

# 基于 Kalman 滤波的加速度计十位置标定方法

孙 枫, 曹 通

(哈尔滨工程大学自动化学学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 未经完全补偿的加速度计标定误差会残留到初始对准阶段, 引起水平姿态误差。针对这一问题, 提出一种基于卡尔曼滤波初始对准的标定加速度计零偏和安装误差角的新方法。在分析水平对准精度的基础上, 推导出加速度计标定误差模型, 给出四步骤十位置标定编排方案。确定了最优标定路径, 仿真验证了转台最优路径的有效性。表明该方法能在对准阶段利用水平姿态误差进一步补偿残余标定误差, 提高加速度计的标定精度。

**关键词:** 加速度计; 十位置标定; 水平失准角; 卡尔曼滤波

**中图分类号:** U 666.12

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.10.26

## Ten-position calibration for accelerometer based on Kalman filter

SUN Feng, CAO Tong

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The non-complete compensated calibration errors of an accelerometer can remain in initial alignment stage and lead to horizontal misalignments. A new approach is presented to calibrate accelerometer bias and fix error angle based on Kalman filter in initial alignment. Based on the analysis of horizontal misalignments, an accelerometer calibration error model is derived, and a four-step-ten-position calibration scheme is given. The optimal calibration path is analyzed, and its effectiveness is proved by simulation. The result shows that this method can further compensate the residual calibration errors with horizontal misalignments, thus improving accelerometer calibration accuracy.

**Keywords:** accelerometer; ten-position calibration; horizontal misalignment; Kalman filter

### 0 引 言

捷联惯组标定是进行惯性导航的前提, 标定的好坏直接影响惯性导航的精度<sup>[1-6]</sup>。加速度计标定可分为分立标定和系统级标定。分立标定<sup>[7-8]</sup>直接以加速度计输出为观测量, 用最小二乘法标定其系数。系统级标定<sup>[9-11]</sup>则是利用导航误差作为观测量, 用滤波估计加速度计误差系数。分立标定法数据处理复杂, 标定精度受测试转台误差的影响, 标定精度低<sup>[12]</sup>。因此, 较为“粗糙”的标定值带来的标定误差会一直遗留到对准阶段, 进而造成较大的水平失准角。水平失准角能充分反映加速度计标定误差的大小。为此, 本文提出一种基于 Kalman 滤波初始对准的加速度计十位置标定方法, 利用对准阶段的水平失准角估值标定和补偿上一标定阶段残余的加速度计误差。该方法以速度误差为观测量, 利用水平对准精度与加速度计误差之间的关系, 制定四步骤十位置标定编排方案, 分离并逐步估计加速度计零偏和安装误差系数。由于水平失准角收敛快<sup>[13-14]</sup>, 因

此该方法标定时间短, 解决了以往基于状态估计的系统级标定法标定时间长<sup>[15]</sup>的问题, 数据处理简单, 并能有效补偿上一阶段残留的标定误差, 提供了一种较为实用的系统级标定方法。

### 1 加速度计组件的标定误差模型

记  $n$  代表东北天导航坐标系,  $p$  代表计算导航坐标系,  $b$  代表载体系,  $a$  代表加速度计坐标系。设载体坐标系中加速度计敏感的比力为  $\hat{f}_b^a (i=x, y, z)$ , 静基座下有

$$\begin{bmatrix} \hat{f}_b^x \\ \hat{f}_b^y \\ \hat{f}_b^z \end{bmatrix} = C_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} gC_{31} \\ gC_{32} \\ gC_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中,  $g$  为重力加速度;  $C_j (j=1, 2, 3)$  为姿态矩阵  $C_n^b$  的第  $j$  行元素。

如图 1 所示, 加速度计的测量误差模型可表示为<sup>[7, 16-17]</sup>

收稿日期: 2010-11-02; 修回日期: 2011-03-06。

基金项目: 国家自然科学基金(60775001, 60834005)资助课题

作者简介: 孙枫(1944-), 男, 教授, 主要研究方向为惯性导航、组合导航系统。E-mail: caotong453@yahoo.cn

$$\bar{\mathbf{V}}^b = \mathbf{b}_a + (\Delta \mathbf{C}_b^a + \mathbf{S}_a) \hat{\mathbf{f}}^b \quad (2)$$

