



TECHNISCHE HOCHSCHULE NÜRNBERG  
GEORG SIMON OHM

Fakultät Informatik

# Ein Vergleich der Algorithmen A\*, BFS & IDA\* bezüglich des effizienten Findens kürzester Wege in schlichten Digraphen.

Hausübung im Studiengang Informatik

vorgelegt von

Ismael Agchar

Fabian Meister

Matrikelnummer 3031780

Matrikelnummer 2985828

Gutachter:

Prof. Dr. Alexander Hufnagel

© 2020

Dieses Werk einschließlich seiner Teile ist **urheberrechtlich geschützt**. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Autors unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen sowie die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

<i>Inhaltsverzeichnis</i>	2
---------------------------	---

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Bearbeitung</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Algorithmenprotokollierung</b>	<b>6</b>

## 1 Einführung

Ziel der Übung ist es, die drei Algorithmen A\*, Breitensuche und IDA\* auf ein Wegfindungsproblem in einem schlichten Digraphen  $G = (V, A, c)$  anzuwenden.  $G$  soll alle möglichen Züge eines Springers auf einem Schachfeld modellieren. Jedem Springerzug - somit jeder Kante  $e \in A$  - werden die Kosten  $c(e) = 6$  zugewiesen. Der Startknoten  $s$  des Springers liegt fix bei (C,4), der Zielknoten  $t$  bei (A,1). Die Algorithmen A\* und IDA\* sollen jeweils mit drei parametrisierten, heuristischen Abstandsfunktionen  $h_i : V \rightarrow \mathbb{R}$  durchgeführt werden:

$$\begin{aligned} h_0(v) &= 0 \\ h_1(v) &= \alpha_1 \cdot (x(t) - x(v) + y(t) - y(v)) \\ h_2(v) &= \alpha_2 \cdot \max\{x(t) - x(v), y(t) - y(v)\} \end{aligned}$$

Wobei  $\alpha \geq 0$  ist.  $x : V \rightarrow \mathbb{N}_0$  beschreibt den alphabetischen Koordinatenwert und  $y : V \rightarrow \mathbb{N}_0$  den numerischen Koordinatenwert einer Position auf dem Schachfeld:

$$x((C, 4)) = 3, \quad y((C, 4)) = 4$$

Insgesamt sind also sieben Algorithmendurchführungen (dreimal A\*, dreimal IDA\*, einmal BFS) auf einem Graphen mit 64 Knoten anzufertigen und schrittweise zu dokumentieren. Wegen der schieren Länge dieser Dokumentation entscheiden wir uns dafür, die Algorithmen und ihre Dokumentation in geeigneter Form zu implementieren. Als Sprache für dieses Vorhaben wählen wir C#, weil ihre Runtime bereits über viele komfortable Datenstrukturen, wie z.B. generic sets, und mit LINQ (LanguageINtegrated-Query) über mächtige Transformations- und Filterfunktionen auf diesen Datenstrukturen verfügt. Insbesondere erlauben die generic sets eine Implementierung, die im Sinne der Lesbarkeit sehr nahe an den im Skript vorgestellten Pseudocode-Implementierungen liegt. Der Quellcode ist diesem Dokument nicht direkt beigelegt sondern wird separat als VisualStudio-Projektmappe übersandt. Diese enthält neben aller Meta-Informationen, die zum Kompilieren des Projekts benötigt werden, auch eine für Windows 10 x64 kompilierte Executable-Datei, um das Programm direkt ausführen zu können. Das Programm erschließt sich zunächst den Graphen vom Startknoten (C,4) aus, führt dann alle sieben Algorithmen nacheinander aus und schreibt entsprechende Protokolle als CSV-Dateien in einen Ordner auf dem Desktop.

## 2 Bearbeitung

### Zu Teilaufgabe a

Zunächst müssen die Grenzen bestimmt werden, in denen sich die Parameter  $\alpha_i$  bewegen dürfen. Damit A\* und IDA\* korrekt arbeiten, muss die verwendete heuristische Abstandsfunktion einer Dreiecksungleichung genügen, wie in Satz 5.6. des Skriptes beschrieben:

$$h(t) = 0$$

$$h(v) \leq c(v, w) + h(w) \quad \forall (v, w) \in A$$

Mit

$$c(v, w) = 6 \quad \forall (v, w) \in A$$

ergibt sich für  $h_1$

$$\alpha_1 \cdot (\Delta x_v + \Delta y_v) \leq 6 + \alpha_1 \cdot (\Delta x_w + \Delta y_w)$$

$$\alpha_1 \cdot ((\Delta x_v + \Delta y_v) - (\Delta x_w + \Delta y_w)) \leq 6$$

wobei  $(\Delta x_v + \Delta y_v) - (\Delta x_w + \Delta y_w)$  die Differenz der Manhattendistanzen von  $v$  und  $w$  zu  $t$  bezeichnet. Aus der Definition des Springerzugs (2 Felder + 1 Feld orthogonal) ergibt sich, dass sich die zwei benachbarten Knoten  $v$  und  $w$  in ihrer Manhattendistanzen immer um 3 unterscheiden. Somit erhält man für  $\alpha_1$ :

$$0 \leq \alpha_1 \leq 2$$

Analog ergibt sich für  $h_2$

$$\alpha_2 \cdot \max\{\Delta x_v, \Delta y_v\} \leq 6 + \alpha_2 \cdot \max\{\Delta x_w, \Delta y_w\}$$

$$\alpha_2 \cdot (\max\{\Delta x_v, \Delta y_v\} - \max\{\Delta x_w, \Delta y_w\}) \leq 6$$

Statt die Differenz der Manhattendistanzen von  $v$  und  $w$  zu  $t$ , geht nun die Differenz der größeren Komponente (x oder y) der Manhattendistanz in die Gleichung ein.

