# Diszkrét matematika I. feladatok
## Logika
*Első alkalom (2024.02.12-16.)*

1. Pozitív egészeket tekintve, jelölje $P(x)$, $E(x)$, $O(x)$, illetve $D(x,y)$ rendre azt, hogy x prím, páros, páratlan, illetve hogy $x$ osztója $y$-nak. Fordítsuk le magyar nyelvre az alábbi formulákat. Állapítsuk meg, hogy igaz-e az állítás. Tagadjuk a formulákat formálisan. Tagadjuk a formulákat köznyelvileg. Állapítsuk meg, hogy igaz-e az állítás tagadása.

   a) $P(7)$; **Megoldás:** "A 7 egy prímszám." IGAZ. (Tagadása: $\neg P(7)$, "Nem igaz, hogy a 7 prímszám." Vagyis: "A 7 nem prímszám." HAMIS.)
   b) $(E(2) \wedge P(2))$; **Megoldás:** "A 2 páros szám és prímszám is." Vagyis: "A 2 egy páros prímszám." IGAZ. (Tagadása: $\neg(E(2) \wedge P(2)) \Leftrightarrow \neg E(2) \vee \neg P(2)$, "Nem igaz, hogy a 2 egy páros pramszám." Vagyis: "A 2 nem páros szám, vagy nem prímszám." HAMIS.)
   c) $(\forall x(D(2,x) \Rightarrow E(x)))$; **Megoldás:** "Minden $x$ pozitív egész számra teljesül: Ha 2 osztja $x$-et, akkor $x$ páros." IGAZ. (Tagadása: $\neg(\forall x(D(2,x) \Rightarrow E(x))) \Leftrightarrow \neg(\forall x(\neg D(2,x) \vee E(x))) \Leftrightarrow \exists x(D(2,x) \wedge \neg E(x))$ "Van olyan $x$ pozitív egész szám, aminek 2 az orsztója és $x$ mégsem páros." HAMIS.)
   d) $(\exists x(E(x) \wedge D(x,6)))$; **Megoldás:** "Van olyan $x$ pozitív egész, ami páros és osztója 6-nak." Vagyis: "A 6-nak van páros orsztója (a pozitív egészek körében)." IGAZ: $x = 2$ teljesíti. (Tagadása: $\neg(\exists x(E(x) \wedge D(x,6))) \Leftrightarrow (\forall x(\neg E(x) \vee D(x,6)))$ "A 6-nak nincs páros osztója a pozitív egészek körében." Vagyis: "Minden pozitív egész $x$ páratlan vagy nem osztója 6-nak." HAMIS)
   e) $(\forall x(\neg E(x) \Rightarrow \neg D(2,x)))$; **Megoldás:** "Minden pzitív egész $x$-re igaz, hogy abból, hogy $x$ nem páros (páratlan), abból következik, hogy 2 nem osztója $x$-nek." Vagyis: "A páratlan számok nem oszthatók kettővel." IGAZ (Tagadása: $\neg(\forall x(\neg E(x) \Rightarrow \neg D(2,x))) \Leftrightarrow \neg(\forall x(E(x) \vee \neg D(2,x))) \Leftrightarrow (\exists x(\neg E(x) \wedge D(2,x)))$ "Van olyan pozitív egész $x$, ami nem páros (páratlan) és 2 osztója $x$-nek." Vagyis: "Van olyan páratlan pozitív egész, aminek a 2 osztója." HAMIS)
