Diszkrét matematika I. feladatok
Kombinatorika II

Nyolcadik alkalom (2024.04.08-04.12.)

1. Egy dobozban 10 piros, 20 fehér és 40 zöld golyó van, ezekből húzunk. Hányat kell húznunk ahhoz, hogy biztosan legyen köztük
   a) fehér; b) 3 különböző színű; c) 3 azonos színű; d) 5 azonos színű; e) 15 azonos színű;
   f) két egymás utáni zöld húzás?
2. Hány részhalmaza van az $\{1, 2, .., 20\}$ halmaznak? Hány részhalmazára teljesül, hogy
   a) az 1 benne van; b) 1 és 2 is benne van; c) 1, vagy 2 benne van?
3. Hányféleképpen lehet a MISSISSIPPI szó betűit leírni úgy, hogy a négy S betű ne kerüljön egymás mellé?
4. Hány különböző karaktersorozatot lehet az ABRAKADABRA betűiből alkotni?
5. a) Hány út vezet a 3×10-es sakktábla bal alsó sarkából a jobb felsőbe, ha csak fel vagy jobbra léphetünk?
   b) És ha fel, jobbra, vagy jobbra-fel átlósan léphetünk?
6. Adott a síkon két párhuzamos egyenes, az egyiken p darab, a másikon q darab pont. Hány olyan háromszög van, melynek csúcsai az adott pontok közül valók?
7. 40 könyvet szeretnénk 4 dobozba csomagolni 10-esével. Hányféleképpen lehet ezt megtenni, ha
   a) a dobozok számozva vannak, b) a dobozon nincsenek számozva?
8. Egy bolha ugrál a számegyenes egész pontjain jobbra-balra, másodpercenként egyet. Hányféleképpen ugrálhatott, ha az origóból indult, és pontosan egy perc elteltével a $+24$ pontban van?
9. Hány olyan szám van összesen (akárhány jegyű lehet), melyben a számjegyek balról jobbra olvasva a) szigorúan monoton növekedve; b) szigorúan monoton csökkenve követik egymást?
10. Egy 25 fős osztályban küldöttséget választanak, mely 6 főből áll, majd ezen hat emberből egy-egy igazgatót és titkárt választanak. Hányféleképpen történhet ez, ha egy ember csak egy tisztséget viselhet?
11. Hányféleképpen lehet n darab egyforintos érmét k ember között szétosztani? És ha mindenki kap biztosan legalább egy forintot?
12. Hányféleképpen lehet 100 rekeszben 30 golyót elhelyezni úgy, hogy minden rekeszben, amelyikben van golyó, pontosan 6 darab van és a) a golyók egyformák; b) a golyók különbözőek, és minden rekeszben figyelembe vesszük a golyók sorrendjét; c) a golyók különbözőek, de a rekeszben nem vesszük figyelembe a golyók sorrendjét?

Szorgalmi feladatok

13. Hányféleképpen helyezhetünk el egy 8x8-as sakktáblán 8 bástyát úgy, hogy egyik se üsse semelyik másikat? Mennyi a lehetőségek száma, ha azokat a megoldásokat, amik forgatással vagy tükrözéssel egymásba vihetők, csak egynek számítuk (tehát pl. az a1-b2-c3-d4-e8-f7-g6-h5 nem szó szerint ugyanaz, mint az a4-b3-c2-d1-e5-f6-g7-h8, de ezt csak egy megoldásnak tekintjük mert középpontos tükörképek). (**1 pont**)
14. Hányféleképpen lehet az egymilliót három természetes szám szorzatára bontani, ha azok sorrendje a) számít; b) nem számít? (**1 pont**)