Wieder geht aus der Definition des Springerzugs hervor, dass die größte Distanz in einer Dimension, die zwei beliebige benachbarte Knoten haben können, 2 ist. Somit erhält man für  $\alpha_2$ :

$$0 \leq \alpha_2 \leq 3$$

**Zu Teilaufgabe b und c**

Mit den jeweils maximal möglichen Werten für  $\alpha_i$  erhält man folgende heuristische Abstandsfunktionen:

$$\begin{aligned} h_0(v) &= 0 \\ h_1(v) &= 2 \cdot (x(t) - x(v) + y(t) - y(v)) \\ h_2(v) &= 3 \cdot \max\{x(t) - x(v), y(t) - y(v)\} \end{aligned}$$

Die im C#-Programm berechneten Anzahlen aller vom jeweiligen Algorithmus entdeckten Knoten  $|Q|$  und aller vollständig abgearbeiteten Knoten  $|S|$  ergeben sich wie folgt für den A\*-Algorithmus und die Breitensuche:

Algorithmus	Heuristik	$ Q $	$ S $
A*	$h_0$	55	32
	$h_1$	26	9
	$h_2$	26	8
BFS	-	36	12

Für den IDA\*-Algorithmus wurden diese Werte in der Aufgabenstellung nicht gefordert und entsprechend auch nicht bei der Implementierung des IDA\* umgesetzt.

### 3 Algorithmenprotokollierung

Nachfolgend sind alle sieben Algorithmenführungen tabellarisch protokolliert. Wie in den Übungen entspricht eine Tabelle der Durchführung eines Breitensuchschritts im A\*-Algorithmus und der BFS. Beim IDA\*-Algorithmus sind aufgrund der Länge nur die Ergebnisse der iterativen, nicht aber der rekursiven, Schritte protokolliert.

Zunächst ist zur Referenz der Graph, der die Springerzüge auf einem Schachbrett modelliert, als Adjazenzliste gegeben. Danach werden die tabellarischen Protokolle in der Reihenfolge

1. A\*,  $h_0$
2. A\*,  $h_1$
3. A\*,  $h_2$
4. BFS
5. IDA\*  $h_0$
6. IDA\*  $h_1$
7. IDA\*  $h_2$

angeführt.

# Adjazenzliste

```

(C,4) : (A,3) (A,5) (B,2) (B,6) (D,2) (D,6) (E,3) (E,5)
(A,3) : (B,1) (B,5) (C,2) (C,4)
(A,5) : (B,3) (B,7) (C,4) (C,6)
(B,2) : (A,4) (C,4) (D,1) (D,3)
(B,6) : (A,4) (A,8) (C,4) (C,8) (D,5) (D,7)
(D,2) : (B,1) (B,3) (C,4) (E,4) (F,1) (F,3)
(D,6) : (B,5) (B,7) (C,4) (C,8) (E,4) (E,8) (F,5) (F,7)
(E,3) : (C,2) (C,4) (D,1) (D,5) (F,1) (F,5) (G,2) (G,4)
(E,5) : (C,4) (C,6) (D,3) (D,7) (F,3) (F,7) (G,4) (G,6)
(B,1) : (A,3) (C,3) (D,2)
(B,5) : (A,3) (A,7) (C,3) (C,7) (D,4) (D,6)
(C,2) : (A,1) (A,3) (B,4) (D,4) (E,1) (E,3)
(B,3) : (A,1) (A,5) (C,1) (C,5) (D,2) (D,4)
(B,7) : (A,5) (C,5) (D,6) (D,8)
(C,6) : (A,5) (A,7) (B,4) (B,8) (D,4) (D,8) (E,5) (E,7)
(A,4) : (B,2) (B,6) (C,3) (C,5)
(D,1) : (B,2) (C,3) (E,3) (F,2)
(D,3) : (B,2) (B,4) (C,1) (C,5) (E,1) (E,5) (F,2) (F,4)
(A,8) : (B,6) (C,7)
(C,8) : (A,7) (B,6) (D,6) (E,7)
(D,5) : (B,4) (B,6) (C,3) (C,7) (E,3) (E,7) (F,4) (F,6)
(D,7) : (B,6) (B,8) (C,5) (E,5) (F,6) (F,8)
(E,4) : (C,3) (C,5) (D,2) (D,6) (F,2) (F,6) (G,3) (G,5)
(F,1) : (D,2) (E,3) (G,3) (H,2)
(F,3) : (D,2) (D,4) (E,1) (E,5) (G,1) (G,5) (H,2) (H,4)
(E,8) : (C,7) (D,6) (F,6) (G,7)
(F,5) : (D,4) (D,6) (E,3) (E,7) (G,3) (G,7) (H,4) (H,6)
(F,7) : (D,6) (D,8) (E,5) (G,5) (H,6) (H,8)
(G,2) : (E,1) (E,3) (F,4) (H,4)
(G,4) : (E,3) (E,5) (F,2) (F,6) (H,2) (H,6)
(G,6) : (E,5) (E,7) (F,4) (F,8) (H,4) (H,8)
(C,3) : (A,2) (A,4) (B,1) (B,5) (D,1) (D,5) (E,2) (E,4)
(A,7) : (B,5) (C,6) (C,8)
(C,7) : (A,6) (A,8) (B,5) (D,5) (E,6) (E,8)
(D,4) : (B,3) (B,5) (C,2) (C,6) (E,2) (E,6) (F,3) (F,5)
(A,1) : (B,3) (C,2)
(B,4) : (A,2) (A,6) (C,2) (C,6) (D,3) (D,5)
(E,1) : (C,2) (D,3) (F,3) (G,2)
(C,1) : (A,2) (B,3) (D,3) (E,2)
(C,5) : (A,4) (A,6) (B,3) (B,7) (D,3) (D,7) (E,4) (E,6)
(D,8) : (B,7) (C,6) (E,6) (F,7)
(B,8) : (A,6) (C,6) (D,7)
(E,7) : (C,6) (C,8) (D,5) (F,5) (G,6) (G,8)
(F,2) : (D,1) (D,3) (E,4) (G,4) (H,1) (H,3)
(F,4) : (D,3) (D,5) (E,2) (E,6) (G,2) (G,6) (H,3) (H,5)
(F,6) : (D,5) (D,7) (E,4) (E,8) (G,4) (G,8) (H,5) (H,7)
(F,8) : (D,7) (E,6) (G,6) (H,7)
(G,3) : (E,2) (E,4) (F,1) (F,5) (H,1) (H,5)
(G,5) : (E,4) (E,6) (F,3) (F,7) (H,3) (H,7)
(H,2) : (F,1) (F,3) (G,4)
(G,1) : (E,2) (F,3) (H,3)
(H,4) : (F,3) (F,5) (G,2) (G,6)
(G,7) : (E,6) (E,8) (F,5) (H,5)
(H,6) : (F,5) (F,7) (G,4) (G,8)
(H,8) : (F,7) (G,6)
(A,2) : (B,4) (C,1) (C,3)
(E,2) : (C,1) (C,3) (D,4) (F,4) (G,1) (G,3)
(A,6) : (B,4) (B,8) (C,5) (C,7)
(E,6) : (C,5) (C,7) (D,4) (D,8) (F,4) (F,8) (G,5) (G,7)
(G,8) : (E,7) (F,6) (H,6)
(H,1) : (F,2) (G,3)
(H,3) : (F,2) (F,4) (G,1) (G,5)
(H,5) : (F,4) (F,6) (G,3) (G,7)
(H,7) : (F,6) (F,8) (G,5)

