

南京理工大学

硕士学位论文

三轴稳定平台中陀螺的信号处理及解耦问题研究

姓名：夏德莉

申请学位级别：硕士

专业：控制理论与控制工程

指导教师：李军

20080615

摘 要

稳定平台是以陀螺为敏感元件,能隔离载体的角运动并能使被控对象按照指令运动的机电控制系统,它是进行目标自动跟踪与锁定的关键设备,被广泛应用于航天、航空、航海和兵器等科技领域。随着国防武器装备水平的发展,现在对稳定平台的稳定跟踪精度的要求越来越高。本文对陀螺仪的信号和三轴之间的耦合问题进行了较为深入的分析和研究。

首先,本文对实际系统使用的液浮积分陀螺仪建立了运动方程和传递函数模型,详细的分析了影响陀螺仪漂移误差的主要因素,并建立了动态漂移误差、静态漂移误差的数学模型。

其次,针对陀螺仪随机漂移误差,进行了详细的数理统计分析,并在时间序列分析法的基础上建立了 ARMA 模型。然后用经典的卡尔曼滤波算法、改进的自适应卡尔曼滤波算法以及软阈值小波分析法对陀螺仪的信号进行了处理。结果表明:三种算法都在一定程度上有效的抑制了噪声,但在实际工程中,小波去噪算法复杂,实时性差,运用自适应卡尔曼滤波对陀螺信号进行处理,可以取得良好的效果。

最后,由于稳定平台在运动过程中,三轴框架之间存在耦合关系,影响系统的工作性能,本文对环架驱动信号的合理分配进行了研究,分析了三轴稳定平台中的三轴框架的动力学耦合关系,并建立了动力学耦合方程。

关键词: 液浮积分陀螺, 陀螺漂移, 卡尔曼滤波, 软阈值小波分析, 耦合

Abstract

Stabilized platform can isolate the angular movement of vehicle and enable the controlled objects to operate according to instructions. It is an electromechanical control system which uses gyroscope as the sensitive element. It is the key equipment for target automatic tracking and locking that is widely used in the field of science and technology such as aerospace, aviation, navigation and weapons. With the development of national defense weaponry, it requires an increasingly higher demand for the stable tracking precision of stabilized platform. This paper focuses on the gyroscope's signal and coupling relation issue of 3-axis.

Firstly, a motion equation and transfer function model of the actual system's Liquid Floated Integral Gyro are built in this paper. A detailed analysis of the main factors that impact the gyro drift error is made. The mathematical model of dynamic drift error and static drift error is established.

Secondly, a detailed mathematical statistics analysis is carried out and the ARMA model on the basis of time series analysis that aims at the gyroscope random drift error is built. Then the classic Kalman filtering algorithm, improved adaptive Kalman filtering algorithm and soft threshold wavelet analysis are adopted to deal with the signal of gyroscope. The results show that the three algorithms have suppressed the noise effectively to a certain degree. However, in practical engineering, wavelet de-noising algorithm is complex and bad real-time, so it is good to use the adaptive Kalman filtering algorithm in gyro's signal processing.

Finally, since three shaft frame has coupling relations in the process of stable platform's movement that impacts system performance, rational allocation of the ring stand driving signal is researched in this paper. Dynamics coupling relations of three shaft in 3-axis stabilized platform are analyzed and dynamics coupling equations are established at last.

Keyword: LFIG, Gyro Drift, Kalman Filtering, Soft Threshold Wavelet Analysis, Coupling

声 明

本学位论文是我在导师的指导下取得的研究成果，尽我所知，在本学位论文中，除了加以标注和致谢的部分外，不包含其他人已经发表或公布过的研究成果，也不包含我为获得任何教育机构的学位或学历而使用过的材料。与我一同工作的同事对本学位论文做出的贡献均已在论文中作了明确的说明。

研究生签名： 夏德莉

2008年 7月 1日

学位论文使用授权声明

南京理工大学有权保存本学位论文的电子和纸质文档，可以借阅或上网公布本学位论文的部分或全部内容，可以向有关部门或机构送交并授权其保存、借阅或上网公布本学位论文的部分或全部内容。对于保密论文，按保密的有关规定和程序处理。

研究生签名： 夏德莉

2008年 7月 1日

1 绪论

1.1 本课题研究的背景及意义

稳定平台是以陀螺为敏感元件,能隔离载体的角运动并能使被控对象按照指令运动的机电控制系统,它是进行目标自动跟踪与锁定的关键设备,它广泛应用于航天、航空、航海和兵器等科技领域。

如在对机载 SAR 雷达技术进行理论和技术分析时,稳定平台的主要作用就是隔离载机的角运动,使天线波束指向稳定,消除载机航向和姿态变化的影响^[1]。又如舰载搜索雷达稳定平台伺服控制系统的主要作用是克服舰船摇摆,保持雷达天线水平,对整个雷达系统的精度有着重要的意义^[2]。在机载光电侦察、测量等设备的控制系统中,常常要将光电传感器的视轴精确指向目标,以完成对目标的捕获、跟踪及测量。陀螺稳定平台是保证视轴稳定的主要装置,可见光电视、红外摄像系统以及激光测距仪等一般安装在稳定平台上,平台用于隔离载体的振动,并克服载体姿态变化对跟踪系统的影响,同时要在控制指令的驱动下,完成对目标捕获和跟踪。在航空侦察摄影观测设备、机载目标指示器、空间遥感探测和海底声纳探测等深海作业场合,稳定跟踪平台都得到了广泛的应用^[3]。

在其他行业中稳定平台的应用也是多种多样的,如现代卫星电视接收转播,车船用移动卫星通讯以及运钞车、公安、消防、抢险救灾、环境监测等^[4],也需要具有稳定跟踪能力的平台来很好的隔离载体(汽车、火车、轮船)的运动(高低速、紧急启动、停止、转弯等)对平台的姿态影响,并在各种气象环境条件下保证对目标信号的截获、识别和跟踪。20 世纪 90 年代快速发展起来的一项全新钻井技术——旋转导向钻井技术,该系统的导向力的大小和方向就主要是由稳定平台控制的^[5]。

以上这些表明,稳定跟踪系统在军事和民用等各个领域都已获得了极其广泛的应用。随着国防武器装备水平的发展,对装备的快速反应和机动能力以及机动间稳瞄、跟踪和打击能力提出了更高的要求,因而对高精度稳定跟踪平台的需求变得更为迫切。

陀螺仪作为稳定平台的重要敏感元件,系统的精度在很大程度上取决于陀螺仪的精度,因此,本课题以“车载三轴稳定平台研究”项目为背景,以三轴稳定平台的敏感元件——液浮陀螺仪为主要研究对象,以提高稳定平台的精度为研究目标,对陀螺仪的信号做了较为深入的研究和处理,并对三轴的输出轴耦合做了较为详细的研究。

1.2 国内外的的发展状况

陀螺稳定跟踪平台集惯性导航、微惯性传感器、数据采集及信号处理、精密机械动

力学建模仿真和设计、电机运动控制、图像处理和光学仪器应用等多项技术于一身，是以机电一体化、目标识别自动控制技术为主体，多个学科有机结合的产物。近年来，随着精密机械、微电子技术、数字信号处理技术、功率电子技术和伺服控制技术的飞速发展，陀螺稳定跟踪平台系统的研究取得很大的进展，其主要发展方向是小型化、数字化和集成化^[6]。

1.2.1 稳定平台的发展

目前，对于稳定平台系统的研究，国外在理论上和工程应用上都取得了许多成果。美国 FLIR 系统公司研制的 TacFLIR III 型陀螺稳定多传感器热成像系统结构紧凑、坚固并具备地下探测能力，该公司的 SAFIRE 系列产品已经装备 35 种型号的旋转翼和固定翼飞机共 800 余套，是世界上商业化程度最高的军用机载热成像系统，Star SAFIRETM III 是 SAFIRE 家族的最新产品。美国 Lockheed Martin 公司的 TADS/PNVIS 系统装备在著名的全天候武装直升机 AH-64 中。CONTROP 精密技术公司的稳定平台技术也相当先进。其中的 ESP-600C 型高精度观察系统主要用于侦察直升机、小型侦察航空器、高空观察气球和无人侦察机等场合，MSSP-3 型海事观察平台主要用于海事巡逻飞机和巡逻船，是四框架陀螺稳定系统，带有高分辨力前视红外相机、高性能 CCD (Charge Coupled Device, 电荷耦合器件) 相机和激光测距仪。以色列 IAI 公司的 MOSP (Multi-mission Optronic Stabilized Payload) 系列多用途光电稳定平台，可以用在无人侦察机昼夜光电侦察、直升机或固定翼飞机昼夜观察和激光测距 (MOSP For Helicopters & Fixed-Wing Aircraft, HMOSP)、海事侦察 (MOSP for Maritime Applications, SeaMOSP) 等场合，视轴稳定精度为 $25\mu\text{rad}$ 。

国内对光电系统稳定平台的研究起步较晚，20 世纪 80 年代开始研制瞄准具稳定平台，而 90 年代初才开始陀螺稳定平台的研制，但也研制出一些比较成熟的产品。比如：航天北控集团公司研制的船用卫星天线稳定跟踪平台^[7]，该平台用于我国南极考察船“雪龙”号上的“船载气象卫星云图接收系统”，该平台属于捷联式有源陀螺仪稳定平台，采用混合装架的三轴伺服机构，把驱动天线跟踪卫星的伺服机构和隔离船摇的伺服机构融为一体，通过高精度、高灵敏度的惯性测量元件敏感船摇，通过罗经变化和坐标变化计算得到船摇和方位的补偿角，利用天线本身的伺服机构改变天线指向。虽有不少单位，如北京 618 所、电子 3 所、长春光机所、中科院成都光电所、西安应用光学研究所、华中光电技术研究所和清华大学等都在开展该应用领域的研究工作，不过，在稳定跟踪平台技术上的研究跟国外相比仍有较大的差距。

1.2.2 陀螺及其处理研究现状

陀螺是光电稳定伺服机构的核心惯性敏感元件，光电稳定伺服机构的稳定精度在很大程度上取决于陀螺的测量精度。陀螺的种类繁多，基于高速旋转转子的惯性空间定轴

性的机电类陀螺在陀螺早期的发展中占主要地位,包括机械转子式陀螺、液浮陀螺、动力调谐陀螺(DTG-Dynamically Tuned Gyroscope)和静电陀螺等。随后激光陀螺、光纤陀螺和微机电陀螺(绝大部分为基于哥氏振动原理的微机电振动陀螺)等光电陀螺开始受到越来越多的重视,投入到其研究和开发的资源也越来越多^[14]。

对于陀螺来说,漂移率是衡量其精度的主要指标,在实际的陀螺漂移率中一般都包括了系统漂移率和随机漂移率两个部分^[15]。系统漂移率指与规定工作条件有关的漂移率分量,随机漂移率是指在规定工作条件下漂移率中非系统性的随时间变化的分量。

陀螺随机漂移是一个随机过程^[16],随机漂移误差模型通常采用 ARMA 模型的结构形式来拟合。由于随机漂移补偿较为困难,因而成为衡量陀螺仪精度最重要的指标之一,同时也是光电稳定伺服机构的主要误差源之一。为了减少其对伺服机构精度的影响,必须建立陀螺随机漂移误差模型。

为了建立陀螺随机漂移误差的数学模型,补偿陀螺仪的随机漂移,国内外学者做了大量的工作,其中时间序列分析法应用得较多,并取得了一定的发展。其简要的发展过程如下:1960 年以前,Robert L. Hammon 假设在有限时间段内的陀螺漂移为平稳随机过程,通过自相关函数来描述陀螺的随机漂移^[17]。1962 年,Allan Dushman 在陀螺实际测试数据的基础上发现陀螺漂移的非平稳特性,提出了大样本集合估计自相关函数^[18]。Van Dierendonok A.J.和 Brown R.G.在 1969 年用差分方程来描述陀螺漂移,并用梯度下降法确定相关系数^[19];但由于这种模型仅考虑了随机过程的自回归部分,而忽略了滑动平均部分,于是 Oravetz A.S.在 1970 年应用 Box-Jenkins 方法用差分器处理非平稳部分,再用 ARMA 模型分析差分数据的平稳特性^[20]。但是 Sudhakar M.Pandit 等 1986 年指出,对陀螺漂移数据进行差分后建模,会丢失许多陀螺本身具有的信息,并给出了基于动态数据系统(DSS)对随机漂移直接建模的方法^[21],它不需要根据自相关函数和偏相关函数图形来猜测模型的类型,而直接根据原始数据,按 ARMA(2n, 2n-1)模型,从 n=1 向高阶拟合,由 F 检验判断适合的模型,并得到模型中的参数。

在国内,上海交大张钟俊院士于七十年代初首先发表了有关陀螺漂移的 ARMA 模型的文章,开始了我国陀螺漂移模型的研究工作。近十多年来,清华大学、东南大学、北京航空航天大学等许多院校和研究所也对陀螺仪的随机漂移进行了理论研究,针对各类陀螺仪的实际漂移数据特性提出了不同的数学模型,并对随机漂移数据进行了计算机仿真。

1.3 稳定平台的结构方案及其框架伺服系统

稳定平台的机械结构是平台的重要组成部分,它的优劣直接影响平台总体的性能。良好的机械结构必须满足刚性好、体积小、质量轻、具有一定精度,结构紧凑,可维修性好等特点。

1.3.1 稳定平台的基本结构方案

陀螺稳定平台通常采用的是环架结构。它是由装有惯性元件和机电元件的几个环架通过轴承连接起来，从而获得相互转动的自由度的机械装置。

在陀螺稳定平台发展的不同的阶段，出现过多种环架结构形式，如有哑铃式环架结构、分块组合式环架结构、悬臂式环架结构、浮球式环架结构等^[11]。在进行平台的环架结构设计时，既要考虑元件的密集性和装配维修方便，还要考虑惯性元件及其它机电元件体积的大小，尤其是要根据使用对象的具体情况来考虑。对于在体积和机动性等方面有较高要求的情况下，陀螺稳定平台常采用图 1.1 所示的外装式整体环架结构^[12]。

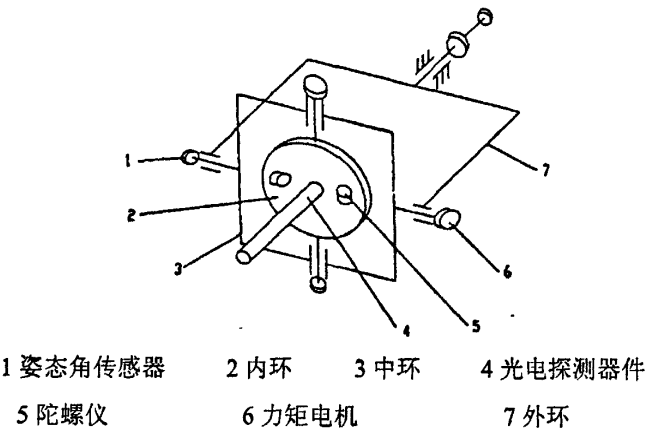


图 1.1 整体环架结构

三轴陀螺稳定平台的三个轴作如下配置：外环轴与载体的横滚轴平行，中环轴与载体的俯仰轴平行，内环轴与载体的方位轴平行，如图 1.2 所示。

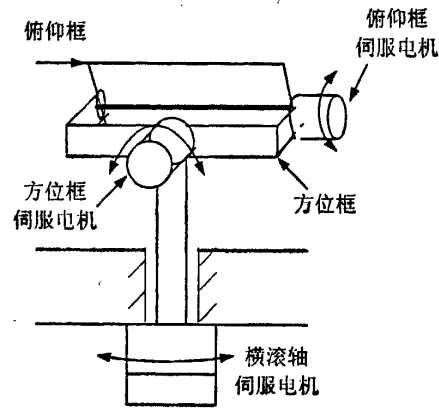


图 1.2 陀螺稳定平台机械机构示意图

在内环和中环轴的两端分别装有伺服电机和轴角传感器。伺服电机转子与内环、中环直接固联为一体，力矩电机定子固定在相应的中环、外环上。同样，轴角传感器的转动部分与内环、中环直接固联，固定部分安装在相应的中环、外环上。在外环轴末端，

外环轴与伺服电机转子、轴角传感器的转动部分直接固联，伺服电机定子和轴角传感器的固定部分安装在载体上。在内环台体上安装光电探测器件。在台体上安装了三个单自由度液浮积分陀螺仪。

1.3.2 框架伺服系统的基本结构

陀螺稳定平台是隔离载体的振动，并在指令信号的驱使下完成平台对目标的稳定跟踪。实现这一控制的方法有很多，但通常都是机电框架结构：包括一个内回路速度环，也就是稳定环；在外面再包括一个位置环。这样就构成了一个典型的伺服系统，构成平台的框架有双轴平台，也有三轴平台。其控制结构基本相同，如图 1.3 所示^[13]。

平台伺服系统由方位伺服系统、俯仰伺服系统以及横滚伺服系统组成，三个伺服系统的结构基本相同。

每路伺服系统由三环组成：电流反馈环为内反馈环，可以用来提高调速系统的抗负载干扰能力；速度反馈环为中间环，通过陀螺敏感各种角速度，并产生修正力矩信号，控制电流反馈环产生修正伺服力矩，保证平台光轴的稳定性；位置环为外反馈环，整个陀螺稳定平台伺服系统作为位置环光学跟踪系统的内回路，为光学跟踪系统提供机械特性硬、动态品质好的调速系统。

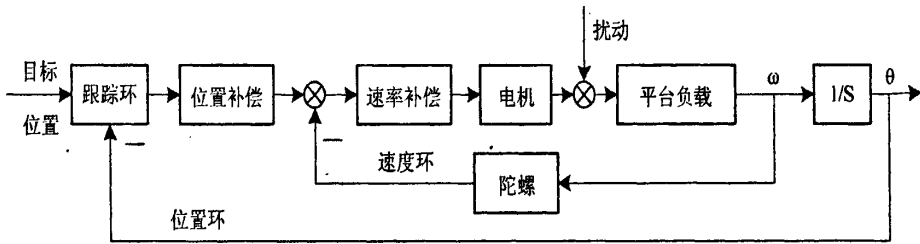


图 1.3 稳定平台系统框图

1.4 本文研究的主要内容

本文研究的主要内容是通过对稳定平台中陀螺仪的信号进行滤波，分析稳定平台三轴框架之间的耦合关系，以提高三轴稳定平台的精度，使系统能更精确的跟踪目标。本文的主要结构安排如下：

第一章，介绍了开展稳定平台研究的背景及意义，总结了国内外各种稳定平台、陀螺及其信号处理的研究现状，介绍了稳定平台的基本结构方案及其框架伺服系统的基本结构。

第二章，详细分析了液浮积分陀螺的基本原理，引起陀螺仪漂移的主要因素，并建立了陀螺仪的静态漂移误差模型和动态漂移误差模型。提出随机漂移必须建立其误差模型并加以补偿。

第三章，对液浮积分陀螺仪的随机漂移进行了数据的统计分析，在时间序列分析法的基础上建立了 ARMA 模型，并对建立的模型进行了辨识。

第四章，对陀螺的信号进行处理，针对陀螺信号的特点，分别采用了经典的卡尔曼滤波算法、自适应卡尔曼滤波算法和软阈值小波分析方法对陀螺的信号进行处理，在 MATLAB 中进行了仿真，并对实际的陀螺动态信号进行了试验。

第五章，对环架驱动信号的合理分配进行了研究，分析了三轴稳定平台中的三轴框架的动力学耦合关系，并建立了动力学耦合方程。

最后，对本论文的工作进行了总结，并对以后的研究作了展望。

2 陀螺仪漂移误差的分析

陀螺仪是三轴稳定平台的敏感元件,系统的工作精度在很大程度上是取决于陀螺的工作精度。在航空上,陀螺仪用来测量飞机的姿态角(俯仰角、横滚角、航向角)和角速度,成为飞行驾驶的重要仪表。在航海上,陀螺仪早已成为航行的重要导航仪器。在航天上,陀螺仪则是人造卫星、宇宙飞船等航天飞行器姿态控制系统重要的组成部件。在民用方面,陀螺仪还可为地面设施、矿山隧道、地下铁路、石头钻井提供精确的方位基准;可用于铁路轨道检查和汽车动态性能测量;还可制成精密的称重衡器。但是,不管在何种应用还是何种形式的陀螺仪,陀螺漂移始终是制约其所应用系统精度的关键问题。所以,有必要了解陀螺漂移的物理意义、产生原因,建立其模型,并采用一定的技术测量在系统中进行补偿。

2.1 单自由度液浮积分陀螺仪

目前,已经研制出许多不同原理和类型的陀螺仪。总括来说,陀螺仪可分为两大类:一类以经典力学为基础,如刚体转子陀螺仪、流体转子陀螺仪、振动陀螺仪;另一类以近代物理学为基础,如激光陀螺仪、光纤陀螺仪、核磁共振陀螺仪、超导陀螺仪等。

本项目研究的三轴稳定平台采用的是三个单自由度液浮积分陀螺仪,下面简要讲述一下单自由度陀螺仪的基本结构。

2.1.1 单自由度陀螺仪

单自由度陀螺仪是指自转轴只具有一个转动自由度的陀螺仪。同二自由度陀螺仪相比,它只有内环而无外环。二自由度陀螺仪具有两个特性:进动性和定轴性^[15]。陀螺仪在外力矩作用下,其主轴做追赶外力矩运动的特性,或者说角动量 \vec{H} 力图以最短路径向外力矩 \vec{M} 靠拢的特性称为进动性。当陀螺转子高速旋转具有角动量时,如果没有任何外力矩作用,那么不管底座如何倾斜或摇摆,其主轴将始终保持原来空间方向的特性称为定轴性。单自由度陀螺不具有定轴性,当旋转基座时会产生陀螺力矩。

单自由度陀螺的力矩器 T 和信号器 S 都安装在输出轴上。如图 2.1.1 所示。

取固定在内环上的动坐标系 $Oxyz$ 以及固定在运动物体上基座(陀螺壳体)的坐标系 Ox_cYcZc 。其中, Ox 轴对应于陀螺的输入轴 I , Oy 轴对应于陀螺的输出轴 O , Ox_c 轴对应于转子的自转轴 S 。

对单自由度陀螺以而言,其输入为基座相对惯性空间的转动,而输出为陀螺仪绕框架轴(内环轴)相对基座的转角,因此,我们所关心的是陀螺仪相对基座的运动情况,即坐标系 $Oxyz$ 相对坐标系 Ox_cYcZc 的运动情况。这两组坐标系之间的相对运动

只有一个自由度，即绕内环轴 Oy (OYc) 的转动。

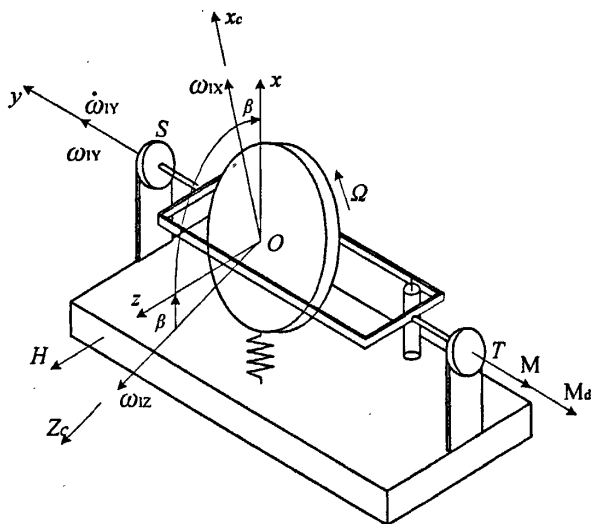


图 2.1.1 单自由度陀螺的构成

当转角 $\beta = 0$ 时，两组坐标系相对应的各坐标轴互相重合。当运动物体（陀螺壳体）相对惯性空间有转动运动（即有角速率输入）时，设其角速率为 ω_j ，它沿着坐标系 $OXcYcZc$ 各坐标轴的分量为 ω_{ix} 、 ω_{iy} 、 ω_{iz} ；用 $\dot{\omega}_{ix}$ 、 $\dot{\omega}_{iy}$ 、 $\dot{\omega}_{iz}$ 来表示运动物体相对惯性空间的角加速度 $\dot{\omega}_j$ 的三个分量。

