Introdução a Computação

Atividade semanal 4

Estruturas de repetição

1. Faça um programa que imprima na tela todos os números pares de zero até um limite N definido pelo usuário e lido como entrada.

2. Faça um programa que compute o fatorial de um inteiro N, fornecido pelo usuário.
a) Utilizando o comando for.
b) Utilizando o comando while.

3. A sequência de Fibonacci é um padrão muito conhecido por ser recorrente em diversos fenômenos da natureza. Essa sequência é definida como segue:

F(1) = 1
F(2) = 1
F(n) = F(n-1) + F(n-2), para n > 2

a) Faça um programa que compute o n-ésimo termo da sequência de Fibonacci
b) Sabe-se que no limite (n grande) a razão F(n)/F(n-1) converge para a proporção áurea. Use o programa desenvolvido com n = 1000 para aproximar essa proporção, dada por $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

4. Séries definidas por somatórios matemáticos são utilizadas para aproximar diversas quantidades importantes. Para cada uma das séries abaixo, faça um programa que compute seu valor.

a)

$$S = \frac{1}{1} + \frac{3}{2} + \frac{5}{3} + \frac{7}{4} + \cdots + \frac{99}{50}$$

b)

$$W = \frac{1}{1} - \frac{2}{4} + \frac{3}{9} - \frac{4}{16} + \frac{5}{25} - \frac{6}{36} + \cdots + \frac{10}{100}$$

c)

$$S = \frac{1000}{1} - \frac{997}{2} + \frac{994}{3} - \frac{991}{4} + \cdots$$

5. A constante matemática PI pode ser calculada de diferentes formas. Três fórmulas bastante utilizadas são:

a) $\pi = 4\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{2i+1} = 4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots\right)$

b) $\pi = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{6}{i^2}} = \sqrt{6 + \frac{6}{2^2} + \frac{6}{3^2} + \frac{6}{4^2} + \frac{6}{5^2} + \cdots}$

c) $\pi = 4 \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{7} \cdots$

Faça 3 programas para calcular o valor aproximado de pi com cada uma das expressões acima.
Utilize n = 100000 iterações. Calcule o tempo de execução e o erro absoluto em relação ao verdadeiro valor de PI (use a constante math.pi).

6. Faça um programa que peça um número inteiro e determine se ele é ou não um número primo. Lembre-se que um número n é primo se for divisível apenas por 1 e ele mesmo.

7. Faça um programa que leia um nome de usuário e a sua senha e não aceite os dados de login diferentes aos valores pré-definidos, mostrando uma mensagem de erro e voltando a pedir as informações. Considere como username seu primeiro nome e a senha como sendo kawabunga.

8. Pode-se mostrar que que a seguinte relação de recorrência pode ser utilizada para computar numericamente uma aproximação para a raiz quadrada de a.

$$x_{k+1} = \frac{1}{2}\left(x_k + \frac{a}{x_k}\right)$$

onde $x_0 = 1$ e a é o número cuja raiz é desejada. Faça uma função que receba como entrada um número a e retorne como saída sua raiz quadrada.

9. Uma das maneiras de se conseguir calcular a raiz quadrada de um número (que seja quadrado perfeito) é subtrair dele os números ímpares consecutivos a partir de 1, até que o resultado seja menor ou igual a zero. O número de vezes que se conseguir fazer as subtrações é a raiz quadrada.

Ex: Considere como entrada o número 16

Devemos subtrair de 16 os números ímpares maiores que 1 até chegar em zero ou número negativo.

1) 16 – 3 = 13
2) 13 – 5 = 8
3) 8 – 7 = 1
4) 1 – 9 = -8 (ficou negativo)

Logo, a raiz quadrada de 16 é 4

Faça um algoritmo que calcule a raiz quadrada de dado número inteiro (que seja quadrado perfeito) conforme essa regra.

10. O método de Newton é um algoritmo numérico para calcular a raiz (zero) de uma função qualquer. Ele é baseado na seguinte iteração:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

onde x_0 pode ser escolhido arbitrariamente e f'(x) denota a derivada da função f. Após um certo número de passos, a diferença entre x_{k+1} e x_k em módulo tende a zero, o que significa que o algoritmo convergiu para a solução desejada. Implemente o método de Newton para resolver a seguinte equação

$$\cos(x) = x^3$$

Isso equivale a encontrar as raízes de $f(x) = \cos(x) - x^3 = 0$. Note que a derivada da função vale $f'(x) = -sen(x) - 3x^2$.