



**ITESO**

Universidad Jesuita  
de Guadalajara

## **PAP - Programa de Modelación Matemática para el Desarrollo de Planes y Proyectos de Negocio**

**Prof. Sean Nicolás González Vázquez**

**Prof. Luis Felipe Gómez Estrada**

### **ENTREGA 1**

#### **Proyecto 3: “Backtesting de Estrategias de AA”**

#### **Integrantes:**

Alvarado Garnica Óscar Uriel - **734194**

Enriquez Nares Diego Emilio - **728356**

Martínez Ramírez José Alfonso - **734272**

Mugica Liparoli Juan Antonio - **728370**

Palomera Gaytan Jesús Emmanuel - **729868**

# ÍNDICE

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Introducción .....</b>                   | <b>3</b>  |
| <b>2. Flujo de Trabajo.....</b>                | <b>4</b>  |
| 2.1 Definición del Proyecto .....              | 4         |
| 2.2 Generalidades del Proyecto.....            | 5         |
| 2.3 Conceptos Básicos .....                    | 5         |
| <b>3. Modelos de Optimización .....</b>        | <b>8</b>  |
| 3.1 Lagrangeano (Descenso de Gradiente) .....  | 8         |
| 3.2 Minimize (SLSQP) .....                     | 9         |
| 3.3 Montecarlo .....                           | 10        |
| <b>4. Selección de Estrategias de QAA.....</b> | <b>12</b> |
| 4.1 Mínima Varianza .....                      | 12        |
| 4.2 Máximo Ratio de Sharpe .....               | 14        |
| 4.3 Semivarianza.....                          | 16        |
| 4.4 Omega .....                                | 18        |
| 4.5 HRP .....                                  | 20        |
| 4.6 Martingala .....                           | 24        |
| 4.7 Black-Litterman .....                      | 26        |
| 4.8 Fama-French .....                          | 28        |
| 4.9 Total Return AA .....                      | 30        |
| 4.10 Roy Safety-First Ratio .....              | 32        |
| 4.11 Ratio de Sortino .....                    | 34        |
| <b>5. Conclusiones .....</b>                   | <b>35</b> |
| <b>6. Bibliografía .....</b>                   | <b>36</b> |

# ***Backtesting de Estrategias de AA***

## **1. Introducción**

A lo largo de este documento, se abordarán varios métodos destinados a la colocación de activos, con un enfoque en la optimización de portafolios mediante la aplicación de estrategias cuantitativas de asignación de activos (Quantitative Asset Allocation - QAA). El concepto central de este proyecto reside en la ejecución de Backtesting de estrategias de Quantitative Asset Allocation (QAA), una herramienta usada para los inversores que buscan optimizar sus portafolios según criterios específicos. Este análisis abarcará diversos enfoques, desde la minimización de la varianza hasta la implementación de modelos avanzados como Black-Litterman y HRP. Cada estrategia considerada, ya sea la de Mínima Varianza, Máximo Ratio de Sharpe, Semivarianza u Omega, será examinada para evaluar su eficacia en la gestión del riesgo y el rendimiento en portafolios de inversión.

Es importante señalar que el concepto de estrategias QAA aborda la optimización de portafolios mediante enfoques cuantitativos, resolviendo el desafío de asignar activos de manera eficiente para maximizar el rendimiento y gestionar el riesgo. A diferencia del enfoque tradicional de Stock Picking, donde los gestores de inversiones eligen acciones específicas basándose en análisis fundamental y subjetivo, las estrategias QAA utilizan modelos matemáticos y estadísticos para tomar decisiones basadas en datos objetivos mejorando así la eficiencia de la asignación de activos. Por otro lado, el Stock Picking aborda la selección de acciones individuales con el objetivo de superar el rendimiento del mercado. Este enfoque busca identificar oportunidades específicas de inversión mediante la búsqueda de acciones con potencial de rendimiento superior, aprovechando dichas oportunidades específicas en el mercado que no pueden ser capturadas de manera sistemática por estrategias cuantitativas.