式中

$$\mathbf{b}_a = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}; \Delta \mathbf{C}_b^a = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xx} & -\tau_{xy} \\ -\tau_{yx} & 0 & \tau_{yz} \\ \tau_{xy} & -\tau_{yz} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_a = \begin{bmatrix} S_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & S_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & S_{az} \end{bmatrix}$$

其中,  $b_x, b_y, b_z$  为加速度计常值偏差在载体系上的投影;  $S_{ax}, S_{ay}, S_{az}$  为标度因数,  $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}, \tau_{zx}$  为安装误差系数。

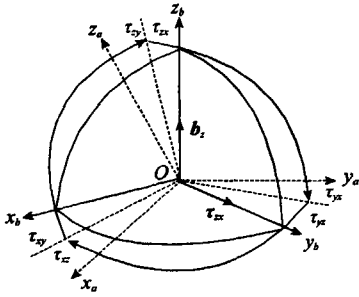


图1 加速度计坐标系示意图

将式(1)代入式(2),有

$$\bar{\mathbf{V}}^b = \begin{bmatrix} b_x + gC_{32}\tau_{xx} - gC_{33}\tau_{xy} + gC_{31}S_{ax} \\ b_y - gC_{31}\tau_{yx} + gC_{33}\tau_{yz} + gC_{32}S_{ay} \\ b_z + gC_{31}\tau_{zy} - gC_{32}\tau_{zx} + gC_{33}S_{az} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$\bar{\mathbf{V}}^b$  转换到导航坐标系下,即

$$\bar{\mathbf{V}}^n = \mathbf{C}_b^n \bar{\mathbf{V}}^b \quad (4)$$

将式(3)代入式(4),加速度计误差的东向和北向分量为

$$\bar{V}_e = C_{11}b_x + C_{12}b_y + C_{13}b_z + gC_{11}C_{32}\tau_{xx} - gC_{11}C_{33}\tau_{xy} - gC_{12}C_{31}\tau_{yx} + gC_{12}C_{33}\tau_{yz} + gC_{13}C_{31}\tau_{zy} - gC_{13}C_{32}\tau_{zx} + gC_{11}C_{31}S_{ax} + gC_{12}C_{32}S_{ay} + gC_{13}C_{33}S_{az} \quad (5)$$

$$\bar{V}_n = C_{21}b_x + C_{22}b_y + C_{23}b_z + gC_{21}C_{32}\tau_{xx} - gC_{21}C_{33}\tau_{xy} - gC_{22}C_{31}\tau_{yx} + gC_{22}C_{33}\tau_{yz} + gC_{23}C_{31}\tau_{zy} - gC_{23}C_{32}\tau_{zx} + gC_{21}C_{31}S_{ax} + gC_{22}C_{32}S_{ay} + gC_{23}C_{33}S_{az} \quad (6)$$

式中,  $C_{ij} (i, j=1, 2, 3)$  表示为俯仰角  $\theta$ 、倾斜角  $\gamma$  和航向角  $\varphi$  的三角函数。

## 2 一种基于 Kalman 滤波的加速度计组件标定方法

### 2.1 加速度计组件的标定原理

系统可观测分析知,水平失准角的理论极限精度<sup>[18-19]</sup>为

$$\begin{cases} \Delta\phi_e(t) = \frac{\bar{V}_n(t)}{g} \\ \Delta\phi_n(t) = -\frac{\bar{V}_e(t)}{g} \end{cases} \quad (7)$$

Kalman 滤波精对准时,实际水平失准角误差  $\Delta\phi_{(e,n)}$  可表示为

$$\Delta\phi_{(e,n)} = \hat{\phi}_{(e,n)} - \phi_{(e,n)} \quad (8)$$

式中,  $\hat{\phi}_{(e,n)}$  为滤波估计值;  $\phi_{(e,n)}$  为理论值。

在两个不同位置, Kalman 滤波估计出东向失准角  $\hat{\phi}_e(t_1)$  和  $\hat{\phi}_e(t_2)$  以及北向失准角  $\hat{\phi}_n(t_1)$  和  $\hat{\phi}_n(t_2)$ , 将其分别代入式(8), 两两相减, 可得

$$\begin{cases} \hat{\phi}_e(t_2) - \hat{\phi}_e(t_1) = \Delta\phi_e(t_2) - \Delta\phi_e(t_1) \\ \hat{\phi}_n(t_2) - \hat{\phi}_n(t_1) = \Delta\phi_n(t_2) - \Delta\phi_n(t_1) \end{cases} \quad (9)$$