```

$A^*$ ,  $h_0$  Protokoll



processed: nil			processed: (C,4)			processed: (A,3)			processed: (A,5)		
v	p	d	v	p	d	v	p	d	v	p	d
(C,4)	nil	0	(C,4)	nil	0	(C,4)	nil	0	(C,4)	nil	0
(A,3)	nil	∞	(A,3)	(C,4)	6	(A,3)	(C,4)	6	(A,3)	(C,4)	6
(A,5)	nil	∞	(A,5)	(C,4)	6	(A,5)	(C,4)	6	(A,5)	(C,4)	6
(B,2)	nil	∞	(B,2)	(C,4)	6	(B,2)	(C,4)	6	(B,2)	(C,4)	6
(B,6)	nil	∞	(B,6)	(C,4)	6	(B,6)	(C,4)	6	(B,6)	(C,4)	6
(D,2)	nil	∞	(D,2)	(C,4)	6	(D,2)	(C,4)	6	(D,2)	(C,4)	6
(D,6)	nil	∞	(D,6)	(C,4)	6	(D,6)	(C,4)	6	(D,6)	(C,4)	6
(E,3)	nil	∞	(E,3)	(C,4)	6	(E,3)	(C,4)	6	(E,3)	(C,4)	6
(E,5)	nil	∞	(E,5)	(C,4)	6	(E,5)	(C,4)	6	(E,5)	(C,4)	6
(B,1)	nil	∞	(B,1)	nil	∞	(B,1)	(A,3)	12	(B,1)	(A,3)	12
(B,5)	nil	∞	(B,5)	nil	∞	(B,5)	(A,3)	12	(B,5)	(A,3)	12
(C,2)	nil	∞	(C,2)	nil	∞	(C,2)	(A,3)	12	(C,2)	(A,3)	12
(B,3)	nil	∞	(B,3)	nil	∞	(B,3)	nil	∞	(B,3)	(A,5)	12
(B,7)	nil	∞	(B,7)	nil	∞	(B,7)	nil	∞	(B,7)	(A,5)	12
(C,6)	nil	∞	(C,6)	nil	∞	(C,6)	nil	∞	(C,6)	(A,5)	12
(A,4)	nil	∞	(A,4)	nil	∞	(A,4)	nil	∞	(A,4)	nil	∞
(D,1)	nil	∞	(D,1)	nil	∞	(D,1)	nil	∞	(D,1)	nil	∞
(D,3)	nil	∞	(D,3)	nil	∞	(D,3)	nil	∞	(D,3)	nil	∞
(A,8)	nil	∞	(A,8)	nil	∞	(A,8)	nil	∞	(A,8)	nil	∞
(C,8)	nil	∞	(C,8)	nil	∞	(C,8)	nil	∞	(C,8)	nil	∞
(D,5)	nil	∞	(D,5)	nil	∞	(D,5)	nil	∞	(D,5)	nil	∞
(D,7)	nil	∞	(D,7)	nil	∞	(D,7)	nil	∞	(D,7)	nil	∞
(E,4)	nil	∞	(E,4)	nil	∞	(E,4)	nil	∞	(E,4)	nil	∞
(F,1)	nil	∞	(F,1)	nil	∞	(F,1)	nil	∞	(F,1)	nil	∞
(F,3)	nil	∞	(F,3)	nil	∞	(F,3)	nil	∞	(F,3)	nil	∞
(E,8)	nil	∞	(E,8)	nil	∞	(E,8)	nil	∞	(E,8)	nil	∞
(F,5)	nil	∞	(F,5)	nil	∞	(F,5)	nil	∞	(F,5)	nil	∞
(F,7)	nil	∞	(F,7)	nil	∞	(F,7)	nil	∞	(F,7)	nil	∞
(G,2)	nil	∞	(G,2)	nil	∞	(G,2)	nil	∞	(G,2)	nil	∞
(G,4)	nil	∞	(G,4)	nil	∞	(G,4)	nil	∞	(G,4)	nil	∞