Adicionalmente, se llevará a cabo una investigación exhaustiva, documentación detallada, implementación y Backtesting de modelos y algoritmos de optimización. En este contexto, se explorarán estrategias de programación de portafolios con objetivos específicos, tales como la reducción del riesgo, la maximización del rendimiento para un nivel de riesgo determinado, entre otros. Es importante señalar que la implementación de estas estrategias se llevará a cabo de manera

explícita, excluyendo el uso de librerías externas, y adoptando un enfoque de Programación Orientada a Objetos (POO) para garantizar una mayor claridad y flexibilidad en el código.

Finalmente, se adoptará un enfoque pedagógico que permita la comprensión de conceptos fundamentales antes de abordar aspectos más avanzados. Este enfoque tiene como objetivo facilitar la asimilación del contenido no solo para ingenieros financieros sino también para aquellos que no poseen suficiente experiencia en finanzas, inversiones y programación.

## **2. Flujo de Trabajo**

### **2.1 Definición del Proyecto**

Este proyecto representa una exploración minuciosa y sistemática en el ámbito de la asignación cuantitativa de activos (Quantitative Asset Allocation - QAA). Su objetivo central es llevar a cabo el Backtesting de estrategias de QAA mediante el uso de datos históricos, evaluando y optimizando portafolios de inversión. A través de un análisis detallado, se busca identificar activos alineados eficientemente con los perfiles de inversión de clientes e inversionistas, considerando diversos criterios y objetivos estratégicos. La focalización específica en el Backtesting de estrategias QAA tiene como finalidad discernir las metodologías más efectivas para la optimización de portafolios, evaluando su rendimiento histórico bajo diversas condiciones de mercado. Este enfoque permitirá a los inversores tomar decisiones informadas sobre la composición de sus portafolios, logrando un equilibrio entre riesgo y retorno esperado acorde con sus perfiles y objetivos de inversión específicos.

## **2.2 Generalidades del Proyecto**

El flujo de trabajo del proyecto se estructura en diversas etapas para garantizar un abordaje integral y eficaz. Inicia con la definición clara del proyecto, donde se establecen los objetivos primarios y secundarios. La investigación y documentación se llevan a cabo de manera exhaustiva, abarcando conceptos clave, estrategias de QAA y modelos de optimización. A continuación, se procede con la elaboración del código, aplicando las estrategias de QAA y modelos de optimización definidos previamente.

La implementación del código se realiza de manera explícita, haciendo uso de programación orientada a objetos (POO) y prescindiendo de librerías externas para garantizar una comprensión clara del proceso. Posteriormente, se lleva a cabo la creación de un dashboard para el análisis de resultados, proporcionando una herramienta visual que facilite la interpretación de los datos y el monitoreo de las estrategias implementadas.

Además de los pasos mencionados, el proyecto incorpora la documentación detallada de las estrategias de QAA utilizadas, así como de los modelos y algoritmos de optimización empleados. Este enfoque garantiza una transparencia total en el proceso y proporciona una base sólida para futuras evaluaciones y mejoras.

## **2.3 Conceptos Básicos**

1. *Acciones*: Representan la propiedad de una fracción de una empresa. Los accionistas tienen derechos sobre los beneficios y decisiones de la empresa.
2. *Accionista*: Una persona o entidad que posee acciones de una empresa y, por lo tanto, es propietaria de una parte de esa empresa.
3. *Activo Financiero*: Un instrumento negociable que tiene un valor financiero. Pueden incluir acciones, bonos, derivados, entre otros.
4. *Asset Allocation*: La asignación de recursos entre diferentes clases de activos (acciones, bonos, efectivo, etc.) para equilibrar el riesgo y el rendimiento en una portafolio de inversión.
5. *Backtesting*: La prueba de una estrategia de inversión utilizando datos históricos para evaluar su desempeño hipotético en el pasado.