根据动静法处理动力学问题的基本原理，在单自由度陀螺仪中，除外力矩外，另加惯性力矩，且两者互相平衡，即可得到单自由度陀螺仪的运动方程式。下面来计算绕内环轴作用在陀螺仪上的外力矩和惯性力矩。

陀螺仪中的弹性元件在出现转角 β 时，作用在陀螺仪上的力矩为：

$$M_K = -K\beta \quad (2.1.1)$$

陀螺仪中阻尼器在出现角速度 $\dot{\beta}$ 时，作用在陀螺仪上的力矩为：

$$M_D = -D\dot{\beta} \quad (2.1.2)$$

绕内环轴作用在陀螺仪上的外力矩，除弹性力矩和阻尼力矩外，还有干扰力矩，或还可能有控制力矩，用 M_d 表示。

内环具有角加速度而作用在陀螺仪上的力矩为：

$$M_J = J_O(\dot{\omega}_{iy} + \ddot{\beta}) \quad (2.1.3)$$

其中：

K ——弹簧的弹性系数；

D ——阻尼器的阻尼系数；

J_O ——整个单自由度陀螺转动部分（即陀螺浮子组件）绕内环轴的转动惯量。

假设陀螺动量矩为 H ，陀螺力矩沿内环轴方向的分量为：

$$M_G = -H\omega_{ix} \cos \beta + H\omega_{iz} \sin \beta \quad (2.1.4)$$

根据惯性力矩与外力矩互成平衡原理,可以写出陀螺仪绕框架轴的力矩平衡方程式:

$$M_G + M_J = M_K + M_D + M_d \quad (2.1.5)$$

所以单自由度陀螺运动方程的一般表达式为:

$$J_o \ddot{\beta} + D \dot{\beta} + K \beta = H \omega_{ix} (\cos \beta - \omega_{iz} \sin \beta / \omega_{ix}) - J_o \dot{\omega}_{iy} + M_d \quad (2.1.6)$$

通常 β 很小, 所以 $\sin \beta \rightarrow 0$, $\cos \beta \rightarrow 1$; 且 $H = I\Omega$, 其中 I 为陀螺电机绕自转轴的转动惯量、 Ω 为陀螺电机的转速, $\Omega \gg \omega_{ix}$, 所以 $H \omega_{ix} \gg J_o \dot{\omega}_{iy}$, 同时, 记 $\omega_{ix} = \omega_i$, 因此, 上式进一步简化为:

$$J_o \ddot{\beta} + D \dot{\beta} + K \beta = H \omega_i + M_d \quad (2.1.7)$$

2.1.2 液浮积分陀螺仪的传递函数及频率特性

单自由度的液浮积分陀螺即 $K=0$, $D \neq 0$; 所以陀螺仪浮子组合件的基本运动方程式可以表示为:

$$J_o \ddot{\beta} + D \dot{\beta} = H \omega_i + M_d \quad (2.1.8)$$

当陀螺达到稳态时 $\ddot{\beta} = 0$, 所以 $\dot{\beta} = \frac{H}{D} \omega_i$, $\beta = \frac{H}{D} \int \omega_i dt$ 。即输出角与输入角速度的积分成正比^[22]。

其结构方块图如图 2.1.2, 一阶运动方程表达式的方框图示如图 2.1.3。

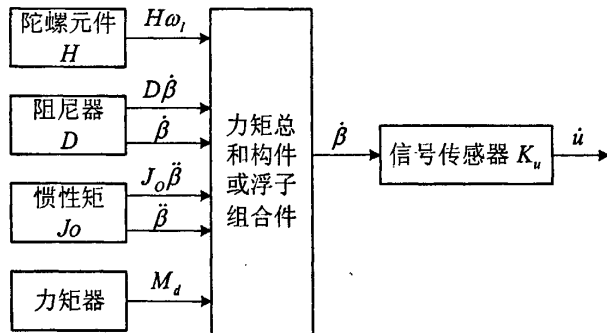


图 2.1.2 单自由度液浮积分陀螺仪的结构方块图

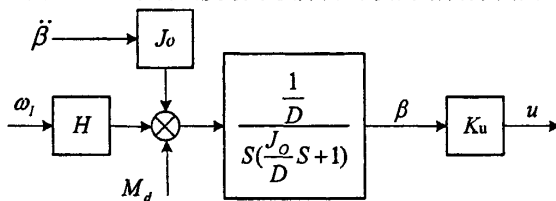


图 2.1.3 液浮积分陀螺浮子组合件运动的一阶方程表达式方框图

对式 (2.1.8) 进行拉氏变换, 并进行整理可得到陀螺对输入角速度的传递函数为:

$$\frac{\beta(s)}{\omega_i(s)} = \frac{H}{s(J_o s + D)} = \frac{k}{s(\tau_g s + 1)} \quad (2.1.9)$$

式中, $k = \frac{H}{D}$ 为陀螺的传递系数, 也叫陀螺增益; $\tau_g = \frac{J_o}{D}$ 为陀螺的时间常数。

在液浮积分陀螺的输出轴装有信号器, 即角度传感器, 将角位置信号 β 转化为可测量的电信号: $u = k_u \beta$, $\beta = \frac{u}{k_u}$, 将其代入式 (2.1.8), 整理可得积分陀螺运动微分方程:

$$\tau_g \ddot{u} + \dot{u} = \frac{Hk_u}{D} \omega_l \quad (2.1.10)$$

设初始值 $t=0$ 时, $u(0)=0$, $\dot{u}(0)=0$, 并且 ω 为常值, 则式(2.1.10)的解为:

$$u = \frac{Hk_u}{D} \omega \left[t - \tau \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right] \quad (2.1.11)$$

其渐近线方程为: $u = \frac{Hk_u}{D} \omega (t - \tau)$ 。若 τ 趋于零, 则积分陀螺的理想输出为: $u = \frac{Hk_u}{D} \omega t$

即其理想输出与输入角速度 ω 成正比。若令 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, 则

$$u = \frac{Hk_u}{D} \theta = k_g \theta \quad (2.1.12)$$

式中: k_g 为陀螺标度因数。

即积分陀螺的输出电压 u 与载体绕其输入轴的转角 θ 成正比。

当积分陀螺仪用来测量角速度时, 把信号器输出经过再平衡回路反馈到力矩器, 则陀螺工作在力反馈状态, 即闭环状态, 这样便构成了一个力反馈式液浮速率陀螺。图 2.1.4 为其工作原理图。

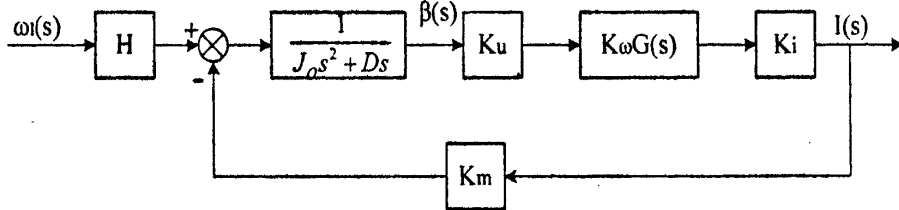


图 2.1.4 力反馈式液浮陀螺仪方块图

由图 2.1.4 得:

$$I(s) = \frac{Hk_u k_i k_\omega \omega_l(s)}{J_o s^2 + Ds + k_u k_i k_\omega k_m G(s)} \quad (2.1.13)$$

设 $G(s)=1$, 则根据式 (2.1.13) 得到力反馈式液浮陀螺仪的传递函数如下:

$$W(s) = \frac{I(s)}{\omega_l(s)} = \frac{k_s \omega_n^2}{s^2 + 2D\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.1.14)$$

其中:

$k_s = \frac{H}{k_m}$ ——速率陀螺仪输出信号斜率;

$k = k_u k_i k_\omega k_m$ ——速率陀螺仪等效弹簧刚性系数;

k_u ——信号器的传递系数;

k_i ——功率放大器的放大倍数;

k_w ——再平衡回路增益;

k_m ——力矩器的力矩/电流系数;

$\omega_n = \sqrt{\frac{k_u k_i k_w k_m}{J_x}}$ ——陀螺固有频率;

力反馈式液浮速率陀螺仪的传递函数与弹性扭杆式速率陀螺仪具有相同的形式,但因采用了反馈方法,所以反馈式液浮速率陀螺仪的性能得到了提高。

2.2 陀螺仪的漂移误差

由于液浮陀螺工作在闭路系统中,在该系统中有干扰力矩的存在,即使本身没有输入信号的存在,也会使液浮陀螺仪有输出信号,从而引起整个系统的角运动,这种角运动称为陀螺仪的漂移。

陀螺漂移误差的大小,即在干扰力矩 M_d 的作用下,陀螺仪所产生的进动角速度 ω_d 就称为陀螺仪的漂移角速率(简称为陀螺仪的漂移)。其表达式如下:

$$\omega_d = \frac{M_d}{H} \quad (2.2.1)$$

式(2.2.1)表明,陀螺仪漂移角速率 ω_d 的大小是与干扰力矩 M_d 成正比,与动量矩 H 成反比,单位为 $^{\circ}/h$ 。陀螺仪漂移角速率越小,陀螺仪主轴相对惯性空间的方位稳定精度就越高;当需要施加控制力矩,使陀螺仪主轴跟踪空间某一变动方位时,陀螺仪漂移角速率越小,其跟踪精度越高。因此,漂移率是衡量陀螺仪精度的主要指标。

2.2.1 影响陀螺仪漂移误差的因素

造成陀螺漂移的因素很多,对精度较高的陀螺仪而言,引起漂移的主要原因是来自陀螺仪自身原理、结构、工艺的不完善所造成的干扰力矩。另一方面原因是运载体的线运动和角运动而形成的各种干扰力矩,但这些外因仍然是通过内因而起作用的。这些引起陀螺仪漂移的干扰力矩可以分为系统性的 and 随机性的两大类。

系统性的干扰力矩大小和方向均有一定的规律性,如质量不平衡力矩、非等弹性力矩、电磁干扰力矩和工艺误差引起的干扰力矩等。随机干扰力矩的大小和方向均无一定的规律性,如摩擦、温度梯度和结构变形等引起的干扰力矩。实际上,系统干扰力矩也不是一直不变的,陀螺仪在经过一段工作后,其力矩的大小也可能发生变化,如轴承磨损、材料的蠕变和零部件的老化等因素将造成平衡不稳定性 and 弹性不稳定性,所以系统干扰力矩也存在随机性变化问题。

2.2.2 陀螺漂移误差模型的分类

陀螺仪的误差根据性质的不同, 主要分为三类:

(1) 静态误差——由线加速度引起的误差, 可以建立静态漂移数学模型, 即在线运动条件下陀螺漂移与加速度或比力之间关系的数学表达式;

(2) 动态误差——由角运动引起的与角速度和角加速度有关的误差, 可以建立动态漂移数学模型, 即在角运动条件下陀螺漂移与角速度、角加速度之间关系的数学表达式;

(3) 随机误差——由不确定因素引起的误差, 可以建立 AR 或 ARMA 模型。

其中, 静态误差和动态误差是由于系统干扰力矩产生的, 随机误差是由于随机干扰力矩产生的, 下面主要分析一下由于系统干扰力矩产生的静态误差模型和动态误差模型。

2.2.2.1 陀螺仪的静态误差模型

绕输出轴作用在陀螺上的干扰力矩, 可以表示为三种不同规律的力矩分量组成:

$$M_d = M_{d0} + M_{d1} + M_{d2} \quad (2.2.2)$$

式中:

M_{d0} ——绕输出轴与比力无关的干扰力矩;

M_{d1} ——绕输出轴与比力一次方成比例的干扰力矩;

M_{d2} ——绕输出轴与比力二次方成比例的干扰力矩。

比力就是指该点单位质量的惯性力, 大小与方向等于该单位质量在该点处由于加速度所引起的加在它支承结构上的力。

所以, 由 M_{d0} 、 M_{d1} 和 M_{d2} 引起的漂移率为:

$$\begin{aligned} \omega_d &= \frac{1}{H} (M_{d0} + M_{d1} + M_{d2}) \\ &= [M_{d0} + mF_I l_S - mF_S l_I + m^2 C_{SO} F_I F_O - m^2 C_{IO} F_O F_S \\ &\quad + m^2 (C_{SS} - C_{II}) F_S F_I + m^2 C_{SI} F_I^2 - m^2 C_{IS} F_S^2] \frac{1}{H} \\ &= \frac{M_{d0}}{H} + \frac{ml_S}{H} F_I - \frac{ml_I}{H} F_S + \frac{m^2 C_{SO}}{H} F_I F_O - \frac{m^2 C_{IO}}{H} F_O F_S \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

实际应用中还需要增补沿输出轴的一次和二次项, 式 (2.2.3) 可以写为:

$$\begin{aligned} \omega_d &= D_F + D_I F_I + D_S F_S + D_O F_O + D_{IS} F_I F_S + D_{IO} F_I F_O \\ &\quad + D_{SO} F_S F_O + D_{II} F_I^2 + D_{SS} F_S^2 + D_{OO} F_O^2 \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

式 (2.2.4) 即为单自由度陀螺的静态漂移数学模型。

若已测出静态误差系数, 则根据加速度计的输出可得 F_I 、 F_O 、 F_S , 按该式计算出 ω_d , 再从陀螺输出中扣除, 即消除了陀螺的静态漂移。各静态误差系数在实验室条件下利用重力加速度基准信息即可确定出, 此时 $F = g$, 所以测试中所用模型为:

$$\begin{aligned}\omega_d = & D_F + D_I g_I + D_S g_S + D_O g_O + D_{IS} g_I g_S + D_{IO} g_I g_O \\ & + D_{SO} g_S g_O + D_{II} g_I^2 + D_{SS} g_S^2 + D_{OO} g_O^2\end{aligned}\quad (2.2.5)$$

其中:

$D_F = \frac{M_{d0}}{H}$ ——与加速度无关的漂移率;

$D_I = \frac{m l_s}{H}$ ——与输入轴方向加速度分量一次项有关的漂移率系数;

$D_S = -\frac{m l_I}{H}$ ——与自转轴方向加速度分量一次项有关的漂移率系数;

D_O ——与输出轴方向加速度分量一次项有关的漂移率系数;

$D_{IS} = \frac{m^2(C_{SS} - C_{II})}{H}$ ——与输入轴和自转轴的加速度分量的乘积有关的漂移率系

数;

$D_{IO} = \frac{m^2 C_{SO}}{H}$ ——与输入轴和输出轴的加速度分量的乘积有关的漂移率系数;

$D_{SO} = -\frac{m^2 C_{IO}}{H}$ ——与自转轴和输出轴的加速度分量的乘积有关的漂移率系数;

$D_{II} = \frac{m^2 C_{SI}}{H}$ ——与输入轴方向加速度分量二次项有关的漂移率系数;

$D_{SS} = -\frac{m^2 C_{IS}}{H}$ ——与自转轴方向加速度分量二次项有关的漂移率系数;

D_{OO} ——与输出轴方向加速度分量二次项有关的漂移率系数;

g_I 、 g_O 、 g_S ——分别为重力加速度沿陀螺的输入轴、输出轴及自转轴方向的分量。

单自由度陀螺仪的静态误差模型中误差系数同样可分为三类。即与加速度无关的漂移 D_F ; 与加速度一次方成比例的漂移 D_I 、 D_S 、 D_O ; 与加速度二次方成比例的漂移 D_{IS} 、 D_{IO} 、 D_{SO} 、 D_{II} 、 D_{SS} 、 D_{OO} 。其中, D_O 和 D_{OO} 两项物理意义不明确。因此, 在通常情况下, 单自由度陀螺仪静态误差模型只考虑前九项。在实际工程中, 当陀螺在加速度比较小的情况下, 可以选取四个误差项, 即 D_F 、 D_I 、 D_S 和 D_{IS} 四项组成的静态漂移误差模型。

2.2.2.2 陀螺仪的动态误差模型

当陀螺工作在力反馈状态时, 力矩再平衡回路将其构成速率陀螺仪。这时, 单自由度陀螺仪直接与载体固连, 基座角速度将直接作用于陀螺仪, 所以, 除了由运载体线运动所引起的干扰力矩之外, 还将出现由运载体角运动引起的干扰力矩, 导致角速度测量的附加误差。因此, 此时的单自由度陀螺仪除了需要建立静态误差数学模型外, 还需要建立它的动态误差数学模型。

单自由度陀螺仪相对壳体的运动方程式为:

$$J_o \ddot{\beta} + D \dot{\beta} = H \omega_i + M_K + M_C \quad (2.2.6)$$

式中:

J_O ——陀螺浮子绕输出轴的转动惯量;

D ——阻尼系数;

β ——陀螺浮子绕输出轴的转角;

H ——陀螺动量矩;

ω_I ——绕输入轴的输入角速度;

M_K ——力矩再平衡回路的反馈力矩;

M_C ——角运动形成的误差力矩。

$$M_C = -J_O \dot{\omega}_O + (J_S - J_I) \omega_S \omega_I + J_{IO} (\dot{\omega}_I + \omega_O \omega_S) + J_{OS} (\dot{\omega}_S - \omega_I \omega_O) + J_{SI} (\omega_S^2 - \omega_I^2) + [(J_S - J_I) (\omega_I^2 - \omega_S^2) + H \omega_S] \beta \quad (2.2.7)$$

当陀螺达到稳态时, $\dot{\beta} = 0$, $\ddot{\beta} = 0$, 由式 (2.2.6) 可得到输入角速度 ω_I 的正确值:

$$\omega_I = -\frac{M_K}{H} - \frac{M_C}{H}$$

但实际系统中, 仅 M_K 可通过测量再平衡回路中的电压或电流获得, 而 M_C 是未知的, 所以实际获得的测量角速度为:

$$\hat{\omega}_I = -\frac{M_K}{H}$$

引起的测量误差即为动态漂移误差:

$$\begin{aligned} \delta\omega_I &= \hat{\omega}_I - \omega_I = \frac{M_C}{H} \\ &= -\frac{J_O}{H} \dot{\omega}_O + \frac{J_S - J_I}{H} \omega_S \omega_I + \frac{J_{IO}}{H} (\dot{\omega}_I + \omega_O \omega_S) + \frac{J_{OS}}{H} (\dot{\omega}_S - \omega_I \omega_O) \\ &\quad + \frac{J_{SI}}{H} (\omega_S^2 - \omega_I^2) + \frac{J_S - J_I}{H} (\omega_I^2 - \omega_S^2) \beta + \omega_S \beta \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

式 (2.2.8) 右侧第一项称角加速度误差, 由沿输出轴的角加速度引起; 第二项称不等惯性误差, 由陀螺组件绕 S 轴和 I 轴的转动惯量不相等 ($I_S \neq I_I$) 引起; 第三至五项称惯性积误差, 由陀螺框架的惯性积引起; 第六项称不等惯性耦合误差, 由 $I_S \neq I_I$ 和 $\beta \neq 0$ 引起; 第七项称交叉耦合误差, 由 $\beta \neq 0$ 使陀螺错误感测 ω_S 引起。

角加速度误差是由壳体相对惯性空间的旋转角加速度 $\dot{\omega}_O$ 所形成的牵连惯性力矩作用在陀螺上引起的。对于单自由度液浮陀螺, 角加速度误差是一项相当大的动态误差, 在稳定平台系统中必须对此误差作补偿。

不等惯性误差是由于陀螺组件绕输入轴的转动惯量与绕自转轴的转动惯量不相等, 在角运动条件下, 由 ω_S 和 ω_I 形成的陀螺力矩不能相互抵消引起的。单自由度液浮陀螺的不等惯性误差系数的典型数值范围为 $(4^\circ \sim 30^\circ)/h/(\text{rad/s})^2$ 。这表明, 当 $\omega_S \cdot \omega_I = 1(\text{rad/s})^2$ 时, 所造成的角速度测量误差将达到每小时几度以上。可见此项误

差也是不可忽视的。

为了减少框架惯性积误差,在结构设计中应尽量使框架对这些轴的惯性积减小到最低限度。框架惯性积一般较小,如对于角动量为 $2 \times 10^5 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 / \text{s}$ 的液浮陀螺,转子的赤道转动惯量和极转动惯量分别为 $50 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ 和 $80 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$,陀螺组件对输出轴的转动惯量为 $250 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$,而框架惯性积 $I_{JO} = I_{OS} = 1.5 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$, $I_{SI} = 0.3 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$,所以框架惯性积误差一般都较小。

为了减小不等惯性耦合误差,一方面应尽量减小 I_S 与 I_I 的差值,另一方面应努力提高再平衡回路的增益 k_m ,在 k_m 足够高的情况下不等惯性耦合误差是比较小的。

交叉耦合误差产生的原因是:当输出角 $\beta \neq 0$,陀螺壳体绕自转轴的旋转角速度 ω_S 的正弦分量 $\omega_S \sin \beta \approx \omega_S \beta$ 被陀螺感测到,引起陀螺错误输出。

当陀螺达到稳态时,略去 M_C 的影响,则

$$\beta \approx \frac{H}{k_m} \omega_I \quad (2.2.9)$$

式中, k_m 为工作在力反馈状态下陀螺在平衡回路的增益。

将式 (2.2.9) 代入交叉耦合误差项,得到:

$$\delta \omega_{IS} = \frac{H}{k_m} \omega_S \omega_I \quad (2.2.10)$$

该项误差与陀螺的角动量 H 成正比,与再平衡回路的增益 k_m 成反比,所以提高 k_m 对减小此项误差显得非常重要。

如果忽略掉误差模型中的次要误差项,仅考虑角加速度误差、不等惯性误差和交叉耦合误差,则动态漂移数学模型可简化为:

$$\delta \omega_I = -\frac{J_O}{H} \dot{\omega}_O + \left(\frac{J_S - J_I}{H} + \frac{H}{k_m} \right) \omega_S \omega_I \quad (2.2.11)$$

式中:

J_O 、 J_S 、 J_I ——分别为陀螺浮子绕输出轴、自转轴、输入轴的转动惯量;

ω_S ——绕陀螺自转轴的输入速度;

ω_O ——绕陀螺输出轴的输入速度;

$\dot{\omega}_O$ ——绕陀螺输出轴的输入角加速度;

k_m ——力矩再平衡回路的增益。

该简化的模型仍具有很好的精度。

2.2.2.3 陀螺随机漂移误差的模型

静态误差和动态误差都是系统性误差,只要建立了足够精确的数学模型进行补偿,是可完全消除的。而随机性误差是非系统性的、随时间变化的漂移误差,不能用简单的方法补偿。所以它成为了衡量陀螺仪精度的一个重要指标。

可见,随机漂移是十分复杂的随机过程,但大致可概括为以下三种分量:

(1) 逐次启动漂移

它取决于启动时刻的环境条件和电气参数的随机性等因素，一旦启动完成，这种漂移便保持在某一固定值上，但这一固定值是一随机变量，所以这种分量可用随机常数描述。

(2) 慢变漂移

陀螺在工作过程中，环境条件，电气参数都在作随机改变，所以陀螺漂移在随机常数的基础上以较慢的速率变化。由于变化较缓慢，变化过程中前后时刻上的漂移值有一定的关联性，即后一时刻的漂移值程度不等地取决于前一时刻的漂移值，两者的时间点靠得越近，这种依赖关系就越明显。

(3) 快变漂移

表现为上述两种分量基础上的杂乱无章的高频跳变，不管两时间点靠得多近，该两时间点上的漂移值依赖关系十分微弱或几乎不存在。这种漂移分量可抽象化为白噪声过程 $\omega(t)$ 。

本文采用 ARMA 模型来拟合陀螺随机漂移误差模型。

2.3 本章小结

本章首先介绍了单自由度陀螺的基本组成和基本特性，并采用动静法推导了单自由度陀螺仪的运动方程式。随后推导了单自由度液浮陀螺仪的传递函数，并在此基础上，阐述了力反馈式液浮速率陀螺仪的工作原理和传递函数。分析了影响单自由度液浮陀螺漂移误差的因素，根据陀螺漂移误差的性质建立了单自由度液浮陀螺的静态误差数学模型和动态误差数学模型，并进行了分析和推导。由于随机漂移是由随机干扰引起的，很难用确定的函数模型来表达，因而成为稳定平台中主要误差源之一。所以为了降低陀螺漂移率，以提高陀螺精度，必须建立陀螺随机漂移模型并加以补偿。

3 陀螺随机漂移建模

由第二章可知,陀螺随机漂移是一个随机过程,为了更好的对陀螺随机漂移补偿,需要建立数学模型,尤其是在对陀螺信号进行处理采用卡尔曼滤波方法时,要求建立较为精确的 ARMA 数学模型。本文采用 ARMA 模型来拟合陀螺随机漂移。

建立陀螺随机漂移的数学模型的步骤为:

(1) 建立信号的 ARMA 模型,就要求信号是平稳时间序列,因此需要对信号数据进行平稳性处理。首先对陀螺随机漂移测量所得的样本数据序列(随机时间序列)进行统计检验,判断陀螺随机漂移的平稳性。一般来说,陀螺随机漂移是一个弱慢时变的过程,对陀螺仪的平稳性判断主要判断的是陀螺仪输出信号的均值平稳性,因此接下来有必要对陀螺数据的趋向性作检验。

(2) 当发现为非平稳随机时间序列时,提取其中的确定性趋势项,发现潜周期分量,就提取其中较大的潜周期分量,得到陀螺随机漂移数据的残差序列为平稳时间序列时,可用平稳时间序列法建立其误差模型。然后确定所要拟合的线性模型的类别和阶数,估计模型参数并进行适用性检验。最后检验去除了趋势项和潜周期分量的残差序列的正态性。

(3) 当残差序列仍为非平稳时间序列时,进行差分处理,使之成为平稳时间序列,然后再利用平稳时间法建立其误差模型。

3.1 陀螺随机漂移数据的统计分析

从第二章了解到,影响陀螺随机漂移的很多因素都是随机的,没有一定的规律性,不能用简单的方法进行补偿,因此它是限制陀螺仪精度指标的一个重要方面。为了更好的对陀螺仪进行建模以提高精度,需要通过应用数理统计与模型辨识理论来分析,并建立数学模型。

3.1.1 随机漂移数据的采集

如何确定合适的采样时间间隔 T 与样本长度 L , 以便正确地获得连续信号中蕴含的信息,这是数据采集阶段要解决的问题。由香农采样定理可知,为了正确地获取连续信号中各种频率成分的信息,在最高频率谐波的一个周期内至少应采样两次。在实际使用中,一般先对连续信号进行带宽为 $0 \sim f_{\max}$ 的低通滤波,然后,取 $T = 1/2.5f_{\max}$, 这可以有效地防止混频^[23]。

在进行液浮陀螺漂移的数据采集时,将某型号单自由度液浮陀螺置于水平测试台上,通过测试系统读取陀螺的角速度信息。为降低量测噪声的影响,在数字

滤波之前采用 RC 滤波对试验数据进行低通滤波, 根据单自由度液浮陀螺的参数指标, 设滤波器的截止频率为 720Hz , 大于单自由度液浮陀螺的识别频率。

采用 NI ELVIS 平台采集数据, 用 Labview 进行编程。

编程的内容为: 采用一个 While 循环, 循环一次进行一次数据采集; 每一次数据采集过程是: 使用 Flat Sequence Structure 顺序结构 (它是按照从左到右的顺序执行的)。如图 3.1.1, 左边是延时, 等待时间过去后, 就执行右侧的后一个帧。即从 DAQ (Data Acquisition 数据采集) 中读取一个数据, 然后写入预先设置的电子表格内。选取采样周期为 5 秒钟, 即每 5 秒钟采集一次陀螺输出的瞬时数据。

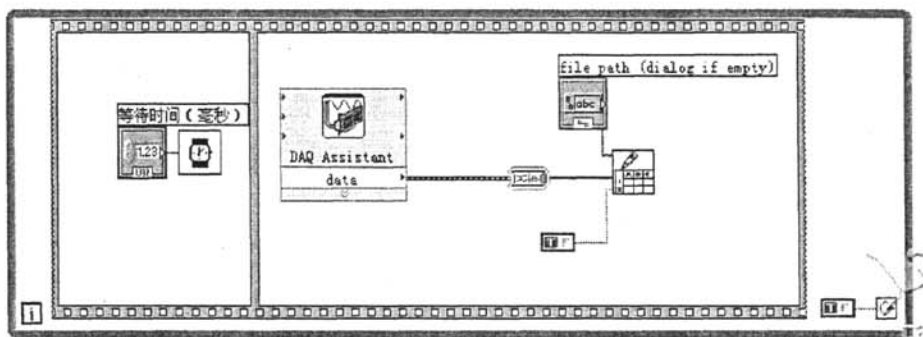


图 3.1.1 数据采集

进行了 24 个小时的数据采集。然后从电子表格读取数据, 图 3.1.2 即为采集的陀螺随机漂移原始测量信号。

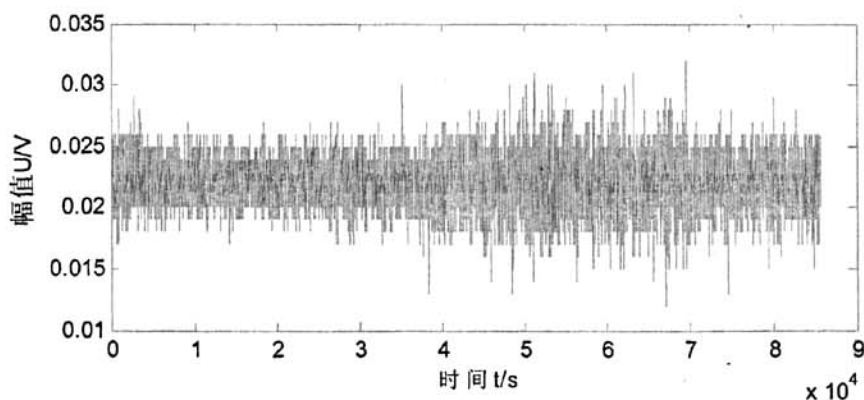


图 3.1.2 陀螺漂移原始测量数据

3.1.2 陀螺随机漂移的平稳性分析和趋向性检验

为了更好的补偿陀螺随机漂移, 尤其是在后面陀螺信号进行卡尔曼滤波, 需要建立 ARMA 数学模型, 这就要求时间序列为零均值、平稳、正态时序。因此必须对陀螺随机漂移进行平稳性判别。

3.1.2.1 平稳性检验

一个平稳时间序列有两个重要的统计特性：其均值 μ 和方差 σ^2 为常值；自协方差函数和自相关函数只依赖于时间的平移长度而与时间的起止点无关。因此，对于一个时间序列的平稳性，最根本的方法就是判别是否满足这两个重要的统计特性。对序列的平稳性有两种检验方法，一种是根据时序图和自相关图显示的特征做出判断的图检验方法；一种是构造检验统计量进行假设检验的方法。图检验方法是一种操作简便、运用广泛的平稳性判别方法，但是它的判别结论带有很强的主观色彩。所以本文采用统计检验方法来判别。

由于在实际问题中，有时不能预知总体服从什么分布，本文采用非参数假设检验方法，它是一种不依赖于分布的统计方法。由于平稳随机过程的均值与方差是常值，对于随机过程平稳性的检验就转化为检验样本的均值与方差是否为不随时间变化的常值。

游程检验法是以游程数这个统计量来度量漂移数据序列与平稳随机序列之间的差异，以检验平稳性假设是否成立。对于仅有两个数值的数据序列，游程是指数据由某一值变化至另一值的次数。假设 n_1 是序列样本一种观测量的个数，而 n_2 是另一种观测量的个数。当两种数量之和 $n_1 + n_2 > 20$ 的时候，游程总数 r 近似符合正态分布。

如果平稳性存在，那么游程数 r 的均值为 $\frac{2n_1n_2}{n_1+n_2} + 1$ ，方差为 $\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}$ 。因此可以根据游程数是否落在正态分布区间来判断随机过程是否平稳^[24]。

对陀螺随机漂移这一随机过程的一个样本而言，可以按时间先后为序将样本漂移数据序列分成 k 个等时间区间的子样（子序列），即每个子样的数据个数相同，均为 m ，即总体数据个数 $N = km$ 。那么每个子样本的均值 μ_i 和方差 σ_i^2 （此处 $i = 1, 2, \dots, k$ ）就可以看作是均值与方差的真值的测量值。如果真值不随时间变化，那么测量值应该服从以真值为中心的正态分布。对应每一个样本序列 i ，可以根据下列公式即可将它们转换为二值数列：

$$a_i = \text{sgn}\left\{\mu_i - \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \mu_j(j)\right\} \quad (3.1.1)$$

$$b_i = \text{sgn}\left\{\sigma_i^2 - \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \sigma_j^2(j)\right\} \quad (3.1.2)$$

式中， $\text{sgn}(x)$ 定义为： $\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, x \geq 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}$ ， μ_i 和 σ_i^2 是 k 维向量，元素分别为

子样本的均值和方差。这样就可以应用游程检验来分别对新得到的均值和方差序列进行检验。根据正态分布表可得，根据正态分布表可得，在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下，游程个数检验变换成 U 检验，即 r 的范围为：

$$U = \frac{\left| r - \frac{2n_1n_2}{n_1+n_2} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)}}} < 1.96 \quad (3.1.3)$$

设 $k=200$, $m=80$, 即取采集到的数据的前 16000 个点来分析。接受域 H_0 假设为: 数据序列是平稳的。用 MATLAB 编写 M 文件, 算出均值的游程数 $r_1=69$, 方差的游程数 $r_2=33$, $u_1=4.5282, u_2=9.5859$, 因此拒绝假设, 可见在所测得时间长度上, 陀螺随机漂移序列是非平稳的。

3.1.2.2 趋向性检验

平稳性检验用到的是游程检验法中的游程个数检验法, 趋向性检验可以采用游程长度检验法, 它的基本思想是: 是根据样本含量 n 及序列中最长游程的长度来推断两类事件的发生过程是否随机的。

设序列 $x(n)$ 的样本长度为 N , 同样将样本漂移数据序列分成 k 个等时间区间的子样(子序列), 每个子样的数据为 m , 求出每个子样本的均值 μ_i 和方差 σ_i^2 。

定义随机变量:

$$a_{ij} = \begin{cases} -1 & \mu_i > \mu_j \\ 0 & \mu_i = \mu_j, \quad i < j \\ 1 & \mu_i < \mu_j \end{cases} \quad (3.1.4)$$

即确定观察值序列中相邻两观察值之差的符号。若前者小于后者记“+”号, 前者跟后者相等记零, 前者大于后者记“-”号。

则符号的总数 $N \leq K$, 当符号总数 $N > 25$ 时, 游程总数 r 近似服从正态分布。那么游程数 r 的均值为 $\frac{2N-1}{3}$, 方差为 $\frac{16N-29}{90}$ 。则:

$$u = \frac{r - \frac{2N-1}{3}}{\sqrt{\frac{16N-29}{90}}} \quad (3.1.5)$$

渐进服从 $N(0,1)$ 分布。其中, N 为子序列的个数。

设 $k=200$, $m=80$, 即取采集到的数据的前 16000 个点来分析。接受域 H_0 假设为: 数据序列没有趋向性。用 MATLAB 编写 M 文件, 算出均值的游程长度 $r=118$, $u=-2.3141$, 在显著水平 $\alpha=0.05$ 下。游程个数检验变换成 U 检验, 即 A 的范围为: $p\{|u| \geq u_0\} \leq \alpha$, 明显, $|u| > u_0$, 所以拒绝假设, 由此可见在所测得时间长度上, 该陀螺随机漂移序列存在趋向性。

3.2 时间序列分析法简介

按照时间的顺序把随机事件变化发展的过程记录下来就构成了一个时间序

列。对时间序列进行观察、研究、，找寻它变化发展的规律，预测它将来的走势就是时间序列分析^[26]。

定义：在统计研究中，常用按时间顺序排列的一组随机变量 $\dots, X_1, X_2, \dots, X_t, \dots$ 来表示一个随机事件的时间序列，简记为 $\{X_t, t \in T\}$ 或 $\{X_t\}$ 。

用 x_1, x_2, \dots, x_n 或 $\{x_t, t = 1, 2, \dots, n\}$ 表示该随机序列的 n 个有序观察值，称之为序列长度为 n 的观察值序列。

从时间序列分析方法的发展历史可以将时间序列分析方法分为频域分析方法和时域分析方法两大类。时域分析方法相对于频域分析方法，它具有理论基础扎实、操作步骤规范、分析结果易于解释的优点。目前已广泛应用于自然科学和社会科学的各个领域，成为时间序列分析的主流方法。

时域分析方法具有相对固定的分析套路，通常有以下的步骤：

- (1) 考察观察值序列的特征。
- (2) 根据序列的特征选择适当的拟合模型。
- (3) 根据序列的观察数据确定模型的口径。
- (4) 检验模型，优化模型。
- (5) 利用拟合好的模型来推断序列其他的统计性质或预测序列将来的发展。

由 3.1.2 节了解到陀螺随机漂移是非平稳的，慢时变的。对于非平稳时间序列的分析方法可以分为确定性时序分析和随机时序分析两大类。前者是主观地把这个序列分为三个分量：趋势分量、周期分量和随机分量。其中趋势分量用一个多项式来拟合，周期分量用傅立叶拟合。然后，用这些拟合函数推算预测。但是这种方法存在着一些问题，主要有：只能提取强劲的确定性信息，对随机性信息浪费严重；把所有序列的变化都归结为四大因素的综合影响，却始终无法提供明确、有效的方法判断各大因素之间确切的作用关系。因此随机时序分析的发展就是为了弥补这些不足，所以，对于非平稳序列可以采用线性求和自回归滑动平均模型（ARIMA）来进行预测。

3.3 ARMA 模型及其特性

本文是在时间序列分析法的基础上对陀螺随机漂移序列拟合 ARMA 模型，接下来就简单地介绍一下 ARMA 模型及其特性。

把具有如下结构的模型称为自回归移动平均模型，简记为 ARMA(p, q):

$$\begin{cases} x_t = \phi_0 + \phi_1 x_{t-1} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \\ \phi_p \neq 0, \theta_q \neq 0 \\ E(\varepsilon_t) = 0, \text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2, E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0, s \neq t \\ Ex_s \varepsilon_t = 0, \forall s < t \end{cases} \quad (3.3.1)$$

若 $\phi_0=0$ ，该模型称为中心化 $ARMA(p,q)$ 模型。缺省默认条件，中心化 $ARMA(p,q)$ 模型可以简写为：

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \cdots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

(3.3.2)

当 $q=0$ 时， $ARMA(p,q)$ 模型就退化成了 $AR(p)$ 模型；
当 $p=0$ 时， $ARMA(p,q)$ 模型就退化成了 $MA(q)$ 模型。

所以， $AR(p)$ 模型和 $MA(q)$ 模型实际上是 $ARMA(p,q)$ 模型的特例，它们都统称为 $ARMA$ 模型。综合考察这三种模型的自相关系数和偏自相关系数的性质，可以总结规律如下：

表 3.3.1 三种模型的性质规律

模型	自相关系数	偏自相关系数
$AR(p)$	拖尾	p 阶截尾
$MA(q)$	q 阶截尾	拖尾
$ARMA(p,q)$	拖尾	拖尾

假如序列通过了序列预处理，可以判定为平稳非白噪声序列，我们就可以利用模型对该序列建模。

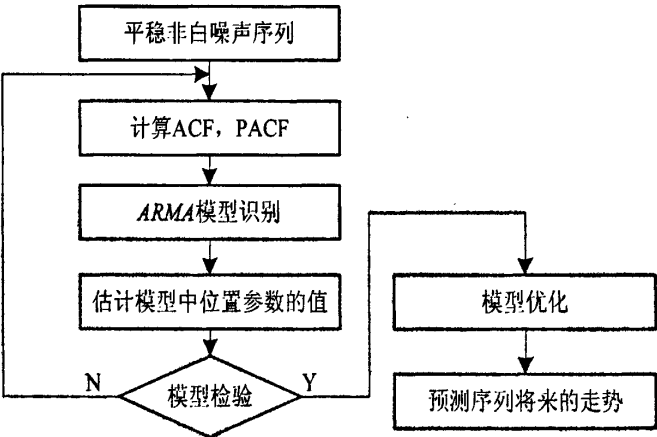


图 3.3.1 ARMA 建模步骤

步骤如下：

- (1) 求出该观察序列的样本自相关系数(ACF)和样本偏自相关系数(PACF)的值。
- (2) 根据样本自相关系数和偏自相关系数的性质，选择阶数适当的 $ARMA(p,q)$ 模型进行拟合。
- (3) 估计模型中未知参数的值。
- (4) 检验模型的有效性。如果拟合模型通不过检验，转向步骤 2，重新选择模型再拟合。
- (5) 模型优化。如果拟合模型通过检验，仍然转向步骤 2，充分考虑各种可能，建立多个拟合模型，从所有通过检验的拟合模型中选择最优模型。

(6) 利用拟合模型, 预测序列的将来走势。

3.4 陀螺随机漂移的 ARMA 模型建立

在 3.2 节提到的 ARIMA 模型实质就是差分运算与 ARMA 模型的组合。说明任何非平稳序列只要通过差分实现差分后平稳, 就可以对差分后序列进行 ARMA 模型拟合了。下面简要的介绍一下 ARIMA 模型。

求和自回归移动平均(autoregressive integrated moving average)模型, 简记为 ARIMA(p, d, q)模型, 满足如下结构:

$$\begin{cases} \Phi(B)\nabla^d x_t = \Theta(B)\varepsilon_t \\ E(\varepsilon_t) = 0, \text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2, E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0, s \neq t \\ Ex_s \varepsilon_t = 0, \forall s < t \end{cases} \quad (3.4.1)$$

式中:

$$\nabla^d = (1 - B)^d;$$

$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$, 为平稳可逆 ARMA(p, q)模型的自回归系数多项式;

$\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$, 为平稳可逆 ARMA(p, q)模型的移动平滑系数多项式;

$\{\varepsilon_t\}$ 为零值白噪声序列。

由此, 可以推出 ARIMA 模型建模的流程:

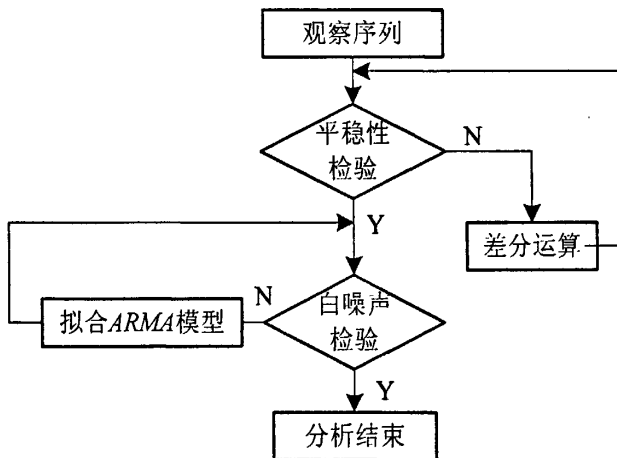


图 3.4.1 ARIMA 模型建模流程

3.4.1 差分运算

在第二章, 通过统计分析发现, 陀螺随机漂移是非平稳、存在趋向项的时间序列。所以处理的第一步都是要通过有效的手段提取序列中所蕴含的确定性信息。提取的方法非常多, 一种非常简便、有效的确定性信息提取方法就是差分方法。差分运算的实质是使用自回归的方法提取确定性信息^[26]。

值得注意的是,足够多次的差分运算可以充分地提取原序列中的非平稳确定性信息。但差分运算的阶数并不是越多越好,因为差分运算是一种对信息的提取、加工过程,每次差分都会有信息的损失,所以在实际应用中差分运算的阶数要适当,应当避免过度差分,简称过差分的现象。

从陀螺随机漂移的原始采集数据可以看出,漂移趋势项是一次或二次线性多项式。现对序列进行 1 阶差分运算,用来对序列线性趋势信息进行提取。

$$\nabla x_t = x_t - x_{t-1} \quad (3.4.1)$$

图 3.4.1 为陀螺漂移进行 1 阶差分运算后的结果。经过趋势性检验,已经不存在趋势项。即陀螺漂移的趋势项是一阶的,经过 1 阶差分,成功提取了线性趋势项。

陀螺漂移序列经过提取线性趋势项后,数据中还隐含有周期项,所以还必须进一步识别并提取序列中的隐含周期项。常用的提取周期项方法有相关分析,谱分析和周期图分析等。

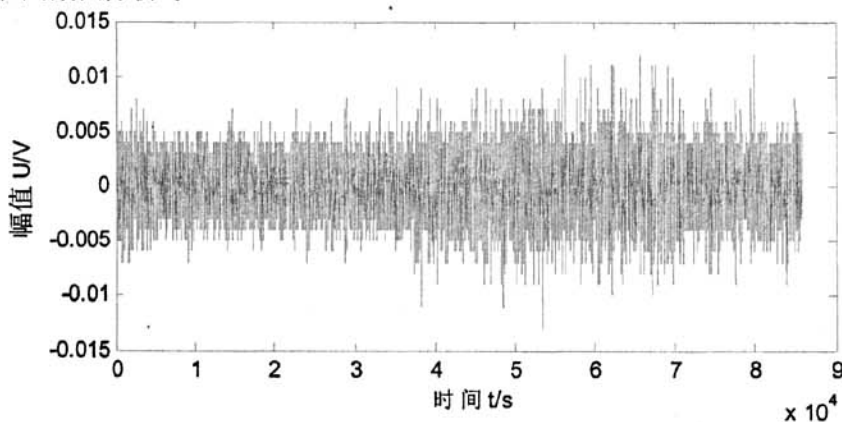


图 3.4.1 陀螺漂移 1 阶差分后的结果

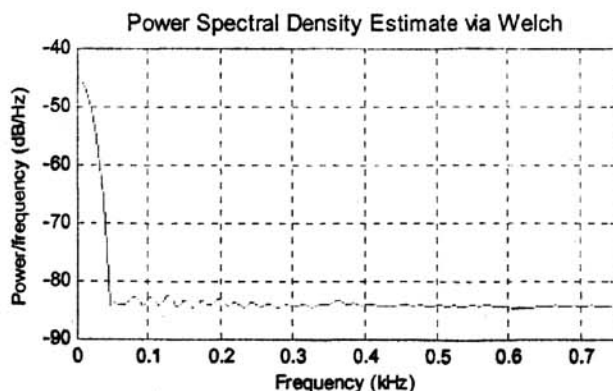


图 3.4.2 陀螺漂移的功率谱密度曲线

本文采用周期图分析法,对 1 阶差分运算后的陀螺漂移信号的周期项进行识别。陀螺漂移数据量为 27500,采样间隔 5 秒,在计算离散傅立叶变换时采用快

速傅立叶分解,为了直观地观察陀螺漂移的频率结构,给出其原始数据的功率谱密度曲线,如图 3.4.2 所示。从功率谱密度曲线中可以看出,该信号有一个主要谐波。所以必须对陀螺随机漂移作隐含周期项提取。

