

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
Кафедра бизнес-информатики и систем управления производством

Отчет по лабораторной работе №1 на тему:
«Моделирование линейных динамических систем»

по дисциплине
«Математическое моделирование»

Направление подготовки:
01.03.04 Прикладная математика

Выполнил:

__Парчиев_Р.Б.__

БПМ-19-2

(группа)

11.11.2021

(дата сдачи работы)

Подпись: _____

Проверил:

Добриборщ Д.Э.

(оценка)

(дата проверки)

Подпись: _____

Вариант 6 (18 по списку)

Цель работы: ознакомление с пакетом прикладных программ SIMULINK и основными приемами моделирования линейных динамических систем.

Ход работы:

1. Исследование модели вход-выход.

1.1) Модель вход-выход имеет вид

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1y^{(1)} + a_0y = b_nu^{(m)} + b_{m-1}u^{(m-1)} + \dots + b_1u^{(1)} + b_0u$$

Даны следующие параметры модели:

$$n = 3, a_0 = 15, a_1 = 5, a_2 = 10, b_0 = 15, b_1 = 0.5, b_2 = 1$$

Из них получим следующее уравнение: z_2

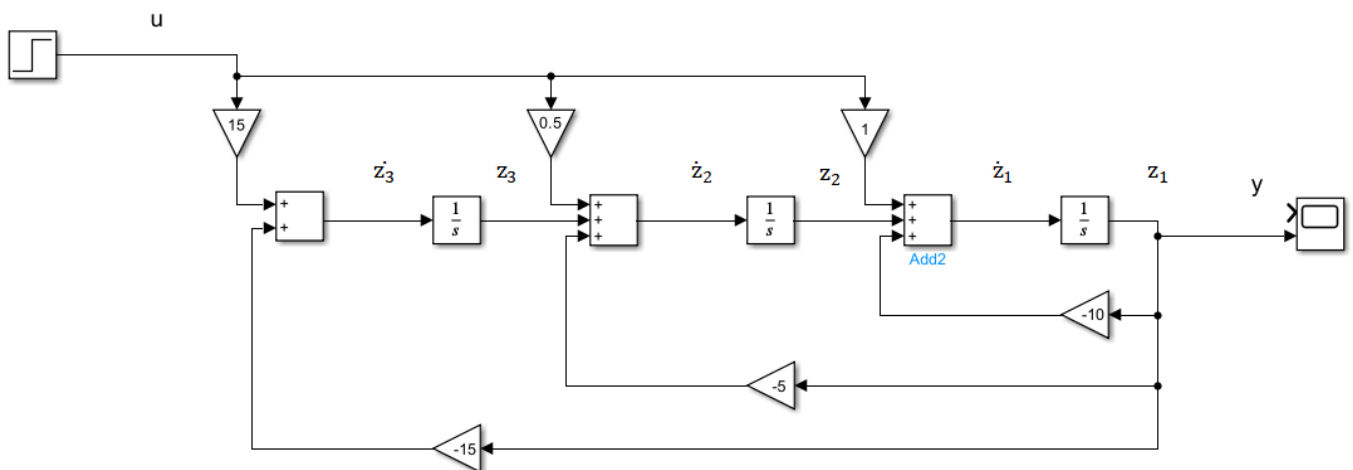
$$y^{(3)} + 10y^{(2)} + 5y^{(1)} + 15y = u^{(2)} + 0.5u^{(1)} + 15u$$

Заменяем эту операцию дифференцирования оператором дифференцирования $s = \frac{d}{dt}$:

$$s^3y + 10s^2y + 5sy + 15y = s^2u + 0.5su + 15u$$

$$y = \frac{u - 10y}{s} + \frac{0.5u - 5y}{s^2} + \frac{15u - 15y}{s^3}$$

По полученному уравнению смоделируем схему:



1.2) Вид входного воздействия $u = 1(t)$ при нулевых начальных условиях:

