パターン認識：マッチング・レジストレーション

講義内容

- ■マッチング（位置合わせ）の評価関数
  - 相互相関（正規化相互相関）
  - ２乗誤差
- ■オプティカルフロー

相関演算

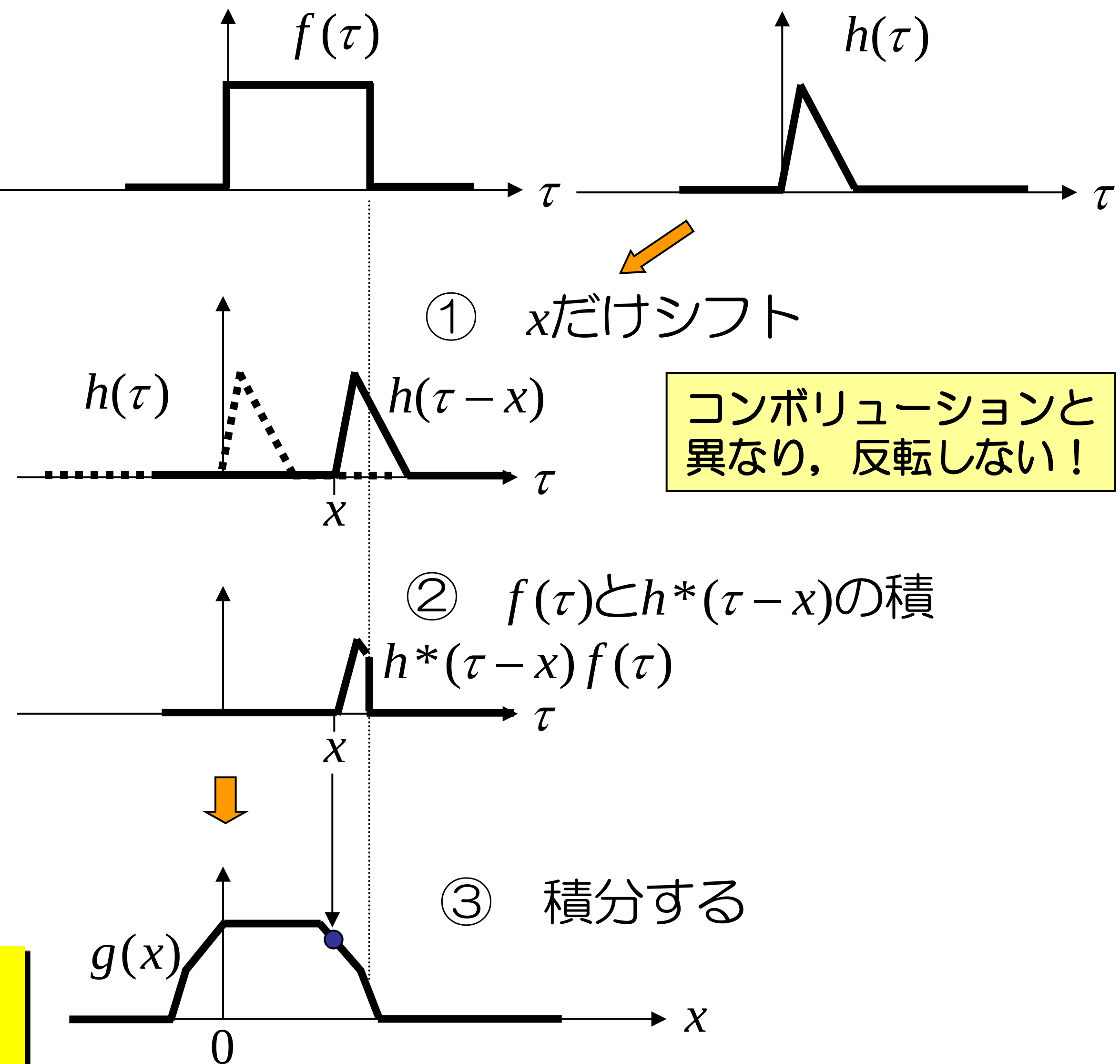
相関演算は以下の式で定義される.