6. *Benchmark*: Índice compuesto por un conjunto de valores o activos financieros, que sirve para comparar y evaluar el rendimiento de una portafolio de inversión o un gestor de fondos, determinando así su eficacia al superar o no dicho estándar.
7. *Black-Litterman Model*: Modelo que combina las expectativas del inversor con el equilibrio del mercado para estimaciones de retorno más precisas.
8. *Capital*: La cantidad de recursos financieros que una entidad posee, ya sea una empresa, individuo o gobierno. Puede incluir activos tangibles e intangibles.
9. *Clustering*: Método de análisis de datos que agrupa objetos de manera que los objetos en el mismo grupo son más similares entre sí que con aquellos en otros grupos.
10. *Convergencia*: Es cuando una función matemática se acerca o llega a un resultado específico desde diferentes direcciones o partiendo de distintos puntos de inicio.
11. *Correlación*: La medida estadística de la relación entre dos variables. En finanzas, se utiliza para describir cómo dos activos financieros se mueven en relación el uno al otro.
12. *Corto Plazo*: Un horizonte temporal más breve, generalmente de un año o menos, en el ámbito de inversiones y finanzas.
13. *Covarianza*: Un indicador de la magnitud en que dos variables financieras se mueven juntas. La covarianza positiva sugiere movimientos simultáneos en la misma dirección.
14. *Dashboard*: Una interfaz gráfica que proporciona información visual y fácil de entender sobre el desempeño de un sistema, en este contexto, de una portafolio de inversión.
15. *Desviación Estándar*: Una medida de la dispersión de los rendimientos de un activo en relación con su promedio. Indica la volatilidad del activo.
16. *ETF*: Es un fondo cotizado en bolsa que replica el rendimiento de un índice financiero, sector o conjunto de activos.
17. *Hessiano*: Matriz cuadrada (es decir, tiene el mismo número de filas que de columnas) que se usa para describir la curvatura de una función de varias variables.
18. *Hierarchical Risk Parity (HRP)*: Estrategia de asignación de activos que utiliza técnicas de clustering.
19. *Índice Financiero*: Un indicador utilizado para evaluar y medir el rendimiento de un grupo de activos financieros, como el S&P 500.
20. *Inversionista*: Una persona o entidad que invierte dinero con la expectativa de obtener beneficios financieros.

- 21. Lagrangeano (*Descenso de Gradiente*):** Método de optimización matemática.
- 22. Largo Plazo:** Un horizonte temporal extendido, típicamente de varios años, en el contexto de inversiones y planificación financiera.
- 23. Liquidez:** La facilidad con la que un activo puede comprarse o venderse en el mercado sin afectar significativamente su precio.
- 24. Mercado de Capital:** El mercado donde se compran y venden instrumentos financieros, como acciones, bonos y otros valores.
- 25. Minimización de la Varianza:** Estrategia para construir una portafolio que busca reducir la volatilidad total.
- 26. Modelos/Algoritmos de Optimización:** En el contexto financiero, son herramientas matemáticas utilizadas para encontrar la mejor combinación de activos en una portafolio.
- 27. Montecarlo:** Método de simulación que utiliza secuencias aleatorias.
- 28. Perfil de Aversión al Riesgo:** La actitud de un inversor hacia el riesgo. Puede ser averso al riesgo (prefiere evitarlo), neutral o propenso al riesgo (dispuesto a asumir riesgos).
- 29. Plazo:** El período de tiempo durante el cual se mantiene una inversión o se contrae una deuda. Puede ser corto plazo (generalmente menos de un año) o largo plazo.
- 30. Portafolio de Inversión:** Un conjunto de activos financieros, como acciones y bonos, que son propiedad de un individuo o entidad con el objetivo de inversión.
- 31. Portafolio de Inversión:** Una combinación de activos financieros, como acciones y bonos, propiedad de un inversor o entidad.
- 32. Programación Orientada a Objetos:** El proceso de codificar instrucciones para que una computadora ejecute tareas específicas que utiliza "objetos" para organizar y estructurar el código.
- 33. Quantitative Asset Allocation (QAA):** Estrategia de inversión basada en modelos matemáticos que pueden ser medidos numéricamente y son puros numéricamente.
- 34. Rendimiento:** La ganancia o pérdida generada por una inversión en un período de tiempo específico, generalmente expresada como un porcentaje del capital invertido.
- 35. Riesgo a la alza (*Upside Risk*):** es la posibilidad incierta de obtener ganancias.
- 36. Riesgo a la baja (*Downside Risk*):** es la posibilidad incierta de obtener pérdidas.
- 37. Riesgo:** Es la incertidumbre asociada con la variabilidad de los rendimientos financieros.

**38. Tasa Libre de Riesgo:** El rendimiento que se obtendría invirtiendo en un activo libre de riesgo, como bonos del gobierno.

**39. Varianza:** Una medida estadística que describe la dispersión de los rendimientos de un activo con respecto de su media. Es el cuadrado de la desviación estándar.