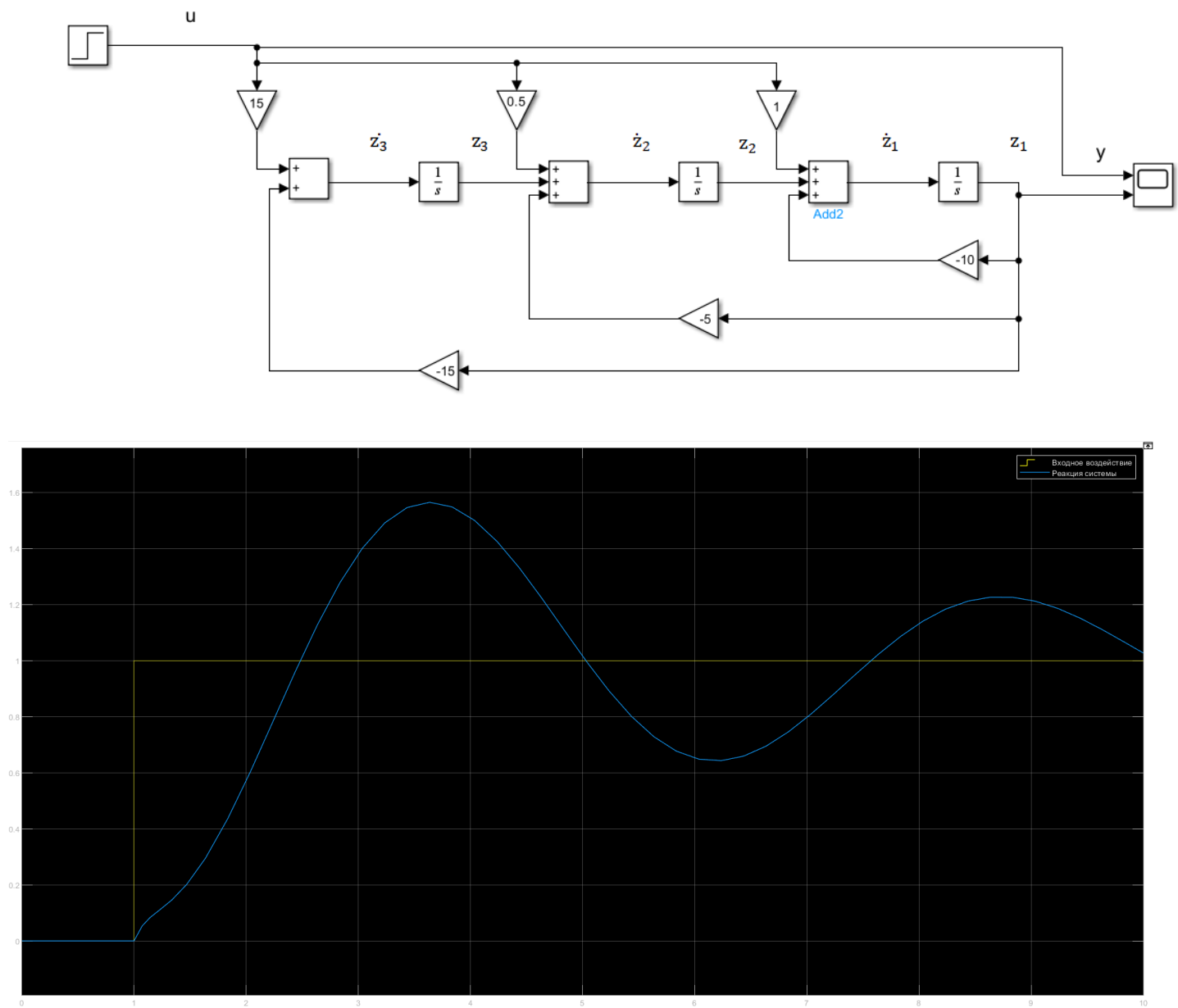
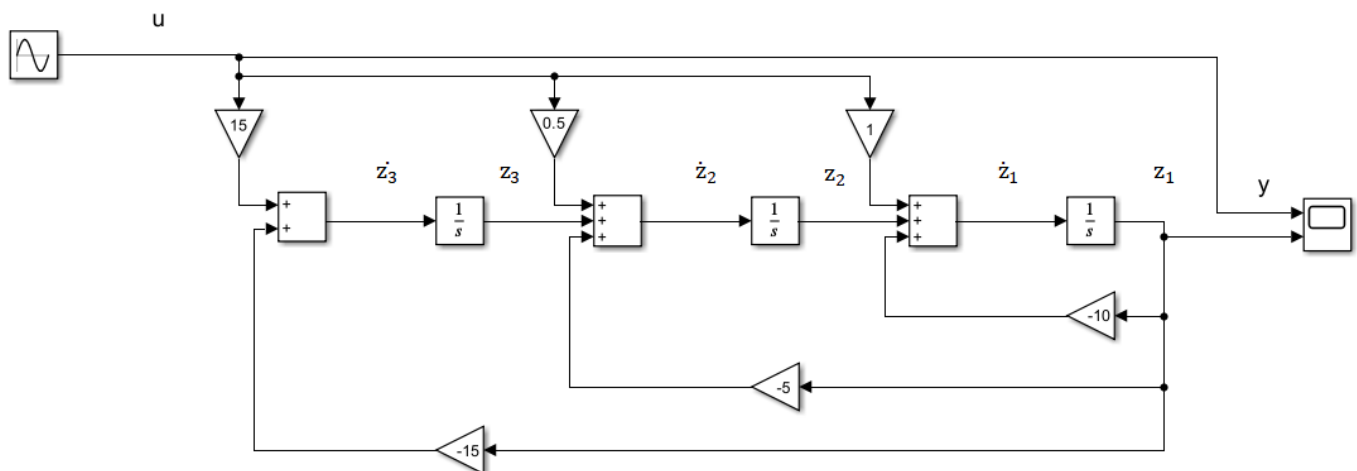