$$g(x)=\int_{-\infty}^{\infty}h^*(\tau-x)f(\tau)d\tau$$
$$=h^*(x)\otimes f(x)$$

$g(x)$を相関関数と呼ぶ.
（＊印は複素共役を意味する）

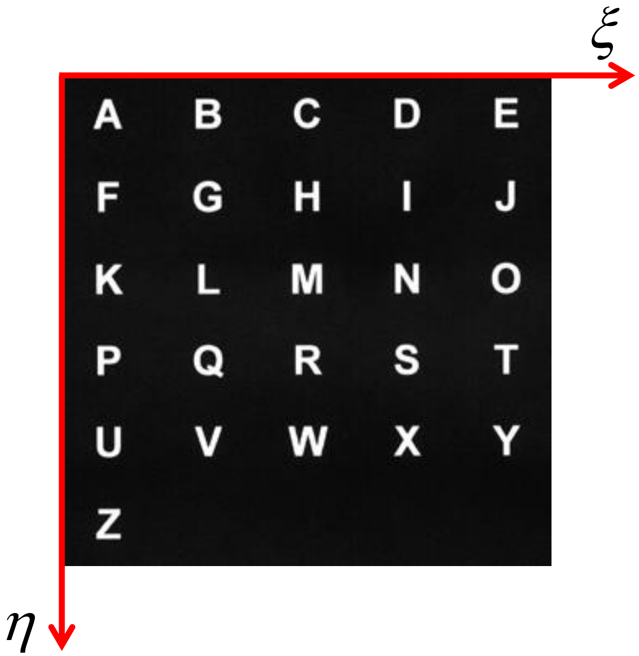
$h(x)$が実関数なら

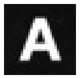
$$g(x)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau-x)f(\tau)d\tau$$
$$=h(x)\otimes f(x)$$

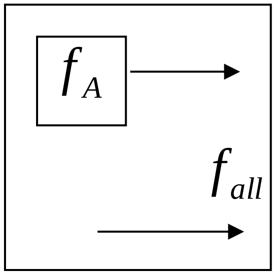


パターンマッチング，対応領域の検出などに利用される.