结合式(7)和式(9),有

$$\begin{cases} \bar{V}_n(t_2) - \bar{V}_n(t_1) = g(\hat{\phi}_e(t_2) - \hat{\phi}_e(t_1)) \\ \bar{V}_e(t_2) - \bar{V}_e(t_1) = -g(\hat{\phi}_n(t_2) - \hat{\phi}_n(t_1)) \end{cases} \quad (10)$$

结合式(5)、式(6)和式(10)可建立多元一次方程组,通过估计出的水平失准角便可确定加速度计的标定系数。方向余弦矩阵  $\mathbf{C}_b^n$  始终满足正交性<sup>[7]</sup>:

$$\begin{cases} C_{11}C_{31} + C_{12}C_{32} + C_{13}C_{33} = 0 \\ C_{21}C_{31} + C_{22}C_{32} + C_{23}C_{33} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

给式(5)和式(6)增加了约束条件,引起方程组不满秩。因此,剔除对刻度因数的标定(传统方法刻度因素的标定精度高<sup>[20]</sup>,无需进一步标定和补偿),则式(5)、式(6)简化为

$$\bar{V}_e = C_{11}b_x + C_{12}b_y + C_{13}b_z + gC_{11}C_{32}\tau_{xx} - gC_{11}C_{33}\tau_{xy} - gC_{12}C_{31}\tau_{yx} + gC_{12}C_{33}\tau_{yz} + gC_{13}C_{31}\tau_{zy} - gC_{13}C_{32}\tau_{zx} \quad (12)$$

$$\bar{V}_n = C_{21}b_x + C_{22}b_y + C_{23}b_z + gC_{21}C_{32}\tau_{xx} - gC_{21}C_{33}\tau_{xy} - gC_{22}C_{31}\tau_{yx} + gC_{22}C_{33}\tau_{yz} + gC_{23}C_{31}\tau_{zy} - gC_{23}C_{32}\tau_{zx} \quad (13)$$

式(12)和式(13)描述了东向和北向加速度计误差与其标定参数之间的关系。两等式右边的系数项  $C_{ij}$  由三轴转台准确提供。由式(10)可知,东向和北向加速度计误差  $\bar{V}_e, \bar{V}_n$  的变化量又可通过 Kalman 滤波估计的失准角确定。因而,结合式(10)、式(12)和式(13),建立失准角和标定误差系数之间的多元一次方程组便可以解算出加速度计零位和安装误差角。

### 2.2 加速度计组件的标定方案设计

本文所提的加速度计组件的标定方法是通过  $\bar{V}_e, \bar{V}_n$  建立加速度计标定参数与水平失准角的关系,进而利用失准角的估计确定待标定参数。为了从  $\bar{V}_e, \bar{V}_n$  中分离出加速度计零偏和安装误差角,从以下两个步骤设计转台路径:

(1) 为了分项激励待标定的参数,以式(12)和式(13)

中系数  $C_i^*$  非零与否为原则设计转台路径, 可将其分成 4 组, 如表 1 所示。

(2) 从表 1 可知, 转角  $\beta$  不同, 转台路径不同, 表明步骤 3 和步骤 4 存在多种转台路径激励相同的标定参数, 需择优选取转台路径使得待标定的参数精度最高。

表 1 加速度计组件的标定编排方案 rad

| 步骤 | 标定参数 <sup>1)</sup>               | 转台方位(俯仰角, 倾斜角, 航向角)                                 |
|----|----------------------------------|---|
| 1  | $b_x, \tau_{xy}, b_y, \tau_{yx}$ | $(0, 0, 0), (0, 0, \pi), (\pi, 0, 0), (0, \pi, 0)$  |
| 2  | $\tau_{xx}$                      | $(\pi/2, 0, 0), (-\pi/2, 0, 0)$                     |
| 3  | $b_z, \tau_{xz}$                 | $(\pi/2, \pi/2, \beta_1), (-\pi/2, \pi/2, \beta_2)$ |
| 4  | $\tau_{yz}, \tau_{yx}$           | $(0, \pi/2, \beta_3), (\pi, -\pi/2, \beta_4)$       |

