$$\det \begin{array}{c} \\ m \\ n \end{array}\!\!\begin{array}{c} \begin{array}{cc} m & \quad n \end{array} \\ \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}\end{array} = \det(A)\cdot\det(D - CA^{-1}B)$$

$$= \det(D)\cdot\det(A - BD^{-1}C)$$

pf) $$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I & A^{-1}B \\ 0 & D - CA^{-1}B \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} I & B \\ 0 & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A - BD^{-1}C & 0 \\ D^{-1}C & I \end{bmatrix}$$

$\hookrightarrow$ $\det(I_N + A^TB) = \det(I_M + AB^T)$

pf) $$\det\begin{pmatrix} I_M & -B \\ A^T & I_N \end{pmatrix} = \det(I_M)\det(I_N + A^T I_M^{-1} B)$$

$$= \det(I_N)\det(I_M + B I_N^{-1} A^T)$$

$$\Rightarrow \det(I_N + A^TB) = \det(I_M + BA^T)$$

$$= \det((I_M + BA^T)^T)$$

$$= \det(I_M + AB^T)$$