文字検出実験







左の画像の中から，上の文字“A”を相関演算を用いて探す．

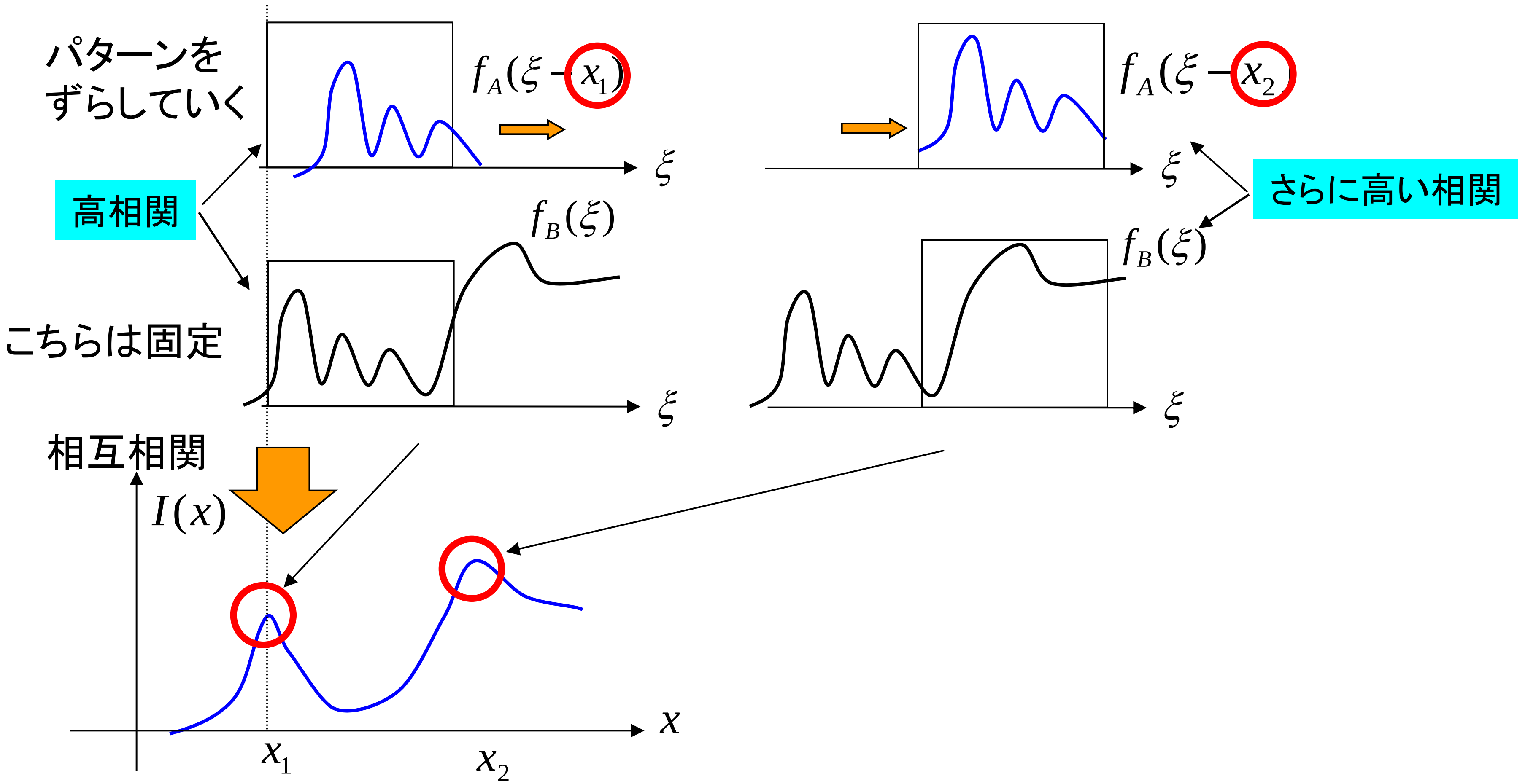
２次元の相関演算

$$
\begin{aligned}
g(x,y) &= \iint_{-\infty}^{\infty} f_A(\xi - x, \eta - y) f_{all}(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta \\
&= f_A(x,y) \otimes f_{all}(x,y)
\end{aligned}
$$