注: 1) 进行下一步骤之前需补偿已标定参数。

以表 1 中步骤 3 为例说明最优转台路径的设计原则, 步骤 4 的分析类似。

控制三轴转台将捷联系统置于  $(\pi/2, \pi/2, \beta_1)$  和  $(-\pi/2, \pi/2, \beta_2)$  两个不同方位, 对应的姿态矩阵分别为

$$\begin{cases} C_i^*(t_1) = \begin{bmatrix} \sin \beta_1 & 0 & \cos \beta_1 \\ \cos \beta_1 & 0 & -\sin \beta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ C_i^*(t_2) = \begin{bmatrix} -\sin \beta_2 & 0 & \cos \beta_2 \\ -\cos \beta_2 & 0 & -\sin \beta_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (14)$$

在步骤 1 和步骤 2 的基础上, 结合式(14), 式(12)和式(13)可简化为

$$\begin{cases} \bar{V}_e(t_1) = \cos \beta_1 b_x - g \cos \beta_1 \tau_{xx} \\ \bar{V}_n(t_1) = -\sin \beta_1 b_x + g \sin \beta_1 \tau_{xx} \end{cases} \quad (15a)$$

$$\begin{cases} \bar{V}_e(t_2) = \cos \beta_2 b_x + g \cos \beta_2 \tau_{xx} \\ \bar{V}_n(t_2) = -\sin \beta_2 b_x - g \sin \beta_2 \tau_{xx} \end{cases} \quad (15b)$$

分别对式(15)中  $\bar{V}_e$ ,  $\bar{V}_n$  在两个不同时刻建立的等式两两相减, 可得

$$\begin{cases} \bar{V}_e(t_2) - \bar{V}_e(t_1) = (\cos \beta_2 - \cos \beta_1) b_x + g(\cos \beta_2 + \cos \beta_1) \tau_{xx} \\ \bar{V}_n(t_2) - \bar{V}_n(t_1) = -(\sin \beta_2 - \sin \beta_1) b_x - g(\sin \beta_2 + \sin \beta_1) \tau_{xx} \end{cases} \quad (16)$$

结合式(10), 有

$$\begin{cases} (\hat{\phi}_e(t_2) - \hat{\phi}_e(t_1)) = -\frac{1}{g}(\sin \beta_2 - \sin \beta_1) b_x - (\sin \beta_2 + \sin \beta_1) \tau_{xx} \\ (\hat{\phi}_n(t_2) - \hat{\phi}_n(t_1)) = -\frac{1}{g}(\cos \beta_2 - \cos \beta_1) b_x - (\cos \beta_2 + \cos \beta_1) \tau_{xx} \end{cases} \quad (17)$$

转角  $\beta$  不同, 转台路径不同。为了分析方便, 各变量以向量形式表示, 则式(17)可写成

$$\begin{cases} \phi_e = k_{11} b_x + k_{12} \tau_{xx} \\ \phi_n = k_{21} b_x + k_{22} \tau_{xx} \end{cases} \quad (18)$$

式中

$$\begin{cases} \phi_e = \phi_e(t_2) - \phi_e(t_1) \\ \phi_n = \phi_n(t_2) - \phi_n(t_1) \\ k_{11} = -\frac{1}{g}(\sin \beta_2 - \sin \beta_1) \\ k_{12} = -(\sin \beta_2 + \sin \beta_1) \\ k_{21} = -\frac{1}{g}(\cos \beta_2 - \cos \beta_1) \\ k_{22} = -(\cos \beta_2 + \cos \beta_1) \end{cases}$$

定义矢量  $Y$  为

$$Y = \phi_e \times \phi_n \quad (19)$$

将式(18)代入式(19)可得

$$Y = k_{11} k_{21} b_x^2 + k_{12} k_{22} \tau_{xx}^2 + k_{11} k_{22} b_x \times \tau_{xx} - k_{12} k_{21} \tau_{xx} \times b_x \quad (20)$$

由图 1 知,  $b_x$  与  $\tau_{xx}$  相互垂直, 两矢量内积为 0。因此, 式(20)可以简化为

$$Y = k_{11} k_{21} b_x^2 + k_{12} k_{22} \tau_{xx}^2 \quad (21)$$

分析式(21)可知, 等式左边  $Y$  恒为 0, 若使得等式右边也为 0, 即满足式(18)中两等式正交, 解最优。共有 4 种情形: ①  $k_{11} = k_{12} = 0$ ; ②  $k_{21} = k_{22} = 0$ ; ③  $k_{11} = k_{22} = 0$ ; ④  $k_{21} = k_{12} = 0$ 。其中, ①和②不符合实际, ③和④两种情形等价, 即每一个等式仅激励和确定一项标定系数。以④为例分析得出最优路径应满足:

$$\begin{cases} \beta_1 + \beta_2 = 0 \\ \beta_{1,2} \neq \frac{1}{2} k \pi, k = 0, 1, 2, 3 \end{cases} \quad (22)$$