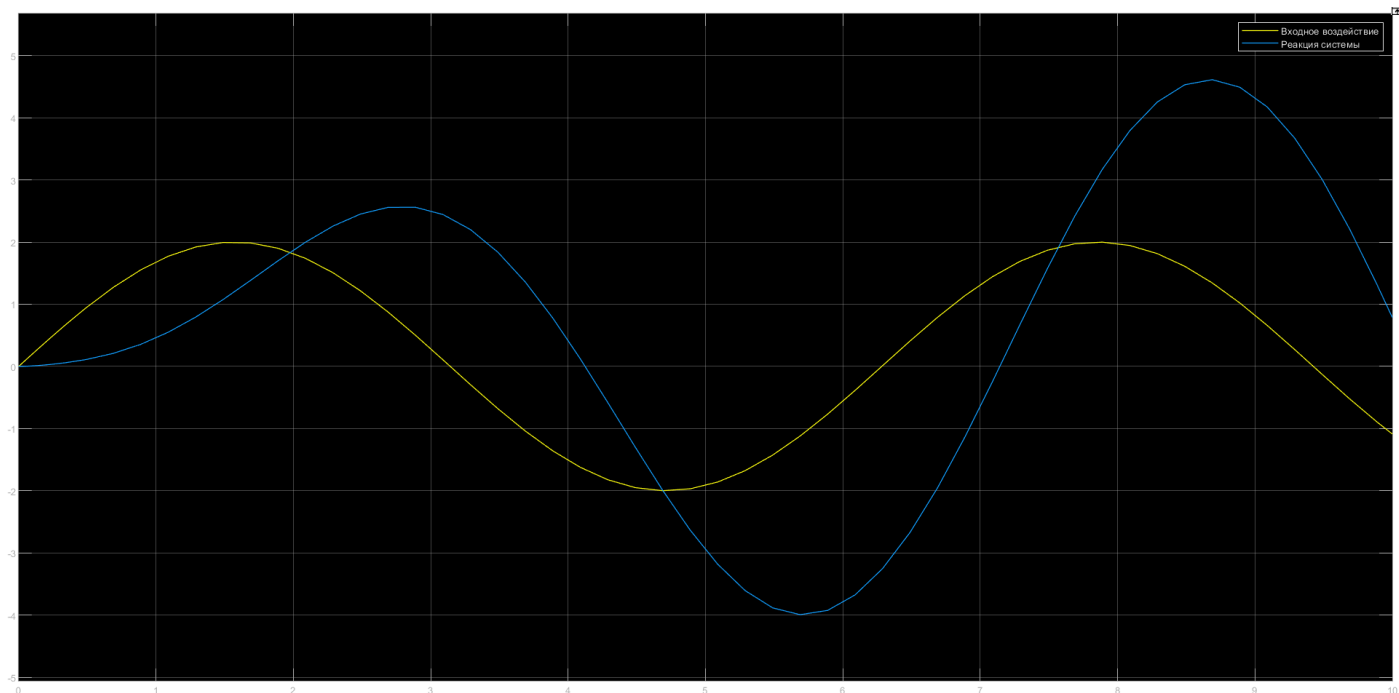