3.4.2 周期函数拟合

周期函数拟合是一种比较实用的曲线拟合方法^[27]。对陀螺漂移的测量信号 ε_i , 假定信号中含有一项周期噪声, 频率为 f , 则拟合的周期函数为^[28]:

$$\varepsilon_k = c + a \sin(2\pi f k \cdot \Delta t) + b \cos(2\pi f k \cdot \Delta t) + \Delta(k) \quad k=1, \dots, N \quad (3.4.2)$$

其中, $a = \Omega \cos(\theta)$, $b = \Omega \sin(\theta)$, $c = \varepsilon_0$ 。振幅 Ω 和相位 θ 分别为:

$$\Omega = \sqrt{a^2 + b^2}, \theta = \arctan(b/a) \quad (3.4.3)$$

对 N 观测值 $(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N)$ 建立误差方程:

$$V = AX - L \quad (3.4.4)$$

其中:

$$A_{N \times 3} = \begin{Bmatrix} \sin(2\pi f \times \Delta t) & \cos(2\pi f \times \Delta t) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin(2\pi f \times N\Delta t) & \cos(2\pi f \times N\Delta t) & 1 \end{Bmatrix}, \quad X = \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix}, \quad L = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{Bmatrix}$$

则未知参数最小二乘解为:

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (3.4.5)$$

经过运算得到 a , b , c 的值, 对序列进行隐含周期项的提取, 观察其功率谱密度曲线, 如图 3.4.3, 可见该信号已没有明显的周期项, 初步认为序列平稳。

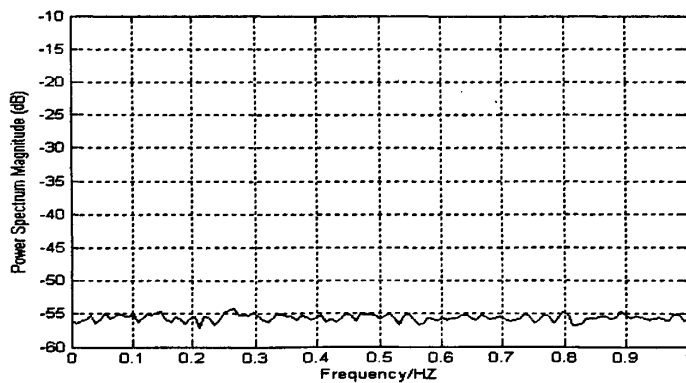


图 3.4.3 去除周期项后陀螺漂移的功率谱密度曲线

3.4.3 残差序列的平稳性检验和正态性检验

在对陀螺随机漂移序列进行完平稳性预处理以后, 需要对残差序列进行平稳性检验, 如果序列仍然不是平稳时间序列, 就需要再进行差分运算, 使之平稳化。

对平稳性预处理以后的残差序列, 取数据的前 8000 个点来分析, 设 $k=100$, $m=80$ 。按照 3.1.2.1 节的方法来分析, 接受域 H_0 假设为: 数据序列是平稳的。

用 MATLAB 编写 M 文件, 算出均值的游程数 $r_1 = 53$, 方差的游程数 $r_2 = 44$, $u_1 = 0.50767, u_2 = 1.1803$, 因此接受假设, 由此可见在所测得时间长度上, 陀螺随机漂移残差序列是平稳的。

正态分布是许多统计方法的理论基础。检验、方差分析、相关和回归分析等多种统计方法均要求分析的指标服从正态分布。许多统计方法虽然不要求分析指标服从正态分布, 但相应的统计量在大样本时近似正态分布, 因而大样本时这些统计推断方法也是以正态分布为理论基础的。可见正态性检验的重要性。

中心极限定理证明: 如果一个随机变量决定于大量随机变量因素的总和, 其中每个随机因素的单独作用很弱, 而且各因素的作用相对均匀, 那么它就服从正态分布^[30]。

正态分布有 2 个特征: 对称性和正态峰。当分布不对称即为偏态, 又可分为正偏态和负偏态。即使序列的频数分布对称其分布曲线相对于正态峰来说有宽有窄, 尾部有高有低, 分别称为平阔峰和尖峭峰, 也不属于正态分布。

正态性检验的方法有两类: 一类是对偏度和峰度来评定, 常用矩法, 效率较高; 另一类是用一个指标来综合评定, 以 W 检验法效率较高。这里采用的是矩法。矩法, 亦称动态差法。它是应用数学上三阶矩和四阶矩的原理来检验偏度和峰度。

即对于一个时间序列 $\{x_i\}$ 的正态性检验, 就是检验 $\{x_i\}$ 的三阶矩(即偏度系数 g_1)与四阶矩(即峰度系数 g_2)是否满足正态随机变量的特性。偏度系数 g_1 和峰度系数 g_2 的定义为:

$$g_1 = \frac{n \sum x^3 - 3 \sum x \sum x^2 + 2(\sum x)^3 / n}{(n-1)(n-2) \left\{ \left[\sum x^2 - (\sum x)^2 / n \right] / (n-1) \right\}^{3/2}} \quad (3.4.6)$$

$$g_2 = \frac{(n+1) \left[n \sum x^4 - 4 \sum x \sum x^3 + 6(\sum x)^2 \sum x^2 / n - 3(\sum x)^4 / n^2 \right]}{(n-1)(n-2)(n-3) \left\{ \left[\sum x^2 - (\sum x)^2 / n \right] / (n-1) \right\}^2} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)} \quad (3.4.7)$$

偏度系数 g_1 和峰度系数 g_2 的抽样误差 δ_{g_1} 和 δ_{g_2} 分别为:

$$\delta_{g_1} = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}}, \quad \delta_{g_2} = \sqrt{\frac{24n(n-1)^2}{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)}} \quad (3.4.8)$$

偏度系数 g_1 反映了随机变量的概率密度函数峰的对称性, 峰态系数 g_2 反映了概率密度函数峰的状态。采用 U 检验法: 则

$$\text{偏度为 } u_{g_1} = \frac{|g_1|}{\delta_{g_1}}, \quad \text{峰度为 } u_{g_2} = \frac{|g_2|}{\delta_{g_2}}.$$

若 $u_{g_1} < 1.96$, 则总体偏度系数为零, 总体分布对称; 若 $u_{g_1} \geq 1.96$, 则当 $g_1 < 0$ 时, 总体为负偏态, 当 $g_1 > 0$ 时, 总体为正偏态;

若 $u_{g_2} < 1.96$, 则总体峰度系数为零, 总体分布为正态峰; 若 $u_{g_2} \geq 1.96$, 则当

$g_2 < 0$ 时, 总体为平阔峰, 当 $g_2 > 0$ 时, 总体为尖峭峰。

计算结果如表 3.4.1。

表 3.4.1 正态性检验数据			
g_1	δ_{g1}	u_{g1}	结论
0.0082	0.018699	0.43853	陀螺漂移残差序列总体分布对称
g_2	δ_{g2}	u_{g2}	结论
-0.14473	0.3422	0.42293	陀螺漂移残差序列总体分布为正态峰

其中峰度是把整个时间序列分成若干个相等的子序列, 取它的均值计算的, 如果不取均值, 用上述方法, 发现陀螺漂移序列总体分布对称, 但不为正态峰, 总体可判断为尖峭峰。但是它与标准值相差不大, 可以认为陀螺漂移残差序列总体近似成正态分布。图 3.4.4 为陀螺漂移残差序列的直方图, 可以比较直观的证明它总体近似成正态分布。

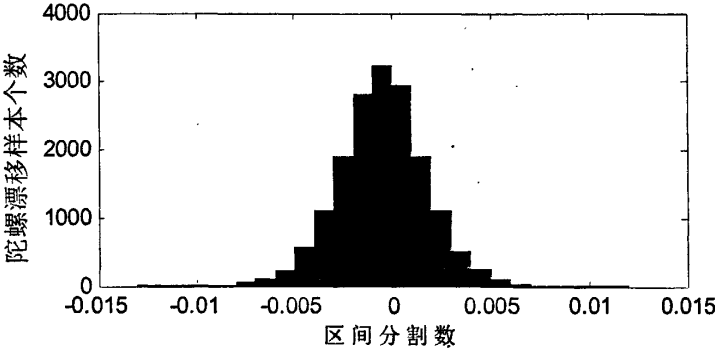


图 3.4.4 陀螺漂移残差序列的直方图

3.4.4 模型拟合

至此, 需要考察差分后的自相关和偏自相关图, 进一步确定信号的平稳性。

样本自相关系数 $\{\hat{\rho}_k, 0 < k < n\}$:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} (x_i - \bar{x})(x_{i+k} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \forall 0 < k < n$$

(3.4.9)

样本偏自相关系数 $\{\hat{\phi}_{kk}, 0 < k < n\}$ 可以利用样本自相关系数的值, 根据以下公式求得:

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{D}_k}{\hat{D}}, \forall 0 < k < n$$

(3.4.10)

式中:

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} 1 & \hat{\rho}_1 & \cdots & \hat{\rho}_{k-1} \\ \hat{\rho}_1 & 1 & \cdots & \hat{\rho}_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\rho}_{k-1} & \hat{\rho}_{k-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_k = \begin{bmatrix} 1 & \hat{\rho}_1 & \cdots & \hat{\rho}_1 \\ \hat{\rho}_1 & 1 & \cdots & \hat{\rho}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\rho}_{k-1} & \hat{\rho}_{k-2} & \cdots & \hat{\rho}_k \end{bmatrix}$$

根据公式计算自相关系数和偏自相关系数，如图 3.4.5、图 3.4.6 所示。

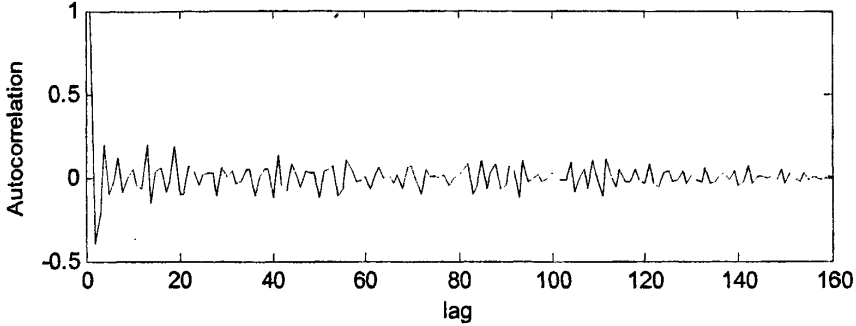


图 3.4.5 去掉周期趋势项的自相关系数图

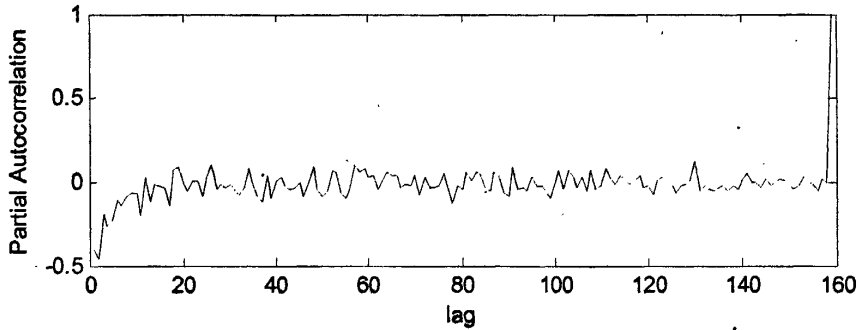


图 3.4.6 偏自相关系数图

从自相关图上显示有拖尾性，偏自相关系数显示出截尾性。根据这个特性，我们可以用 AR 模型来拟合，事实上，作为数学逼近，ARMA 模型、MA 模型和 AR 模型是可以相互转换的。在工程中，应用最多的是 AR 模型，它的模型计算工作比较容易，而且根据 Wold 的证明^[31]，任何平稳的 ARMA 模型或 MA 模型都可以用无限阶次 AR 模型来代替或者阶数足够的 AR 模型来逼近。所以用 AR 模型来拟合经过预处理的陀螺漂移序列是合理的。

在 AR 模型参数估计时，一般采用 Yule-Walker 方法，Yule-Walker 方法是建立在向前预测误差最小的基础之上。当数据量充足时，Yule-Walker 方法能够保证参数估计的可靠性，但是当数据不足时，Yule-Walker 方法所求得参数可靠性较差。为了克服其他参数估计方法的缺点，1967 年 Burg 方法被引入 AR 模型。Burg 估计是 Yule-Walker 方法的改进，它的特点是根据序列的平稳性，将样本倒序再利用一次以提高数据利用率。Burg 方法的能量函数是：

$$E = \sum_{n=1}^N [e_f^2(n) + e_b^2(n)] = \min \quad (3.4.11)$$

其中:

$$e_f = x(n) + \phi_1 x(n-1) + \phi_2 x(n-2) + \cdots + \phi_p x(n-p)$$

$$e_b = x(n-p) + \phi_1 x(n-p+1) + \phi_2 x(n-p+2) + \cdots + \phi_p x(n)$$

x 为观测信号。

滤波方程为:

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \cdots & \rho_p \\ \rho_1 & \rho_0 & \cdots & \rho_{p-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_p & \rho_{p-1} & \cdots & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\phi_1 \\ \vdots \\ -\phi_p \end{bmatrix} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4.12)$$

其中, p 为 AR 模型的阶数, $\rho_0 \cdots \rho_p$ 为信号的自相关系数, $\phi_1 \cdots \phi_p$ 为 AR 模型的参数。利用 Wiggings-Robinson 辅助系数迭代法解上式, 即可得 AR 模型参数。

利用 MATLAB 中工具箱的函数 `arburg` 可以直接得到 AR 模型参数。拟合结果如表 3.4.2:

表 3.4.2 AR 模型拟合参数

选择模型	拟合参数	白噪声方差 σ_ε^2
AR(1)	$\hat{\phi}_1 = 0.4947$	4.0617e-006
AR(2)	$\hat{\phi}_1 = 0.6612, \hat{\phi}_2 = 0.3366$	3.6016e-006
AR(3)	$\hat{\phi}_1 = 0.7466, \hat{\phi}_2 = 0.5044, \hat{\phi}_3 = 0.2538$	3.3697e-006
AR(4)	$\hat{\phi}_1 = 0.7956, \hat{\phi}_2 = 0.6017$ $\hat{\phi}_3 = 0.3979, \hat{\phi}_4 = 0.1930$	3.2440e-006
AR(5)	$\hat{\phi}_1 = 0.8268, \hat{\phi}_2 = 0.6661$ $\hat{\phi}_3 = 0.4953, \hat{\phi}_4 = 0.3217, \hat{\phi}_5 = 0.1617$	3.1592e-006
AR(6)	$\hat{\phi}_1 = 0.8493, \hat{\phi}_2 = 0.7108, \hat{\phi}_3 = 0.5641$ $\hat{\phi}_4 = 0.4142, \hat{\phi}_5 = 0.2766, \hat{\phi}_6 = 0.1390$	3.0982e-006

3.4.5 模型检验

一个模型是否显著有效主要看它提取的信息是否充分^[26]。一个好的拟合模型应该能够提取观察值序列中几乎所有的样本相关信息, 换言之, 拟合残差项中将不再蕴含任何相关信息, 即残差序列应该为白噪声序列。所以模型的显著性检验即为残差序列的白噪声检验。原假设和备择假设分别为:

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_m = 0, \forall m \geq 1$$

$$H_1: \text{至少存在某个 } \rho_k \neq 0, \forall m \geq 1, k \leq m$$

检验统计量为 LB (Ljung-Box) 检验统计量:

$$LB = n(n+2) \sum_{k=1}^m \left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \right) \sim \chi^2(m), \forall m > 0 \quad (3.4.13)$$

其中, n 为序列观测期数, m 为指定延迟期数。如果拒绝原假设, 就说明残

差序列中还残留着相关信息，拟合模型不显著。如果不能拒绝原假设，就认为拟合模型显著有效。

对平稳的去除周期项的 1 阶差分序列进行白噪声检验，检验结果如表 3.4.3。在检验的显著水平取为 0.05 的条件下，由于延迟 6 阶的卡方检验统计量的 P 值小于 0.05。所以该差分后序列不能视为白噪声序列，即差分后序列还蕴含着很强的相关信息，需要对差分后序列进一步拟合 ARMA 模型可供提取。

表 3.4.3 1 阶差分后序列的白噪声检验

延迟阶数	LB 统计量	P 值
6	44.91	<0.0001
12	54.2	<0.0001
18	66.878	<0.0001

由 3.4.1 节到 3.4.4 节的分析，考虑用 AR 模型拟合 1 阶差分后序列，并用 MATLAB 中的函数进行了参数的估计。接下来需要对残差序列进行检验。

AR(p)模型的残差序列按下式计算：

$$\omega_t = x_t - \varphi_1 x_{t-1} - \varphi_2 x_{t-2} - \cdots - \varphi_p x_{t-p}$$

(3.4.14)

AR 模型的残差序列都通过了白噪声检验。即模型拟合显著有效。

AR 模型的阶数选择不同得到的模型不同，效果相差较大，因而如何选择阶数很重要。因此国内外学者在这方面都做了许多研究工作，一般用 AIC 和 SBC 信息准则的概念^[26]，进行模型优化，基于均方误差最小的最终预测误差（FPE: final predidyion error）准则也是确定 AR 模型阶次比较有效的准则。

AIC 准则的全称是最小信息量准则（an information criterion），该准则的指导思想是认为一个拟合模型的好坏可以从两方面去考察：一方面是大家非常熟悉的、常用来衡量拟合程度的似然函数值；另一方面是模型中未知的参数的个数。所以它是拟合精度和参数个数的加权函数，表达式为：

$$AIC = -2\ln(\text{模型的极大似然函数值}) + 2(\text{模型中未知参数个数})$$

使 AIC 函数达到最小的模型被认为是最优模型。

中心化 ARMA(p, q)模型的 AIC 函数为：

$$AIC = n\ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + 2(p + q + 1)$$

(3.4.15)

AIC 准则为选择最优模型带来了很大的方便，但是当样本容量趋于无穷大时，由 AIC 准则选择的模型不收敛于真实模型，它通常比真实模型所含的未知参数个数要多。为了弥补 AIC 准则的不足，Akaike 和 Schwartz 提出了同样的判别准则：SBC 准则。SBC 准则的定义为：

$SBC = -2\ln(\text{模型中极大似然函数值}) + \ln(n)$ （模型中位置参数个数）
SBC 准则是最优模型的真实阶数的相合估计。使 SBC 函数达到最小的模型被认

为是相对最优模型。

中心化 ARMA(p, q)模型的 SBC 函数为:

$$SBC = n \ln(\hat{\sigma}_\epsilon^2) + \ln(n)(p + q + 1)$$

(3.4.16)

最终预测误差 FPE 准则定义为: 给定观测长度为 N , 从某个过程的一次观测数据中估计到了预测系数, 然后用该预测系数构成的系统处理另一次观察数据, 则有预测均方误差, 该误差在某个阶数时为最小。对 AR(p)模型阶数进行判定时 FPE 的表达式为:

$$FPE(p) = \hat{\sigma}_{wp}^2 \left(\frac{N + p + 1}{N - p - 1} \right)$$

(3.4.17)

上式中估计的方差随着阶数的增加而减小, 而括号内的值随着 p 的增加而增加, 因而能找到一最佳的 p , 使得 FPE 最小。

选择用 SBC 准则和 FPE 准则来判定模型的阶数, 结果如表 3.4.4。

表 3.4.4 模型阶数检验数据

	σ_ϵ^2	SBC	FPE
AR(1)	4.0617e-006	-2.1298e+005	4.0623e-006
AR(2)	3.6016e-006	-2.1502e+005	3.6025e-006
AR(3)	3.3697e-006	-2.1615e+005	3.3710e-006
AR(4)	3.2440e-006	-2.1679e+005	3.2459e-006
AR(5)	3.1592e-006	-2.1724e+005	3.1615e-006
AR(6)	3.0982e-006	-2.1756e+005	3.1007e-006

从表 3.4.4 可以看出, 无论是白噪声方差、SBC 或 FPE 的值都随着 AR 模型的阶数的递增而减小, 这说明 AR 模型的高阶更接近实际模型。从数据中还可以看出, 当 $p < 3$ 时, 白噪声方差随阶数的变化比较大, 但当 $p > 3$ 后, 白噪声方差随阶数的变化趋于缓慢。同样, 从 SBC 的值和 FPE 的值也可以看出。

所以虽然当 AR 模型的阶数 $p > 3$ 时的模型优于 $p = 3$ 时的模型, 但是在实际应用中, 尤其是在滤波中, $p > 3$ 时的 AR 模型相应的参数就会增加, 会使计算复杂, 计算量也会大大的增加。因此, 选择阶数 $p = 3$ 较合适。

综上所述, 实际上拟合的模型为 ARIMA(3, 1, 0)。表达式为:

$$x_t = 0.7466x_{t-1} + 0.5044x_{t-2} + 0.2538x_{t-3} + \omega_t$$

(3.4.18)

3.5 本章小结

本章首先对陀螺随机漂移数据做了详细的统计分析, 判断了序列的平稳性, 趋势性, 得出陀螺随机漂移序列是一个非平稳的, 存在趋势项的慢时变过程。然后介绍了时间序列分析法, 运用时间序列分析法对陀螺随机漂移序列建立其数学

模型。由于需要在平稳序列的基础上建立模型,所以通过差分运算来去除趋势项,用周期函数拟合方法来去除含量最大的周期项,使之平稳化。

其次,对去除趋势项和最大周期项后所得的序列进行了平稳性分析和正态性检验。得出残差序列是平稳的,总体是近似成正态分布的。通过观测其自相关函数和偏自相关函数,发现自相关图显示出拖尾性,偏自相关图显示出截尾性,说明陀螺随机漂移可以用 AR 模型来描述。

用 Burg 方法估计出 AR 模型的参数,然后对各个模型进行了显著性分析,通过 SBC 准则和 FPE 准则,并考虑到在实际系统中,为了避免因为参数个数的增加使得计算量大大增加,选择 AR(3)模型较为合适。

4 陀螺的信号处理

由第二章可知,三轴稳定平台的敏感元件是三个单自由度液浮积分陀螺仪,系统的工作精度在很大程度上是取决于陀螺的工作精度,所以为了保证稳定平台有更好的控制性能,必须对陀螺仪的信号进行处理。

在稳定平台系统中,为提高系统的精度,一般采用数字滤波技术,数字滤波与模拟滤波相比,具有可靠性高、精度高、灵活性强等方面的优点,而且其滤波方法也比模拟滤波方法多。数字滤波方法众多,滤波效果各异。