## 2.3 加速度计十位置标定方法

对于表 1 中步骤 3, 依据式(22), 设实际转角  $\beta' = \beta'_2 = -\beta'_1$ , 式(17)可简写为

$$\begin{cases} (\hat{\phi}_e(t_2) - \hat{\phi}_e(t_1)) = -\frac{2}{g} \sin \beta' b_x \\ (\hat{\phi}_n(t_2) - \hat{\phi}_n(t_1)) = -2 \cos \beta' \tau_{xx} \end{cases} \quad (23)$$

式中,  $\beta' = \beta_0 + \Delta\beta$ ,  $\beta_0$  为理论转角,  $\Delta\beta$  为转动误差。

式(23)中三角函数一阶泰勒展开, 得

$$\begin{cases} \sin \beta' \approx \sin \beta_0 + \cos(\beta_0) \Delta\beta = \sin \beta_0 (1 + \cot(\beta_0) \Delta\beta) \\ \cos \beta' \approx \cos \beta_0 - \sin(\beta_0) \Delta\beta = \cos \beta_0 (1 - \tan(\beta_0) \Delta\beta) \end{cases} \quad (24)$$

结合式(24)和式(23)可表示为

$$\begin{cases} (\hat{\phi}_e(t_2) - \hat{\phi}_e(t_1)) = -\frac{2}{g} \sin \beta_0 (b_x + \Delta b_x) \\ (\hat{\phi}_n(t_2) - \hat{\phi}_n(t_1)) = -2 \cos \beta_0 (\tau_{xx} + \Delta \tau_{xx}) \end{cases} \quad (25)$$

式中, 因转台误差引起的加速度计标定误差  $\Delta b_x$  和  $\Delta \tau_{xx}$  为

$$\begin{cases} \Delta b_x = \cot(\beta_0) \Delta\beta b_x \\ \Delta \tau_{xx} = -\tan(\beta_0) \Delta\beta \tau_{xx} \end{cases} \quad (26)$$

若转动误差  $\Delta\beta$  一定,  $\Delta b_z$  与转角  $\beta_0$  成反比,  $\Delta\tau_{xz}$  与转角  $\beta_0$  成正比, 无法同时满足两者误差最小。本文以两者误差率相等, 即  $\left|\frac{\Delta b_z}{b_z}\right| = \left|\frac{\Delta\tau_{xz}}{\tau_{xz}}\right|$  为原则设计最优路径, 得出最优转角  $\beta_0 = \pm 45^\circ$ 。因此, 当  $\beta_1 = -45^\circ, \beta_2 = 45^\circ$  时, 式(23)可表示为

$$\begin{cases} (\hat{\phi}_r(t_2) - \hat{\phi}_r(t_1)) = \frac{\sqrt{2}}{g} b_z \\ (\hat{\phi}_n(t_2) - \hat{\phi}_n(t_1)) = -\sqrt{2} \tau_{xz} \end{cases} \quad (27)$$

由式(27)可得

$$\begin{cases} b_z = \frac{\sqrt{2}}{2} g (\hat{\phi}_r(t_2) - \hat{\phi}_r(t_1)) \\ \tau_{xz} = -\frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{\phi}_n(t_2) - \hat{\phi}_n(t_1)) \end{cases} \quad (28)$$