Рис. 1

Вид входного воздействия $u = 2\sin(t)$ и выходного сигнала $y(t)$ при нулевых начальных условиях:





1.3) Моделирование свободного движения системы, т. е. с нулевым входным воздействием и ненулевыми начальными условиями.

Условия из таблицы: $n = 3$, $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 0.5$, $\ddot{y}(0) = 0.1$

Определим начальные условия интеграторов. Для удобства обозначим выходные сигналы интеграторов через z_1 , z_2 и z_3 и, следовательно, искомые начальные условия — через $z_1(0)$, $z_2(0)$ и $z_3(0)$. Так как $z_1 = y$, то $z_1(0) = y(0) = 1$. Далее, из схемы моделирования видно, что

$\dot{y} = \dot{z}_1 = z_2 + u - 10y$ и, следовательно, $z_2 = \dot{y} - u + 10y$.

Подставляя в начальные значения сигналов $y(0)$, $u(0)$ и $\dot{y}(0)$, вычисляем начальное условие для второго интегратора:

$$z_2(0) = \dot{y}(0) - u(0) + 10y(0) = 0.5 - 0 + 10 \cdot 1 = 10.5 \text{ (т. к. начальные условия } u(0) = \dot{u}(0) = 0 \text{)}$$

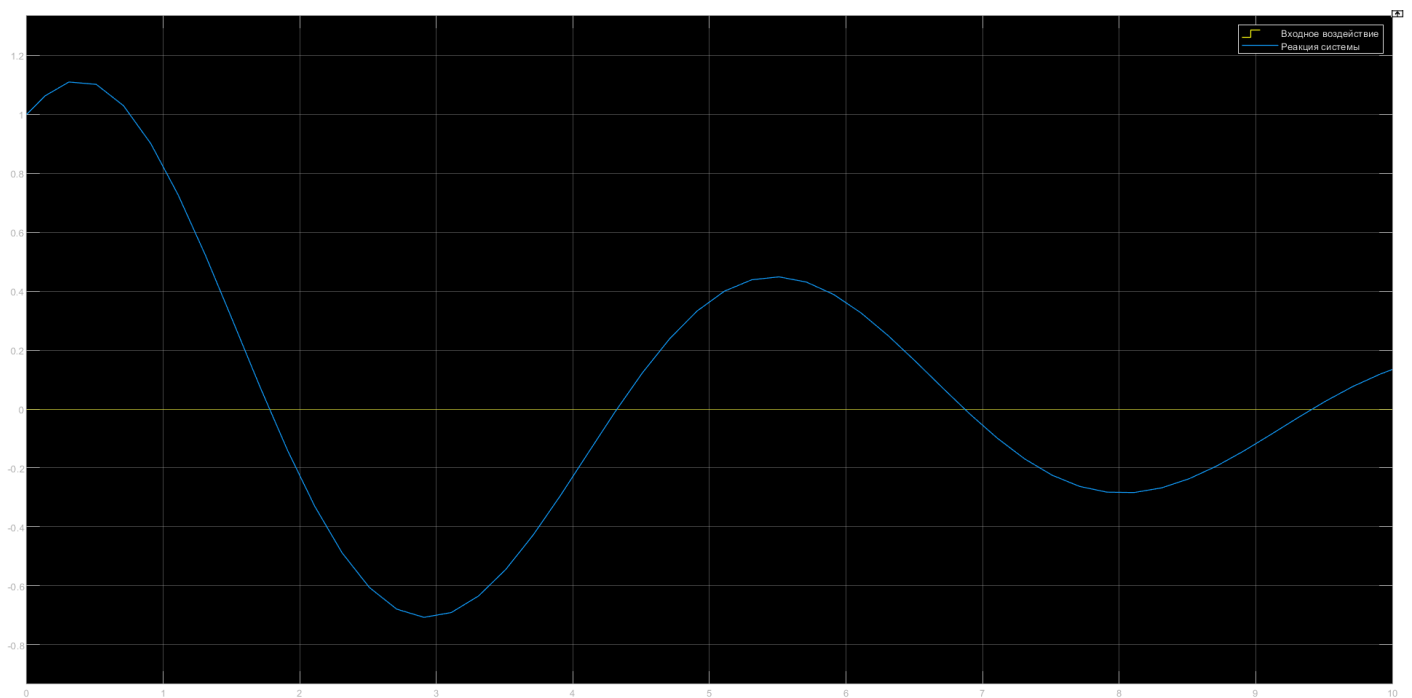
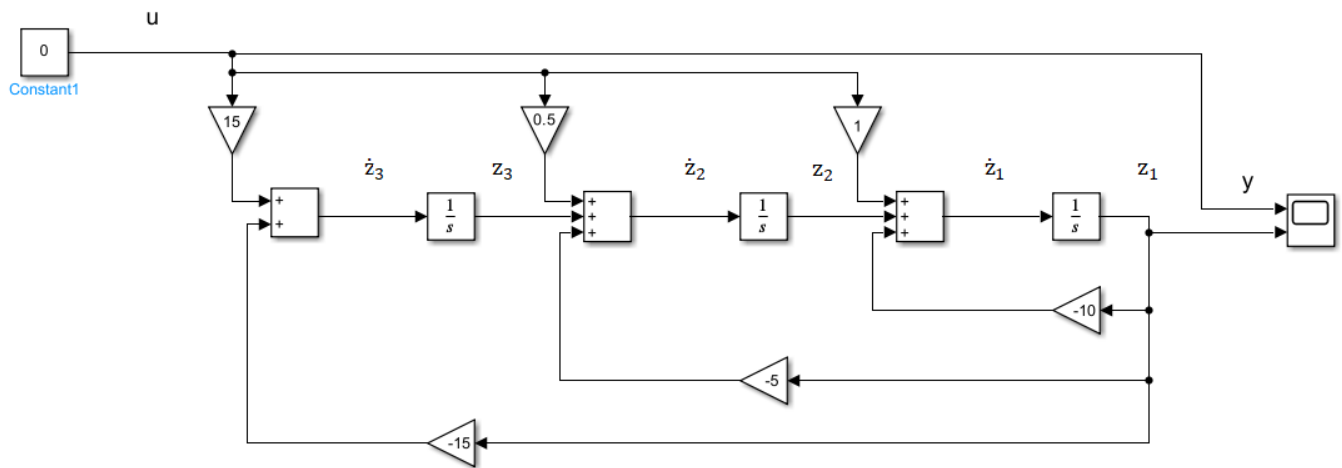
Так же из структурной схемы получаем, что $\dot{z}_2 = z_3 + 0.5u - 5y$ и, следовательно, $z_3 = \dot{z}_2 - 0.5u + 5y$. Дифференцируя z_2 в силу уравнения, окончательно получаем

$$z_3 = \ddot{y} - \dot{u} + 10\dot{y} - 0.5u + 5y$$

Подставляя в начальные значения соответствующих сигналов, вычисляем начальное условие для третьего интегратора

$$z_3(0) = \ddot{y}(0) - \dot{u}(0) + 10\dot{y}(0) - 0.5u(0) + 5y(0) = 0.1 - 0 + 10 \cdot 0.5 - 0.5 \cdot 0 + 5 \cdot 1 = 10.1$$

Вид выходного сигнала $y(t)$ при нулевом входном воздействии и ненулевых начальных условиях: \dot{z}_3



2. Исследование модели вход-состояние-выход.

2.1) Построение схемы моделирования линейной динамической системы.

