

Nr. 3

$$A - \lambda x = (A - \lambda I)x$$

a)

$$\begin{aligned} \min_{i=1, \dots, n} |\lambda - \lambda_i| &\leq \frac{\|d\|_2}{\|x\|_2} = \frac{\|Ax - \lambda x\|_2}{\|x\|_2} = \frac{\left\| \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i v_i - \sum_{i=1}^n \lambda x_i v_i \right\|_2}{\left\| \sum_{i=1}^n x_i v_i \right\|_2} = \frac{\left\| \sum_{i=1}^n (\lambda_i - \lambda) x_i v_i \right\|_2}{\left\| \sum_{i=1}^n x_i v_i \right\|_2} \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i - \lambda)^2 x_i^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2}} \end{aligned}$$

2 Keine Ahnung ob wir
auf dem richtigen Weg waren...

b)

$$\begin{aligned} \min_{i=1, \dots, n} |12 - \lambda_i| &\leq \frac{\left\| \begin{pmatrix} 6 & 4 & 3 \\ 4 & 6 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,3 \\ 1 \\ 1,1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10,6 \\ 12 \\ 13,2 \end{pmatrix} \right\|_2}{\left\| \begin{pmatrix} 0,3 \\ 1 \\ 1,1 \end{pmatrix} \right\|_2} \\ &\leq \frac{\left\| \begin{pmatrix} 1,3 \\ 0,3 \\ 0,7 \end{pmatrix} \right\|_2}{\left\| \begin{pmatrix} 0,3 \\ 1 \\ 1,1 \end{pmatrix} \right\|_2} \\ &\leq \frac{\sqrt{4,46}}{\sqrt{3,02}} \approx 1,2152 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 12 - 1,2152 \leq \lambda_1 \leq 12 + 1,2152 //$$