(G,6)	nil	∞	(G,6)	nil	∞	(G,6)	nil	∞	(G,6)	nil	∞
(C,3)	nil	∞	(C,3)	nil	∞	(C,3)	nil	∞	(C,3)	nil	∞
(A,7)	nil	∞	(A,7)	nil	∞	(A,7)	nil	∞	(A,7)	nil	∞
(C,7)	nil	∞	(C,7)	nil	∞	(C,7)	nil	∞	(C,7)	nil	∞
(D,4)	nil	∞	(D,4)	nil	∞	(D,4)	nil	∞	(D,4)	nil	∞
(A,1)	nil	∞	(A,1)	nil	∞	(A,1)	nil	∞	(A,1)	nil	∞
(B,4)	nil	∞	(B,4)	nil	∞	(B,4)	nil	∞	(B,4)	nil	∞
(E,1)	nil	∞	(E,1)	nil	∞	(E,1)	nil	∞	(E,1)	nil	∞
(C,1)	nil	∞	(C,1)	nil	∞	(C,1)	nil	∞	(C,1)	nil	∞
(C,5)	nil	∞	(C,5)	nil	∞	(C,5)	nil	∞	(C,5)	nil	∞
(D,8)	nil	∞	(D,8)	nil	∞	(D,8)	nil	∞	(D,8)	nil	∞
(B,8)	nil	∞	(B,8)	nil	∞	(B,8)	nil	∞	(B,8)	nil	∞
(E,7)	nil	∞	(E,7)	nil	∞	(E,7)	nil	∞	(E,7)	nil	∞
(F,2)	nil	∞	(F,2)	nil	∞	(F,2)	nil	∞	(F,2)	nil	∞
(F,4)	nil	∞	(F,4)	nil	∞	(F,4)	nil	∞	(F,4)	nil	∞
(F,6)	nil	∞	(F,6)	nil	∞	(F,6)	nil	∞	(F,6)	nil	∞
(F,8)	nil	∞	(F,8)	nil	∞	(F,8)	nil	∞	(F,8)	nil	∞
(G,3)	nil	∞	(G,3)	nil	∞	(G,3)	nil	∞	(G,3)	nil	∞
(G,5)	nil	∞	(G,5)	nil	∞	(G,5)	nil	∞	(G,5)	nil	∞
(H,2)	nil	∞	(H,2)	nil	∞	(H,2)	nil	∞	(H,2)	nil	∞
(G,1)	nil	∞	(G,1)	nil	∞	(G,1)	nil	∞	(G,1)	nil	∞
(H,4)	nil	∞	(H,4)	nil	∞	(H,4)	nil	∞	(H,4)	nil	∞
(G,7)	nil	∞	(G,7)	nil	∞	(G,7)	nil	∞	(G,7)	nil	∞
(H,6)	nil	∞	(H,6)	nil	∞	(H,6)	nil	∞	(H,6)	nil	∞
(H,8)	nil	∞	(H,8)	nil	∞	(H,8)	nil	∞	(H,8)	nil	∞
(A,2)	nil	∞	(A,2)	nil	∞	(A,2)	nil	∞	(A,2)	nil	∞
(E,2)	nil	∞	(E,2)	nil	∞	(E,2)	nil	∞	(E,2)	nil	∞
(A,6)	nil	∞	(A,6)	nil	∞	(A,6)	nil	∞	(A,6)	nil	∞
(E,6)	nil	∞	(E,6)	nil	∞	(E,6)	nil	∞	(E,6)	nil	∞
(G,8)	nil	∞	(G,8)	nil	∞	(G,8)	nil	∞	(G,8)	nil	∞
(H,1)	nil	∞	(H,1)	nil	∞	(H,1)	nil	∞	(H,1)	nil	∞
(H,3)	nil	∞	(H,3)	nil	∞	(H,3)	nil	∞	(H,3)	nil	∞
(H,5)	nil	∞	(H,5)	nil	∞	(H,5)	nil	∞	(H,5)	nil	∞
(H,7)	nil	∞	(H,7)	nil	∞	(H,7)	nil	∞	(H,7)	nil	∞