   f) $(\forall x(E(x) \Rightarrow (\forall y(D(x,y) \Rightarrow E(y)))))$; **Megoldás:** "Minden $x$ pozitív egész számra, ha $x$ páros, akkor minden $y$ pozitív egészre teljesül, abból, hogy $x$ osztja $y$-t, abból következik, hogy $y$ is páros." Röviden: "Minden páros szám minden többszöröse maga is páros." IGAZ (Tagadása: $\neg(\forall x(E(x) \Rightarrow (\forall y(D(x,y) \Rightarrow E(y))))) \Leftrightarrow \neg(\forall x(\neg E(x) \vee (\forall y(\neg D(x,y) \vee E(y))))) \Leftrightarrow (\exists x \neg(\neg E(x) \vee (\forall y(\neg D(x,y) \vee E(y))))) \Leftrightarrow (\exists x(E(x) \wedge \neg(\forall y(\neg D(x,y) \vee E(y))))) \Leftrightarrow (\exists x(E(x) \wedge (\exists y(D(x,y) \wedge \neg E(y))))) \Leftrightarrow (\exists x \exists y(E(x) \wedge D(x,y) \wedge O(y)))$, vagyis: "Van olyan $x$ páros és olyan $y$ páratlan pozitív egész, hogy a páros $x$ osztója a páratlan $y$-nak." HAMIS)
   g) $(\forall x(P(x) \Rightarrow (\exists y(E(y) \wedge D(x,y)))))$; **Megoldás:** "Minden pozitív egész $x$-re, ha $x$ prím, akkor létezik olyan pozitív egész $y$, ami páros és $x$ osztja $y$-t." Röviden: "Minden pozitív prímszámnak létezik páros többszöröse." IGAZ, pl. $y = 2x$ (Tagadása: $\neg(\forall x(\neg P(x) \vee (\exists y(E(y) \wedge D(x,y))))) \Leftrightarrow (\exists x(P(x) \wedge \neg(\exists y(E(y) \wedge D(x,y))))) \Leftrightarrow (\exists x(P(x) \wedge (\forall y \neg(E(y) \wedge D(x,y))))) \Leftrightarrow (\exists x(P(x) \wedge (\forall y(\neg E(y) \vee \neg D(x,y))))) \Leftrightarrow (\exists x(P(x) \wedge (\forall y(E(y) \Rightarrow \neg D(x,y)))))$, azaz "Létezik olyan pozitív egész $x$, hogy $x$ prímszám, és minden páros $y$-ra $y$ nem többszöröse $x$-nek." vagyis: "Van olyan $x$ prím, aminek semelyik páros $y$ sem többszöröse." HAMIS)
   h) $(\forall x(O(x) \Rightarrow (\forall y(P(y) \Rightarrow \neg D(x,y)))))$; **Megoldás:** "Minden pozitív egész $x$ számra abból, hogy $x$ páratlan, következik, hogy minden $y$ pozitív egészre abból, hogy $y$ prímszám, következik, hogy $x$ nem osztja $y$-t." Vagyis: "Minden páratlan $x$ számra igaz, hogy minden $y$ prímszámra $x$ nem osztója $y$-nak." — egy kicsit természetesebb megfogalmazáshoz az eredeti logikai formulát célszerűbb formálisan átfogalmazni: $(\forall x(O(x) \Rightarrow (\forall y(P(y) \Rightarrow \neg D(x,y))))) \Leftrightarrow (\forall x(\neg O(x) \vee (\forall y(\neg P(y) \vee \neg D(x,y))))) \Leftrightarrow (\forall x \forall y((\neg O(x) \vee \neg P(y)) \vee \neg D(x,y))) \Leftrightarrow (\forall x \forall y(\neg(O(x) \wedge P(y)) \vee \neg D(x,y))) \Leftrightarrow (\forall x \forall y((O(x) \wedge P(y)) \Rightarrow \neg D(x,y)))$, azaz: "Minden $x$ és minden $y$ pozitív egész számra abból, hogy $x$ páratlan és $y$ prímszám, abból következik, hogy $x$ nem osztja $y$-t." Erre ellenpélda $x = 1$ és $y = 3$, vagy akár $x = y = 5$ is, ezért HAMIS. (Tagadása: $\neg(\forall x(O(x) \Rightarrow (\forall y(P(y) \Rightarrow \neg D(x,y))))) \Leftrightarrow \neg(\forall x \forall y(\neg(O(x) \wedge P(y)) \vee \neg D(x,y))) \Leftrightarrow$