算术平均滤波法是指以当前输入值和前 N 次的输入值相加求平均值,这种算法的作用类似低通滤波器,因为平均的过程就是用来减小测量数据中的随机波动,所以在实际系统中,我们可以用一个简单的 RC 低通滤波器来实现。

统计滤波法的基本思想是通过测量信号进行概率分布统计,如果检测到测量信号中的噪声呈正态分布,那么在一定测量次数内,各个测量值位于其真值附近的频数一定要远远大于离真值较远的频数,把该频数作为对测量值的加权系数,即增大位于测量真值附近测量值的权重,减小离真值较远测量值的权重,那么,对呈正态分布含噪声的测量信号,统计滤波法滤波效果优于算术平均滤波法,但是在软件实现上比算术平均滤波法复杂。

$\alpha-\beta-\gamma$ 滤波法就是常增益最优递推滤波法,其作用是从含有噪声 $v(k)$ 的测量信号 $y(k)=x(k)+v(k)$ 中,估计出有用信号 $x(k)$ 来,在实际应用中 $\alpha-\beta-\gamma$ 滤波法具有相对较小的相位滞后。

Kalman 滤波是对随机信号的最优线性滤波,是以均方估计误差最小为原则对信号进行最优化。在对陀螺信号进行滤波时是一种常用的有效的滤波器。通过第三章的分析,建立了较为精确的陀螺随机漂移的 ARMA (3, 0) 模型,这为 Kalman 滤波奠定了基础。

小波分析以其优良的多分辨率分析特性特别适用于非平稳信号,且随着其在信号处理中的广泛应用,小波去噪理论日趋完善,特别是利用小波分析去噪不需要系统的误差模型,较适于陀螺信号滤波^[49]。因此国内外许多学者开始将其应用在陀螺的信号处理中。

4.1 液浮积分陀螺单轴稳定平台的传递函数

三轴稳定平台的三个轴都是相互独立的,所以为了简单起见,以单轴的传递函数为研究对象。根据图 2.1.3 所示的液浮积分陀螺的方块图以及平台台体的传递函数,可得到积分陀螺单轴平台的闭环方块图^[56],实际上液浮积分陀螺工作在力反馈式状态下,如图 4.1.1 所示。

图中, k_u 为陀螺信号器的传递系数, k_i 为电子网络放大系数, $F(s)$ 为校正网络的传递函数, 环节 $-k_u k_i F(s)$ 中的负号是由于力矩马达产生的伺服力矩与陀螺输出反号。

在实际工程中, 为了使问题得到简化, 常常会突出一些主要影响因素, 而忽略一些次要影响因素, 所以对图 4.1.1 做了一些简化:

(1) 因 $\dot{\omega}_o(s)$ 反映了沿陀螺输出轴方向的角加速度对平台稳定轴的影响, 而平台稳定轴与陀螺输入轴方向相同, 与陀螺输出轴方向正交, 所以 $\dot{\omega}_o(s)$ 实质上反映了三轴平台正交轴之间的交叉耦合影响, 而交叉耦合是较弱的(在第二章里有说明), 所以可不予考虑。

(2) 相对于整个稳定平台控制系统来说, 所用的液浮陀螺的角动量 H 一般都比较小, 所以作用在稳定轴上的陀螺力矩 $H\dot{\beta}$ 可忽略不计。

(3) 电机的机电时间常数是毫秒级的, 电机带宽远高于平台的带宽。所以电机的过渡过程可以不考虑。

(4) 虽然 $e = C_e \omega$ 在系统中具有负反馈校正作用, 但比校正网络所起的校正作用弱的多, 在系统分析中可略去不计。

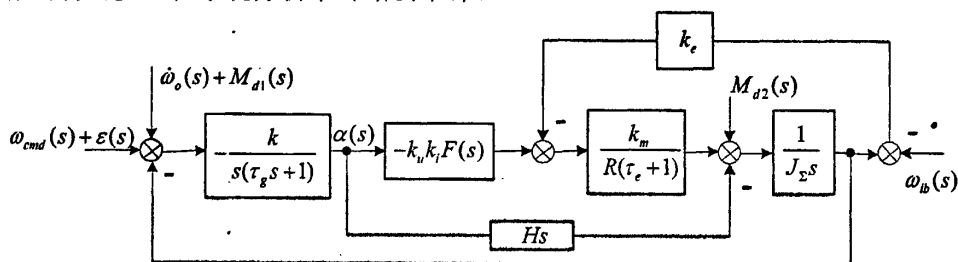


图 4.1.1 积分陀螺单轴稳定平台方块图

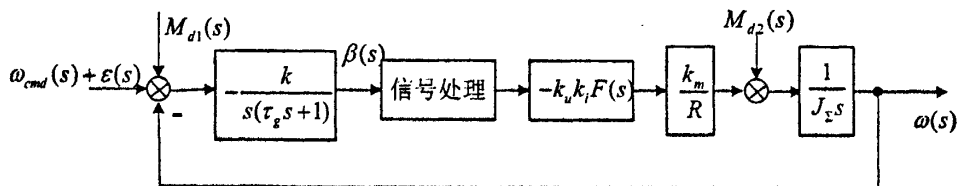


图 4.1.2 积分陀螺单轴稳定平台简化后的方块图

简化后的方块图如图 4.1.2 所示。陀螺的信号处理加在由陀螺传递函数得到的角度 $\beta(s)$ 后, 通过这个环节, 使陀螺的有用信号进入稳定平台的控制回路, 以保证稳定平台有更好的控制性能。

4.2 陀螺漂移的卡尔曼滤波

卡尔曼滤波是由美籍匈牙利数学家 R.E.Kalman 在 1960 年提出的著名算法。简单来说, 卡尔曼滤波器 (Kalman Filter) 是一个“optimal recursive data processing

algorithm (最优化自回归数据处理算法)^[40]”。他的广泛应用已经超过 30 年, 包括机器人导航, 控制, 传感器数据融合甚至在军事方面的雷达系统以及导弹追踪等等。近年来更被应用于计算机图像处理, 例如头脸识别, 图像分割, 图像边缘检测等等。

卡尔曼滤波具有如下特点:

(1) 算法是递推的, 且使用状态空间法在时域内设计滤波器, 所以卡尔曼滤波适用于对多维随机过程的估计;

(2) 采用动力学方程即状态方程描述被估计量的动态变化规律, 被估计量的动态统计信息由激励白噪声的统计信息和动力学方程确定。由于激励白噪声是平稳过程, 动力学方程已知, 所以被估计量既可以是平稳的, 也可以是非平稳的, 即卡尔曼滤波也适用于非平稳过程;

(3) 卡尔曼滤波具有连续型和离散型两类算法, 离散型算法可直接在数字计算机上实现。

下面就来介绍离散形式的卡尔曼滤波方程。

4.2.1 离散形式的卡尔曼滤波算法

卡尔曼滤波是一种递推线性最小方差估计方法, 因为卡尔曼滤波是利用状态方程和线性测量方程来描述系统的, 因此它主要适用于线性动态系统。卡尔曼滤波常采用离散化模型来描述系统, 下面将介绍直接利用最小方差性质推导出离散卡尔曼滤波方程^[41]。

设系统

$$x_k = \Phi_{k,k-1}x_{k-1} + \Gamma_{k-1}w_{k-1} \quad k \geq 1 \quad (4.2.1)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad k \geq 1 \quad (4.2.2)$$

其中, 动态噪声 $\{w_k\}$ 与量测噪声 $\{v_k\}$ 是互不相关的零均值白噪声序列, 即对所有 k, j , 模型的基本统计性质为

$$\begin{aligned} E\{w_k\} &= 0 & Cov(w_k, w_j) &= E[w_k w_j^T] = Q_k \delta_{kj} \\ E\{v_k\} &= 0 & Cov(v_k, v_j) &= E[v_k v_j^T] = R_k \delta_{kj} \\ & & Cov(w_k, v_j) &= E[w_k v_j^T] = 0 \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

这里 δ_{kj} 是克罗内克 δ 函数, 即

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 1 & k = j \\ 0 & k \neq j \end{cases}$$

又设初始状态的统计特性为:

$$E[x_0] = \mu_0 \quad Var x_0 = E\{(x_0 - \mu_0)(x_0 - \mu_0)^T\} = P_0$$

且 x_0 与 $\{w_k\}, \{v_k\}$ 都不相关, 即

$$Cov(x_0, w_k) = 0 \quad Cov(x_0, v_k) = 0$$

设如果在测量 $k-1$ 次之后, 已经有了一个 $\hat{x}_{k-1} = \hat{x}_{k-1/k-1}$ 的估计值, 那么根据动态方程 (4.2.1) 来预测 k 次的状态值, 一个简单而直观的想法是, 因为 w_{k-1} 的均值为零 (即 $E[w_{k-1}] = 0$), 则定义 $x_{k/k-1}$ 为由 $k-1$ 次量测所得估计值 \hat{x}_{k-1} 的一步预测值的合理数值, 即

$$\hat{x}_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} \quad (4.2.4)$$

而考虑到 $E[v_k] = 0$, 因而量测的期望值为 $H_k \hat{x}_{k/k-1}$ 是合适的。

在考虑了这两点以后, 因此得到第 k 次量测数据 z_k 来估计 x_k 的递推形式, 则:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k (z_k - H_k \hat{x}_{k/k-1}) \quad (4.2.5)$$

这里的 K_k 是一个待定的校正增益矩阵, 其标准应使误差方阵为极小, 为此先推导误差方差公式。

设定义

$$\tilde{x}_{k/k-1} \triangleq \hat{x}_{k/k-1} - x_k \quad (4.2.6)$$

$$\tilde{x}_{k/k} \triangleq \hat{x}_{k/k} - x_k = \hat{x}_k - x_k \quad (4.2.7)$$

式 (4.2.6) 和式 (4.2.7) 的公式含义分别是收到量测 z_k 之前和之后对 x_k 的估计误差。则由式 (4.1.7) 出发, 考虑到式 (4.2.5), 并将式 (4.2.6) 及式 (4.2.1) 代入可得:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_k &= \hat{x}_k - x_k \\ &= \hat{x}_{k/k-1} + K_k (H_k x_k + v_k - H_k \hat{x}_{k/k-1}) - x_k \\ &= (I - K_k H_k) \tilde{x}_{k/k-1} + K_k v_k \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

估计误差方阵可用式 (4.2.8) 代入下式:

$$\begin{aligned} P_k &= E[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T] = E\{(I - K_k H_k) \tilde{x}_{k/k-1} [\tilde{x}_{k/k-1}^T (I - K_k H_k)^T + v_k^T K_k^T] \\ &\quad + K_k v_k [\tilde{x}_{k/k-1}^T (I - K_k H_k)^T + v_k^T K_k^T]\} \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

定义

$$P_{k/k-1} \triangleq E\{\tilde{x}_{k/k-1} \tilde{x}_{k/k-1}^T\} \quad (4.2.10)$$

式 (4.2.10) 是一步预测估计误差方差阵。

由模型的基本统计性质式 (4.2.3) 可知:

$$E[v_k v_k^T] = R_k \quad (4.2.11)$$

而且, 预测估计误差与量测噪声不相关, 故:

$$E[x_{k/k-1} v_k^T] = E[v_k \tilde{x}_{k/k-1}^T] = 0 \quad (4.2.12)$$

这里由式 (4.2.3) 已经假定 $\{v_k\}$ 与 $\{w_k\}$ 是互不相关的白噪声序列, $\{v_k\}$ 与 x_0 不相关, 显然线性预测估计误差 $\tilde{x}_{k/k-1}$ 与 v_k 无关。

将 (4.2.10), (4.2.11), (4.2.12), 代入式 (4.2.9) 得:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_{k/k-1} (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (4.2.13)$$

求得估计误差方差的递推公式后, 即找到误差方差的传播公式, 接下来讨论

K_k 的选择, 而选择 K_k 的目的是使误差方差阵 $P_k = E\{\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T\}$ 为极小。

将式 (4.2.13) 右端加减同一项 $P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} H_k P_{k/k-1}$, 再把有关 K_k 的项归并在平方项里, 即:

$$\begin{aligned} P_k &= P_{k/k-1} - P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} H_k P_{k/k-1} \\ &\quad + [K_k - P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1}] (H_k P_{k/k-1} H_k^T \\ &\quad + R_k) [K_k - P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1}]^T \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

在式 (4.2.14) 中, 前二项不包含 K_k 因子, 故要使 P_k 极小, 只要选择

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (4.2.15)$$

而这时误差方差阵为

$$\begin{aligned} P_k &= P_{k/k-1} - P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} H_k P_{k/k-1} \\ &= [I - K_k H_k] P_{k/k-1} \end{aligned} \quad (4.2.16)$$

式 (4.2.16) 就是误差方程的迭代公式, 由此可见, 卡尔曼滤波的递推公式既可得到滤波估计值, 又可得到误差的方差阵, 也就是说同时可进行卡尔曼滤波它自身产生的误差分析, 这是卡尔曼滤波器的一个重要优点。从误差方差阵而定义式 (4.2.9) 可以看到这个阵是大于等于零的, 且为对称阵。这点又是为递推时检验计算过程是否正确的一个标准。

表 4.2.1 离散卡尔曼滤波递推公式

状态方程	$x_k = \Phi_{k,k-1} x_{k-1} + \Gamma_{k-1} w_{k-1}$	$k \geq 1$
量测方程	$z_k = H_k x_k + v_k$	$k \geq 1$
验前统计量	$E\{w_k\} = 0$ $E\{v_k\} = 0$	$Cov(w_k, w_j) = E[w_k w_j^T] = Q_k \delta_{kj}$ $Cov(v_k, v_j) = E[v_k v_j^T] = R_k \delta_{kj}$ $Cov(w_k, v_j) = E[w_k v_j^T] = 0$
		$\delta_{kj} = \begin{cases} 1 & k = j \\ 0 & k \neq j \end{cases}$
状态预测估计	$\hat{x}_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1}$	
方差预测	$P_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T$	
状态估计	$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + K_k (z_k - H_k \hat{x}_{k/k-1})$	
方差迭代	$P_k = P_{k/k-1} - P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} H_k P_{k/k-1}$ $= [I - K_k H_k] P_{k/k-1}$	
滤波增益	$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1}$	
初始条件	$\hat{x}_0 = E[x_0] = \mu_0$ $Var \tilde{x}_0 = Var x_0 = P_0$	

必须注意, 要完成以上递推, 还要求分析从 P_{k-1} 到 $P_{k/k-1}$ 的递推公式, 由式 (4.2.4), 两边减去 x_k , 则 $\hat{x}_{k/k-1} - x_k = \Phi_{k,k-1} \hat{x}_{k-1} - x_k$ 。将 (4.2.1)、(4.2.6) 代入 $\tilde{x}_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} \tilde{x}_{k-1} - \Gamma_{k-1} w_{k-1}$ 。因此:

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (4.2.17)$$

在完成 (4.2.17) 的推导中, 认为

$$E[\tilde{x}_{k-1} w_{k-1}^T] = E[w_{k-1} \tilde{x}_{k-1}^T] = 0 \quad (4.2.18)$$

所以得到卡尔曼滤波递推公式如表 4.2.1 所示。

4.2.2 经典卡尔曼滤波

由第三章可知, 陀螺随机漂移可以用 ARMA(3, 0) 来表示, 其表达式为:

$$x_t = 0.7466x_{t-1} + 0.5044x_{t-2} + 0.2538x_{t-3} + \omega_t$$

根据离散卡尔曼递推公式, 我们得到:

状态方程:

$$X_k = AX_{k-1} + Bw_k$$

其中,

$$A = \begin{pmatrix} 0.7466 & 0.5044 & 0.2538 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X_k = \begin{pmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ x_{k-2} \end{pmatrix}$$

测量方程:

$$Z_k = CX_k + v_k$$

其中, $C = (1 \ 0 \ 0)$, v_k 为测量噪声序列。 X_k 是以 AR 模型辨识误差为特征的白噪声序列 (称作过程噪声序列), 作为 AR 模型输入所得到的真值序列, Z_k 即为陀螺测量值。

R 为系统测量噪声的方差, 其值为模型估计误差的方差, 即 $\delta_e^2 = 3.3697e-006$; Q 为系统过程噪声的方差, 取值也为 $\delta_e^2 = 3.3697e-006$ 。 P 的初值取单位矩阵, X_{00} 取零。将实际测量到的陀螺随机漂移数据作为输入。

通过图 4.1.2 及表 4.1.1 的离散卡尔曼滤波递推公式进行 MATLAB 的 Simulink 仿真, 得到的结果如图 4.2.2 所示。

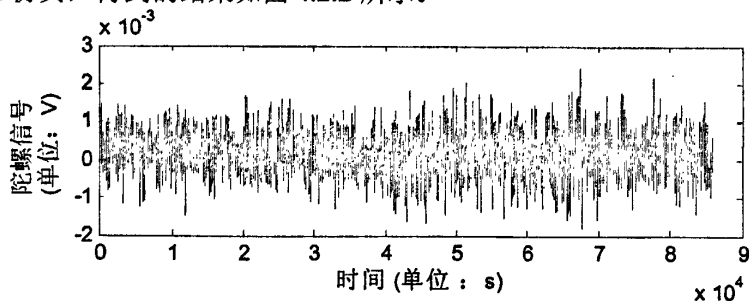


图 4.2.1 没有滤波的陀螺信号波形图

从波形图 4.2.2 中可以看出, 经过经典的卡尔曼滤波, 陀螺信号的幅值明显的减小了; 从功率谱密度图可以看出, 经典卡尔曼滤波算法对陀螺信号的噪声起到了比较好的抑制作用, 虽然从图上看, 陀螺信号低频段的噪声抑制没有高频段的好, 但整体来说, 都降低了 10db/Hz 左右。

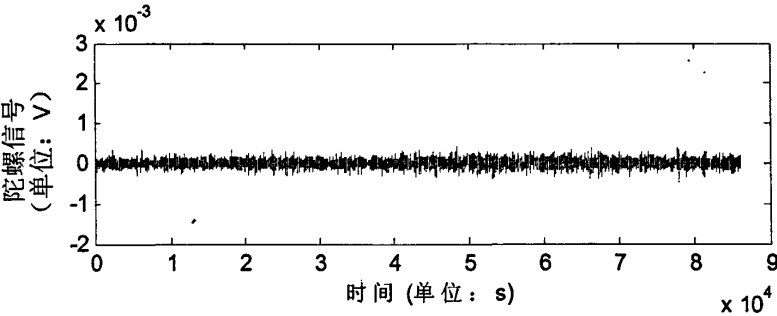


图 4.2.2 经典卡尔曼滤波以后陀螺信号的波形图

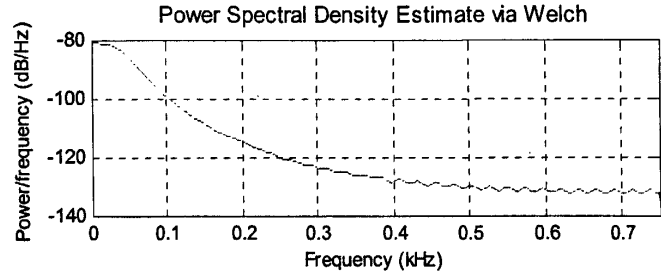


图 4.2.3 没有滤波的陀螺信号的功率谱密度图

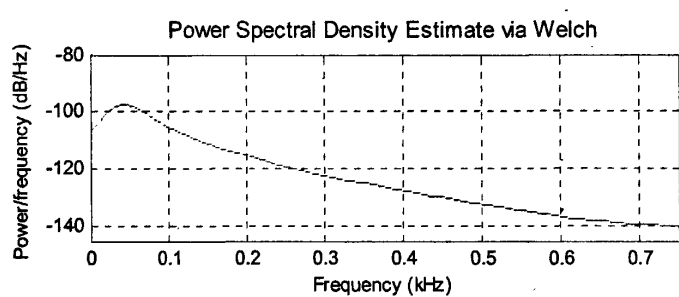


图 4.2.4 经典卡尔曼滤波后的陀螺信号的功率谱密度图

4.2.3 自适应卡尔曼滤波

传统的卡尔曼滤波是在标准条件下获得的，是一种无偏的线性最小方差估计算法,在动态系统的数学模型和噪声统计特性已知的情况下,卡尔曼滤波通过测量值对预测估计进行修正,可以得到状态的精确估计。但是在实际应用中很难得到系统精确的数学模型和噪声的统计特性,使滤波精度降低甚至产生滤波发散的现象^[39]。

自适应卡尔曼滤波的目的之一，是在利用测量数据进行递推滤波的同时，不断地由滤波本身去判断目标动态是否变化。当判断有变化时，要进一步决定是把这种变化看作随机干扰，归到模型噪声中去，还是对原动态模型进行修正，使之适应目标变化了的动态。

自适应卡尔曼滤波的另一个目的，是当模型噪声方差矩阵 Q 和量测噪声方

差矩阵 R 未知或不确切知道时, 由滤波本身去不断估计或修正它们。

总之, 自适应卡尔曼滤波的目的, 是利用滤波自身获得的某些信息, 来不断地改进滤波器的设计, 以降低滤波误差。

Sage 和 Husa 提出了一种自适应卡尔曼滤波算法^[42], 可以在线计算系统噪声 Q 和量测噪声 R 。但实际上, Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波算法并不能在 Q 和 R 未知时, 同时把它们估计出来, Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波只能 Q 已知时估计出 R , 或 R 已知时估计出 Q 。

一般认为稳定平台系统中陀螺的系统噪声具有稳定性, 通常仅对量测噪声进行估计。但 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波算法的复杂性比较大, 实时性变差。因此, 采用简化的 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波算法可以降低算法的计算量和复杂性, 使算法更适合工程应用。

简化的 Sage-Husa 自适应滤波算法如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} d_k = (1-b)(1-b^{k+1}) \\ P_{k,k-1} = \Phi P_{k-1} \Phi + \Gamma Q \Gamma \\ \hat{x}_{k,k-1} = \Phi \hat{x}_{k-1} \\ \hat{y}_k = z_k - H \hat{x}_{k,k-1} \\ K_k = P_{k,k-1} H^T [H P_{k,k-1} H^T + R_{k-1}]^{-1} \\ P_k = [I - K_k H] P_{k,k-1} \\ \hat{x}_k = \hat{x}_{k,k-1} + K_k (\hat{y}_k - H \hat{x}_{k,k-1}) \\ \hat{z}_k = H \hat{x}_k \\ R_k = (1-d_k) R_{k-1} + d_k (\hat{y}_{k,k-1} \hat{y}_{k,k-1}^T - H P_k H^T) \end{array} \right. \quad (4.2.19)$$

其中, b 为遗忘因子, $0 < b < 1$, 一般取 0.95~0.99 之间^[43]。

采用遗忘因子可以限制滤波器的记忆长度, 加重新近观察数据对现时估计的作用, 使得新近数据在估计中发挥主要作用, 而使陈旧数据逐渐遗忘。 b 的选择必须在对时变参数的跟踪性能与噪声的不敏感性之间考虑。选取 $b=0.96$ 。

通过简化的 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波算法, 得到陀螺信号如下图所示:

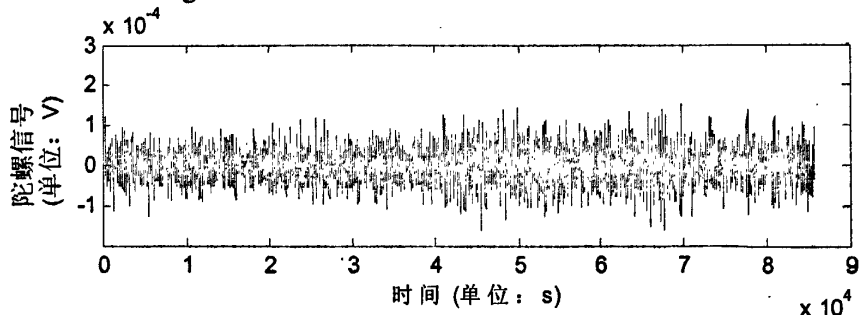


图 4.2.5 自适应卡尔曼滤波后的陀螺信号波形图

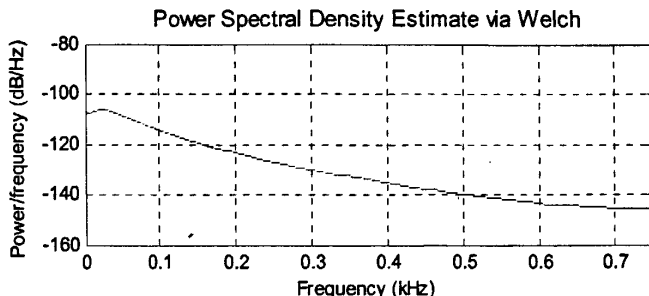


图 4.2.6 自适应卡尔曼滤波后的陀螺信号的功率谱密度图

从图上可以看出,简化的 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波算法比经典卡尔曼滤波算法无论从幅值还是从功率谱密度上看都有略有优势。但低频的噪声抑制仍旧没有高频噪声的好。

卡尔曼滤波去噪效果的好坏取决于对噪声精确建模程度,即噪声方差 σ_e^2 的估计值。AR 模型建立的噪声模型不能够同时精确描述液浮陀螺的系统噪声和测量噪声的统计特性。AR 模型建立的噪声模型更多的描述了测量过程中引入的高斯白噪声的统计特性,将主要分布于低频段的陀螺系统噪声看作有用信号而导致对其建模程度不够,从而导致卡尔曼滤波未能对陀螺的低频噪声进行有效抑制。对噪声模型的过分依赖使得卡尔曼滤波在液浮陀螺噪声抑制中的应用受到限制。

但从滤波结果来看,卡尔曼滤波还是有效的抑制了噪声,取得了较好的滤波效果。

4.3 陀螺信号的小波去噪

小波分析 (Wavelet Analysis) 是数字信号处理中非常有力的一种工具。它是 20 世纪 80 年代初,由 Morlet 在分析研究地球物理信号时提出来的,是一种刚刚发展、但具有强大生命力的新学科技术。近些年来,小波分析成为信号处理中的研究热点,不仅仅在理论上取得了很多突破性的发展,而且还在图像处理、语音信号处理、地震信号处理以及数据压缩处理等许多领域中得到了极其广泛的应用。

小波能够去噪主要得益于小波变换具有如下特点^[50]:

(1) 低熵性:小波系数的稀疏分布,使信号和噪声所在的频带得到了统计意义上的分离。

(2) 多分辨率特性:由于采用了多分辨率的方法,所以可以非常好地刻画信号的非平稳性,如突变和断点等,可以在不同分辨率下根据信号和噪声的分区来去除噪声。

(3) 去相关性:小波变换可对信号去相关,且噪声在变换后有白化趋势,所以小波域比时域更利于去噪。

(4) 基函数选择灵活: 小波变换可以灵活选择基函数, 也可根据信号特点和降噪要求选择多带小波、小波包等, 对不同的场合, 可以选择不同的小波母函数。

4.3.1 小波变换的理论基础

小波变换是一种信号的时间——频率分析方法, 具有多分辨率分析信号的特点, 而且在时频和频域内都具有表征信号局部特性的能力, 是一个范围可变的窗口方法。它可以用长的时间间隔来获得更加精确的低频率的信号信息, 用短的时间间隔来获得高频率的信号信息。小波分析的主要优点之一就是能够提供局部细化与分析的功能^[51]。

所谓小波是指由基本小波 $\psi(t)$ 经伸缩和平移后形成的一簇函数:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (4.3.1)$$

由 $\psi(t)$ 派生出来的函数族 $\{\psi_{a,b}(t)\}$ 称为小波, 它是双参数带通滤波器。其中, 参数 a 为尺度参数, 它改变滤波器的频带宽度, 从而决定了小波变换中的频率信息; b 为位置参数, 它决定了小波变换的空域或时域信息。与此相对应, 在频域上则有:

$$\hat{\psi}_{a,b}(\omega) = \sqrt{a} e^{-i\omega b} \hat{\psi}(a\omega) \quad (4.3.2)$$

这时小波变换可看作是时—频窗口自适应变换的窗口傅里叶变换, 随着 $|a|$ 值的减小, $\psi_{a,b}(t)$ 的时窗宽度减小, 时间分辨率高, $\psi_{a,b}(t)$ 的频谱向高频方向移动, 相当于对高频信号作分辨率较高的分析, 即用高频小波作细致观察, 可用于对短时高频成分进行准确定位; 当 $|a|$ 值增大时, $\psi_{a,b}(t)$ 的时窗宽度增大, 时间分辨率变低, $\psi_{a,b}(t)$ 的频谱向低频方向移动, 相当于用低频小波作概貌观察, 可用于对低频缓变信号进行精确的趋势分析。因此, 小波变换具有:

- (1) 多分辨率分析的特点, 可由粗到精地逐步观察信号。
- (2) 在时—频两域均具有表征信号局部特征的能力。

4.3.2 二进小波

在实际运用中, 为了方便用计算机进行分析、处理, 信号都要离散化为离散时间序列, 对于连续小波变换, 也必须加以离散化。这一离散化都是针对连续的尺度参数 a 和连续平移参数 b 的, 而不是针对时间变量 t 的。通常, 把连续小波变换中尺度参数 a 和平移参数 b 的离散化公式分别取作 $a = a_0^j$, $b = ka_0^j b_0$, 这里 $j \in \mathbb{Z}$, 扩展步长 $a_0 \neq 1$ 是固定值, 为方便起见, 总是假定 $a_0 > 1$ 。

所以对应的离散小波函数 $\psi_{j,k}(t)$ 即可写作:

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} \psi\left(\frac{t - ka_0^j b_0}{a_0^j}\right) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j}t - kb_0) \quad (4.3.3)$$

为了使小波变换具有可变化的时间和频率分辨率, 适应待分析信号的非平稳性, 我们很自然地需要改变 a 和 b 的大小, 以使小波变换具有“变焦距”的功能。换言之, 在实际中采用的是动态的采样网格, 最常用的是二进制的动态采样网格: $a_0 = 2$, $b_0 = 1$, 每个网格点对应的尺度为 2^j , 而平移为 $2^j k$ 。由此得到的小波:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k), \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad (4.3.4)$$

称为二进小波 (Dyadic Wavelet)。

二进小波对信号的分析具有变焦距的作用。假定一开始选择一个放大倍数 2^{-j} , 它对应为观测到信号的某部分内容。如果想进一步观看信号更小的细节, 就需要增加放大倍数即减小 j 值; 反之, 若想了解信号更粗的内容, 则可以减小放大倍数, 即加大 j 值。在这个意义上, 小波变换被称为数学显微镜。

函数序列 $\{W_{2^j}f(k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ 叫做 f 的二进小波变换, 其中:

$$W_{2^j}f(k) = \langle f(t), \psi_{2^j}(k) \rangle = \frac{1}{2^j} \int_{\mathbb{R}} f(t) \psi^*(2^{-j}t - k) dt \quad (4.3.5)$$

式 (4.3.5) 相应的逆变换为:

$$f(t) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} W_{2^j}f(k) * \psi_{2^j}(t) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} W_{2^j}f(x) \psi_{2^j}(2^{-j}t - k) dk \quad (4.3.6)$$

二进小波不同于连续小波的离散小波, 它只是对尺度参数进行了离散化, 而对时间域上的平移参量保持连续变化, 因此二进小波不破坏信号在时间域上的平移不变量, 这也正是它同正交小波基相比具有的独特优点。

4.3.3 小波去噪在陀螺信号处理中的应用

小波用于消噪和函数逼近是 Donobo 等人通过一系列的文章引入的, 它在非参数估计和信号消噪方面, 是作为局部自适应的一种方法被研究的。

4.3.3.1 小波去噪的步骤

使用小波分析可以将原始信号分解为一系列的近似分量和细节分量, 信号的噪声主要集中表现在信号的细节分量上。使用一定的阈值处理细节分量后, 再经过小波重构就可以得到平滑的信号。在实际的工程中, 有用信号通常表现为低频信号或是一些比较平稳的信号, 而噪声信号通常表现为高频信号。所以, 一般来说, 一维信号的消噪处理可分为下面几个步骤进行:

(1) 一维信号的小波分解: 选择一个小波并确定分解的层次, 然后进行分解计算。

(2) 小波分解高频系数的阈值量化: 对各个分解尺度下高频系数选择一个阈值进行软阈值量化处理。

(3) 一维小波的重构: 根据小波分解的底层低频系数和各层高频系数进行

一维小波重构。

其中，最关键的一步就是如何选取阈值和进行阈值量化处理的方式，在某种程度上，它关系到信号消噪处理的质量。

4.3.3.2 小波软阈值去噪方法

对一个含有噪声的信号，在进行分解时，噪声也被分解。根据噪声的特点，其分解部分是在高频部分里，因为噪声存在时间短，其能量小，因而在重构信号时，必须把噪声去掉，小波阈值滤波是一种有效的滤波方法，其原理是通过浮动阈值将大部分噪声及接近噪声强度的小波系数均视为零而舍去，效果类似于将信号原有的能量压缩或集中到少数几个大振幅的小波系数上。小波阈值法一般有硬阈值法和软阈值法。我们采用软阈值法。

对于陀螺的输出信号可以表示为：

$$Y(n) = X(n) + V(n), \quad n=1,2,\dots,N \quad (4.3.7)$$

其中 $V(n)$ 为陀螺的噪声信号，方差为 δ^2 ， $X(n)$ 为有用信号， n 为信号的采集点数。

小波软阈值去噪可分为以下三个步骤：

(1) 对 $Y(n)$ ， $n=1,2,\dots,N$ 进行多尺度（设尺度为 J ）正交小波分解，获得各尺度的小波分解系数 $w_{j,k}$ ， $j=1,2,\dots,J$ ， $k=0,1,\dots,2^j-1$ 。

(2) 对每一层小波空间取阈值 $thold(j) = \sigma_j \sqrt{2 \log n}$ ，其中 n 为信号的长度， σ_j 为噪声序列 $V(n)$ 在小波域 j 尺度上的方差^[52]。设 $\hat{w}_{j,k}$ 为经过阈值处理后的小波分解系数。则有：

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(w_{j,k})(|w_{j,k}| - thold(j)) & (|w_{j,k}| \geq thold(j)) \\ 0 & (|w_{j,k}| < thold(j)) \end{cases} \quad (4.3.8)$$

(3) 用新的小波系数 $\hat{w}_{j,k}$ ，进行信号重构，得到去噪的信号 $X(n)$ 。

4.3.3.3 小波基的选取

选用怎样的小波基函数可由待处理信号的特性（统计或非统计特性）来决定。理想的小波基应该具有的性质为：

- (1) 线性相位特性，它可以减少或消除重构信号在边缘处的失真；
- (2) 紧支集特性，即支集越短，小波变换的计算复杂度越低，从而更便于快速实现；
- (3) 消逝矩特性，它决定小波变换后能量越集中于低频分量的程度。

本文共选取了四个信号处理性能较好的小波函数，它们分别为：Daubechies 小波、Coiflets 小波、Symlets 小波和双正交样条小波。

对于双正交样条小波，我们选用 Bior1.5 小波函数。其尺度函数和小波基函数都不是正交的，但具有紧支撑和对称性。这类小波具有线性相位的特性，这对

信号重构来说是必须的。通过使用两个小波，即小波对，一个用于分解，另一个用于重构，就可以更有效地处理信号。

Daubechies 小波、Coiflets 小波和 Symlets 小波的主要性质及选用的阶数如下表所示：

表 4.3.1 三种小波的主要性质

小波族	Daubechies	Coiflets	Symlets
简称	db	coif	sym
正交性	是	是	是
双正交性	是	是	是
紧支撑	是	是	是
DWT（离散小波变换）	可以	可以	可以
小波族	Daubechies	Coiflets	Symlets
CWT（连续小波变换）	可以	可以	可以
支撑宽度（N 为阶数）	2N-1	6N-1	2N-1
过滤器长度	2N	6N	2N
对称性	否	近似	近似
小波函数 ψ 的消失矩数	N	2N	2N-1
尺度函数 ϕ 的消失矩数	—	2N-1	—
选用的小波阶数 N	4	4	4

4.3.3.4 小波去噪结果

用四种小波对陀螺信号进行多尺度滤波，其与期望信号的标准偏差如表 4.3.2 所示。

表 4.3.2 四种小波不同尺度滤波的标准偏差的比较

小波名称	Db4	Coif4	Sym4	Bior1.5
4 尺度分解	0.002115	0.002104	0.002091	0.002345
5 尺度分解	0.001432	0.001441	0.001434	0.001615
6 尺度分解	0.001043	0.001053	0.001039	0.001171
7 尺度分解	0.0006902	0.0006771	0.0006887	0.0008445
8 尺度分解	0.0006124	0.0006216	0.0006451	0.0005259
9 尺度分解	0.0003757	0.0003025	0.0003255	0.0005662
10 尺度分解	0.0003281	0.0004695	0.0004861	0.0004804
11 尺度分解	0.0002859	0.0004532	0.0005442	0.0006768

不同小波对原始信号的最优尺度滤波结果如图 4.3.1 所示。

图 4.3.1 中（a）为 Db4 在十一尺度的滤波结果，（b）、（c）分别为 Coif4 和

Sym4 小波在九尺度的滤波结果，(d) 为 Bior1.5 小波在十尺度的滤波结果，从图中可以看到 db4 小波的滤波效果最好，而且随着尺度的增大其标准偏差越来越小。所以选取 db4 作为小波变换的小波基，进行软阈值小波去噪。

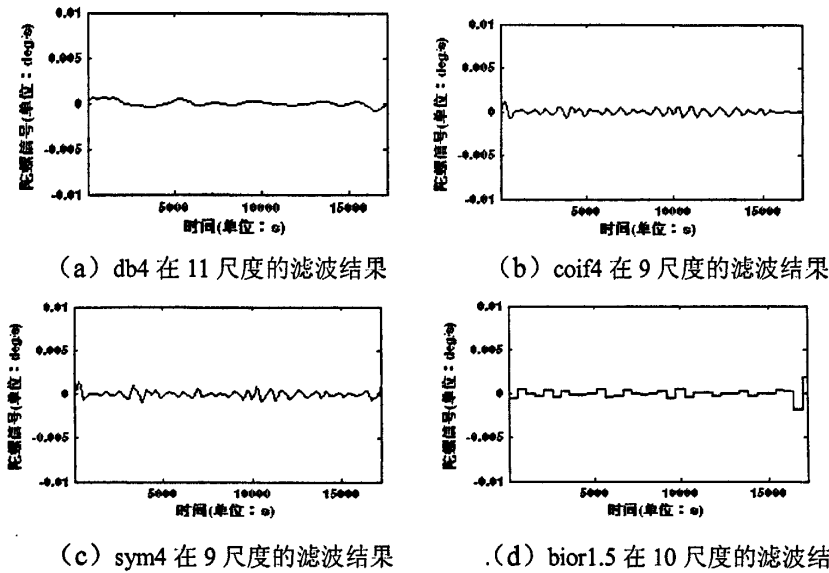


图 4.3.1 四种小波最优尺度的滤波结果

采用 db4 小波，对同一组陀螺输出信号的数据进行 11 尺度的分解，根据 4.3.3.2 节介绍的软阈值的取值，经计算得到 1~11 层的滤波阈值为： $\{0.022, 0.022, 0.023, 0.023, 0.023, 0.021, 0.020, 0.028, 0.021, 0.028, 0.041\}$ 。

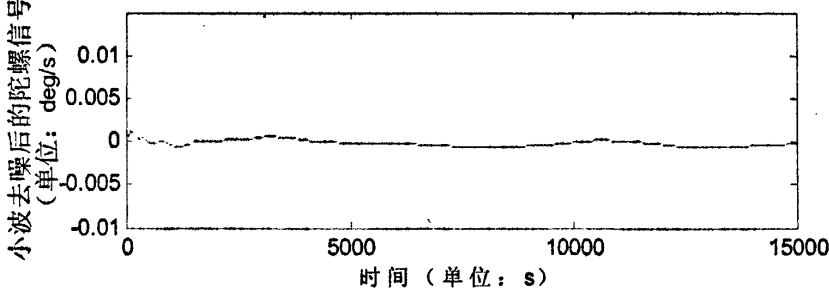


图 4.3.2 小波软阈值去噪后的陀螺信号

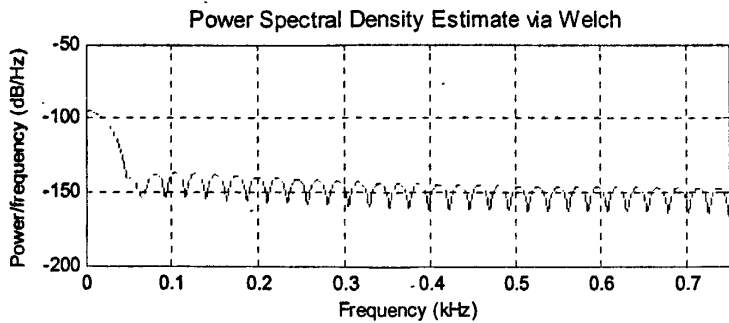


图 4.3.3 小波软阈值去噪后陀螺信号的功率谱密度图

适当的增加低频段的阈值，增加对陀螺低频段的噪声的抑制作用，滤波处理后的信号及其功率谱密度图如图 4.3.3 所示。

从图 4.3.3 可以看出，与卡尔曼滤波后的结果相比，通过小波的软阈值去噪后，对陀螺信号的高频噪声取得了更好的抑制作用，但对其低频的噪声虽然也能较好的抑制。但在陀螺有效的频域内，改进的自适应卡尔曼滤波效果最佳。

4.4 卡尔曼滤波和小波去噪对动态信号进行处理

本节介绍通过数据采集电路得到动态的陀螺信号，并用不同的滤波方法对信号进行处理。

4.4.1 数据采集电路设计

方位、俯仰、横滚三路的陀螺输出信号先经过一个简单的 RC 滤波放大电路，然后通过一个 A/D 转换，最后均通过缓冲器芯片 54LS541 接入系统数据总线，在系统核心器件 DSP2812 中进行滤波处理。其结构图如图 4.4.1 所示。

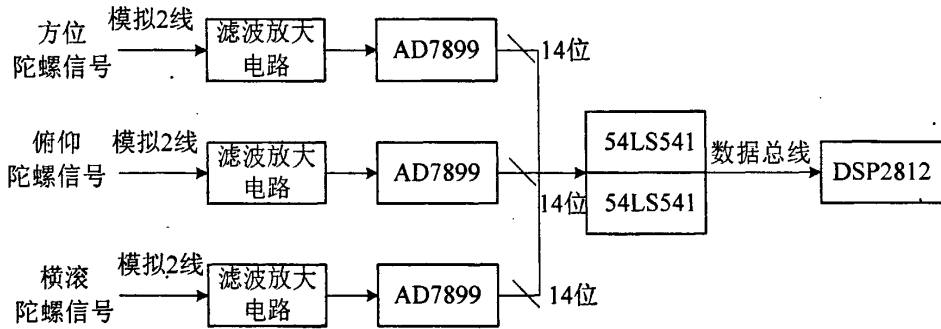


图 4.4.1 陀螺信号采集电路的结构图

其中滤波放大电路是采用 LM158 配合适当电路利用差分放大原理实现，通过一个 RC 低通滤波电路，可以消除高频的噪声。A/D 转换采用 14 位的 AD7899 芯片，该芯片采用 5V 单电源供电，最高传输速率达到 400Ksps，A/D 转换时间在 2.2us 以内。该芯片的模拟电压输入可选范围为： $\pm 10V$ 、 $\pm 5V$ 、 $\pm 2.5V$ 、 $0\sim 5V$ 等。根据本系统中陀螺反馈信号为 $\pm 5V$ ，设计中采用 AD7899AR-1 设计方式，采样精度为 0.6mV。AD7899 有 BUSY 和 EOC 两种工作模式，通常使 AD7899 工作在查询模式，即 BUSY 模式。

方位、俯仰和横滚三路的 A/D 转换信号均通过缓冲器芯片 54LS541 接入系统数据总线。采样芯片的片选控制信号 CONVST 均由 DSP2812 的 I/O 信号控制，通过查询 BUSY 对应的 IO 口来得知 AD 转换是否完成，如转换完成执行读操作，通过 CPLD 的组合信号选通 RD，此时由于 AD7899 工作有三态数据输出功能，那么就可以通过具体选通方位、俯仰、横滚三个 AD 中一个的 RD 来使 DSP 获取所需数据。

4.4.2 各种滤波方法的试验结果

取俯仰轴的陀螺信号作为试验对象。输入角度采样频率为 1kHz，采样时间为 60s，得到方位陀螺的零位信号。给俯仰轴一个幅值为 0.01，频率为 1Hz 的正弦信号。得到结果如图 4.4.2 所示：

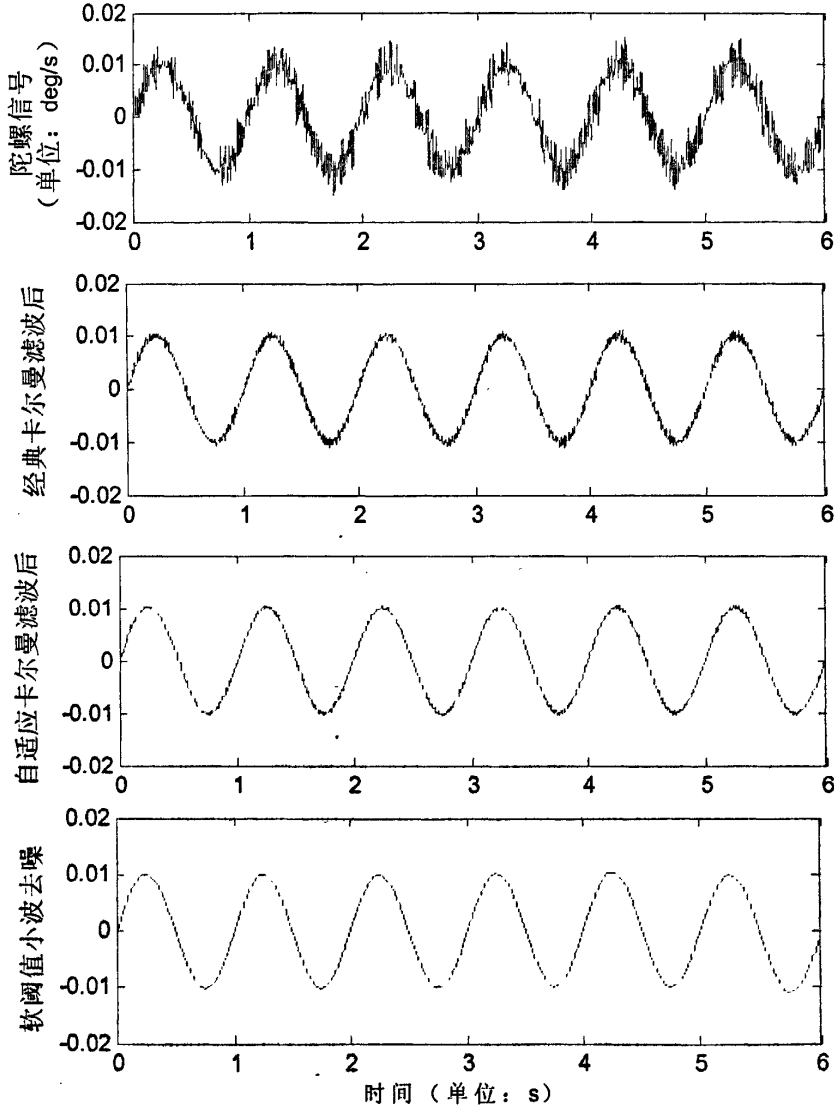


图 4.4.2 各滤波算法的滤波结果

从图上可以看出，卡尔曼滤波和软阈值小波去噪方法都能够对陀螺的噪声信号起到抑制作用，滤波后噪声能量（标准差）都有不同程度的减少。

卡尔曼滤波技术要求系统和观测模型是准确的，由于实际模型的不准确会导致滤波的发散或估值不准确，设计更高精度的误差模型会增加系统模型的状态阶数，同时增加了计算量和数值不稳定。卡尔曼滤波器要求系统状态方程为线性系统，但实际系统往往是非线性的，需要进行线性化处理，但对强非线性系统而言，