$A^*$ ,  $h_1$  Protokoll



$A^*$ ,  $h_2$  Protokoll



## BFS Protokoll



IDA\*,  $h_0$  Protokoll



processed: nil		
v	p	d
(C,4)	nil	0
(A,3)	nil	$\infty$
(A,5)	nil	$\infty$
(B,2)	nil	$\infty$
(B,6)	nil	$\infty$
(D,2)	nil	$\infty$
(D,6)	nil	$\infty$
(E,3)	nil	$\infty$
(E,5)	nil	$\infty$
(B,1)	nil	$\infty$
(B,5)	nil	$\infty$
(C,2)	nil	$\infty$
(B,3)	nil	$\infty$
(B,7)	nil	$\infty$
(C,6)	nil	$\infty$
(A,4)	nil	$\infty$
(D,1)	nil	$\infty$
(D,3)	nil	$\infty$
(A,8)	nil	$\infty$
(C,8)	nil	$\infty$
(D,5)	nil	$\infty$
(D,7)	nil	$\infty$
(E,4)	nil	$\infty$
(F,1)	nil	$\infty$
(F,3)	nil	$\infty$
(E,8)	nil	$\infty$
(F,5)	nil	$\infty$
(F,7)	nil	$\infty$
(G,2)	nil	$\infty$
(G,4)	nil	$\infty$
(G,6)	nil	$\infty$
(C,3)	nil	$\infty$
(A,7)	nil	$\infty$
(C,7)	nil	$\infty$
(D,4)	nil	$\infty$
(A,1)	nil	$\infty$
(B,4)	nil	$\infty$
(E,1)	nil	$\infty$
(C,1)	nil	$\infty$
(C,5)	nil	$\infty$
(D,8)	nil	$\infty$
(B,8)	nil	$\infty$
(E,7)	nil	$\infty$
(F,2)	nil	$\infty$
(F,4)	nil	$\infty$
(F,6)	nil	$\infty$
(F,8)	nil	$\infty$
(G,3)	nil	$\infty$
(G,5)	nil	$\infty$
(H,2)	nil	$\infty$
(G,1)	nil	$\infty$
(H,4)	nil	$\infty$
(G,7)	nil	$\infty$
(H,6)	nil	$\infty$
(H,8)	nil	$\infty$
(A,2)	nil	$\infty$
(E,2)	nil	$\infty$
(A,6)	nil	$\infty$
(E,6)	nil	$\infty$
(G,8)	nil	$\infty$
(H,1)	nil	$\infty$
(H,3)	nil	$\infty$
(H,5)	nil	$\infty$
(H,7)	nil	$\infty$

processed: (C,4)		
v	p	d
(C,4)	nil	0
(A,3)	nil	6
(A,5)	nil	6
(B,2)	nil	6
(B,6)	nil	6
(D,2)	nil	6
(D,6)	nil	6
(E,3)	nil	6
(E,5)	nil	6
(B,1)	nil	$\infty$
(B,5)	nil	$\infty$
(C,2)	nil	$\infty$
(B,3)	nil	$\infty$
(B,7)	nil	$\infty$
(C,6)	nil	$\infty$
(A,4)	nil	$\infty$
(D,1)	nil	$\infty$
(D,3)	nil	$\infty$
(A,8)	nil	$\infty$
(C,8)	nil	$\infty$
(D,5)	nil	$\infty$
(D,7)	nil	$\infty$
(E,4)	nil	$\infty$
(F,1)	nil	$\infty$
(F,3)	nil	$\infty$
(E,8)	nil	$\infty$
(F,5)	nil	$\infty$
(F,7)	nil	$\infty$
(G,2)	nil	$\infty$
(G,4)	nil	$\infty$
(G,6)	nil	$\infty$
(C,3)	nil	$\infty$
(A,7)	nil	$\infty$
(C,7)	nil	$\infty$
(D,4)	nil	$\infty$
(A,1)	nil	$\infty$
(B,4)	nil	$\infty$
(E,1)	nil	$\infty$
(C,1)	nil	$\infty$
(C,5)	nil	$\infty$
(D,8)	nil	$\infty$
(B,8)	nil	$\infty$
(E,7)	nil	$\infty$
(F,2)	nil	$\infty$
(F,4)	nil	$\infty$
(F,6)	nil	$\infty$
(F,8)	nil	$\infty$
(G,3)	nil	$\infty$
(G,5)	nil	$\infty$
(H,2)	nil	$\infty$
(G,1)	nil	$\infty$
(H,4)	nil	$\infty$
(G,7)	nil	$\infty$
(H,6)	nil	$\infty$
(H,8)	nil	$\infty$
(A,2)	nil	$\infty$
(E,2)	nil	$\infty$
(A,6)	nil	$\infty$
(E,6)	nil	$\infty$
(G,8)	nil	$\infty$
(H,1)	nil	$\infty$
(H,3)	nil	$\infty$
(H,5)	nil	$\infty$
(H,7)	nil	$\infty$