単なる相互相関を用いた場合の問題点：1次元での説明

$$I(x)=\sum_{\xi\in R} f_A(\xi-x)\,f_B(\xi)$$

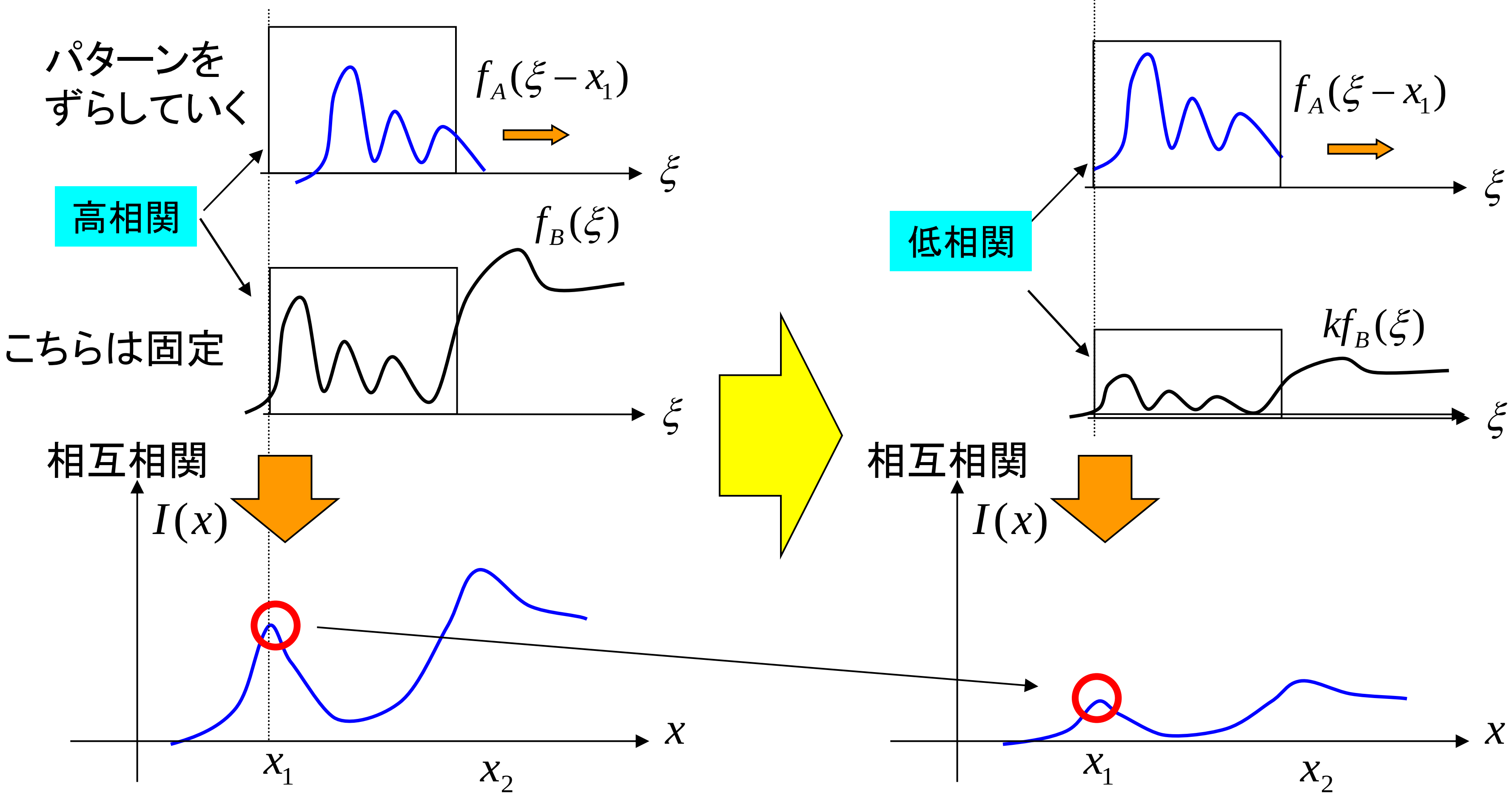
もともと濃淡パターンの一致していない部分でも高相関を与える場合がある



単なる相互相関を用いた場合の問題点：1次元での説明

$$I(x,y)=\sum_{\xi,\eta\in R} f_A(\xi-x,\eta-y)\,f_B(\xi,\eta)$$

一方の画像の輝度が全体的に高くなる（低くなる）など、
変化してしまった場合に不正確となる



正規化相互相関によるマッチング

相互相関（実関数の場合）を離散系で再定義：

$$I(x,y) = \sum_{\xi,\eta\in R} f_A(\xi - x, \eta - y) f_B(\xi,\eta)$$

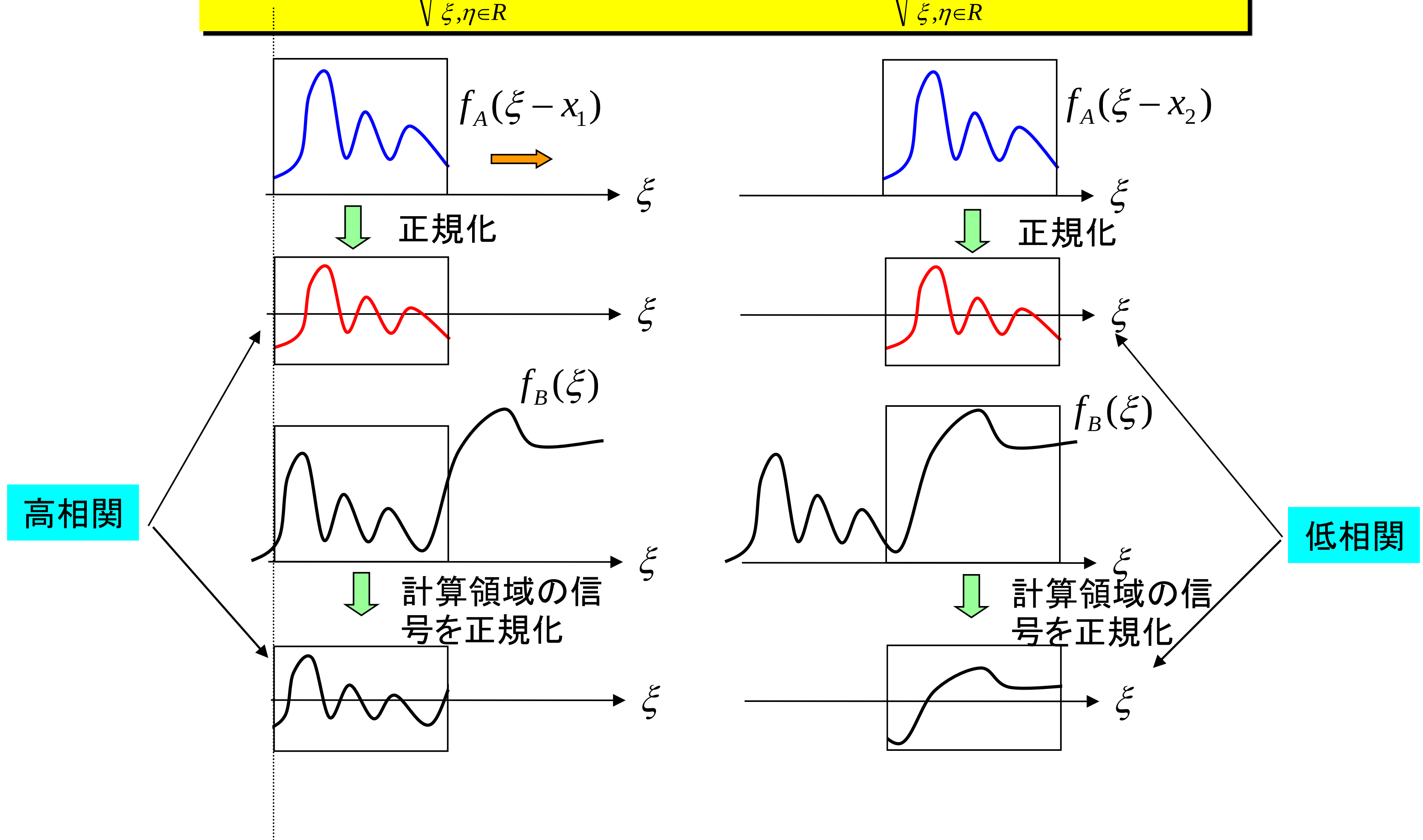
正規化相互相関(NCC: normalized cross correlation)：