线性化会导致滤波器不稳定并带来极大的估计误差。软阈值小波去噪方法不过分依赖噪声模型，通过合理设置不同小波空间的滤波阈值，能够对陀螺的噪声起到较好的抑制作用。

在实际工程应用中，Kalman 滤波算法简单，具有较好的实时性，其算法容易在通用 DSP 芯片如 TI 公司 TMS320F2812 中实现。小波软阈值去噪算法较复杂，实时性稍差，具有相位滞后，其实现可采用专用小波算法芯片。

4.5 本章小结

本章首先分析了单轴稳定平台的传递函数，为了提高稳定平台的控制精度，要求对陀螺的输出信号进行处理，随后，分别详细分析了卡尔曼滤波方法和软阈值小波去噪方法。在经典卡尔曼滤波的基础上提出了自适应卡尔曼滤波——简化的 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波算法，并分析了其不能抑制陀螺低频噪声的原因。软阈值小波去噪方法运用于陀螺的信号滤波中，仿真实例证明了该方法的有效性。实验证明，自适应卡尔曼滤波取得的效果最佳，且在实际工程中，小波去噪算法复杂，实时性差，所以在实际工程应用中，运用自适应卡尔曼滤波对陀螺信号进行处理，可以取得良好的效果。

5 三轴稳定平台的解耦问题

在陀螺稳定平台中,由于三个框架相对位置变化,引起了三轴之间的耦合关系,它们相互影响,并使转台框架系统的模型参数发生了较大的变化,从而直接影响了系统的工作性能。为了提高系统的精度,就必须对系统进行解耦。

这些耦合关系主要包括惯量耦合和动力学耦合。惯量耦合是指转台在运动期间,其转动惯量不是常数,而是内框转角和中框转角的函数。惯量耦合一般可以通过设计转台惯量的参数来解决。动力学耦合是指各框架间惯性力矩的交叉耦合和框架间的陀螺效应。当三轴转台的各轴存在角加速度时,角加速度较大,各框架间存在着角加速度引起的惯性力矩的交叉耦合^[55]。对于动力学耦合,会直接影响到系统的动、静态指标,甚至会影响到稳定平台的稳定性,因此必须考虑三轴框架之间的动力学耦合的影响。

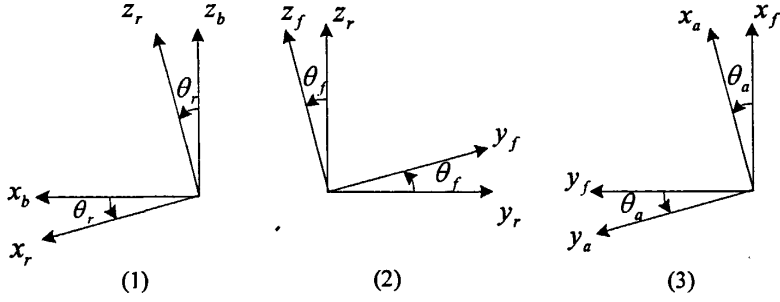
5.1 环架驱动信号的合理分配

5.1.1 角速度耦合关系分析

为了使叙述和分析问题方便,此处说明一下常用的坐标系:

- (1) 基座坐标系 b : 与机体固联, x_b 、 y_b 、 z_b 分别指向平台的右、前、上。
- (2) 横滚环坐标系 r : 与横滚环固联, y_r 轴沿横滚环轴, 与 y_b 轴指向相同, r 系相对 b 系只能绕 y_b 轴旋转, 产生横滚环角 θ_r 。
- (3) 俯仰环坐标系 f : 与俯仰环固联, x_f 轴沿俯仰环轴, 与 x_r 轴指向相同, f 系相对 r 系只能绕 x_r 转动, 产生俯仰环角 θ_f 。
- (4) 方位环坐标系 a : 与方位环固联, z_a 轴沿方位环轴, 与 z_f 轴指向相同, a 系相对 f 系只能绕 z_f 轴旋转, 产生方位环角 θ_a 。
- (5) 环架坐标系 A : x_A 、 y_A 、 z_A 轴分别为 x_f 、 y_r 、 z_a 轴, 即为相应轴上的力矩马达产生力矩的方向, 所以也称为力矩马达坐标系。一般情况下该坐标系不是正交坐标系, 只有当 $\theta_r=0$ 、 $\theta_f=0$ 、 $\theta_a=0$ (即环架处于中立位置) 时, 才为正交坐标系。

假设基座角速度为 $\omega_{ib}^b = [\omega_{ibx}^b \ \omega_{iby}^b \ \omega_{ibz}^b]^T$, 各环架受力矩马达驱动后所具有的驱动角速度为 $\dot{\theta}_r$ 、 $\dot{\theta}_f$ 、 $\dot{\theta}_a$, 瞬时环架角为 θ_r 、 θ_f 、 θ_a , 即方位环从初始位置绕方位环转轴 z_f 转过角度 θ_a , 俯仰环从初始位置 (含方位环) 绕俯仰环转轴 x_r 转过角度 θ_f , 横滚环从初始位置 (含方位环和俯仰环) 绕横滚环转轴 y_b 转过了角度 θ_r 。根据坐标系 b 、 r 、 f 、 a 的定义, 可以画出各坐标系的角位置关系, 如图 5.1.1 所示。

图 5.1.1 坐标系 b 、 r 、 f 、 a 间的角位置关系

横滚环 r 的角速度分析:

从图 5.1.1 的 (1) 中, 可得 $C_b^r = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & 0 & -\sin \theta_r \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_r & 0 & \cos \theta_r \end{bmatrix}$, 因为 $\omega_{ir}^r = C_b^r \omega_{ib}^b + \omega_{br}^r$

所以得:

$$\begin{bmatrix} \omega_{irx}^r \\ \omega_{iry}^r \\ \omega_{irz}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & 0 & -\sin \theta_r \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_r & 0 & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{ibx}^b \\ \omega_{iby}^b \\ \omega_{ibz}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_r \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{ibx}^b \cos \theta_r - \omega_{ibz}^b \sin \theta_r \\ \omega_{iby}^b + \dot{\theta}_r \\ \omega_{ibx}^b \sin \theta_r + \omega_{ibz}^b \cos \theta_r \end{bmatrix} \quad (5.1.1)$$

俯仰环 f 的角速度分析:

从图 5.1.2 的 (2) 中, 可得 $C_r^f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_f & \sin \theta_f \\ 0 & -\sin \theta_f & \cos \theta_f \end{bmatrix}$, 因为 $\omega_{if}^f = C_r^f \omega_{ir}^r + \omega_{fr}^f$

所以得:

$$\begin{bmatrix} \omega_{ifx}^f \\ \omega_{ify}^f \\ \omega_{ifz}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_f & \sin \theta_f \\ 0 & -\sin \theta_f & \cos \theta_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{irx}^r \\ \omega_{iry}^r \\ \omega_{irz}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\theta}_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{irx}^r + \dot{\theta}_f \\ \omega_{iry}^r \cos \theta_f + \omega_{irz}^r \sin \theta_f \\ -\omega_{iry}^r \sin \theta_f + \omega_{irz}^r \cos \theta_f \end{bmatrix} \quad (5.1.2)$$

方位环 a 的角速度分析:

从图 5.1.2 的 (3) 中, 可得 $C_f^a = \begin{bmatrix} \cos \theta_a & \sin \theta_a & 0 \\ -\sin \theta_a & \cos \theta_a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 因为 $\omega_{ia}^a = C_f^a \omega_{if}^f + \omega_{fa}^a$

所以得:

$$\begin{bmatrix} \omega_{iax}^a \\ \omega_{iax}^a \\ \omega_{iaz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_a & \sin \theta_a & 0 \\ -\sin \theta_a & \cos \theta_a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{ifx}^f \\ \omega_{ify}^f \\ \omega_{ifz}^f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{ifx}^f \cos \theta_a + \omega_{ify}^f \sin \theta_a \\ -\omega_{ifx}^f \sin \theta_a + \omega_{ify}^f \cos \theta_a \\ \omega_{ifz}^f + \dot{\theta}_a \end{bmatrix} \quad (5.1.3)$$

如果改写成用沿三个环架轴 x_f 、 y_r 、 z_a 的角速度来表示的话, 即用 ω_{iry}^r 、 ω_{ifx}^f 、 ω_{iaz}^a 来表示。

$$\omega_{ia}^A = \begin{bmatrix} \omega_{ifx}^f \\ \omega_{iry}^r \\ \omega_{iaz}^a \end{bmatrix} \quad (5.1.4)$$

$$\omega_{ia}^a = T_1 \omega_{ia}^A + T_3 \omega_{ib}^b \quad (5.1.5)$$

其中:

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_a & \cos \theta_f \sin \theta_a & 0 \\ -\sin \theta_a & \cos \theta_f \cos \theta_a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1.6)$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} \sin \theta_r \sin \theta_f \sin \theta_a & 0 & \cos \theta_r \sin \theta_f \sin \theta_a \\ \sin \theta_r \sin \theta_f \cos \theta_a & 0 & \cos \theta_r \sin \theta_f \cos \theta_a \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.1.7)$$

上式中 T_1 称为环架系统几何关系阵, 平台系统通过该矩阵将环架角速度传递给台体, T_3 称为基座角运动的几何约束耦合阵, 平台系统通过该矩阵将基座角速度传递给台体。

5.1.2 环架驱动信号的合理分配分析

根据以上分析, 若不考虑基座角速度的影响, 假设平台的指令角速度为 ω_{cmdx} 、 ω_{cmdy} 、 ω_{cmdz} , 换算成指令电流加至陀螺的力矩器中, 忽略陀螺的瞬态响应, 记:

$$K_{Gi} = k k_{\omega i} k_u, \quad i = x, y, z \quad (5.1.8)$$

其中, $k = H/D$ 为陀螺的传递系数; $k_{\omega i}$ 为指令角速度至指令电流的转换系数, k_u 为信号器转角至电压的转换系数。

则可得到从指令角速度到平台输出角速度的信息处理流程图如图 5.1.2 所示:

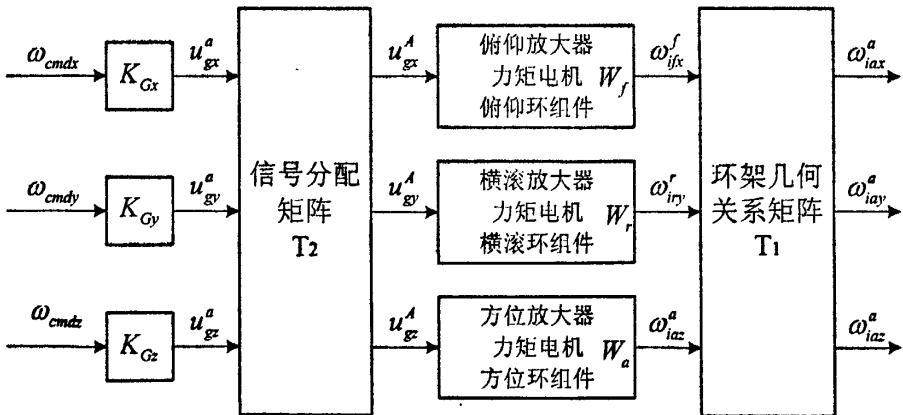


图 5.1.2 从指令角速度到平台输出角速度的信息处理流程图

从图上可以看出, 得出 T_2 就能实现对陀螺输出信号作合理分配。

若在平台设计中取: $K_{Gx} = K_{Gy} = K_{Gz} = K_G$, $W_r = W_f = W_a = W$, $W \cdot K_G = 1$ 。

则有：

$$\begin{bmatrix} \omega_{iax}^a \\ \omega_{iax}^a \\ \omega_{iaz}^a \end{bmatrix} = T_1 W I \cdot T_2 K_G I \begin{bmatrix} \omega_{cmdx} \\ \omega_{cmdy} \\ \omega_{cmdz} \end{bmatrix} = T_1 \cdot T_2 \begin{bmatrix} \omega_{cmdx} \\ \omega_{cmdy} \\ \omega_{cmdz} \end{bmatrix}$$

要使平台准确的跟踪指令角速度，则需要 $T_1 \cdot T_2 = I$ ，根据式 (5.1.6)，得：

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_a & \cos \theta_f \sin \theta_a & 0 \\ -\sin \theta_a & \cos \theta_f \cos \theta_a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_a & -\sin \theta_a & 0 \\ \sin \theta_a \sec \theta_f & \cos \theta_a \sec \theta_f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1.9)$$

所以由陀螺输出至伺服回路输入间的信号分配关系为：

$$\begin{bmatrix} u_{gx}^A \\ u_{gy}^A \\ u_{gz}^A \end{bmatrix} = T_2 \begin{bmatrix} u_{gx}^a \\ u_{gy}^a \\ u_{gz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{gx}^a \cos \theta_a - u_{gy}^a \sin \theta_a \\ (u_{gx}^a \sin \theta_a + u_{gy}^a \cos \theta_a) \sec \theta_f \\ u_{gz}^a \end{bmatrix} \quad (5.1.10)$$

式 (5.1.10) 可用如图 5.1.3 的图解形式来表示。

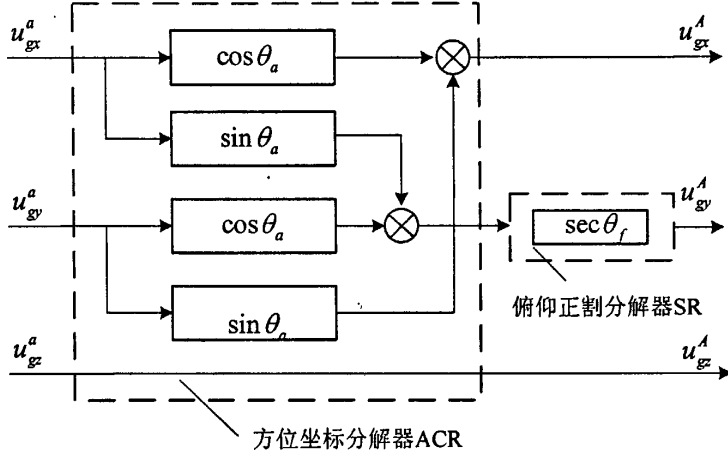


图 5.1.3 环架驱动信号的分配

5.1.3 方位坐标分解器的实现

采用旋转变压器可以实现方位坐标分解^[56]，如图 5.1.4 所示，旋转变压器的旋转轴与方位环轴同轴，定子固联在俯仰环上，转子则固联在方位环上，转子和定子上都绕有两组相互垂直的绕组，转子上的两组绕组作为原边，分别通入 G_x 和 G_y 陀螺的输出（400 周的调制信号），定子上的绕组作为副边，输出即为经正、余弦变换后的 400 周调制信号。

设由 u_{gx}^a 和 u_{gy}^a 在 x_a 轴和 y_a 轴上产生的磁场分别为 $\dot{\phi}_x^a$ 和 $\dot{\phi}_y^a$ ，方位环存在方位环角 θ_a ，则磁场在 x_f 和 y_f 方向上的分量为

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_x^f &= \dot{\phi}_x^a \cos \theta_a - \dot{\phi}_y^a \sin \theta_a \\ \dot{\phi}_y^f &= \dot{\phi}_x^a \sin \theta_a + \dot{\phi}_y^a \cos \theta_a \end{aligned}$$

其中 $\dot{\phi}_x^a = k_1 u_{gx}^a$, $\dot{\phi}_y^a = k_1 u_{gy}^a$ 。

旋转变压器的副边输出为

$$U_{gx}^A = k_2 \dot{\phi}_x^f = k_{ACR} (u_{gx}^a \cos \theta_a - u_{gy}^a \sin \theta_a) \quad (5.1.11)$$

$$U_{gy}^A = k_2 \dot{\phi}_y^f = k_{ACR} (u_{gx}^a \sin \theta_a + u_{gy}^a \cos \theta_a) \quad (5.1.12)$$

其中, $k_{ACR} = k_1 k_2$ 为方位坐标分解器的变换系数。

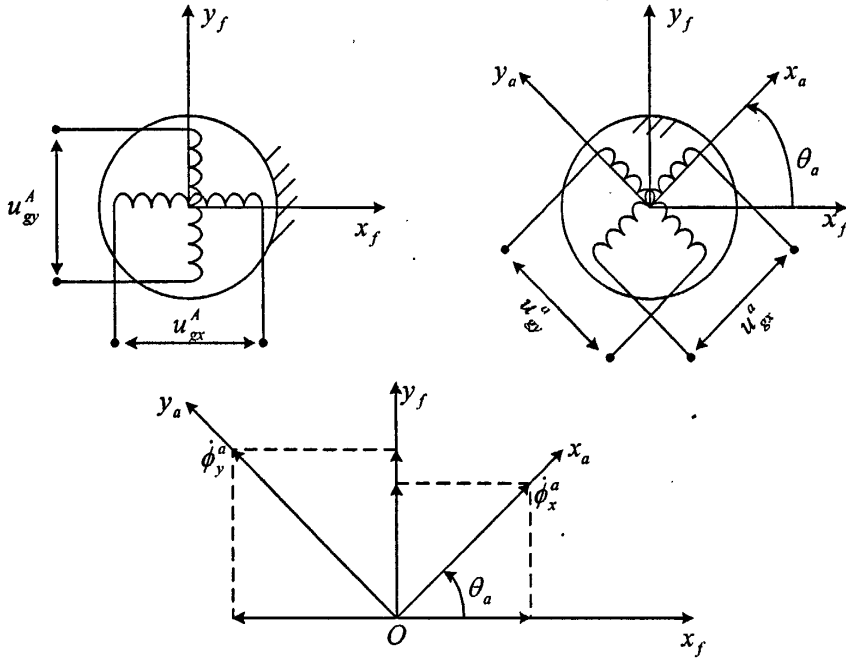


图 5.1.4 旋转变压器

5.2 三轴平台的动力学方程与解耦分析

5.2.1 三轴平台的动力学方程

三轴平台是一个多输入多输出系统, 输入输出之间存在着交叉耦合影响, 下面对三轴平台动力学方程进行推导, 从而得到系统的传递函数矩阵。

根据图 5.1.2 所示三轴平台的信息处理流程图, 得到三轴平台的原理方块图:

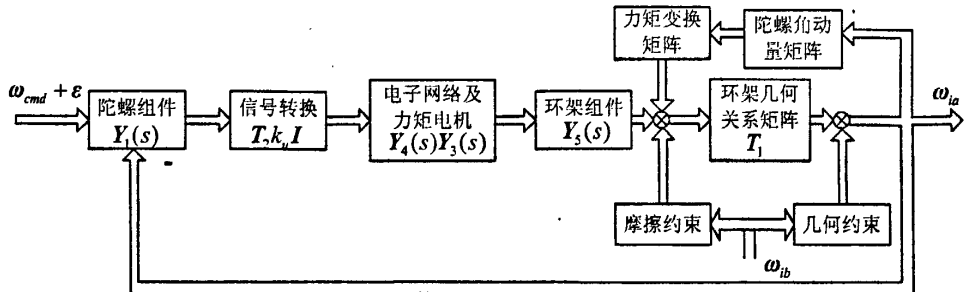


图 5.2.1 三轴平台的原理方块图

本系统采用的单自由度液浮积分陀螺仪, 在三轴平台上的陀螺的安装布置方

案如图 5.2.2 所示。

图中, 取 XYZ 为平台坐标系, $x_a y_a z_a$ 为方位环坐标系。设各陀螺的角动量均为 H , 绕各自输出轴的转动惯量均为 J_g , 阻尼系数均为 D , 设对平台的输入角速度为 $\omega_a = [\omega_{cmdx} \ \omega_{cmdy} \ \omega_{cmdz}]^T$, 平台的输出角速度为 $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$, 陀螺的输出角分别为 α_{gx} 、 α_{gy} 、 α_{gz} , 不考虑陀螺得漂移。

则各陀螺的输出方程为:

$$\begin{aligned} J_g(-\dot{\omega}_y + \ddot{\alpha}_{gx}) &= H\omega_x - D\dot{\alpha}_{gx} - H\omega_{cmdx} \\ J_g(\dot{\omega}_z + \ddot{\alpha}_{gy}) &= H\omega_y - D\dot{\alpha}_{gy} - H\omega_{cmdy} \\ J_g(-\dot{\omega}_x + \ddot{\alpha}_{gz}) &= H\omega_z - D\dot{\alpha}_{gz} - H\omega_{cmdz} \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} (J_g s^2 + Ds)\alpha_{gx}(s) &= H\omega_x(s) + J_g s\omega_y(s) - H\omega_{cmdx}(s) \\ (J_g s^2 + Ds)\alpha_{gy}(s) &= H\omega_y(s) - J_g s\omega_z(s) - H\omega_{cmdy}(s) \\ (J_g s^2 + Ds)\alpha_{gz}(s) &= H\omega_z(s) + J_g s\omega_x(s) - H\omega_{cmdz}(s) \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha_{gx}(s) \\ \alpha_{gy}(s) \\ \alpha_{gz}(s) \end{bmatrix} &= -\frac{k}{s(\tau_g s + 1)} I \begin{bmatrix} \omega_{cmdx} \\ \omega_{cmdy} \\ \omega_{cmdz} \end{bmatrix} + \frac{k}{s(\tau_g s + 1)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{s\tau_g}{k} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{s\tau_g}{k} \\ 0 & \frac{s\tau_g}{k} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x(s) \\ \omega_y(s) \\ \omega_z(s) \end{bmatrix} \\ &= -\frac{k}{s(\tau_g s + 1)} I \left\{ \begin{bmatrix} \omega_{cmdx} \\ \omega_{cmdy} \\ \omega_{cmdz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega_x(s) \\ \omega_y(s) \\ \omega_z(s) \end{bmatrix} \right\} + \frac{k}{s(\tau_g s + 1)} I \begin{bmatrix} 0 & \frac{s\tau_g}{k} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{s\tau_g}{k} \\ 0 & \frac{s\tau_g}{k} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x(s) \\ \omega_y(s) \\ \omega_z(s) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式中, $\tau_g = \frac{J_g}{D}, k = \frac{H}{D}$ 。记

$$Y_1(s) = \frac{k}{s(\tau_g s + 1)} I, \quad Y_2(s) = \frac{s\tau_g}{k} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.2.1)$$

