

Analízis II (F)
Programtervező informatikus szak BSc, C szakirány

Elméleti kérdések a röpdolgozatokhoz

1. röpdolgozat (2. gyakorlaton)

1. Mikor mondjuk azt, hogy egy $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény differenciálható valamely pontban?
2. Mi a kapcsolat a pontbeli differenciálhatóság és a folytonosság között?
3. Milyen tételt ismer két függvény szorzatának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
4. Milyen tételt ismer két függvény hányadosának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
5. Milyen tételt ismer két függvény kompozíciójának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
6. Milyen állítást tud mondani hatványsor összegfüggvényének a differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
7. Mi az érintő definíciója?
8. Milyen tételt tanult az inverz függvény differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
9. Mit jelent az, hogy egy függvény jobbról deriválható egy pontban?
10. Mondjon példát olyan függvényről, amelynek bal és jobb oldali deriváltja nem egyezik meg egy adott pontban!
11. Mondja ki a Rolle-féle középértéktételt!
12. Mondja ki a Lagrange-féle középértéktételt!

2. röpdolgozat (3. gyakorlaton)

1. Mit ért azon, hogy az $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek valamely helyen lokális maximuma van?
2. Mi a kapcsolat az abszolút szélsőértékhely és a lokális szélsőértékhely fogalmai között?
3. Hogyan szól a lokális szélsőértékre vonatkozó elsőrendű szükséges feltétel?
4. Minden $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény stacionárius pontja egyben lokális szélsőértéke is? Válaszát indokolja!
5. Milyen elégséges feltételeket ismer differenciálható függvény szigorú monotonitásaival kapcsolatban?
6. Milyen szükséges és elégséges feltételeket ismer differenciálható függvény monotonitásaival kapcsolatban?
7. Hogyan szól a lokális szélsőértékre vonatkozó elsőrendű elégséges feltétel?
8. Mi a kétszer deriválható függvény fogalma?
9. Mit jelent az, hogy egy függvény n -szer deriválható egy pontban?
10. Írja le a lokális szélsőértékre vonatkozó másodrendű elégséges feltételt!

11. Mondjon példát olyan kétszer deriválható függvényre, amelynek egy adott pontban az első és a második deriváltja nulla, de a függvénynek van lokális szélsőértéke a pontban!
12. Mondjon példát olyan kétszer deriválható függvényre, amelynek egy adott pontban az első és a második deriváltja nulla, de a függvénynek nincs lokális szélsőértéke a pontban!

3. röpdolgozat (4. gyakorlaton)

1. Mi a konvex függvény definíciója?
2. Mi a konvexitás geometriai jelentése?
3. Jellemezze egy függvény konvexitását az első deriváltfüggvény segítségével!
4. Jellemezze egy függvény konvexitását a második deriváltfüggvény segítségével!
5. Mi az inflexiós pont definíciója?
6. Mit mond az inflexiós pontra vonatkozó másodrendű szükséges feltétel?
7. Mondjon példát olyan kétszer deriválható függvényre, amelynek egy adott pontban a második deriváltja nulla, de a függvénynek ott nincs inflexiós pontja!
8. Hogyan viselkedik a függvény grafikonjához húzott érintő a függvény inflexiós pontjain?
9. Mi az aszimptota definíciója?
10. Milyen állítást ismer a $(+\infty)$ -beli aszimptota meghatározására?
11. Írja le a $\frac{0}{0}$ esetre vonatkozó L'Hospital-szabályt!
12. Írja le a $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ esetre vonatkozó L'Hospital-szabályt!

4. röpdolgozat (5. gyakorlaton)

1. Jellemezze az a alapú exponenciális függvény konvexitását!
2. Jellemezze az a alapú logaritmusfüggvény konvexitását!
3. Jellemezze az általános hatványfüggvény konvexitását!
4. Adja meg, hogy a \sin függvény melyik intervallumokon konvex!
5. Adja meg, hogy a \cos függvény melyik intervallumokon konkáv!
6. Értelmezze a tg függvényt, és adja meg, hogy melyik intervallumokon konvex!
7. Adja meg, hogy az \arcsin függvény deriváltját!
8. Értelmezze a arctg függvényt, és adja meg a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg}(x)$ határértéket!
9. Értelmezze a sh függvényt!
10. Jellemezze a sh és a ch függvények konvexitását!
11. Értelmezze a th függvényt, és adja meg a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{th}(x)$ határértéket!
12. Értelmezze a arsh függvényt, és adja meg a függvény deriváltját!