$$\begin{aligned}
I_{NCC}(x,y) &= \frac{\sum_{\xi,\eta\in R}(f_A(\xi - x,\eta - y) - \bar{f}_A)(f_B(\xi,\eta) - \bar{f}_B)}{\sqrt{\sum_{\xi,\eta\in R}(f_A(\xi - x,\eta - y) - \bar{f}_A)^2}\sqrt{\sum_{\xi,\eta\in R}(f_B(\xi,\eta) - \bar{f}_B)^2}} \\
&= \sum \frac{(f_A(\xi - x,\eta - y) - \bar{f}_A)}{\sqrt{\sum_{\xi,\eta\in R}(f_A(\xi - x,\eta - y) - \bar{f}_A)^2}} \cdot \frac{(f_B(\xi,\eta) - \bar{f}_B)}{\sqrt{\sum_{\xi,\eta\in R}(f_B(\xi,\eta) - \bar{f}_B)^2}} \\
&\equiv \sum f_A^{(N)}(\xi - x,\eta - y)\cdot f_B^{(N)}(\xi,\eta) \longleftarrow \text{表現の定義}
\end{aligned}$$

各計算領域において，平均画素値を引き，標準偏差で割った
画像に対して相関の計算を行う．

正規化の効果

$$I_{NCC}(x,y)=\frac{\sum_{\xi,\eta\in R}(f_A(\xi-x,\eta-y)-\bar{f}_A)(f_B(\xi,\eta)-\bar{f}_B)}{\sqrt{\sum_{\xi,\eta\in R}(f_A(\xi-x,\eta-y)-\bar{f}_A)^2}\sqrt{\sum_{\xi,\eta\in R}(f_B(\xi,\eta)-\bar{f}_B)^2}}$$



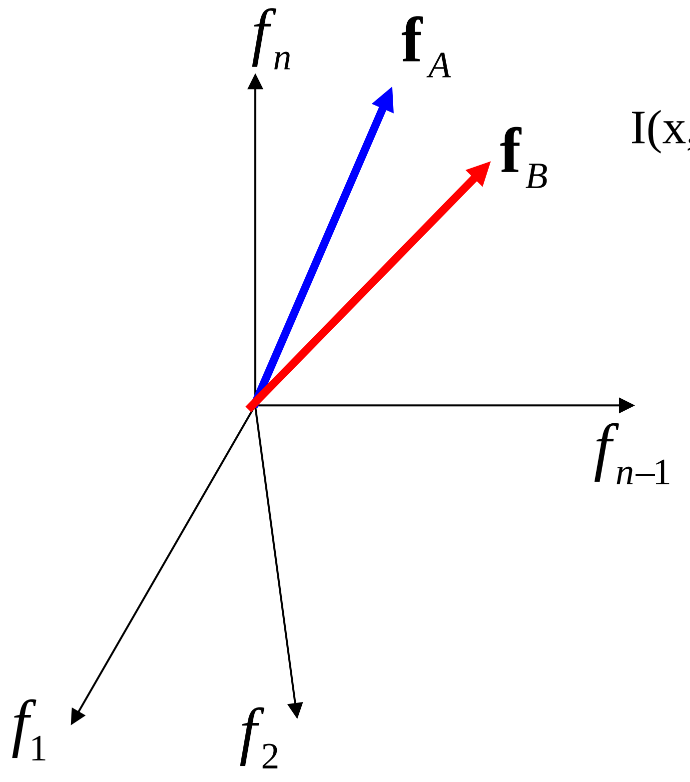
相互相関のベクトル的解釈

$$I(x,y)=\sum_{\xi,\eta\in R} f_A(\xi-x,\eta-y)\,f_B(\xi,\eta)$$

$$\{f_A(\xi-x,\eta-y),|(\xi,\eta)\in R\} \qquad \{f_B(\xi,\eta),|(\xi,\eta)\in R\}$$