processed: (C,4)		
v	p	d
(C,4)	nil	12
(A,3)	nil	12
(A,5)	nil	12
(B,2)	nil	12
(B,6)	nil	12
(D,2)	nil	12
(D,6)	nil	12
(E,3)	nil	12
(E,5)	nil	12
(B,1)	nil	12
(B,5)	nil	12
(C,2)	nil	12
(B,3)	nil	12
(B,7)	nil	12
(C,6)	nil	12
(A,4)	nil	12
(D,1)	nil	12
(D,3)	nil	12
(A,8)	nil	12
(C,8)	nil	12
(D,5)	nil	12
(D,7)	nil	12
(E,4)	nil	12
(F,1)	nil	12
(F,3)	nil	12
(E,8)	nil	12
(F,5)	nil	12
(F,7)	nil	12
(G,2)	nil	12
(G,4)	nil	12
(G,6)	nil	12
(C,3)	nil	$\infty$
(A,7)	nil	$\infty$
(C,7)	nil	$\infty$
(D,4)	nil	$\infty$
(A,1)	nil	$\infty$
(B,4)	nil	$\infty$
(E,1)	nil	$\infty$
(C,1)	nil	$\infty$
(C,5)	nil	$\infty$
(D,8)	nil	$\infty$
(B,8)	nil	$\infty$
(E,7)	nil	$\infty$
(F,2)	nil	$\infty$
(F,4)	nil	$\infty$
(F,6)	nil	$\infty$
(F,8)	nil	$\infty$
(G,3)	nil	$\infty$
(G,5)	nil	$\infty$
(H,2)	nil	$\infty$
(G,1)	nil	$\infty$
(H,4)	nil	$\infty$
(G,7)	nil	$\infty$
(H,6)	nil	$\infty$
(H,8)	nil	$\infty$
(A,2)	nil	$\infty$
(E,2)	nil	$\infty$
(A,6)	nil	$\infty$
(E,6)	nil	$\infty$
(G,8)	nil	$\infty$
(H,1)	nil	$\infty$
(H,3)	nil	$\infty$
(H,5)	nil	$\infty$
(H,7)	nil	$\infty$

IDA\*,  $h_1$  Protokoll

processed: nil		
v	p	d
(C,4)	nil	0
(A,3)	nil	∞
(A,5)	nil	∞
(B,2)	nil	∞
(B,6)	nil	∞
(D,2)	nil	∞
(D,6)	nil	∞
(E,3)	nil	∞
(E,5)	nil	∞
(B,1)	nil	∞
(B,5)	nil	∞
(C,2)	nil	∞
(B,3)	nil	∞
(B,7)	nil	∞
(C,6)	nil	∞
(A,4)	nil	∞
(D,1)	nil	∞
(D,3)	nil	∞
(A,8)	nil	∞
(C,8)	nil	∞
(D,5)	nil	∞
(D,7)	nil	∞
(E,4)	nil	∞
(F,1)	nil	∞
(F,3)	nil	∞
(E,8)	nil	∞
(F,5)	nil	∞
(F,7)	nil	∞
(G,2)	nil	∞
(G,4)	nil	∞
(G,6)	nil	∞
(C,3)	nil	∞
(A,7)	nil	∞
(C,7)	nil	∞
(D,4)	nil	∞
(A,1)	nil	∞
(B,4)	nil	∞
(E,1)	nil	∞
(C,1)	nil	∞
(C,5)	nil	∞
(D,8)	nil	∞
(B,8)	nil	∞
(E,7)	nil	∞
(F,2)	nil	∞
(F,4)	nil	∞
(F,6)	nil	∞
(F,8)	nil	∞
(G,3)	nil	∞
(G,5)	nil	∞
(H,2)	nil	∞
(G,1)	nil	∞
(H,4)	nil	∞
(G,7)	nil	∞
(H,6)	nil	∞
(H,8)	nil	∞
(A,2)	nil	∞
(E,2)	nil	∞
(A,6)	nil	∞
(E,6)	nil	∞
(G,8)	nil	∞
(H,1)	nil	∞
(H,3)	nil	∞
(H,5)	nil	∞
(H,7)	nil	∞

processed: (C,4)		
v	p	d
(C,4)	nil	22
(A,3)	nil	14
(A,5)	nil	14
(B,2)	nil	18
(B,6)	nil	18
(D,2)	nil	14
(D,6)	nil	22
(E,3)	nil	18
(E,5)	nil	22
(B,1)	nil	14
(B,5)	nil	22
(C,2)	nil	18
(B,3)	nil	∞
(B,7)	nil	∞
(C,6)	nil	∞
(A,4)	nil	18
(D,1)	nil	18
(D,3)	nil	22
(A,8)	nil	∞
(C,8)	nil	∞
(D,5)	nil	∞
(D,7)	nil	∞
(E,4)	nil	∞
(F,1)	nil	∞
(F,3)	nil	∞
(E,8)	nil	∞
(F,5)	nil	∞
(F,7)	nil	∞
(G,2)	nil	∞
(G,4)	nil	∞
(G,6)	nil	∞
(C,3)	nil	∞
(A,7)	nil	∞
(C,7)	nil	∞
(D,4)	nil	∞
(A,1)	nil	∞
(B,4)	nil	∞
(E,1)	nil	∞
(C,1)	nil	∞
(C,5)	nil	∞
(D,8)	nil	∞
(B,8)	nil	∞
(E,7)	nil	∞
(F,2)	nil	∞
(F,4)	nil	∞
(F,6)	nil	∞
(F,8)	nil	∞
(G,3)	nil	∞
(G,5)	nil	∞
(H,2)	nil	∞
(G,1)	nil	∞
(H,4)	nil	∞
(G,7)	nil	∞
(H,6)	nil	∞
(H,8)	nil	∞
(A,2)	nil	∞
(E,2)	nil	∞
(A,6)	nil	∞
(E,6)	nil	∞
(G,8)	nil	∞
(H,1)	nil	∞
(H,3)	nil	∞
(H,5)	nil	∞
(H,7)	nil	∞

