

Nr 3

$$a) \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \bar{x} = \begin{pmatrix} 0,9 \\ 1,1 \end{pmatrix}$$

$$|\Delta A| \leq \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad |\Delta b| \leq \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\tilde{r}| \leq B|\tilde{x}| + c \quad \tilde{r} = b - A\tilde{x}$$

$$B = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad c = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,9 \\ 1,1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,7 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} B|\tilde{x}| + c &= \frac{1}{10} \left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,9 \\ 1,1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \\ &= \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$|\tilde{r}| = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,3 \end{pmatrix} = B|\tilde{x}| + c \quad \checkmark$$

Die Lösung kann akzeptiert werden.

$$b) \quad \tilde{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1001 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 501 \\ 500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 499 \, 999 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -499 \, 999 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} B|\tilde{x}| + c &= 5 \cdot 10^{-4} \left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 501 \\ 500 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \\ &= 5 \cdot 10^{-4} \begin{pmatrix} 1002 \\ 1002 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0,501 \\ 0,501 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$|\tilde{r}| = \begin{pmatrix} 0 \\ 499 \, 999 \end{pmatrix} \not\leq \begin{pmatrix} 0,501 \\ 0,501 \end{pmatrix}$$

Die Lösung muss verworfen werden.