$\Downarrow$ １列に並べる　　$\Downarrow$ １列に並べる

$$\mathbf{f}_A=[\,f_{A,1}\quad f_{A,2}\quad \cdots \quad f_{A,n}\,] \qquad \mathbf{f}_B=[\,f_{B,1}\quad f_{B,2}\quad \cdots \quad f_{B,n}\,]$$



I(x,y)はベクトルの内積演算に相当する.

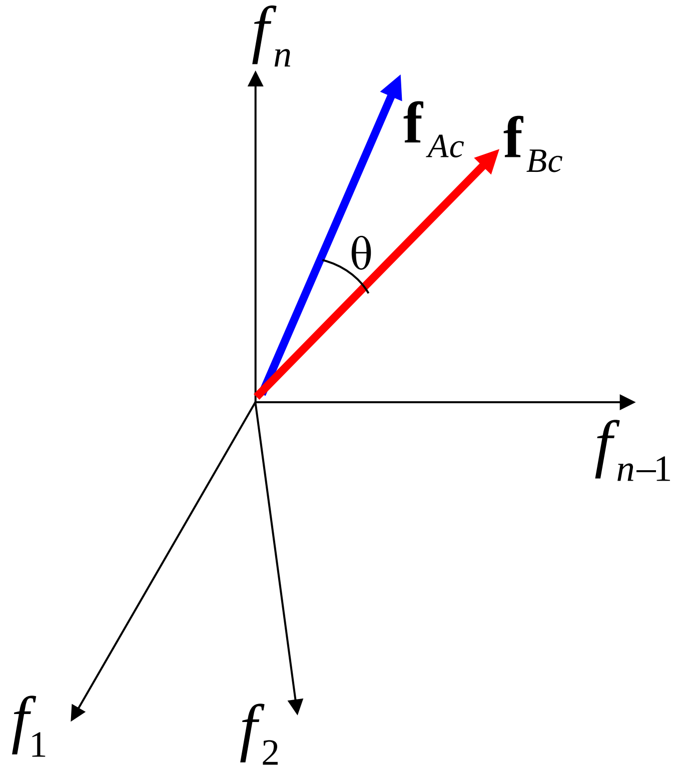
正規化相互相関のベクトル的解釈

$$I_{NCC}(x,y)=\frac{\sum_{\xi,\eta\in R}(f_A(\xi-x,\eta-y)-\bar{f}_A)(f_B(\xi,\eta)-\bar{f}_B)}{\sqrt{\sum_{\xi,\eta\in R}(f_A(\xi-x,\eta-y)-\bar{f}_A)^2}\sqrt{\sum_{\xi,\eta\in R}(f_B(\xi,\eta)-\bar{f}_B)^2}}$$

$\{f_A(\xi-x,\eta-y)-\bar{f}_A, |(\xi,\eta)\in R\}$ $\{f_B(\xi,\eta)-\bar{f}_B, |(\xi,\eta)\in R\}$

$\Downarrow$ １列に並べる $\Downarrow$ １列に並べる

$\mathbf{f}_{Ac}=[f_{Ac,1} \quad f_{Ac,2} \quad \cdots \quad f_{Ac,n}]$ $\mathbf{f}_{Bc}=[f_{Bc,1} \quad f_{Bc,2} \quad \cdots \quad f_{Bc,n}]$



$I_{NCC}(x,y)$は2つのベクトルのなす角の余弦に相当する.

$$I_{NCC}(x,y)=\frac{\mathbf{f}_{Ac}{}^T\mathbf{f}_{Bc}}{\|\mathbf{f}_{Ac}\|\|\mathbf{f}_{Bc}\|}=\cos\theta$$