同样地, 步骤1中通过 Kalman 滤波估计出的东向失准角  $\hat{\phi}_e(t_3, t_4, t_5, t_6)$  和北向失准角  $\hat{\phi}_n(t_3, t_4, t_5, t_6)$  可确定标定系数  $b_x$  和  $\tau_{xy}$ ,  $b_y$  和  $\tau_{yx}$ :

$$\begin{cases} b_x = -\frac{g}{4} (\hat{\phi}_n(t_3) - \hat{\phi}_n(t_4) + \hat{\phi}_n(t_5) - \hat{\phi}_n(t_6)) \\ \tau_{xy} = -\frac{1}{4} (\hat{\phi}_n(t_5) - \hat{\phi}_n(t_6) - \hat{\phi}_n(t_3) + \hat{\phi}_n(t_4)) \\ b_y = \frac{g}{4} (\hat{\phi}_e(t_3) - \hat{\phi}_e(t_4) + \hat{\phi}_e(t_5) - \hat{\phi}_e(t_6)) \\ \tau_{yx} = \frac{1}{4} (\hat{\phi}_e(t_3) - \hat{\phi}_e(t_4) - \hat{\phi}_e(t_5) + \hat{\phi}_e(t_6)) \end{cases} \quad (29)$$

由步骤2和步骤4可分别求出  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{xy}$  和  $\tau_{yx}$ :

$$\begin{cases} \tau_{xz} = \frac{1}{2} (\hat{\phi}_n(t_8) - \hat{\phi}_n(t_7)) \\ \tau_{yx} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\phi}_e(t_9) - \hat{\phi}_e(t_{10})) \\ \tau_{xy} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\phi}_n(t_9) - \hat{\phi}_n(t_{10})) \end{cases} \quad (30)$$

式中,  $\hat{\phi}_n(t_7, t_8)$  为步骤2估计的失准角;  $\hat{\phi}_e(t_9, t_{10})$  和  $\hat{\phi}_n(t_9, t_{10})$  为步骤4估计的失准角。

### 3 仿真与分析

实验时先用传统分立标定法完成加速度计组件的初步标定和补偿, 在此基础上进行初始对准, 利用 Kalman 滤波估计的水平失准角解算出加速度计残余标定误差, 并予以补偿。假设传统分立标定实验后加速度计零偏的残余误差为  $100 \mu\text{g}$ , 安装误差角的残余标定误差为  $0.1'$ 。仿真中取: 转台角位置控制误差为  $1''$ , 轴向非正交误差为  $2''$ ; 陀螺常值漂移为  $0.01(^{\circ})/\text{h}$ ; 初始失准角分别为  $0.1^\circ, 0.1^\circ$  和  $0.5^\circ$ ; 处于北纬  $45.78^\circ$ 、东经  $126.67^\circ$ ; 各位置仿真时间为  $1 \text{ min}$ , 累计  $10 \text{ min}$ 。滤波初值  $X_0$  为 0。

$$P_0 = \text{diag} \{ (0.1 \text{ m/s})^2, (0.1 \text{ m/s})^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (2^\circ)^2, (100 \mu\text{g})^2, (100 \mu\text{g})^2, (0.01(^{\circ})/\text{h})^2, (0.01(^{\circ})/\text{h})^2, (0.01(^{\circ})/\text{h})^2 \}$$

$$Q = \text{diag} \{ (50 \mu\text{g})^2, (50 \mu\text{g})^2, (0.005(^{\circ})/\text{h})^2, (0.005(^{\circ})/\text{h})^2, (0.005(^{\circ})/\text{h})^2, 0, 0, 0, 0, 0 \}$$

$$R = \text{diag} \{ (0.1 \text{ m/s})^2, (0.1 \text{ m/s})^2 \}$$

从表2和表3可见, 本文所提的方法能有效标定出残余的加速度计零偏和安装误差角, 且对准时水平失准角收敛的快速性表明该方法标定时间短。结合加速度计标定误差原理, 分析表2和表3可以得出以下两点:

(1) 转台的转动次数影响加速度计的标定精度。由于滤波本身不具备识别转台误差和加速度计标定系数的能力, 因而转台误差一定程度上会影响加速度计组件的标定误差。由表1可知步骤1、步骤2仅绕单轴转动, 步骤3、步骤4需要转台的多次转动, 因此步骤1、步骤2的标定效果会更好。从表2和表3可见步骤1、步骤2的标定精度高于步骤3、步骤4一个数量级。

(2) 加速度计零偏和安装误差角受转台误差的影响不同。在式(12)、式(13)表示的加速度计组件的标定误差模型中, 加速度计零偏含一项转台误差, 安装误差角含有两项转台误差。因而, 安装误差角受转台精度的影响较大, 其标定误差率(标定误差/设定值)高于加速度计零偏的标定误差率。比较表2和表3可知, 步骤1和步骤3中加速度计零偏( $b_x, b_y$  和  $b_z$ )标定误差率分别为  $2.56\%$ 、 $2.68\%$  以及  $16.11\%$ ; 各步骤对应的安装误差角( $\tau_{xy}, \tau_{yx}$  和  $\tau_{xz}$ )的标定误差率分别为  $2.68\%$ 、 $12.43\%$  以及  $52.53\%$ , 高于加速度计零偏的标定误差率。