processed: (C,4)		
v	p	d
(C,4)	nil	22
(A,3)	nil	22
(A,5)	nil	18
(B,2)	nil	18
(B,6)	nil	18
(D,2)	nil	18
(D,6)	nil	22
(E,3)	nil	18
(E,5)	nil	22
(B,1)	nil	22
(B,5)	nil	22
(C,2)	nil	18
(B,3)	nil	18
(B,7)	nil	26
(C,6)	nil	26
(A,4)	nil	18
(D,1)	nil	18
(D,3)	nil	22
(A,8)	nil	∞
(C,8)	nil	∞
(D,5)	nil	∞
(D,7)	nil	∞
(E,4)	nil	26
(F,1)	nil	22
(F,3)	nil	26
(E,8)	nil	∞
(F,5)	nil	∞
(F,7)	nil	∞
(G,2)	nil	∞
(G,4)	nil	∞
(G,6)	nil	∞
(C,3)	nil	26
(A,7)	nil	∞
(C,7)	nil	∞
(D,4)	nil	∞
(A,1)	nil	∞
(B,4)	nil	∞
(E,1)	nil	∞
(C,1)	nil	∞
(C,5)	nil	∞
(D,8)	nil	∞
(B,8)	nil	∞
(E,7)	nil	∞
(F,2)	nil	∞
(F,4)	nil	∞
(F,6)	nil	∞
(F,8)	nil	∞
(G,3)	nil	∞
(G,5)	nil	∞
(H,2)	nil	∞
(G,1)	nil	∞
(H,4)	nil	∞
(G,7)	nil	∞
(H,6)	nil	∞
(H,8)	nil	∞
(A,2)	nil	∞
(E,2)	nil	∞
(A,6)	nil	∞
(E,6)	nil	∞
(G,8)	nil	∞
(H,1)	nil	∞
(H,3)	nil	∞
(H,5)	nil	∞
(H,7)	nil	∞

processed: (C,4)		
v	p	d
(C,4)	nil	22
(A,3)	(C,4)	18
(A,5)	nil	18
(B,2)	nil	18
(B,6)	nil	18
(D,2)	nil	26
(D,6)	nil	22
(E,3)	nil	18
(E,5)	nil	22
(B,1)	nil	22
(B,5)	nil	22
(C,2)	(A,3)	18
(B,3)	nil	18
(B,7)	nil	26
(C,6)	nil	26
(A,4)	nil	18
(D,1)	nil	18
(D,3)	nil	22
(A,8)	nil	∞
(C,8)	nil	∞
(D,5)	nil	∞
(D,7)	nil	∞
(E,4)	nil	26
(F,1)	nil	22
(F,3)	nil	26
(E,8)	nil	∞
(F,5)	nil	∞
(F,7)	nil	∞
(G,2)	nil	∞
(G,4)	nil	∞
(G,6)	nil	∞
(C,3)	nil	26
(A,7)	nil	∞
(C,7)	nil	∞
(D,4)	nil	∞
(A,1)	(C,2)	18
(B,4)	nil	∞
(E,1)	nil	∞
(C,1)	nil	∞
(C,5)	nil	∞
(D,8)	nil	∞
(B,8)	nil	∞
(E,7)	nil	∞
(F,2)	nil	∞
(F,4)	nil	∞
(F,6)	nil	∞
(F,8)	nil	∞
(G,3)	nil	∞
(G,5)	nil	∞
(H,2)	nil	∞
(G,1)	nil	∞
(H,4)	nil	∞
(G,7)	nil	∞
(H,6)	nil	∞
(H,8)	nil	∞
(A,2)	nil	∞
(E,2)	nil	∞
(A,6)	nil	∞
(E,6)	nil	∞
(G,8)	nil	∞
(H,1)	nil	∞
(H,3)	nil	∞
(H,5)	nil	∞
(H,7)	nil	∞

IDA\*,  $h_2$  Protokoll

processed: nil		
v	p	d
(C,4)	nil	0
(A,3)	nil	$\infty$
(A,5)	nil	$\infty$
(B,2)	nil	$\infty$
(B,6)	nil	$\infty$
(D,2)	nil	$\infty$
(D,6)	nil	$\infty$
(E,3)	nil	$\infty$
(E,5)	nil	$\infty$
(B,1)	nil	$\infty$
(B,5)	nil	$\infty$
(C,2)	nil	$\infty$
(B,3)	nil	$\infty$
(B,7)	nil	$\infty$
(C,6)	nil	$\infty$
(A,4)	nil	$\infty$
(D,1)	nil	$\infty$
(D,3)	nil	$\infty$
(A,8)	nil	$\infty$
(C,8)	nil	$\infty$
(D,5)	nil	$\infty$
(D,7)	nil	$\infty$
(E,4)	nil	$\infty$
(F,1)	nil	$\infty$
(F,3)	nil	$\infty$
(E,8)	nil	$\infty$
(F,5)	nil	$\infty$
(F,7)	nil	$\infty$
(G,2)	nil	$\infty$
(G,4)	nil	$\infty$
(G,6)	nil	$\infty$
(C,3)	nil	$\infty$
(A,7)	nil	$\infty$
(C,7)	nil	$\infty$
(D,4)	nil	$\infty$
(A,1)	nil	$\infty$
(B,4)	nil	$\infty$
(E,1)	nil	$\infty$
(C,1)	nil	$\infty$
(C,5)	nil	$\infty$
(D,8)	nil	$\infty$
(B,8)	nil	$\infty$
(E,7)	nil	$\infty$
(F,2)	nil	$\infty$
(F,4)	nil	$\infty$
(F,6)	nil	$\infty$
(F,8)	nil	$\infty$
(G,3)	nil	$\infty$
(G,5)	nil	$\infty$
(H,2)	nil	$\infty$
(G,1)	nil	$\infty$
(H,4)	nil	$\infty$
(G,7)	nil	$\infty$
(H,6)	nil	$\infty$
(H,8)	nil	$\infty$
(A,2)	nil	$\infty$
(E,2)	nil	$\infty$
(A,6)	nil	$\infty$
(E,6)	nil	$\infty$
(G,8)	nil	$\infty$
(H,1)	nil	$\infty$
(H,3)	nil	$\infty$
(H,5)	nil	$\infty$
(H,7)	nil	$\infty$