Система может быть представлена в компактной векторно-матричной форме

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

где A — $n \times n$ матрица постоянных коэффициентов, B — $n \times 1$ вектор-столбец постоянных коэффициентов, C — $1 \times n$ вектор-строка постоянных коэффициентов, а x — n -мерный вектор состояния.

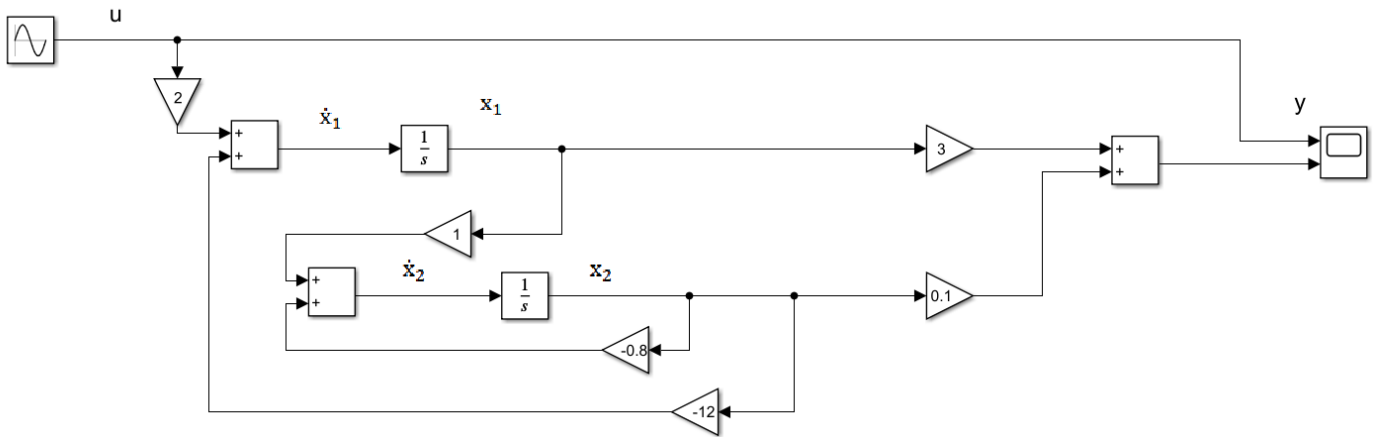
Из условия:

$$n = 2; A = \begin{vmatrix} 0 & -12 \\ 1 & -0.8 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}; C^T = \begin{vmatrix} 3 \\ 0.1 \end{vmatrix}$$

Получим систему уравнений:

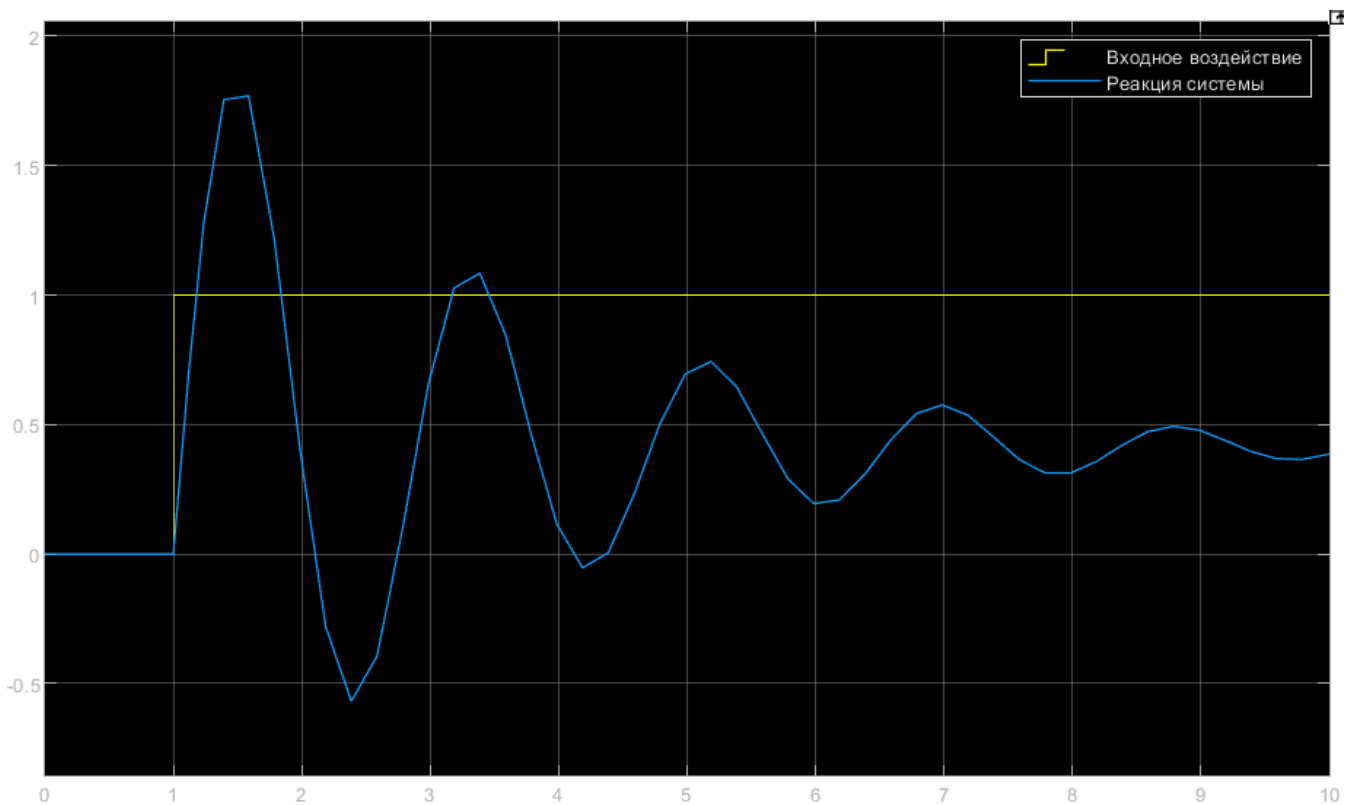
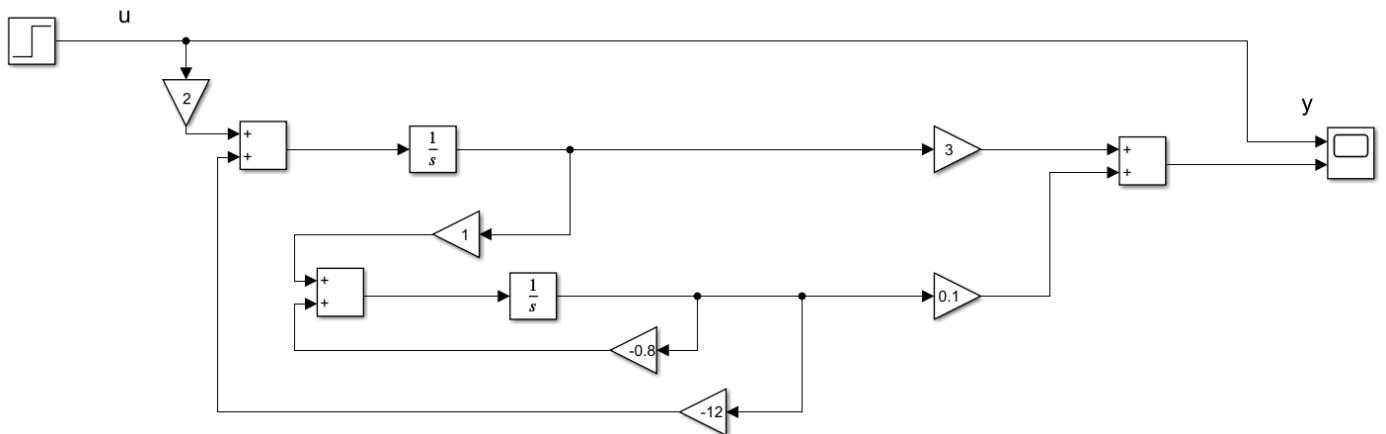
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -12x_2 + 2u \\ \dot{x}_2 = x_1 - 0.8x_2 \\ y = 3x_1 + 0.1x_2 \end{cases}$$

Схема моделирования:

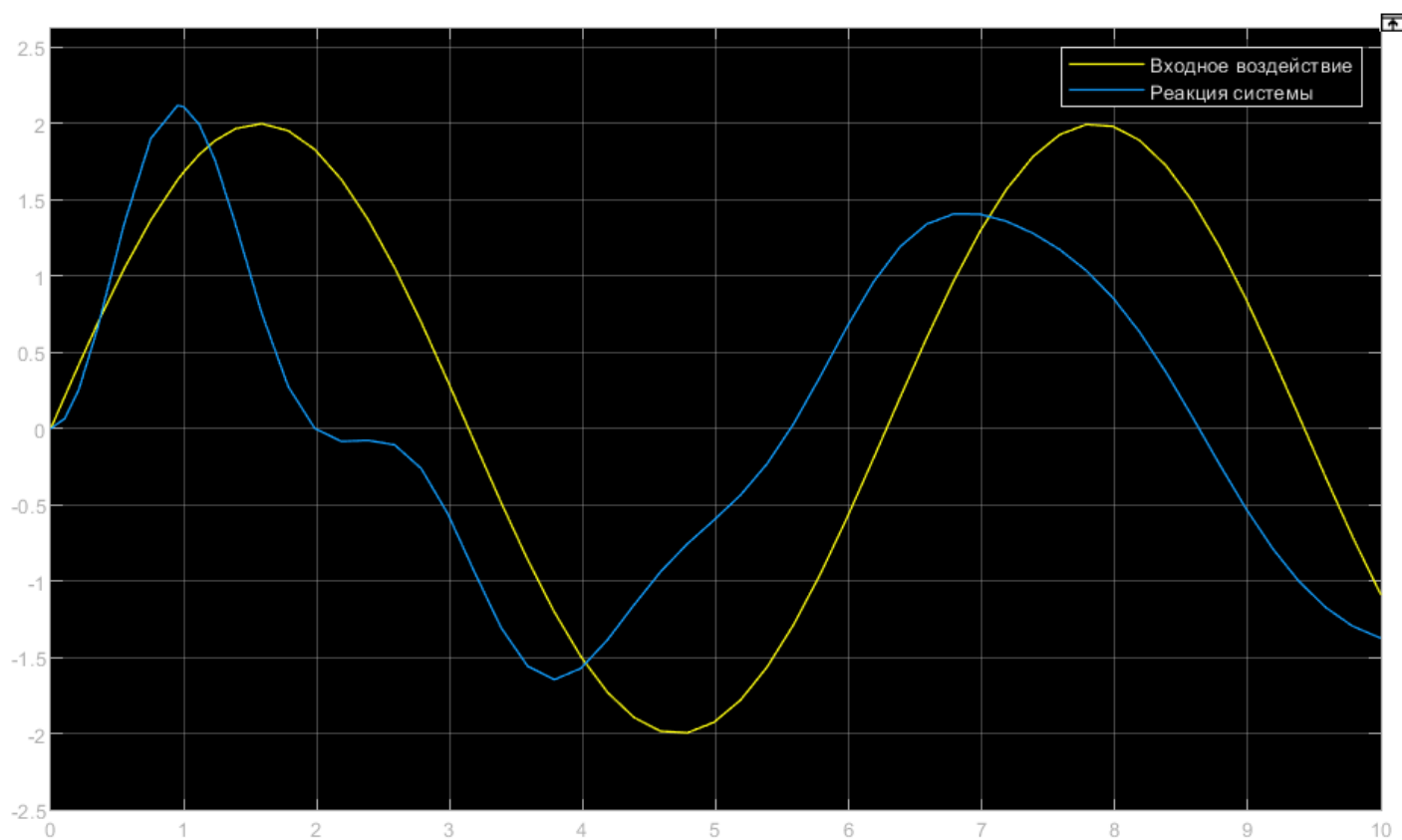
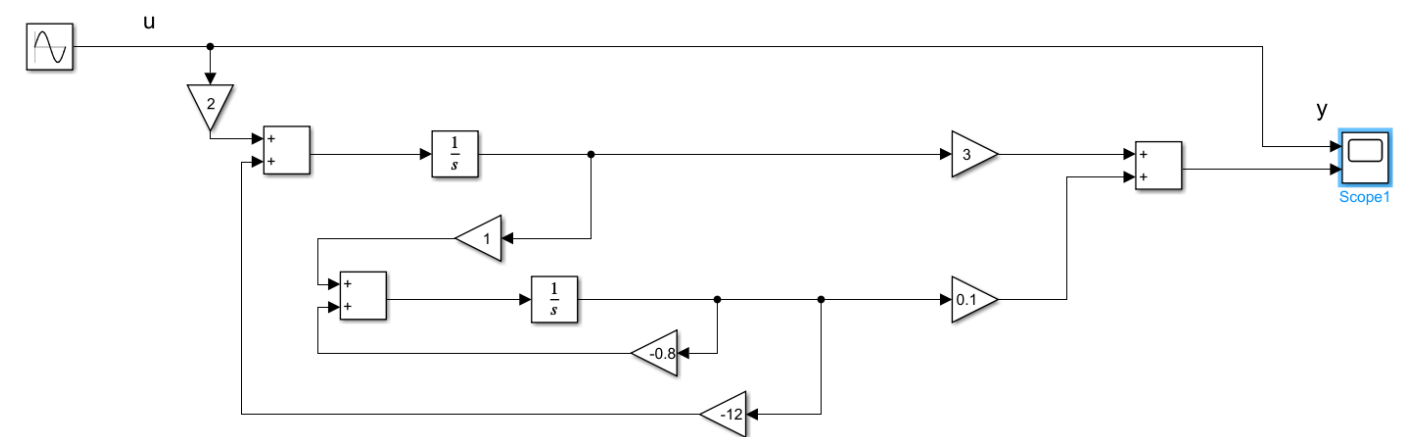


2.2) Осуществление моделирования линейной динамической системы при двух видах входного воздействия: $u = 1(t)$ и $u = 2 \sin t$.

При $u = 1(t)$ и нулевых начальных условиях получаем следующую схему:



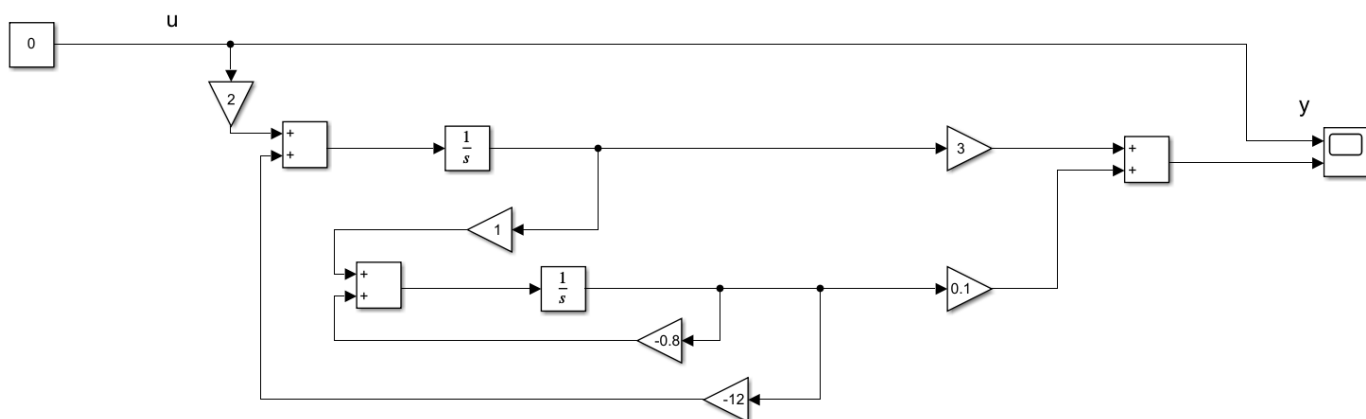
Вид входного воздействия $u = 2 \sin t$ при нулевых начальных условиях:

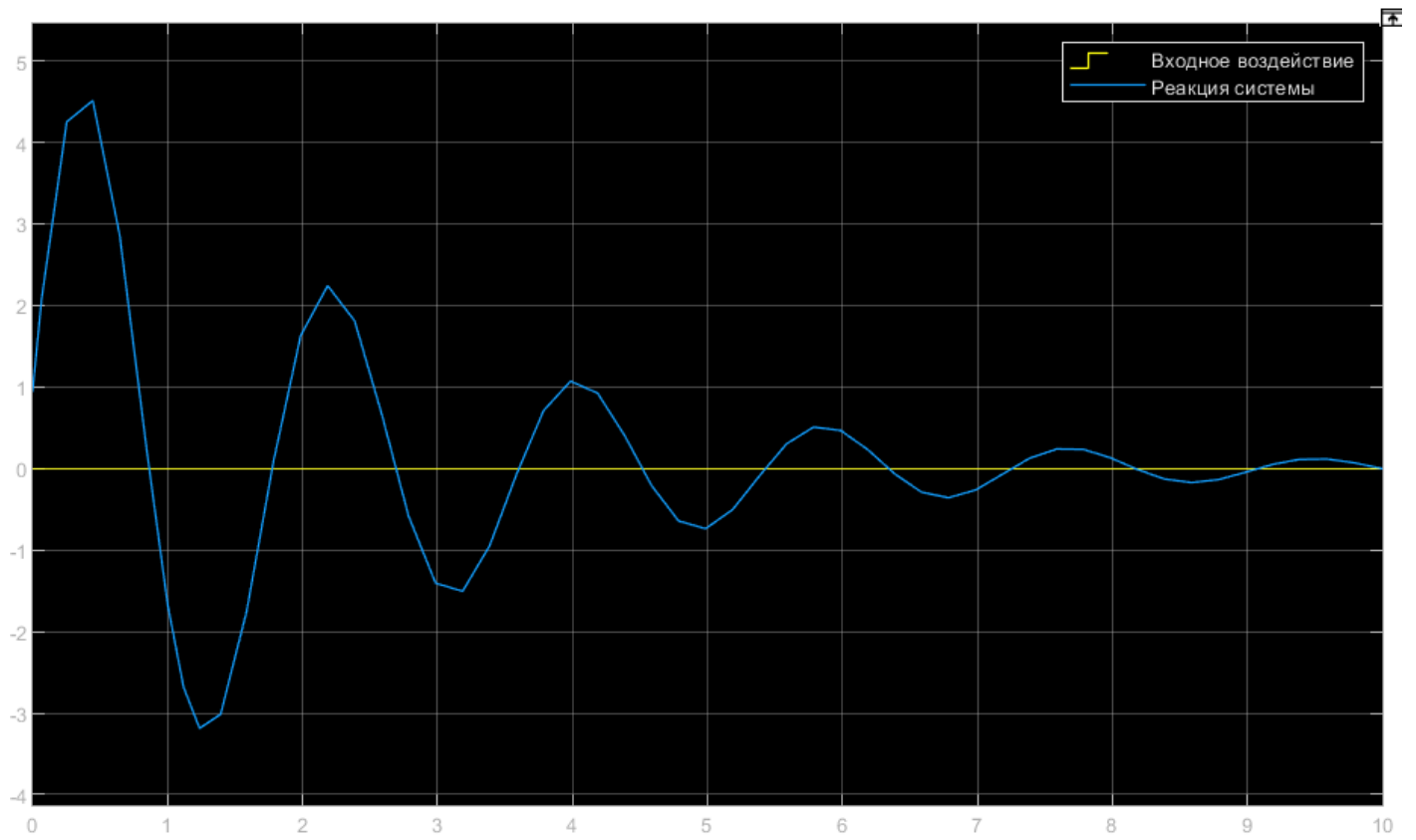


2.3) Осуществление моделирования свободного движения системы с начальными условиями.

Вывести $y(t)$

$$x_1(0) = 0.33, x_2(0) = -0.5$$





Вывод: разобрался, как с помощью пакета программ Simulink можно решать задачи моделирования процессов, происходящих в системах автоматического управления.