$(\exists x\exists y\neg(\neg(O(x)\wedge P(y))\vee\neg D(x,y)))\Leftrightarrow(\exists x\exists y((O(x)\wedge P(y))\wedge D(x,y)))$, azaz: "Van olyan $x$ és $y$ pozitív egészek, hogy $x$ páratlan, $y$ prím, és $x$ osztója $y$-nak." IGAZ)

i) $((\exists x(E(x)\wedge P(x)))\wedge(\neg(\exists x(E(x)\wedge P(x)\wedge(\exists y(\neg x=y\wedge E(y)\wedge P(y)))))))$. **Megoldás:** Először kicsit írjuk át: $\Leftrightarrow((\exists x(E(x)\wedge P(x)))\wedge(\neg(\exists x\exists y((E(x)\wedge P(x))\wedge(\neg x=y)\wedge(E(y)\wedge P(y))))))\Leftrightarrow$ $((\exists x(E(x)\wedge P(x)))\wedge(\neg(\exists x\exists y(\neg x=y)\wedge((E(x)\wedge P(x))\wedge(E(y)\wedge P(y))))))$ "Létezik olyan $x$ pozitív egész szám, ami páros és prím is, de nem igaz az, hogy létezik *két különböző* $x$ és $y$ pozitív egész szám, hogy mindkettő páros prímszám lenne." IGAZ a pozitív egészek körében kizárólag csak az $x=2$ az egyedüli páros prímszám, nincs másik. (Ha nem a pozitívegészek lenne az alaphalmaz, akkor $x=2$ és $y=-2$ két különböző páros prímszám lenne.) Ennek a rövidítése az "egyértelműen létezik" kvantor: $\exists!x(E(x)\wedge P(x))$, azaz: "Pontosan egy olyan pozitív egész $x$ szám létezik, ami páros is és prím is." (Tagadása: $\neg((\exists x(E(x)\wedge P(x)))\wedge(\neg(\exists x\exists y(\neg x=y)\wedge((E(x)\wedge P(x))\wedge(E(y)\wedge P(y))))))\Leftrightarrow(\neg(\exists x(E(x)\wedge P(x)))\vee(\exists x\exists y(\neg x=y)\wedge((E(x)\wedge P(x))\wedge(E(y)\wedge P(y)))))$, itt érdemes megállni: "vagy nem létezik páratlan prím a pozitív egészek körében, vagy két különböző páratlan prím is létezik a pozitív egészek körében." HAMIS)

2. Az embereket tekintve, jelölje $J(x)$, $B(x)$, $U(x)$, $I(x)$, $E(x)$, $P(x)$, $K(x)$, $N(x)$, $H(x,y)$, illetve $T(x,y)$ rendre azt, hogy $x$ jogász, bíró, ügyeskedő, idős, életerős, politikus, képviselő, nő, illetve hogy $x$ házastársa $y$-nak, valamint hogy $x$ tiszteli $y$-t. Formalizáljuk az alábbi állításokat:
(A "néhány" szót mindn esetben a "legalább egy" értelemben használjuk. Ha "legalább kettő" lenne a jelentése, akkor a $\exists x$ helyett $\exists x\exists y(\neg x=y)$ szerepelne. Hasonlóan a "bizonyos valakik"/"vannak olyanok" többes számai se feltétlenül jelentsenek többes számot.)

a) minden bíró jogász; **Megoldás:** $\forall x(B(x)\Rightarrow J(x))$

b) vannak ügyeskedő jogászok; **Megoldás:** $\exists x(J(x)\wedge U(x))$

c) nincs ügyeskedő bíró;
**Megoldás:** $\neg(\exists x(B(x)\wedge U(x)))\Leftrightarrow(\forall x(\neg B(x)\vee\neg U(x)))\Leftrightarrow(\forall x(B(x)\Rightarrow\neg U(x)))$

d) bizonyos bírók idősek, de életerősek; **Megoldás:** $\exists x(B(x)\wedge E(x))$

e) $d$ bíró sem nem idős, sem nem életerős; **Megoldás:** $B(d)\wedge\neg I(d)\wedge\neg E(d)$

f) a bírók kivételével minden jogász ügyeskedő; **Megoldás:** Ha úgy értjük, hogy a bírók esetleg lehetnek ügyeskedők is: $\forall x(J(x)\Rightarrow(\neg B(x)\Rightarrow U(x)))\Leftrightarrow\forall x((J(x)\wedge\neg B(x))\Rightarrow U(x))$
**Másik értelmű megoldás:** Érthetjük úgy is a magyar szöveget, hogy implicite azt is állítja: a bírók pedig semmiképpen sem ügyeskedők, csak az összes többi jogász. Ekkor a kizáró vagy kapcsolat lesz a megoldás: "Minden jogász vagy bíró, vagy ügyeskedő, de nem egyszerre a kettő." Azaz: $\forall x(J(x)\Rightarrow(B(x)\oplus U(x)))$

g) néhány jogász, aki politikus, képviselő is; **Megoldás:** $\exists x(J(x)\wedge P(x)\wedge K(x))$

