Introdução a Computação

Funções

1) Faça uma função que receba como parâmetro um inteiro n e retorne o fatorial de n.

2) O quadrado de um número natural N é igual à soma dos N primeiros ímpares consecutivos. Por exemplo, para calcular 3^2 , basta somar os três primeiros ímpares (pois $3^2 = 1 + 3 + 5 = 9$) e, para calcular 6^2 , basta somar os seis primeiros ímpares (pois $6^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$). Dado um número natural N , use a soma de ímpares para calcular e informar o seu quadrado.

3) A função seno pode ser aproximada numericamente pela seguinte série

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots \quad \text{for all } x$$

Faça uma função que aceite como entrada o valor do ângulo x em radianos e o número n de termos da série da série e retorne o valor computado de sen(x). Use a função fatorial definida anteriormente

4) A função cosseno pode ser aproximada numericamente pela seguinte série

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots \quad \text{for all } x$$

Faça uma função que aceite como entrada o valor do ângulo x em radianos e o número n de termos da série da série e retorne o valor computado de cos(x). Use a função fatorial definida anteriormente

5) A função exponencial pode ser aproximada numericamente pela seguinte série

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots$$

Faça uma função que aceite como entrada um valor real x e o número n de termos da série da série e retorne o valor computado de exp(x). Use a função fatorial definida anteriormente

6) Pode-se mostrar que que a seguinte relação de recorrência pode ser utilizada para computar numericamente uma aproximação para a raiz quadrada de a:

$$x_{k+1} = \frac{1}{2}\left(x_k + \frac{a}{x_k}\right)$$

onde $x_0 = 1$ e a é o número cuja raiz é desejada. Faça uma função que receba como entrada um número a e retorne como saída sua raiz quadrada.

7) Números primos são muito importantes em diversas aplicações que vão desde fatoração de números inteiros até criptografia de dados. Faça um programa que compute a soma de todos os números primos menores que N, onde N é fornecido como entrada.

a) Compute o valor da soma e o tempo gasto para computá-la se N=10000
b) Compute o valor da soma e o tempo gasto para computá-la se N=100000
c) Compute o valor da soma e o tempo gasto para computá-la se N=1000000

Dica: faça uma função verifica_primo(n) que recebe como entrada n e retorna True se ele for primo ou False se ele não for primo. Utilize essa função para testar todos os números ímpares até N.

8) O número de um CPF tem 9 algarismos e mais dois dígitos verificadores, que são indicados após uma barra. Logo, um CPF tem 11 algarismos. O número do CPF é escrito na forma ABCDEFGHI/JK ou diretamente como ABCDEFGHIJK, onde os algarismos não podem ser todos iguais entre si.

O J é chamado 1° dígito verificador do número do CPF.
O K é chamado 2° dígito verificador do número do CPF.

Primeiro Dígito

Para obter J multiplicamos A, B, C, D, E, F, G, H e I pelas constantes correspondentes:

A x 10, B x 9, C x 8, D x 7, E x 6, F x 5, G x 4, H x 3, I x 2

O resultado da soma, S = (10A + 9B + 8C + 7D + 6E + 5F + 4G + 3H + 2I), é dividido por 11. Analisamos então o RESTO dessa divisão:

Se for 0 ou 1, o dígito J é 0 (zero). Se for 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ou 10, o dígito J é (11 - RESTO)

Segundo Dígito

Já temos J. Para obter K multiplicamos A, B, C, D, E, F, G, H, I e J pelas constantes correspondentes:

A x 11, B x 10, C x 9, D x 8, E x 7, F x 6, G x 5, H x 4, I x 3, J x 2

O resultado da soma, S = 11A + 10B + 9C + 8D + 7E + 6F + 5G + 4H + 3I + 2J, é dividido por 11. Verificamos então o RESTO dessa divisão:

Se for 0 ou 1, o dígito K é 0 (zero). Se for 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ou 10, o dígito K é (11 - RESTO).

Faça um programa em Python que recebe os 9 primeiros dígitos de um CPF e gere os 2 dígitos verificadores. Teste com o seu CPF.