

Programozáselmélet - Programozási alapfogalmak

Készítette: Borsi Zsolt

1. Állapottér

A feladat adatokról szól, a program is adatokkal dolgozik. Egy adat típusérték-halmaza az adat lehetséges értékeiből áll.

Definíció (Állapot): Legyenek A_1, \dots, A_n (ahol $n \in \mathbb{N}^+$) típusérték-halmazok és v_1, \dots, v_n a halmazokat azonosító egyedi címkék (változók). Az ezekből képzett, címkézett értékeknek egy $\{v_1:a_1, \dots, v_n:a_n\}$ halmazát (ahol $\forall i \in [1..n] : a_i \in A_i$) *állapotnak* nevezzük.

Egy-komponensű állapottér esetén $\{v_1:a_1\}$ helyett írhatunk a_1 -et is.

Definíció (Állapottér): Legyenek A_1, \dots, A_n (ahol $n \in \mathbb{N}^+$) típusérték-halmazok és v_1, \dots, v_n a halmazokat azonosító egyedi címkék (változók). Az ezekből képzett összes lehetséges $\{v_1:a_1, \dots, v_n:a_n\}$ állapot (ahol $\forall i \in [1..n] : a_i \in A_i$) halmazát *állapottérnek* nevezzük és $(v_1:A_1, \dots, v_n:A_n)$ -nel jelöljük.

$$(v_1:A_1, \dots, v_n:A_n) ::= \{ \{v_1:a_1, \dots, v_n:a_n\} \mid \forall i \in [1..n] : a_i \in A_i \}$$

Definíció (Változó): Az $A = (v_1:A_1, \dots, v_n:A_n)$ állapottér címkeire (*változók*) úgy tekintünk mint $v_i : A \rightarrow A_i$ függvényekre, ahol $v_i(a) = a_i$ egy $a = \{v_1:a_1, \dots, v_n:a_n\}$ állapot esetén.

Definíció (Altér): Legyenek $A = (v_1:A_1, \dots, v_n:A_n)$ és $B = (u_1:B_1, \dots, u_m:B_m)$ állapottérek ($n, m \in \mathbb{N}^+$ és $m \leq n$). Azt mondjuk, hogy az A állapottérnek *altere* a B állapottér ($B \leq A$), ha van olyan $\varphi : [1..m] \rightarrow [1..n]$ injekció, amelyre $\forall i \in [1..m] : B_i = A_{\varphi(i)}$.

2. Feladat

Definíció (Feladat): Legyen A tetszőleges állapottér. Feladatnak nevezünk egy $F \subseteq A \times A$ relációt.

A feladat fenti definíciója természetes módon adódik abból, hogy a feladatot egy leképezésnek tekintjük az állapottéren, és az állapottér minden pontjára megmondjuk, hova kell belőle eljutni, ha egyáltalán el kell jutni belőle valahova.

3. Sorozatok

Jelölés: Ha H tetszőleges halmaz, akkor jelölje H^{**} az olyan (akár véges, vagy akár végtelen) sorozatok halmazát, mely sorozatok elemei mind a H halmazból valók. A H -beli

véges sorozatok halmazát H^* -gal, a végtelen sorozatok halmazát H^∞ -nel jelöljük. Tehát $H^{**} = H^* \cup H^\infty$. Egy $\alpha \in H^*$ sorozat hosszát jelölje $|\alpha|$, végtelen sorozat esetén legyen $|\alpha| = \infty$.

4. Program

Definíció (Program): Legyen A az úgynevezett alap-állapottér ($fail \notin A$). Jelölje \bar{A} azon véges komponensű állapotterek unióját, melyeknek altere az A alap-állapottér: $\bar{A} = \bigcup_{A \leq B} B$.

Az A feletti programnak hívjuk az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ relációt, ha

1. $\mathcal{D}_S = A$
2. $\forall a \in A: \forall \alpha \in S(a) : |\alpha| \geq 1$ és $\alpha_1 = a$
3. $\forall \alpha \in \mathcal{R}_S : (\forall i \in \mathbb{N}^+ : i < |\alpha| \rightarrow \alpha_i \neq fail)$
4. $\forall \alpha \in \mathcal{R}_S : (|\alpha| < \infty \rightarrow \alpha_{|\alpha|} \in A \cup \{fail\})$

5. Elemi programok

Definíció (Elemi program): Legyen A tetszőleges állapotter. Az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ programot *elemi programnak* nevezzük, ha

$$\forall a \in A: S(a) \subseteq \{ \langle a \rangle, \langle a, fail \rangle, \langle a, a, a, \dots \rangle, \langle a, b \rangle \mid b \in A \}$$

A definíció szerint minden programhoz található vele ekvivalens elemi program, csak a sorozatok közbülső elemeit el kell hagyni, így lényegében (egy adott szinten) minden program elemi. Az elemi programok közül kiválasztunk néhány speciális tulajdonsággal rendelkezőt, és a továbbiakban velük foglalkozunk.

Definíció: Legyen A tetszőleges állapotter. $SKIP$ jelöli azt a programot, melyre

$$\forall a \in A: SKIP(a) = \{ \langle a \rangle \}$$

A $SKIP$ az állapotter minden a állapotához egyetlen sorozatot, az $\langle a \rangle$ sorozatot rendeli. Így a -ból indulva a $SKIP$ garantáltan hogy a -ba jut, és csak oda.

Definíció: Legyen A tetszőleges állapotter. $ABORT$ jelöli azt a programot, melyre

$$\forall a \in A: ABORT(a) = \{ \langle a, fail \rangle \}$$

Az $ABORT$ az állapotter minden a állapotához egyetlen sorozatot, az $\langle a, fail \rangle$ sorozatot rendeli. Így a -ból indulva az $ABORT$ programnak nincs más végrehajtása, mint a $fail$ állapotban végződő végrehajtás.

A harmadik speciális elemi program az értékadás, amivel az állapotter egyes komponenseinek (változóinak) értéke megváltoztatható.