### 3. Modelos de Optimización

#### 3.1 Lagrangiano (Descenso de Gradiente)

##### **Definición:**

El método de Lagrangeano con descenso de gradiente es una técnica de optimización desarrollada a partir de la teoría de multiplicadores de Lagrange. Este enfoque se basa en minimizar o maximizar una función sujeta a restricciones. En el contexto financiero, se aplica para optimizar portafolios de inversión considerando restricciones específicas.

##### **Fórmula:**

El método de Lagrangeano con descenso de gradiente busca los mínimos o máximos de una función objetivo  $f(x)$  sujeta a restricciones  $g_i(x) = 0$  y  $h_j(x) \leq 0$  mediante la resolución de la función “Lagrangeana”:

$$\mathcal{L}(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_i \lambda_i g_i(x) + \sum_j \mu_j h_j(x) +$$

Donde:

- $\lambda_i$  y  $\mu_j$ : Multiplicadores de Lagrange asociados con restricciones.

##### **Ventajas:**

- I. Manejo de Restricciones:** Es eficiente al manejar restricciones lineales y no lineales.
- II. Flexibilidad:** Puede adaptarse a diferentes objetivos y restricciones en portafolios de inversión.
- III. Convergencia Rápida:** En muchos casos, puede converger rápidamente hacia una solución.



**Desventajas:**

- I. *Dependencia de Condiciones Iniciales:* La convergencia puede depender de las condiciones iniciales y la elección de parámetros.
- II. *Sensibilidad a la Formulación:* La formulación de la función objetivo y las restricciones puede afectar la calidad de la solución.

**3.2 Minimize (SLSQP)****Definición:**

El algoritmo "SLSQP" (Sequential Least Squares Programming) es un método de optimización utilizado para resolver problemas no lineales con restricciones, implementado en la librería SciPy. Fue desarrollado para proporcionar una solución eficiente y robusta a problemas de optimización en diversos campos, incluyendo ingeniería, ciencia y finanzas.

El método SLSQP fue propuesto por Michael J.D. Powell, un matemático británico conocido por sus contribuciones a la optimización numérica y algoritmos de programación no lineal. Powell ha sido un destacado experto en métodos de optimización y su trabajo ha tenido un impacto significativo en el desarrollo de algoritmos eficientes para resolver problemas complejos.

El método "SLSQP" combina programación cuadrática secuencial con aproximaciones de mínimos cuadrados. Cada iteración resuelve un subproblema de mínimos cuadrados que aproxima el problema original. La convergencia se logra mediante ajustes cuadráticos sucesivos, guiando la búsqueda a lo largo de la dirección del gradiente y direcciones conjugadas.

**Fórmula:**

El método "SLSQP" combina programación cuadrática secuencial con aproximaciones de mínimos cuadrados. Cada iteración resuelve un subproblema de mínimos cuadrados que aproxima el problema original. La convergencia se logra mediante ajustes cuadráticos sucesivos, guiando la búsqueda a lo largo de la dirección del gradiente y direcciones conjugadas:

$$\min f(x)$$

Sujeto a restricciones:  $g_i(x) \geq 0, i = 1, \dots, m$  y  $h_j(x) = 0, j = 1, \dots, p$

Donde:

- $f(x)$ : Función objetivo a minimizar.
- $g_i(x)$ : Restricciones de desigualdad.
- $h_j(x)$ : Restricciones de igualdad.
- $x$ : Vector de variables de decisión.

#### **Ventajas:**

- I. Robustez:** El método es robusto y eficiente para una amplia gama de problemas no lineales con restricciones.
- II. Manejo de Restricciones:** Puede manejar tanto restricciones lineales como no lineales.
- III. Convergencia Rápida:** En general, puede converger rápidamente hacia soluciones óptimas.

#### **Desventajas:**

- I. Sensibilidad a Condiciones Iniciales:** Puede depender de las condiciones iniciales, y diferentes puntos iniciales pueden conducir a soluciones diferentes.
- II. Problemas con Hessianos Inexactos:** Puede ser sensible a inexactitudes en la información de la Hessiana.

### **3.3 Montecarlo**

#### **Definición:**

El método Montecarlo, introducido en los años 1940 como parte del proyecto Manhattan, es un enfoque basado en la simulación de eventos aleatorios para resolver problemas matemáticos y científicos. En finanzas, Montecarlo se emplea para modelar la variabilidad de activos financieros y evaluar riesgos.

