoklad: – neznámé

Bodový odhad střední hodnoty:

Bodový odhad rozptylu:

Bodový odhad směrodatné odchylky:

**Intervalový odhad** parametru :

0,975 kvantil Studentova rozdělení s  stupni volnosti = 2,009575237

0,995 kvantil Studentova rozdělení s  stupni volnosti = 2,679951964

**Intervalový odhad** parametru :

0,975 kvantil Pearsova rozdělení s  stupni volnosti = 31,55491646  
0,975 kvantil Pearsova rozdělení s  stupni volnosti = 70,22241357  
0,995 kvantil Pearsova rozdělení s  stupni volnosti = 27,24934921  
0,995 kvantil Pearsova rozdělení s  stupni volnosti = 78,23070806

**Intervalový odhad** parametru :

1. Testujte hypotézu optimálního seřízení stroje, tj. že střední hodnota odchylky je nulová, proti dvoustranné alternativní hypotéze, že střední hodnota odchylky je různá od nuly, a to na hladině významnosti 0,05.

**Studentův jednovýběrový test:**

Testujeme hypotézu :

Testovací kritérium:

doplněk kritického oboru: pro alternativní hypotézu: ,  
0,975 kvantil Studentova rozdělení s  stupni volnosti = 2,009575237

Protože , tak hypotéza se **zamítá** a alternativní hypotéza se nezamítá.

1. Ověřte statistickým testem na hladině významnosti 0,05, zda seřízení stroje ovlivnilo kvalitu výroby, víte-li, že výše uvedený statistický soubor 50-ti hodnot vznikl spojením dvou dílčích statistických souborů tak, že po naměření prvních 20-ti hodnot bylo provedeno nové seřízení stroje a pak bylo naměřeno zbývajících 30 hodnot.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **x1:20 - X** |  | **x21:50 - Y** |
|  | 1 | 0,50 | 1 | 0,84 |
|  | 2 | -0,04 | 2 | -0,10 |
|  | 3 | -0,77 | 3 | 0,60 |
|  | 4 | -0,39 | 4 | -1,20 |
|  | 5 | -0,93 | 5 | -0,93 |
|  | 6 | -0,07 | 6 | -1,08 |
|  | 7 | 0,85 | 7 | -0,22 |
|  | 8 | -0,70 | 8 | -0,24 |
|  | 9 | 0,56 | 9 | -0,91 |
|  | 10 | -0,32 | 10 | 0,05 |
|  | 11 | -0,87 | 11 | -0,57 |
|  | 12 | -0,11 | 12 | -0,18 |
|  | 13 | 0,23 | 13 | -1,45 |
|  | 14 | -0,12 | 14 | -0,02 |
|  | 15 | -0,06 | 15 | -0,51 |
|  | 16 | 0,00 | 16 | 0,28 |
|  | 17 | -0,21 | 17 | -1,31 |
|  | 18 | 0,13 | 18 | -0,07 |
|  | 19 | 0,91 | 19 | -0,25 |
|  | 20 | -0,32 | 20 | 0,46 |
|  |  |  | 21 | -0,81 |
|  |  |  | 22 | -0,39 |
|  |  |  | 23 | 0,29 |
|  |  |  | 24 | 0,64 |
|  |  |  | 25 | -0,47 |
|  |  |  | 26 | -0,12 |
|  |  |  | 27 | 0,63 |
|  |  |  | 28 | -1,07 |
|  |  |  | 29 | -0,06 |
|  |  |  | 30 | -0,27 |
|  |  |  |  |  |
|  |  | **X** |  | **Y** |
| n = | | 20 |  | 30 |
| průměr = | | -0,0865 |  | -0,28133 |
| rozptyl s^2 = | | 0,258833 |  | 0,368612 |
| směrodat. odch. = | | 0,508756 |  | 0,607134 |

**Test rovnosti rozptylů – F-test:**

**Testujeme hypotézu** :

testovací kritérium:

doplněk kritického oboru: pro ,  
 jsou kvantily Fischerova-Snedecorova rozdělení s a stupni volnosti.  
Protože , tedy hypotéza: se **nezamítá**.

**Studentův dvouvýběrový test:**

**Testujeme hypotézu** **za podmínky**

testovací kritérium:

doplněk kritického oboru: pro ,  
- kvantil Studentova rozdělení s  stupni volnosti.  
Protože , tedy hypotéza: se **nezamítá**.

1. **Měřením dvojice (Výška[cm], Váha[kg]) u vybraných studentů z FIT byl získán dvourozměrný statistický soubor zapsaný po dvojicích v řádcích v listu Data\_př. 2.**

|  |  |
| --- | --- |
| **12** | |
| **Př. 2** |  |
| **X - Výška [cm]** | **Y - Váha [kg]** |
| 197 | 112 |
| 196 | 114 |
| 173 | 98 |
| 171 | 89 |
| 160 | 95 |
| 188 | 101 |
| 199 | 111 |
| 177 | 101 |
| 187 | 83 |
| 169 | 98 |
| 200 | 124 |
| 189 | 102 |
| 170 | 86 |
| 158 | 82 |
| 179 | 92 |
| 167 | 86 |
| 199 | 111 |
| 181 | 89 |
| 194 | 110 |
| 177 | 79 |

n = 20

1. Vypočtěte bodový odhad koeficientu korelace.
2. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že náhodné veličiny Výška a Váha jsou lineárně nezávislé.