h) egyetlen képviselő felesége sem idős;
**Megoldás:** $\forall x\forall y(K(x)\wedge H(x,y)\Rightarrow\neg I(y))\Leftrightarrow\neg(\exists x\exists y(K(x)\wedge H(x,y)\wedge I(y)))$

i) minden idős képviselő jogász; **Megoldás:** $\forall x((I(x)\wedge K(x))\Rightarrow J(x))$

j) van olyan nő, aki jogász és képviselő; **Megoldás:** $\exists x(N(x)\wedge J(x)\wedge K(x))$

k) minden olyan nő, aki jogász, tisztel néhány bírót; **Megoldás:**
$\forall x((N(x)\wedge J(x))\Rightarrow\exists y(B(y)\wedge T(x,y)))\Leftrightarrow\forall x\exists y((N(x)\wedge J(x))\Rightarrow(B(y)\wedge T(x,y)))$

Ha viszont az lenne, hogy "néhány bírót minden olyan nő, aki jogász, tisztel" az más lenne:
$\exists y(B(y)\wedge\forall x((N(x)\wedge J(x))\Rightarrow T(x,y))\Leftrightarrow\exists y\forall x(B(y)\wedge((N(x)\wedge J(x))\Rightarrow T(x,y)))$

l) bizonyos jogászok csak bírókat tisztelnek; **Megoldás:** $\exists x(J(x)\wedge(\forall y(T(x,y)\Rightarrow B(y))))$

m) van olyan bíró, aki tisztel néhány nőt; **Megoldás:** $\exists x(B(x)\wedge\exists y(N(y)\wedge T(x,y)))$

n) bizonyos ügyeskedők egyetlen jogászt sem tisztelnek;
**Megoldás:** $\exists x(U(x) \wedge (\forall y(J(y) \Rightarrow \neg T(x,y))))$

o) $d$ bíró egyetlen ügyeskedőt sem tisztel; **Megoldás:** $B(d) \wedge (\forall x(U(x) \Rightarrow \neg T(d,x)))$

p) vannak jogászok és ügyeskedők is, akik tisztelik $d$ bírót;
**Megoldás:** $\exists x \exists y(J(x) \wedge U(y) \wedge T(x,d) \wedge T(y,d))$.
Itt most semmi sem zárja ki, hogy a $d$ bírót tisztelő jogász és ügyeskedő ugyanaz a személy legyen. Ha ezt is beleértjük abba megfogalmazásba, hogy "és ügyeskedők is" — akkor: $\exists x \exists y(\neg x = y \wedge J(x) \wedge U(y) \wedge T(x,d) \wedge T(y,d))$.

q) csak bírók tisztelnek bírókat; **Megoldás:** $\forall x \forall y((T(x,y) \wedge B(y)) \Rightarrow B(x))$

r) minden bíró csak bírókat tisztel; **Megoldás:** $\forall x \forall y((B(x) \wedge T(x,y)) \Rightarrow B(y))$

s) minden nős képviselő életerős; **Megoldás:** $\forall x((K(x) \wedge (\exists y(N(y) \wedge H(x,y)))) \Rightarrow E(x))$

t) azok a jogászok, akiknek életerős feleségük van, mind képviselők.
**Megoldás:** $\forall x((J(x) \wedge (\exists y(H(x,y) \wedge N(y) \wedge E(y)))) \Rightarrow K(x))$