5. röpdolgozat (6. gyakorlaton)

1. Milyen ekvivalens átfogalmazást ismer a pontbeli deriválhatóságra a lineáris közelítéssel?
2. Mi a Taylor-polinom definíciója?
3. Mi a kapcsolat a függvénynek és Taylor-polinomjának deriváltjai között a Taylor-polinom középpontjában?
4. Fogalmazza meg a „Taylor-formula a Lagrange-féle maradéktaggal” néven tanult tételt!
5. Hogyan definiálja egy függvény Taylor-sorát?
6. Mi a kapcsolat hatványsor összegfüggvényének a deriváltjai és a hatványsor együtthatói között?
7. Milyen elégséges feltételeket ismer függvények Taylor-sorral történő előállítására?
8. Milyen állítást ismer az $\frac{1}{1-x}$ függvény hatványsoros előállítására?
9. Milyen állítást ismer az $\ln(1+x)$ függvény hatványsoros előállítására?
10. Milyen állítást ismer az \arctg függvény hatványsoros előállítására?

6. röpdolgozat (7. gyakorlaton)

1. Definiálja a primitív függvényt!
2. Milyen elégséges feltételt ismer primitív függvény létezésére?
3. Milyen szükséges feltételt ismer primitív függvény létezésére?
4. Adjon meg olyan függvényt, amelynek nincs primitív függvénye egy nyílt intervallumon!
5. Adjon meg olyan folytonos függvényt, amelynek primitív függvénye nem elemi függvény!
6. Hogyan határozható meg egy nyílt intervallumon értelmezett függvény összes primitív függvényét az egyik primitív függvény ismeretében?
7. Mit jelent egy függvény határozatlan integrálja?
8. Mit ért a határozatlan integrál linearitásán?
9. Hogyan szól a primitív függvényekkel kapcsolatos első helyettesítési szabály?
10. Mit mond ki a primitív függvényekkel kapcsolatos parciális integrálás szabálya?

7. röpdolgozat (8. gyakorlaton)

1. Fogalmazza meg a primitív függvényekkel kapcsolatos második helyettesítési szabályt!
2. Mi az alsó közelítő összeg definíciója?
3. Mi a Darboux-féle felső integrál definíciója?
4. Mikor nevez egy függvényt (Riemann)-integrálhatónak, és hogyan értelmezi egy függvény határozott (vagy Riemann-)integrálját?
5. Adjon meg egy példát nem Riemann-integrálható függvényre!
6. Mi a kapcsolat a Riemann-integrálhatóság és a folytonosság között?

7. Mit jelent a Riemann-integrál linearitása?
8. Hogyan szól a Riemann-integrálható függvények szorzatával kapcsolatban tanult tétel?
9. Hogyan szól a Riemann-integrálható függvények hányadosával kapcsolatban tanult tétel?
10. Mit lehet mondani Riemann-integrálható függvény abszolút értékéről integrálhatóság szempontjából?

8. röpdolgozat (9. gyakorlaton)

1. Definiálja az x_0 pontban eltűnő integrálfüggvényt!
2. Fogalmazza meg az integrálfüggvény folytonosságáról szóló tételt!
3. Fogalmazza meg az integrálfüggvény deriválhatóságáról szóló tételt!
4. Igaz-e az, hogy minden nyílt intervallumon értelmezett folytonos függvénynek van primitív függvénye? A válaszát indokolja!
5. Definiálja az $[a, b]$ intervallumon a primitív függvényt!
6. Hogyan szól a Newton–Leibniz-formula?
7. Mikor mondjuk, hogy egy $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény rektifikálható?
8. Írja le a függvény grafikonjának ívhosszáról tanult képletet! Milyen feltételek mellett alkalmazható a képlet?
9. Írja le a függvény grafikonjának az x tengely körüli megforgatásával adódó forgástest térfogatáról szóló képletet!
10. Legyen $-\infty \leq a < b < \infty$ és $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Milyen feltételek mellett mondtuk, hogy az f függvény impropriusan integrálható $[a, b]$ -n, és ekkor mennyi az improprius integrál értéke?
11. Legyen $-\infty < a < b \leq \infty$ és $f : [a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Milyen feltételek mellett mondtuk, hogy az f függvény impropriusan integrálható $[a, b]$ -n, és ekkor mennyi az improprius integrál értéke?
12. Legyen $-\infty < a < b < \infty$ és $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Milyen feltételek mellett mondtuk, hogy az f függvény impropriusan integrálható $[a, b]$ -n, és ekkor mennyi az improprius integrál értéke?