２乗誤差と相関演算との関係

相互相関（離散系）

$$I(x,y)=\sum_{\xi,\eta\in R} f_A(\xi-x,\eta-y)\,f_B(\xi,\eta)$$

正規化相互相関（離散系）

$$I^{(N)}(x,y)=\sum_{\xi,\eta\in R} f_A^{(N)}(\xi-x,\eta-y)\,f_B^{(N)}(\xi,\eta)$$

２乗誤差の総和

$$D(x,y)=\sum_{\xi,\eta\in R}\{f_A(\xi-x,\eta-y)-f_B(\xi,\eta)\}^2$$

$$\begin{aligned}D(x,y)&=\sum_{\xi,\eta\in R}\{f_A(\xi-x,\eta-y)-f_B(\xi,\eta)\}^2\\&=\sum_{\xi,\eta\in R}\{f_A(\xi-x,\eta-y)\}^2\\&\quad+\sum_{\xi,\eta\in R}\{f_B(\xi-x,\eta-y)\}^2\\&\quad-2\boxed{\sum_{\xi,\eta\in R} f_A(\xi-x,\eta-y)\,f_B(\xi,\eta)}\end{aligned}$$

パターン認識：マッチング・レジストレーション

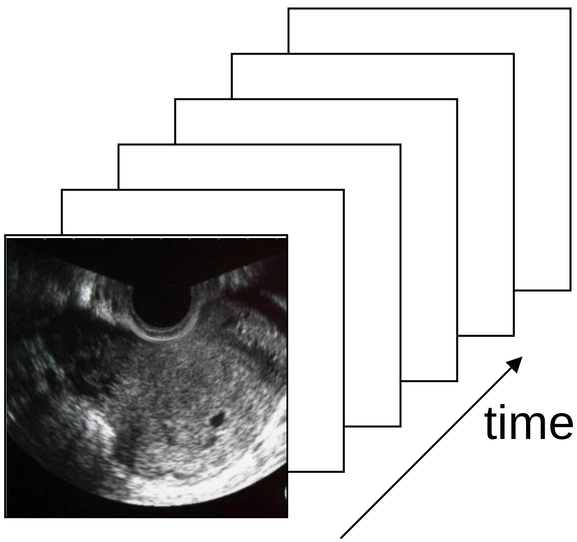
講義内容

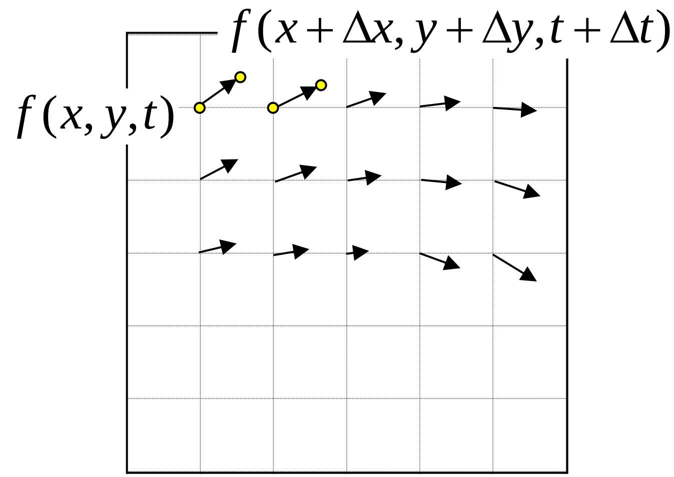
■マッチング（位置合わせ）の評価関数
相互相関（正規化相互相関）
２乗誤差
■オプティカルフロー

オプティカルフロー

勾配法：被写体の動きを動画像の時空間微分から推定するための方法

特徴：
対応点（特徴点）の検出を行うことなしに，
各局所領域の移動先を求める．





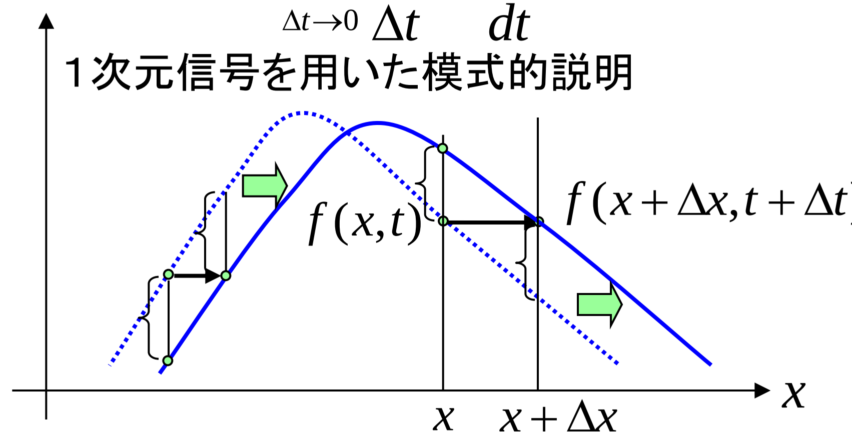
欠点
次のような場合には精度が悪い
- 濃度変化の少ない被写体
- 急激な濃度変化のある被写体（エッジ部分など）