3. Az embereket tekintve, jelölje $N(x)$ illetve $G(x,y)$ azt, hogy $x$ nő illetve $x$ gyereke $y$-nak. Definiáljuk formulával az alábbi kapcsolatokat: $x$ az $y$-nak fia, lánya, szülője, apja, anyja, unokája, nagyszülője, nagyapja, nagyanyja, apai nagyapja, anyai nagyapja, apai nagyanyja, anyai nagyanyja, testvére, fivére, nővére, féltestvére, unokatestvére, nagybátyja, nagynénje, unokaöccse, unokahúga.
**Megoldás:**
$x$ az $y$-nak fia: $\neg N(x) \wedge G(x,y)$
$x$ az $y$-nak lánya: $N(x) \wedge G(x,y)$
$x$ az $y$-nak szülője: $G(y,x)$
$x$ az $y$-nak apja: $G(y,x) \wedge \neg N(x)$
$x$ az $y$-nak anyja: $G(y,x) \wedge N(x)$
$x$ az $y$-nak unokája: $\exists z(G(x,z) \wedge G(z,y))$
$x$ az $y$-nak nagyszülője: $\exists z(G(y,z) \wedge G(z,x))$
$x$ az $y$-nak nagyapja: $\exists z(G(y,z) \wedge G(z,x) \wedge \neg N(x))$
$x$ az $y$-nak nagyanyja: $\exists z(G(y,z) \wedge G(z,x) \wedge N(x))$
$x$ az $y$-nak apai nagyapja: $\exists z(\neg N(z) \wedge G(y,z) \wedge G(z,x) \wedge \neg N(x))$
$x$ az $y$-nak anyai nagyapja: $\exists z(N(z) \wedge G(y,z) \wedge G(z,x) \wedge \neg N(x))$
$x$ az $y$-nak apai nagyanyja: $\exists z(\neg N(z) \wedge G(y,z) \wedge G(z,x) \wedge N(x))$
$x$ az $y$-nak anyai nagyanyja: $\exists z(N(z) \wedge G(y,z) \wedge G(z,x) \wedge N(x))$
$x$ az $y$-nak testvére: $(\neg x = y) \wedge (\exists z \exists w((\neg z = w) \wedge G(x,w) \wedge G(x,z) \wedge G(y,w) \wedge G(y,z)))$
(nem csak féltestvére, és nem is saját maga)
$x$ az $y$-nak fivére: $(\neg x = y) \wedge (\exists z \exists w((\neg z = w) \wedge G(x,w) \wedge G(x,z) \wedge G(y,w) \wedge G(y,z))) \wedge \neg N(x)$
$x$ az $y$-nak nővére: $(\neg x = y) \wedge (\exists z \exists w((\neg z = w) \wedge G(x,w) \wedge G(x,z) \wedge G(y,w) \wedge G(y,z))) \wedge N(x)$
$x$ az $y$-nak féltestvére: $(\neg x = y) \wedge (\exists z(G(x,z) \wedge G(y,z)))$
$x$ az $y$-nak unokatestvére: $\exists u \exists v \exists z((\neg u = v) \wedge G(u,z) \wedge G(v,z) \wedge G(x,u) \wedge G(y,v))$
(Itt feltételezzük, hogy $z$ két gyerekének nincs közös gyereke, ami lehetséges, de törvénytelen. Ha ezt külön ki kellene zárni, akkor még bele kellene írni, hogy $x$ nem gyereke $v$-nek, és $y$ nem gyereke $u$-nak.)
$x$ az $y$-nak nagybátyja (azaz van egy $z$ testvére $x$-nek, akinek $y$ a gyereke, és $x$ nem nő):
$\neg N(x) \wedge (\exists z((\neg x = z) \wedge (\exists u \exists v((\neg u = v) \wedge G(x,u) \wedge G(x,v) \wedge G(z,u) \wedge G(z,v))) \wedge G(y,z)))$
$x$ az $y$-nak nagynénje:
$N(x) \wedge (\exists z((\neg x = z) \wedge (\exists u \exists v((\neg u = v) \wedge G(x,u) \wedge G(x,v) \wedge G(z,u) \wedge G(z,v))) \wedge G(y,z)))$
$x$ az $y$-nak unokaöccse (azaz van egy $z$ testvére $y$-nak, akinek $x$ a gyereke, és $x$ nem nő):
$\neg N(x) \wedge (\exists z((\neg y = z) \wedge (\exists u \exists v((\neg u = v) \wedge G(y,u) \wedge G(y,v) \wedge G(z,u) \wedge G(z,v))) \wedge G(x,z)))$
$x$ az $y$-nak unokahúga:
$N(x) \wedge (\exists z((\neg y = z) \wedge (\exists u \exists v((\neg u = v) \wedge G(y,u) \wedge G(y,v) \wedge G(z,u) \wedge G(z,v))) \wedge G(x,z)))$