9. röpdolgozat (10. gyakorlaton)

1. Adja meg a normált tér fogalmát!
2. Mikor mondjuk, hogy egy sorozat konvergens az \mathbb{R}^n euklideszi téren?
3. Milyen kapcsolat van egy sorozat konvergenciája és a koordináta-sorozatainak konvergenciája között?
4. Mikor mondjuk, hogy egy $f \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ függvény folytonos egy adott pontban?
5. Mit mond a folytonosságra vonatkozó átviteli elv $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ típusú függvények esetén?
6. Milyen kapcsolat van egy függvény folytonossága és a koordinátafüggvényei folytonossága között?

7. Fogalmazza a Weierstrass tételét többváltozós függvények esetében!
8. Mikor mondjuk, hogy egy $f \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ függvénynek van pontbeli határértéke?
9. Mit mond a határértékre vonatkozó átviteli elv $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ típusú függvények esetén?
10. Adja meg a parciális deriváltak fogalmát!
11. Adja meg az iránymenti deriváltak fogalmát!
12. Hogyan számítható ki egy iránymenti derivált a parciális deriváltak ismeretében? Adja meg az ehhez elegendő feltételeket!

10. röpdolgozat (11. gyakorlaton)

1. Adja meg a totális derivált fogalmát!
2. Milyen kapcsolat van a totális és az iránymenti derivált között?
3. Milyen kapcsolat van a totális deriválhatóság és a koordinátafüggvények totális deriválhatósága között?
4. Mit állít a deriváltmátrix előállításáról szóló tétel?
5. Milyen feltételek mellett következik a parciális deriválhatóságról a totális deriválhatóság?
6. Adja meg az érintősík fogalmát!
7. Mit mond az összetett függvény deriválási szabálya többváltozós függvények esetén?
8. Mikor mondjuk, hogy egy $f \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ függvény kétszer deriválható egy pontban?
9. Fogalmazza meg a Young-tételt!
10. Mit ért azon, hogy az $f \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek valamely helyen lokális maximuma van?
11. Hogyan szól a lokális szélsőértékre vonatkozó elsőrendű szükséges feltétel többváltozós függvények esetén?
12. Hogyan szól a lokális szélsőértékre vonatkozó másodrendű elégséges feltétel többváltozós függvények esetén?

Röpdolgozat pótlása igazoltan hiányzóknak (12. gyakorlaton)

1. Mit jelent az, hogy egy $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ típusú függvény lokálisan invertálható?
2. Fogalmazza meg az inverzfüggvény-tételt!
3. Mikor mondjuk, hogy a φ függvény az $f(x, y) = 0$ egyenletnek egy implicit megoldása?
4. Fogalmazza meg az egyváltozós implicitfüggvény-tételt!
5. Adja meg a feltételes abszolút maximum fogalmát!
6. Adja meg a feltételes lokális maximum fogalmát!
7. Igaz-e, hogy egy feltételes abszolút maximum egyben feltételes lokális maximum? A válaszát indokolja meg!

8. Hogyan szól a feltételes lokális szélsőértékre vonatkozó szükséges feltétel többváltozós függvények esetén?
9. Hogyan szól a feltételes lokális szélsőértékre vonatkozó elégséges feltétel többváltozós függvények esetén?
10. Milyen esetekben és hogyan tudjuk a Weierstrass-tételt alkalmazni a feltételes abszolút szélsőértékek keresésében?