表2 加速度计零偏的标定结果  $\text{m/s}^2$

|       | 加速度计零偏   |          |          |
|-------|----------|----------|----------|
|       | 设定值      | 标定值      | 标定精度     |
| $b_x$ | 0.978e-3 | 1.003e-3 | 2.500e-5 |
| $b_y$ | 0.978e-3 | 1.004e-3 | 2.623e-5 |
| $b_z$ | 0.978e-3 | 1.135e-3 | 1.576e-4 |

表3 加速度计安装误差角的标定结果 rad

|             | 加速度计安装误差角 |          |           |
|-------------|-----------|----------|-----------|
|             | 设定值       | 标定值      | 标定精度      |
| $\tau_{xy}$ | 2.909e-5  | 2.987e-5 | 7.801e-7  |
| $\tau_{yx}$ | 2.909e-5  | 2.547e-5 | -3.617e-6 |
| $\tau_{xz}$ | 2.909e-5  | 2.382e-5 | -5.268e-6 |
| $\tau_{zx}$ | 2.909e-5  | 1.381e-5 | -1.528e-5 |
| $\tau_{yz}$ | 2.909e-5  | 1.541e-5 | -1.457e-5 |
| $\tau_{zy}$ | 2.909e-5  | 1.563e-5 | -1.345e-5 |

从表4可见, 路径1和路径2由于不满足  $\beta_1 + \beta_2 = 0$  的正交条件, 标定精度很低。比较满足正交性的路径3、路径4和路径5, 可以看出, 转角增大, 加速度计零偏  $b_z$  的标定误差越小, 标定精度越高, 安装误差角  $\tau_{xz}$  的标定精度则越低。本文以两者标定误差率相等为最优条件, 选路径4为最优路径。在实际中, 可根据各标定系数大小以及对导航的影响程度为指标选定最优路径。

表 4 步骤 3 中不同转台路径下的标定结果比较

| 路径 | 转角<br>$\beta_1, \beta_2 / (^{\circ})$ | 零偏 $b_z / (m \cdot s^{-2})$ |           | 安装误差角 $\tau_{zx} / rad$ |           |
|----|---------------------------------------|-----------------------------|-----------|-------------------------|-----------|
|    |                                       | 标定值                         | 标定精度      | 标定值                     | 标定精度      |
| 1  | 30, 50                                | -4.776e-4                   | -1.455e-3 | 1.826e-6                | -2.726e-5 |
| 2  | 20, 60                                | -4.794e-4                   | -1.457e-3 | -1.771e-5               | -4.680e-5 |
| 3  | 30, -30                               | 1.178e-3                    | 2.007e-4  | 1.907e-5                | -1.002e-5 |
| 4  | 45, -45                               | 1.135e-3                    | 1.576e-4  | 1.381e-5                | -1.528e-5 |
| 5  | 60, -60                               | 1.111e-3                    | 1.335e-4  | 5.510e-6                | -2.357e-5 |

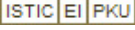
## 4 结 论

本文提出了一种基于 Kalman 滤波初始对准的加速度计十位置标定方法。该方法以速度误差为观测量,利用水平失准角估值进一步补偿上一标定阶段残余的加速度计零偏和安装误差角。由于水平失准角可观测性强,收敛快,该方法标定时间短,有效克服了以往系统级标定法可观测性分析复杂,标定时间长的问题。由于姿态矩阵满足正交性条件,此方法不能标定出加速度计的刻度因数。由于地球自转角速度在北向和天向都有分量,这对于建立合适的陀螺组件标定模型难度将很大,如何将此方法应用于陀螺组件的标定是下一步的研究问题。