4. Formalizáljuk az alábbi állításokat:

   a) Márta nem szőke; **Megoldás:** ¬Szőke(Márta)

   b) nem igaz, hogy Mátyás nem elég virtuóz; **Megoldás:** ¬(¬Elég virtuóz(Mátyás))

   c) esik az eső, de meleg van, bár a nap is elbújt, és az idő is későre jár; **Megoldás:** (esik az eső) ∧ (meleg van) ∧ (a nap elbújt) ∧ (az idő későre jár)

   d) Éva vagy Pisti ott volt; **Megoldás:** (Éva ott volt) ∨ (Pisti ott volt)

   e) ha a hegy nem megy Mohamedhez, Mohamed megy a hegyhez; **Megoldás:** ¬(A hegy Mohamedhez megy.) ⇒ (Mohamed a hegyhez megy.)

   f) elmegyünk kirándulni, ha nem esik az eső, és a szél sem fúj; **Megoldás:** (¬(esik az eső) ∧ ¬(fúj a szél)) ⇒ elmegyünk kirándulni

      (Azért jegyezzük meg, hogy a hétköznapi szóhasználatban pont nem ezt szoktuk így kifejezni: Ez formálisan akkor is igaz értéket vesz fel, ha esetleg akkor is elmennénk kirándulni, amikor esik az eső, vagy fúj a szél, csak az számít, hogy mindenképpen elmenjünk akkor, ha nem esik és nem fúj. De ilyet *pongyola módon* akkor szoktunk mondani, ha úgy értjük: *Csak akkor* megyünk kirándulni, ha nem esik az eső, és a szél sem fúj. De az formálisan pont ellenkező irányú implikáció lenne: (elmegyünk kirándulni ⇒ ¬(esik az eső) ∧ ¬(fúj a szél)). Vagy érthetjük úgy is, hogy *Akkor és csak akkor* megyünk kirándulni, ha nem esik az eső, és a szél sem fúj. Ez pedig ekvivalencia lenne: (¬(esik az eső) ∧ ¬(fúj a szél)) ⇔ elmegyünk kirándulni)

5. Egy táncmulatságon fiúk és lányok táncolnak. Jelölje $T(L, F)$, hogy az $L$ lány táncolt az $F$ fiúval. Formalizáljuk pontosan az alábbi ,,gyorsírással" felírt formulákat. Döntsük el, hogy melyik következik a másikból. (Egy formulából következik egy másik formula, ha valahányszor az egyik igaz, a másik is.)

   a)
   $$\begin{array}{lll} \exists L \forall F\ T(L,F), & \forall F \exists L\ T(L,F), & \exists F \forall L\ T(L,F), \\ \forall L \exists F\ T(L,F), & \forall L \forall F\ T(L,F), & \exists L \exists F\ T(L,F); \end{array}$$

   b) $\neg \exists L \exists F\ T(L,F)$, $\forall F \exists L\ \neg T(L,F)$, $\forall L \exists F\ \neg T(L,F)$, $\forall L \forall F\ \neg T(L,F)$

6. Legyenek $A, B, C$ predikátumok. Igazolja a következő állítások igazak:

   a) $A \wedge A \Leftrightarrow A$ és $A \vee A \Leftrightarrow A$
   **Megoldás:** Ha az $A$ IGAZ, akkor $A \wedge A$ is IGAZ és $A \vee A$ is IGAZ. Ha pedig az $A$ HAMIS, akkor $A \wedge A$ is HAMIS és $A \vee A$ is HAMIS.

   b) $A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C)$ és $A \vee (B \vee C) \Leftrightarrow (A \vee B) \vee C)$
   **Megoldás:** Nyolc lehetőségünk van $(A, B, C)$ állítások igazságértékére: $(I, I, I)$, $(I, I, H)$, $(I, H, I)$, $(H, I, I)$, $(H, H, I)$, $(H, I, H)$, $(I, H, H)$, $(H, H, H)$. Ezt a nyolc lehetőséget kell megnézni, hogy melyik esetben milyen igazságértéket vesz fel $A \wedge (B \wedge C)$ és milyen igazságértéket $(A \wedge B) \wedge C)$, és mindkettő csak $(I, I, I)$ esetben lesz igaz, a többi esetben mindkettő hamis. Hasonlóan $A \vee (B \vee C)$ is, és $(A \vee B) \vee C)$ is csak $(H, H, H)$ esetben hamis, a többi hét esetben mindkettő igaz.

   c) $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ és $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
   **Megoldás:** Az előző részfeladathoz hasonlóan a nyolc lehetőséget kell végigvizsgálni.

   d) $A \oplus B \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$
   **Megoldás:** Itt négy lehetőséget kell csak végigvizsgálni.