

Nr. 1 a)

$$f(x) = \arctan(x) - x$$

$$\phi(x) = x - \frac{\arctan(x) - x}{\frac{1}{x^2+1} - 1}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x^2+1} - 1$$

$$f''(x) = -\frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

$$\phi'(x) = \frac{(\arctan(x) - x) \left(-\frac{2x}{(x^2+1)^2}\right)}{\left(\frac{1}{x^2+1} - 1\right)^2}$$

$$= \frac{2(x - \arctan(x))}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \phi'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{z_1(x)}{z_2(x)} \stackrel{\frac{0}{0} \text{ L'Hospital}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{z_1'(x)}{z_2'(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{2x^2}{x^4+1}}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{3(x^2+1)} = \frac{2}{3} \neq 0$$

$$\Rightarrow m-1 = 0$$

$$\Rightarrow m = 1 //$$

Daraus folgt, dass das Newton-Verfahren für $f(x)$ nur linear konvergiert.