processed: (C,4)		
v	p	d
(C,4)	nil	21
(A,3)	nil	12
(A,5)	nil	18
(B,2)	nil	21
(B,6)	nil	21
(D,2)	nil	15
(D,6)	nil	21
(E,3)	nil	18
(E,5)	nil	18
(B,1)	nil	$\infty$
(B,5)	nil	$\infty$
(C,2)	nil	$\infty$
(B,3)	nil	$\infty$
(B,7)	nil	$\infty$
(C,6)	nil	$\infty$
(A,4)	nil	21
(D,1)	nil	21
(D,3)	nil	21
(A,8)	nil	$\infty$
(C,8)	nil	$\infty$
(D,5)	nil	$\infty$
(D,7)	nil	$\infty$
(E,4)	nil	$\infty$
(F,1)	nil	$\infty$
(F,3)	nil	$\infty$
(E,8)	nil	$\infty$
(F,5)	nil	$\infty$
(F,7)	nil	$\infty$
(G,2)	nil	$\infty$
(G,4)	nil	$\infty$
(G,6)	nil	$\infty$
(C,3)	nil	$\infty$
(A,7)	nil	$\infty$
(C,7)	nil	$\infty$
(D,4)	nil	$\infty$
(A,1)	nil	$\infty$
(B,4)	nil	$\infty$
(E,1)	nil	$\infty$
(C,1)	nil	$\infty$
(C,5)	nil	$\infty$
(D,8)	nil	$\infty$
(B,8)	nil	$\infty$
(E,7)	nil	$\infty$
(F,2)	nil	$\infty$
(F,4)	nil	$\infty$
(F,6)	nil	$\infty$
(F,8)	nil	$\infty$
(G,3)	nil	$\infty$
(G,5)	nil	$\infty$
(H,2)	nil	$\infty$
(G,1)	nil	$\infty$
(H,4)	nil	$\infty$
(G,7)	nil	$\infty$
(H,6)	nil	$\infty$
(H,8)	nil	$\infty$
(A,2)	nil	$\infty$
(E,2)	nil	$\infty$
(A,6)	nil	$\infty$
(E,6)	nil	$\infty$
(G,8)	nil	$\infty$
(H,1)	nil	$\infty$
(H,3)	nil	$\infty$
(H,5)	nil	$\infty$
(H,7)	nil	$\infty$

processed: (C,4)		
v	p	d
(C,4)	nil	21
(A,3)	nil	15
(A,5)	nil	18
(B,2)	nil	21
(B,6)	nil	21
(D,2)	nil	15
(D,6)	nil	21
(E,3)	nil	18
(E,5)	nil	18
(B,1)	nil	15
(B,5)	nil	24
(C,2)	nil	18
(B,3)	nil	$\infty$
(B,7)	nil	$\infty$
(C,6)	nil	$\infty$
(A,4)	nil	21
(D,1)	nil	21
(D,3)	nil	21
(A,8)	nil	$\infty$
(C,8)	nil	$\infty$
(D,5)	nil	$\infty$
(D,7)	nil	$\infty$
(E,4)	nil	$\infty$
(F,1)	nil	$\infty$
(F,3)	nil	$\infty$
(E,8)	nil	$\infty$
(F,5)	nil	$\infty$
(F,7)	nil	$\infty$
(G,2)	nil	$\infty$
(G,4)	nil	$\infty$
(G,6)	nil	$\infty$
(C,3)	nil	$\infty$
(A,7)	nil	$\infty$
(C,7)	nil	$\infty$
(D,4)	nil	$\infty$
(A,1)	nil	$\infty$
(B,4)	nil	$\infty$
(E,1)	nil	$\infty$
(C,1)	nil	$\infty$
(C,5)	nil	$\infty$
(D,8)	nil	$\infty$
(B,8)	nil	$\infty$
(E,7)	nil	$\infty$
(F,2)	nil	$\infty$
(F,4)	nil	$\infty$
(F,6)	nil	$\infty$
(F,8)	nil	$\infty$
(G,3)	nil	$\infty$
(G,5)	nil	$\infty$
(H,2)	nil	$\infty$
(G,1)	nil	$\infty$
(H,4)	nil	$\infty$
(G,7)	nil	$\infty$
(H,6)	nil	$\infty$
(H,8)	nil	$\infty$
(A,2)	nil	$\infty$
(E,2)	nil	$\infty$
(A,6)	nil	$\infty$
(E,6)	nil	$\infty$
(G,8)	nil	$\infty$
(H,1)	nil	$\infty$
(H,3)	nil	$\infty$
(H,5)	nil	$\infty$
(H,7)	nil	$\infty$