Población infinita cola simple M/M/1

1. Probabilidad de hallar el sistema ocupado, utilización del sistema, probabilidad que tienen los usuarios de esperar para ser atendidos:
$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$
2. La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso, probabilidad que tienen los usuarios de no esperar o ser atendidos sin esperar en cola.
$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$
3. La probabilidad de hallar exactamente n clientes dentro del sistema.
$$P_n = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$
   Considerar que:
$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$$
4. Número esperado de clientes en el sistema.
$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$
5. Número esperado de clientes en la cola.
$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$
6. Número esperado de clientes en la cola no vacía.
$$L_n = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$
7. Tiempo esperado en el sistema.
$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$
8. Tiempo esperado en cola.
$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$
9. Tiempo esperado en cola para colas no vacías.
$$W_n = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

Población infinita cola múltiple M/M/k

1. La probabilidad de hallar el sistema completamente vacío, probabilidad de que todos los servidores estén desocupados u ociosos a la vez.
$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{n=k-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right] + \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \frac{k\mu}{k\mu - \lambda}}$$
2. La probabilidad de que un usuario que llega tenga que esperar, probabilidad de que haya k o más usuarios en el sistema.
$$P_k = \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \frac{k\mu}{(k\mu - \lambda)} P_0$$
3. Probabilidad de que un usuario que llega no tenga que esperar.
$$P_{NE} = 1 - P_k$$

4. La probabilidad de hallar exactamente n clientes dentro del sistema.

$$P_n = \frac{P_0}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \quad Para\ n = 0,1,2,\dots,k$$

$$P_n = \frac{1}{k!\ k^{n-k}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \quad Para\ n\ \geq k$$

Considerar que:

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1 \rightarrow \sum_{n=0}^{n-1} P_0 + \sum_{n=k}^{\infty} P_n \quad y \quad \sum_{n=k}^{\infty} P_n = P_k$$

5. Número esperado de clientes en el sistema.

$$L = \frac{\lambda\mu(\lambda\ /\ \mu)^k}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2}\ P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$

6. Número esperado de clientes en la cola.

$$L_q = \frac{\lambda\mu\ (\lambda/\mu)^k P_0}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2}$$

7. Número esperado de clientes en la cola no vacía.

$$L_n = \frac{L_q}{P_k}$$

8. Tiempo esperado en el sistema.

$$W = \frac{\mu(\lambda - \mu)^k P_0}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2} + \frac{1}{\mu}$$

9. Tiempo esperado en cola.

$$W_q = \frac{\mu(\lambda/\mu)^k P_0}{(k-1)!\,(k\mu - \lambda)^2}$$

10. Tiempo esperado en cola para colas no vacías.

$$W_n = \frac{W_q}{P_k}$$

Población finita cola simple M/M/1/M/M

1. La probabilidad de hallar el sistema vacío u ocioso, probabilidad que tienen los usuarios de no esperar o de ser atendidos sin esperar en cola.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{n=M}\left[\frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]}$$

2. Probabilidad de hallar el sistema ocupado, utilización del sistema, probabilidad que tienen los usuarios de esperar para ser atendidos.

$$P_E = 1 - P_0$$

3. La probabilidad de hallar exactamente n clientes dentro del sistema.

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0$$

Considerar que:

$$\sum_{n=0}^{M} P_n = 1$$

4. Número esperado de clientes en el sistema.

$$L = \sum_{n=0}^{n=M} nP_n = M - \frac{\mu}{\lambda}(1 - P_0)$$

5. Número esperado de clientes en la cola.

$$L_q = M - \frac{\lambda + \mu}{\lambda}(1 - P_0)$$

6. Número esperado de clientes en la cola no vacía.

$$L_n = \frac{L_q}{P_E}$$

7. Tiempo esperado en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

8. Tiempo esperado en cola.

$$W_q = \frac{L_q}{(M - L)\lambda}$$

9. Tiempo esperado en cola para colas no vacías.

$$W_n = \frac{W_q}{P_E}$$

Población finita cola múltiple M/M/k/M/M

1. La probabilidad de hallar el sistema completamente vacío, de que todos los servidores estén desocupados u ociosos a la vez.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{n=k-1}\left[\frac{M!}{(M-n)!\,n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right] + \sum_{n=k}^{n=M}\left[\frac{M!}{(M-n)!\,k!\,k^{n-k}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]}$$

2. La probabilidad de hallar exactamente n clientes dentro del sistema.

$$P_n = P_0 \frac{M!}{(M-n)!\,n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \quad Donde\ 0 \le n \le k$$

$$P_n = P_0 \frac{M!}{(M-n)!\,k!\,k^{n-k}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \quad Donde\ k \le n \le M$$

Considerar que:

$$\sum_{n=0}^{M} P_n = 1$$

3. Probabilidad de hallar el sistema completamente ocupado, de que un usuario que llega tenga que esperar, probabilidad de que haya k o más usuarios en el sistema.

$$P_E = \sum_{n=k}^{M} P_n = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} P_n$$

4. Probabilidad de no esperar.

$$P_{NE} = 1 - P_E$$

5. Número esperado de clientes en el sistema.

$$L = \sum_{n=0}^{n=k-1} nP_n + \sum_{n=k}^{n=M}(n-k)P_n + k\left(1 - \sum_{n=0}^{n=k-1} P_n\right)$$

6. Número esperado de clientes en la cola.

$$L_q = \sum_{n=k}^{n=M}(n-k)P_n$$

7. Número esperado de clientes en la cola no vacía.

$$L_n = \frac{L_q}{P_E}$$

8. Tiempo esperado en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

9. Tiempo esperado en cola.

$$W_q = \frac{L_q}{(M - L)^{\lambda}}$$

10. Tiempo esperado en cola para colas no vacías.

$$W_n = \frac{W_q}{P_E}$$