オプティカルフローの原理

1次元での説明

仮定
1．物体上の点の明るさは移動後も変化しない．
2．画素値の空間的な変化は緩やかである．

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{dx}{dt}$$



仮定1より，

$$f(x,t)=f(x+\Delta x,t+\Delta t)$$

右辺をテイラー展開すると

$$f(x+\Delta x,t+\Delta t)=f(x,t)+\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x+\frac{\partial f}{\partial t}\Delta t+\varepsilon$$

ここでεは高次の項であるがこれを無視し，両辺をΔtで割り，Δt →0とすると

$$\frac{\partial f}{\partial x}v+f_t=0 \qquad \text{ただし} \quad v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{dx}{dt}$$

ここで，

$$\begin{cases}\dfrac{\partial f}{\partial x} & \text{:位置}x\text{での画素値の微係数}\\ f_t & \text{:位置}x\text{での画素値の時間変化量}\end{cases}$$

であり，動画像より算出可能である．これを用いて上の方程式を解けば，vが得られる．

Lucas-Kanade法*

注目画素近傍の小領域内各点でオプティカルフローvが等しいと仮定できるなら，以下の式を満たすvを回帰分析により求める方が安定している．

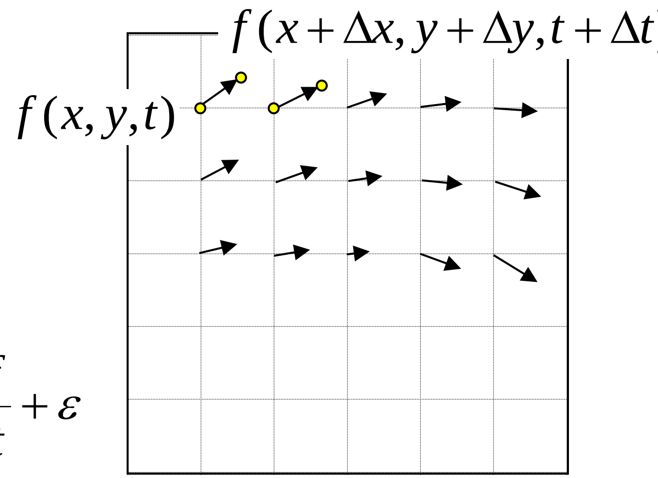
$$\sum_{r\in R}\left[\frac{\partial}{\partial x}f(x,t)v+\frac{\partial}{\partial t}f(x,t)\right]^2\to\min.$$

*) B. D. Lucas and T. Kanade (1981), An iterative image registration technique with an application to stereo vision. Proceedings of Imaging Understanding Workshop, pp 121-130

オプティカルフローの原理

２次元での説明

仮定 １．物体上の点の明るさは移動後も変化しない．
　　　２．画素値の空間的な変化は緩やかである．



仮定１より，

$$f(x,y,t) = f(x+\Delta x, y+\Delta y, t+\Delta t)$$

右辺をテイラー展開すると

$$f(x+\Delta x, y+\Delta y, t+\Delta t) = f(x,y,t) + \Delta x \frac{\partial f}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial f}{\partial y} + \Delta t \frac{\partial f}{\partial t} + \varepsilon$$

ここでεは高次の項であるがこれを無視し，両辺をΔtで割り，$\Delta t \to 0$とすると

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + f_t = (\nabla f)^t \mathbf{u} + f_t = 0 \qquad \text{ここで} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx/dt \\ dy/dt \end{bmatrix}$$

ここで求めたいのは変位ベクトル$\mathbf{u}$であり，fのxやyでの偏微分はその位置での差分，またf_tは位置(x,y)でのフレーム間差分により得られる．実際には，注目画素位置の近傍の小領域Rで，以下の式を満たす$\mathbf{u}$を回帰分析により求める方法が考えられる．

$$E = \sum_{r \in R} ((\nabla f)^t \mathbf{u} + f_t)^2$$

３次元の場合も同様の考え方で変位ベクトルが求まる．