## 参考文献:

- [1] Seong-hoon P W, Farid G. A triaxial accelerometer calibration method using a mathematical model[J]. *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, 2010, 59(8): 2144 - 2152.
- [2] Bonnet S, Bassompierre C, Godin C, et al. Calibration method for inertial and magnetic sensors[J]. *Sensors Actuators A*, 2009, 156(2): 302 - 311.
- [3] Foster C C, Elkaim G H. Extension of a two-step calibration methodology to include nonorthogonal sensors axes[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic systems*, 2008, 44 (3): 1070 - 1078.
- [4] Xie B, Qin Y Y, Wan Y H. A high-accuracy calibration method of optical gyro SINS[C]// *Proc. of the 3rd International Symposium on Systems and Control in Aeronautics and Astronautics*, 2010: 507 - 511.
- [5] Ben Y Y, Li Q, Gao W. A new method of closed-loop calibration of fiber gyro[C]// *Proc. of the IEEE International Conference on Information and Automation*, 2010: 946 - 951.
- [6] Wang X L, Shen L L, Guo L H. An intelligent calibration of SINS using neural networks on moving base[C]// *Proc. of the Computational Intelligence and Industrial Application*, 2008: 187 - 191.
- [7] Titterton D H, Weston J L. *Strapdown inertial navigation technology*[M]. London: Peter Peregrinus Ltd., 2004.
- [8] 刘百奇, 房建成. 光纤陀螺 IMU 的六位置旋转现场标定新方法[J]. *光电工程*, 2008, 35(1): 60 - 65. (Liu B Q, Fang J C. Novel field calibration through rotation in six-position for FOG-IMU[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2008, 35(1): 60 - 65.)
- [9] Guo P, Qiu H, Yang Y, et al. The soft iron and hard iron calibration method using extended kalman filter for attitude and heading reference system[C]// *Proc. of the IEEE Position Location Navigation Symposium*, 2008: 1167 - 1174.
- [10] Wang X L, Guo L H. An intelligent and fast calibration method of SINS on moving base for planed missiles[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2009(13): 216 - 223.
- [11] Wonmo K, Sangkyung S, Young J L. Error calibration of magnetometer using nonlinear integrated filter model with inertial sensors[J]. *IEEE Trans. on Magnetics*, 2009, 45(6): 2740 - 2743.
- [12] 芦佳振, 张春熹, 祝露峰. 一种冗余捷联惯导系统标定结果的验证[J]. *系统工程与电子技术*, 2008, 30(11): 2245 - 2248. (Lu J Z, Zhang C X, Zhu L F. Validation method for calibration results of redundant strapdown inertial system[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(11): 2245 - 2248.)
- [13] Fang J C, Wang D J. A fast initial alignment method for strapdown inertial navigation system on stationary base[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, 32(4): 1501 - 1505.
- [14] Bar-Itzhack I Y, Berman N. Control theoretic approach to inertial navigation systems[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamic*, 1988, 11(3): 237 - 245.
- [15] Grewal M S, Henderson V D, Miyasako R S. Application of kalman filtering to the calibration and alignment of inertial navigation systems[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1991, 36(1): 4 - 12.
- [16] Bekkeng C A. Calibration of a novel MEMS inertial reference unit[J]. *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, 2009, 58(6): 1967 - 1974.
- [17] Syed Z F, Aggarwal P, Goodall C, et al. A new multi-position calibration method for MEMS inertial navigation system[J]. *Measurement Science and Technology*, 2007, 18(7): 1897 - 1907.
- [18] Jiang Y F, Lin Y P. Error estimation of INS ground alignment through observability analysis[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System*, 1992, 28(1): 92 - 97.
- [19] Wang X L. Fast alignment and calibration algorithms for inertial navigation system[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2009, 13 (4): 204 - 209.
- [20] 肖桂平, 武元新, 吕鸣, 等. 加速度计的多位置标定精度分析与比较[J]. *战术导弹控制技术*, 2008, 30(2): 23 - 32. (Xiao G P, Wu Y X, Lu M, et al. Analysis and comparison of multi-position calibrations[J]. *Control Technology of Tactical Missile*, 2008, 30 (2): 23 - 32.)

## 基于Kalman滤波的加速度计十位置标定方法

作者: [孙枫](#), [曹通](#), [SUN Feng](#), [CAO Tong](#)  
作者单位: [哈尔滨工程大学自动化学院, 黑龙江哈尔滨, 150001](#)  
刊名: [系统工程与电子技术](#)   
英文刊名: [Systems Engineering and Electronics](#)  
年, 卷(期): 2011, 33(10)

本文链接: [http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical\\_xtgcydzjs201110026.aspx](http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_xtgcydzjs201110026.aspx)