Testujeme hypotézu :

Testovací kritérium:

doplněk kritického oboru: pro alternativní hypotézu: ,

Protože , tedy hypotéza se **zamítá**.

1. **Regresní analýza** – data proložte přímkou:

Pomocné výpočty:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **xi** | **yi** | **xi^2** | **yi^2** | **xi\*yi** |
|  | 197 | 112 | 38809 | 12544 | 22064 |
|  | 196 | 114 | 38416 | 12996 | 22344 |
|  | 173 | 98 | 29929 | 9604 | 16954 |
|  | 171 | 89 | 29241 | 7921 | 15219 |
|  | 160 | 95 | 25600 | 9025 | 15200 |
|  | 188 | 101 | 35344 | 10201 | 18988 |
|  | 199 | 111 | 39601 | 12321 | 22089 |
|  | 177 | 101 | 31329 | 10201 | 17877 |
|  | 187 | 83 | 34969 | 6889 | 15521 |
|  | 169 | 98 | 28561 | 9604 | 16562 |
|  | 200 | 124 | 40000 | 15376 | 24800 |
|  | 189 | 102 | 35721 | 10404 | 19278 |
|  | 170 | 86 | 28900 | 7396 | 14620 |
|  | 158 | 82 | 24964 | 6724 | 12956 |
|  | 179 | 92 | 32041 | 8464 | 16468 |
|  | 167 | 86 | 27889 | 7396 | 14362 |
|  | 199 | 111 | 39601 | 12321 | 22089 |
|  | 181 | 89 | 32761 | 7921 | 16109 |
|  | 194 | 110 | 37636 | 12100 | 21340 |
|  | 177 | 79 | 31329 | 6241 | 13983 |
| Suma | 3631 | 1963 | 662641 | 195649 | 358823 |
| Průměr | 182 | 98 |  |  |  |

Tedy:

20, , , ,   
,

1. Bodově odhadněte a rozptyl .
2. Na hladině významnosti 0,05 otestujte hypotézy:

,

, a tedy se **zamítá**.

,

, a tedy se **nezamítá**.

1. Vytvořte graf bodů spolu s regresní přímkou a pásem spolehlivosti pro individuální hodnotu výšky.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **xi** | **yi** | **Střední y** | | **individuální y** | | **h\*** |
| **dolní** | **horní** | **dolní** | **horní** |
| 158 | 81,40923 | 73,37013 | 89,44832 | 62,17082 | 100,6476 | 0,211553 |
| 160 | 82,83095 | 75,30762 | 90,35427 | 63,80229 | 101,8596 | 0,185278 |
| 167 | 87,80697 | 81,96631 | 93,64763 | 69,37867 | 106,2353 | 0,111668 |
| 169 | 89,2287 | 83,81665 | 94,64074 | 70,93172 | 107,5257 | 0,09588 |
| 170 | 89,93956 | 84,72941 | 95,1497 | 71,70128 | 108,1778 | 0,088859 |
| 171 | 90,65042 | 85,63255 | 95,66828 | 72,46613 | 108,8347 | 0,082422 |
| 173 | 92,07214 | 87,40527 | 96,73901 | 73,98156 | 110,1627 | 0,071294 |
| 177 | 94,91558 | 90,77835 | 99,05282 | 76,95435 | 112,8768 | 0,056031 |
| 177 | 94,91558 | 90,77835 | 99,05282 | 76,95435 | 112,8768 | 0,056031 |
| 179 | 96,3373 | 92,35571 | 100,3189 | 78,41128 | 114,2633 | 0,051894 |
| 181 | 97,75903 | 93,84733 | 101,6707 | 79,8484 | 115,6697 | 0,050088 |
| 187 | 102,0242 | 97,79127 | 106,2571 | 84,04068 | 120,0077 | 0,058652 |
| 188 | 102,7351 | 98,37884 | 107,0913 | 84,72212 | 120,748 | 0,062119 |
| 189 | 103,4459 | 98,94997 | 107,9419 | 85,39868 | 121,4931 | 0,066168 |
| 194 | 107,0002 | 101,6088 | 112,3917 | 88,70932 | 125,2911 | 0,095151 |
| 196 | 108,4219 | 102,6034 | 114,2405 | 90,00064 | 126,8432 | 0,110823 |
| 197 | 109,1328 | 103,09 | 115,1756 | 90,63942 | 127,6262 | 0,119533 |
| 199 | 110,5545 | 104,0452 | 117,0639 | 91,9035 | 129,2055 | 0,1387 |
| 199 | 110,5545 | 104,0452 | 117,0639 | 91,9035 | 129,2055 | 0,1387 |
| 200 | 111,2654 | 104,5151 | 118,0156 | 92,52892 | 130,0019 | 0,149157 |