$Y_1(s)$ 为陀螺组件的传递函数; $Y_2(s)$ 反映了陀螺输出之间的耦合关系, 称之为输出耦合阵。

综上所述, 假设不考虑陀螺的漂移和基座角速度干扰, 陀螺输出角矩阵可以表示为:

$$\alpha_g^a(s) = -Y_1(s)\{\omega_{cmd}^a(s) - [I + Y_2(s)]\omega_{in}^a(s)\} \quad (5.2.2)$$

陀螺的输出角经过陀螺信号输出为:

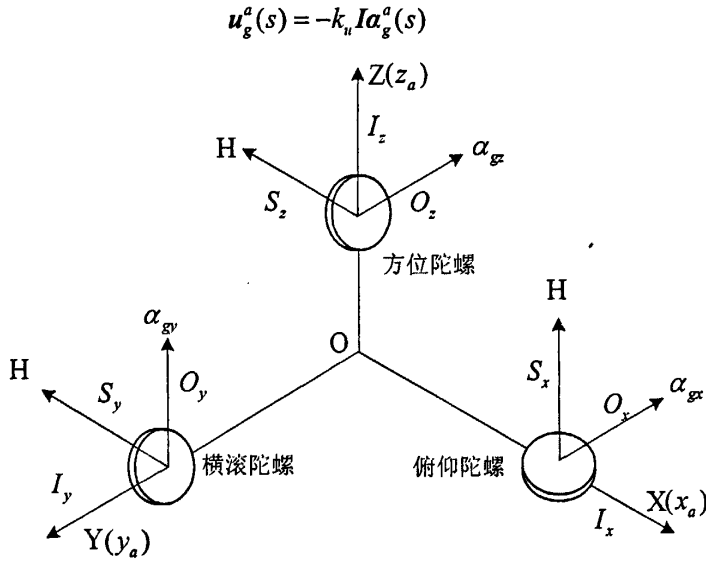


图 5.2.2 单自由度液浮积分陀螺仪的配置方案

经过环架驱动信号分配矩阵：

$$u_g^A(s) = T_2 u_g^a(s) \quad (5.2.4)$$

经过电子网络和力矩电机传函后输出力矩

$$M_m(s) = Y_3(s) Y_4(s) u_g^A(s) \quad (5.2.5)$$

经过平台环架组件，得到输出角速率

$$\omega_{ia}^A = Y_5(s) M_m(s) \quad (5.2.6)$$

然后经过环架几何关系矩阵得到方位环上的角速率

$$\omega_{ia}^a(s) = T_1 \omega_{ia}^A(s) \quad (5.2.7)$$

在实际系统中，假设基座角速度 ω_{ib} 和环架角速度 $\dot{\theta}_A$ 的摩擦约束耦合已经由平台的稳定回路的卸荷作用消除掉，且工程上常采用小角动量陀螺，陀螺的角动量引起的陀螺力矩的影响可以忽略，则图 5.2.1 可以简化为如图 5.2.3 所示：

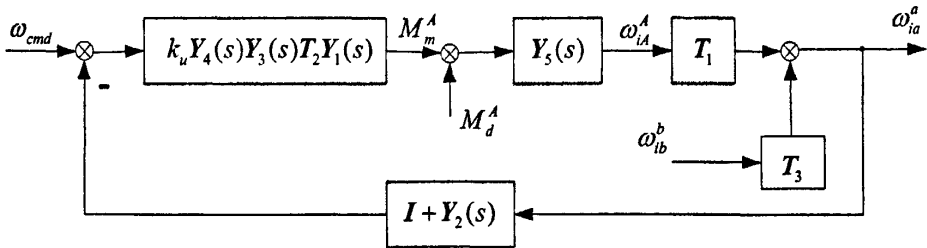


图 5.2.3 简化后的三轴平台闭环方块图

则得到：

$$\omega_{ia}^a = [I + Y(s) + Y(s) Y_2(s)]^{-1} [Y(s) \omega_{cmd} + T_1 Y_5(s) M_d^A + T_3 \omega_{ib}^b] \quad (5.2.8)$$

其中：

$$Y(s) = T_1 Y_5(s) Y_4(s) Y_3(s) T_2(s) k_u I Y_1(s)$$

式 (5.2.8) 即为三轴平台动力学方程在复频域内的解。

5.2.2 三轴平台的解耦分析

采用 MATLAB 的 Simulink 进行仿真，仿真的结构图如图 5.2.4 所示。模型由环架几何关系矩阵 T_1 、陀螺组件、信号分配矩阵 T_2 构成。由图 5.2.4 可以看出，液浮积分陀螺是工作在力反馈状态下的，这样就构成了一个力反馈式液浮速率陀螺，通过 T_2 矩阵可以使环架的信号复现。

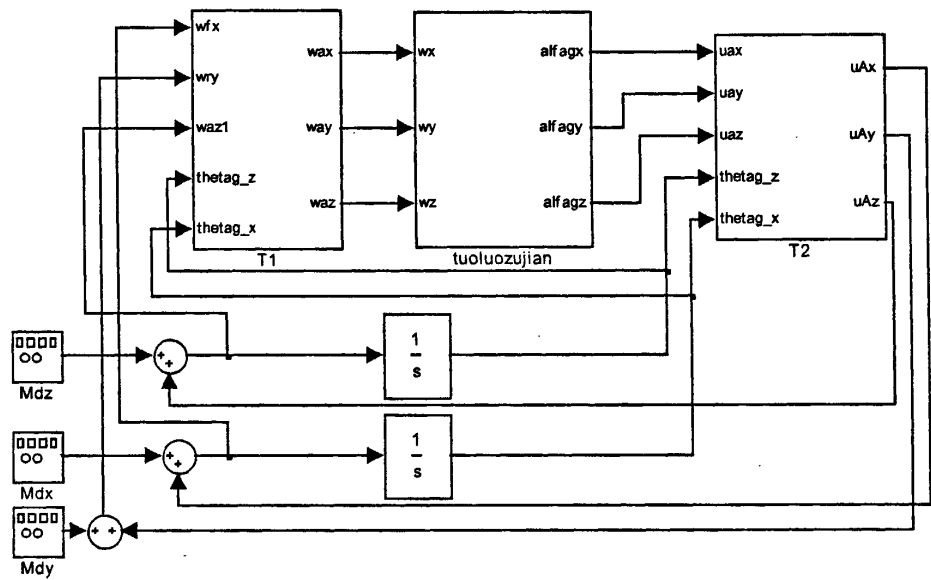


图 5.2.4 三轴平台解耦仿真模型

假设方位环、俯仰环、横滚环分别有一个 83mil 的正弦扰动，各轴的耦合输出如图 5.2.6 (a)、5.2.7 (a)、5.2.8 (a) 所示，解耦后输出如图 5.2.6 (b)、5.2.7 (b)、5.2.8 (b) 所示。

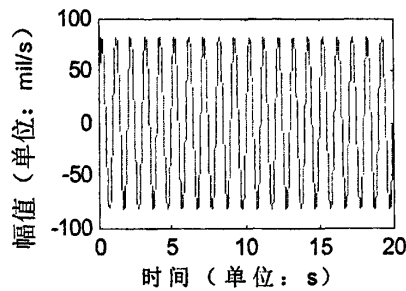


图 5.2.5 正弦扰动的波形图

从仿真结果来看，通过信号的重新分配矩阵 T_2 ，解耦的效果是比较明显的。由 5.1.2 节可知，由于 T_2 矩阵中将俯仰环对方位环的耦合，横滚环对俯仰环及方位环的耦合，都转换到方位环角和俯仰环角。从仿真结果来看，各个环的输出都基本得到了信号复现，有效的解决了各个环架信号对其他轴的耦合输出。

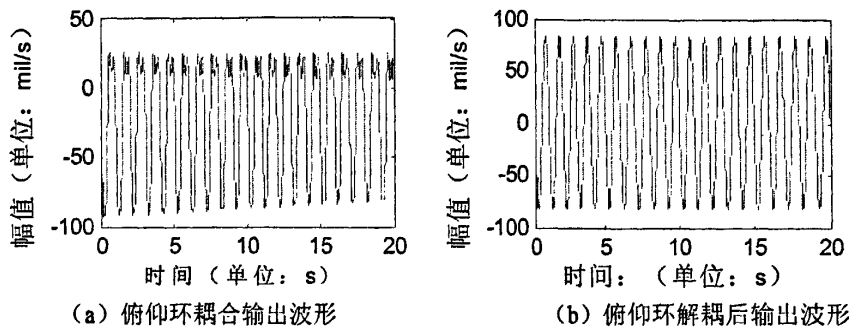


图 5.2.6 俯仰环的解耦

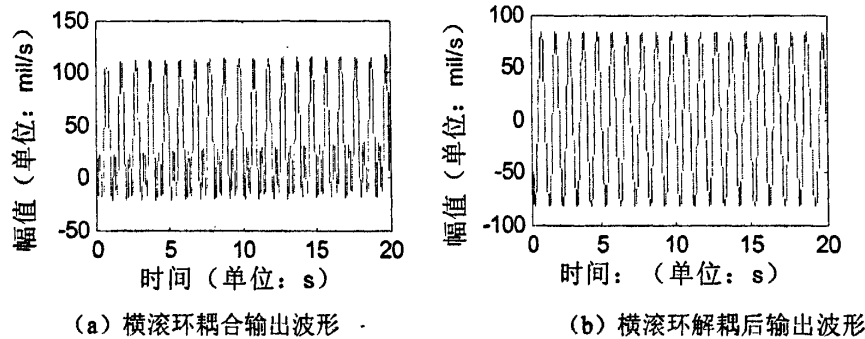


图 5.2.7 横滚环的解耦

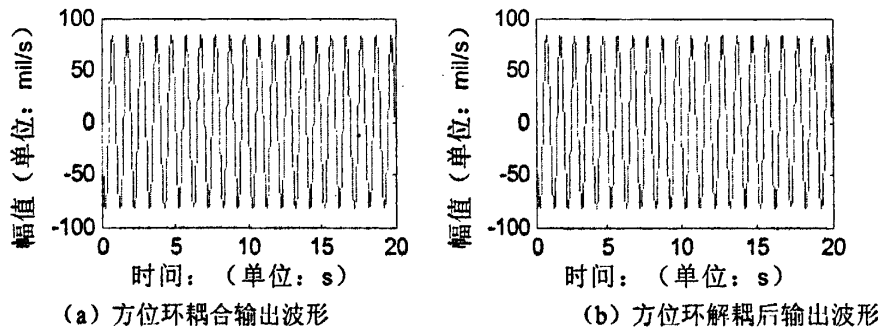


图 5.2.8 方位环的解耦

5.3 本章小结

本章首先对三轴的方位、横滚、俯仰环的角速度的耦合关系进行了分析，实现了对环架驱动信号的合理分配，其中方位坐标分解器用旋转变压器来实现；然后针对方位、横滚、俯仰三个陀螺仪的实际安装方法，分析了三轴稳定平台中的三轴框架的动力学耦合关系，并建立了动力学耦合方程。随后通过 MATLAB 仿真，有效地解决了环架之间的交叉耦合关系。

6 总结与展望

稳定平台广泛应用于航天、航空、航海和兵器等科技领域,现在对其稳定跟踪精度要求越来越高,影响其精度的方面很多,其中陀螺仪的精度和三轴之间的耦合关系是影响其精度较为重要的两个方面,本文围绕着这两个方面展开了分析和研究:

(1) 详细分析了液浮积分陀螺的基本原理,以及引起液浮积分陀螺仪漂移的因素,并建立了静态漂移误差和动态漂移误差的数学模型。由于陀螺的随机漂移是一个随机的过程,不能简单处理,在通过详细的数理统计分析后,得出陀螺随机漂移误差是一个非平稳的、弱慢时变的、存在趋势项的时间序列。

(2) 在平稳时间序列分析法的基础上,通过用 1 阶差分运算去除趋势项,用周期函数拟合方法去除含量最大的周期项,得到一个平稳的正态时间序列,用 ARMA (3, 0) 模型拟合陀螺随机漂移误差的数学模型,并通过了模型的检验和辨识。

(3) 通过拟合的 ARMA 模型,将卡尔曼滤波算法运用到液浮积分陀螺仪的信号处理中,并在经典的卡尔曼滤波方法上采用了简化的 Sage-Husa 自适应卡尔曼滤波方法,并分析了卡尔曼滤波方法不能抑制陀螺低频噪声的原因。随后,采用了软阈值小波分析方法对液浮积分陀螺仪的信号去噪,在仿真实验中证明了它的有效性。但在实际工程中,小波算法复杂,实时性差,采用自适应卡尔曼滤波能达到良好的去噪效果。

(4) 针对稳定平台的三轴框架间存在动力学交叉耦合,影响到平台的测量结果,对平台的环架驱动信号的合理分配、三轴平台的动力学耦合关系进行了分析,并得到了其动力学方程。通过 MATLAB 仿真对环架的驱动信号进行了分配,有效地解决了三轴之间的交叉耦合关系。

由于条件所限,同时在工程实现上需要多单位的协作,加上时间等多方面的原因,所以有些方面还需要进一步研究,例如:

(1) 研究陀螺仪工作环境对陀螺漂移的影响,例如:如何有效去除在强风、运载体抖动等极恶劣环境下,叠加在陀螺信号中的大量长时间强随机噪声信号,提高稳定平台在极恶劣环境中的精度。

(2) 如何进一步完善和发展小波算法的去噪理论,提高小波去噪在工程应用中的实时性。由于小波变换具有稀疏特性,如何将统计特性应用到小波变换的领域。

(3) 如何克服稳定平台三轴框架之间的其他耦合关系,如安装误差,平台在运动中三轴之间的正交关系等。

致 谢

本论文的完成，首先要感谢我的导师李军老师。从研究方向的选定、课题的展开到深入以及论文撰写期间，李老师给予我悉心的指导和帮助。每次遇到问题时，李老师都会从百忙之中抽出时间为我分析、解惑，与老师的每次交流都使人受益匪浅。李老师严谨的治学态度、敏锐的洞察力、渊博的知识和丰富的实验经验也深深感染着我。除了学习上的指导外，老师也非常关心学生的生活情况，他平易近人的态度以及严于律己、宽以待人的高尚品质使我深受感动，并成为我追求的境界。

感谢教研室的单良老师、李强老师在论文的创作阶段给了我指导与莫大的帮助，还要感谢我的学长吴树平等在设计中给我的帮助。

特别感谢任远航等在实验室工作中对我的帮助，以及教研室的朱琴、张华、王建华以及我可爱的师弟们，感谢他们为我创造了良好的学习和生活环境。

最后，感谢我的父母和好朋友陆丰勤，他们给了我莫大的支持与鼓励，谢谢他们一直以来对我无微不至的关心与照顾。

参考文献

- [1] 王振收, 徐非骏. 机载 SAR 稳定平台坐标变换及其软件实现[J]. 雷达与对抗. 2005, 2: 64-68
- [2] 赵金锴, 笪林荣. 基于 DSP 的舰载搜索雷达稳定平台交流伺服系统的设计[J]. 舰载电子对抗. 2006, 8(29): 50-53, 79
- [3] 赵金字, 李文军, 连远锋. 电视跟踪系统脱靶量动态滞后误差的修正[J]. 电光与控制, 2004, 11(3): 20-22
- [4] Tai Quach, M.Farooq. A Fuzzy Logic-based Target Tracking Algorithm[C]. SPIE, 1998, 3390: 476-48
- [5] 韩来聚. 调制式旋转导向钻井系统工作原理研究[J]. 石油机械, 2002, 30(3): 7-9, 35
- [6] Mehrotra K, Mahapatra P R. A Jerk Model for Tracking Highly Maneuvering Targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, 33(4): 1094-1105
- [7] 解思梅, 郝春江, 邹斌, 等. 新型舰载气象卫星接收系统[J]. 海洋学报, 2007, 7(22): 31-39
- [8] 姬伟. 陀螺稳定光电跟踪平台伺服控制系统研究[D]. 东南大学, 2006
- [9] 王连明. 机载光电平台的稳定与跟踪伺服控制技术研究[D]. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2002
- [10] 许德新. 机载光电跟踪陀螺稳定技术[D]. 哈尔滨工程大学, 2007
- [11] 郭富强. 陀螺稳定装置及其应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1995
- [12] 郭军. 光电稳定平台结构设计[J]. 电光系统, 2003, 104: 53-55
- [13] 王合龙, 朱培申, 姜世发. 陀螺稳定平台框架伺服系统变结构控制器的设计和仿真[J]. 电光与控制, 1998, 2: 24-29
- [14] 杨培根, 龚智炳. 光电惯性技术[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1999
- [15] 许江宁, 边少锋, 殷立吴. 陀螺原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005
- [16] Sudhakar M.Pandit, Wei Bang Zhang. Modeling Random Gyro Drift Rate DataDependent Systems[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1986 Vol.Aes-22(4): p455~459
- [17] Robert L.Hammon. An Application of Random Process Theory to Gyro Drift Analysis. IRE Transactions on Aeronautical and Navigational Electronics, Vol.ANE-7, September, 1960: 84~91
- [18] Allan Dushman. On Gyro Drift Models and their Evaluation. IRE Transactions

- on Aerospace and Navigational Electronics, July, 1964: 66~71
- [19] Van Dierendonek, A.J, and Brown, R.G. Modeling Nonstationary Random Processes with an Application to Gyro Drift Rate. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1969, 5: 423~428
- [20] Albert S. Oravetz. Stationary and Nonstationary Characteristics of Gyro Drift Rate. AIAA Guidance, Control, and Flight Mechanics Conference, Princeton, N.J., August, 1969: 18~20
- [21] Sudhakar M.Pandit, Wei Bang Zhang. Modeling Random Gyro Drift Rate Data Dependent Systems. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1986 Vol.Aes-22(4): 455~459
- [22] 田自耕. 陀螺仪测试漂移基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 1988
- [23] 杨叔子, 吴雅. 时间序列分析的工程应用(上册)[M], 武汉: 华中理工大学出版社, 1981
- [24] Fisz M. Probability theory and mathematical statistics[M]. Wiley, New York, 1963
- [25] 王昊, 王俊璞, 田蔚风, 等. 梯度 RBF 神经网络在 MEMS 陀螺仪随机漂移建模中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2006, 8(14): 44-48
- [26] 王燕. 应用时间序列分析[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2005
- [27] 丁月蓉, 郑大伟. 天文测量数据的处理方法[M]. 南京: 南京大学出版社, 1990
- [28] 吴富梅, 杨元喜. 顾及有色噪声的光纤陀螺信号的抗差谱分析[J]. 测绘科学与工, 2006, 26(3): 50-53
- [29] 吴富梅, 杨元喜. 基于高阶 AR 模型的陀螺随机漂移模型[J]. 测绘学报, 2007, 36(4): 389-394
- [30] 马逢时. 应用概率统计[M]. 天津: 天津大学出版社, 1990
- [31] 沈凤麟, 叶中付, 钱玉美. 信号统计分析与处理[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2003
- [32] 张智永. 光电稳定伺服机构的关键测控问题研究[D]. 国防科学技术大学研究生院, 2006
- [33] 戎健美. 平台式惯导系统中陀螺漂移的建模及补偿[D]. 哈尔滨工程大学, 2004
- [34] 翁海娜, 李滋刚, 万德钧. 液浮陀螺漂移的试验建模研究[J]. 中国惯性技术学报, 1999, 7(2): 30-34
- [35] 潘鸿飞, 杨柏军, 王立强. 陀螺仪随机漂移的测量及其数学模型的建立[J].

- 上海航天, 2003, 3: 20-23
- [36] 丁力, 胡昌华, 陈伟. 基于平稳时间序列分析方法的陀螺漂移预测[J]. 战术导弹控制技术, 2006, 2: 68-72
- [37] 吉世涛, 万彦辉. 陀螺随机漂移建模与参数辨识的软件实现[J]. 导航与控制, 2004, 3(1): 51-59
- [38] 胡云中. 陀螺稳定平台漂移误差参数的辨识方法研究[J]. 航天控制, 2004, 22(2): 10-12, 18
- [39] 顾颖玲, 许江宁, 卞鸿巍. 陀螺随机漂移误差模型建模方法研究[J]. 海军工程大学学报, 2000, 1: 80-82, 96
- [40] Kalman R E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Theory[J]. Trans ASME J Bas Eng, 82D, 1960: 34-45
- [41] 宋文尧, 张牙. 卡尔曼滤波[M]. 北京: 科学出版社, 1991
- [42] Sage A P, Husa G W. Adaptive filtering with unknown prior statistics [C]. Proceedings of Joint Automatic Control Conference, Boulder Colorado, 1969: 760-769
- [43] 沈云峰, 朱海, 莫军. 简化的 Sage-Husa 自适应滤波算法在组合导航中的应用及仿真[J]. 青岛大学学报, 2001, 16(1): 44-48
- [44] 鲁平, 赵龙, 陈哲. 改进的 Sage-Husa 自适应滤波及其应用[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(15): 3503-3505
- [45] 侯青剑, 缪栋. 自适应卡尔曼滤波在激光陀螺信号处理中的应用[J]. 湖北航天科技, 2005, 5: 32-35
- [46] 徐帆, 马广富. 基于 ARIMA 模型的光纤陀螺随机漂移滤波方法研究[J]. 传感器与微系统, 2007, 26(2): 31-36
- [47] 沈晔青, 龚华军, 熊琰. 自适应卡尔曼滤波在目标跟踪系统中的应用[J]. 计算机仿真, 2007, 24(11): 210-213, 273
- [48] 付梦印, 邓志红, 张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 科学出版社, 2003
- [49] 万彦辉, 秦永元. 小波分析在陀螺信号滤波中的研究[J]. 压电与声光, 2005, 27(4): 455-457
- [50] 葛哲学, 沙威. 小波分析理论与 MATLAB R2007 实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2007
- [51] 薛年喜. MATLAB 在数字信号处理中的应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008
- [52] 潘泉, 戴冠中, 张洪才, 等. 基于阈值决策的子波域去噪方法[J]. 电子学报, 2003, 31(12): 2055-2060

- 1998, 26(1): 115-117
- [53] 汤巍, 李士心, 刘鲁源, 等. 关于陀螺信号处理中小波基选取的研究[J]. 中国惯性技术学报, 2002, 10(5): 28-30
- [54] 高宁. 陀螺漂移信号的小波去噪及其误差模型的研究[D]. 天津大学, 2003
- [55] 易康. 半球谐振陀螺误差分析和滤波方法研究[D]. 国防科学技术大学研究生院, 2005
- [56] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006
- [57] 刘延斌, 金光, 何惠阳. 三轴仿真转台系统模型建立及解耦控制研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2003, 35(3): 323-328
- [58] 周徐昌, 沈建森. 惯性导航技术的发展及其应用[J]. 自动测量与控制, 2006, 25(9): 55-59
- [59] 张东纯, 曾鸣, 苏宝库, 等. 三轴转台陀螺伺服系统的模型分析与解耦设计[J]. 中国惯性技术学报, 1999, 7(3): 58-61
- [60] 曾庆双, 王茂, 刘升才. 三轴转台框架间动力学耦合及解耦研究[J]. 中国惯性技术学报, 1997, 5(3): 44-49
- [61] 杨蒲, 李奇. 三轴陀螺稳定平台控制系统设计与实现[J]. 中国惯性技术学报, 2007, 15(2): 171-176

三轴稳定平台中陀螺的信号处理及解耦问题研究

作者：[夏德莉](#)
学位授予单位：[南京理工大学](#)

本文链接：http://d.g.wanfangdata.com.cn/Thesis_Y1368441.aspx