**Fórmula:**

El método Montecarlo utiliza números aleatorios para realizar simulaciones estocásticas. Para estimar el valor esperado de una variable, se generan múltiples escenarios aleatorios y se calcula la media de los resultados obtenidos.

$$E(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Donde:

- $E(x)$ : Valor esperado de la variable  $x$
- $x_i$ : Observaciones generadas de la variable  $x$

**Ventajas:**

- I.** *Versatilidad:* Puede adaptarse a diversos problemas financieros y modelos complejos.
- II.** *Incorpora Incertidumbre:* Maneja la incertidumbre y la variabilidad inherente a los mercados financieros.
- III.** *Modelado de Escenarios:* Permite modelar una amplia gama de escenarios posibles.

**Desventajas:**

- I.** *Requiere Recursos Computacionales:* Puede ser intensivo en términos de recursos computacionales al realizar un gran número de simulaciones.
- II.** *Dependencia de Parámetros:* La precisión de los resultados depende de la elección adecuada de parámetros y distribuciones.

## 4. Selección de Estrategias de QAA

### 4.1 Mínima Varianza

#### **Definición:**

Un portafolio de mínima varianza es una estrategia de inversión diseñada para construir un portafolio diversificado de activos con el fin de minimizar el riesgo y la volatilidad del portafolio en general. Recordemos que la volatilidad es una medida de desviación con respecto a la media que ayuda a identificar cuánto puede llegar a variar con respecto a su valor esperado.

En este caso, volatilidad funciona como el “riesgo del mercado”. Y nos indica que entre más volatilidad tenga, mayor riesgo de mercado hay. Por ende, este enfoque busca alcanzar el nivel más bajo posible de riesgo para un conjunto dado de activos, en otras palabras, busca disminuir las altas y bajas del precio por una probabilidad mayor de que al pasar un largo plazo se retorne el rendimiento de manera positiva. Optimizando la asignación de activos en función de las correlaciones históricas de rendimiento y volatilidad. El objetivo principal de un portafolio de mínima varianza es reducir el riesgo general del portafolio de inversión. En un portafolio de mínima varianza, es acostumbrado a tener los activos de diferentes sectores o tamaños de compañías, con el objetivo de que no estén relacionadas.

Además, existen diferentes escenarios cuando se calcula la correlación, si el portafolio tiene una correlación *perfectamente positiva*, significa que no habría incentivos para diversificar y que la varianza sería igual que la rentabilidad. Si hubiera una correlación *perfectamente negativa*, habría incentivos para diversificar, debido a que, seleccionando bien los activos, se podría disminuir el riesgo de portafolio. Finalmente, si hay una correlación nula, se debe diversificar debido a que los activos tienen rendimientos completamente independientes y se debería de buscar el mayor rendimiento con el mismo, o menor riesgo, en comparación con solo invertir en un activo.

#### **Fórmula:**

$$\text{mín: } w^T \Sigma w$$

Donde:

- $w^T$ : Transpuesta del vector de pesos de los activos del portafolio.
- $w$ : Vector de pesos de los activos del portafolio.
- $\Sigma$ : Matriz de varianzas de los activos del portafolio.

### **Aplicación:**

La estrategia QAA de mínima varianza es empleada por sujetos conservadores interesados en preservar su capital y que muestran una preocupación particular por la volatilidad del mercado. Este enfoque se presenta como una solución óptima para aquellos que desean minimizar las grandes fluctuaciones en el valor de su inversión, aun cuando ello pueda implicar aceptar rendimientos potencialmente inferiores. Dicha estrategia se destaca por su capacidad para mitigar el riesgo de pérdida significativa, convirtiéndola en una elección prudente para aquellos que priorizan la seguridad sobre el alto rendimiento.

### **Ventajas:**

- I.** *Reducción del riesgo global:* Este método busca construir un portafolio que minimiza el riesgo global, al considerar las correlaciones entre activos, permite diversificar de manera efectiva, reduciendo la volatilidad del portafolio en comparación con la volatilidad de activos individuales.
- II.** *Enfoque Cuantitativo:* Se basa en cálculos y análisis cuantitativos, lo que proporciona una base sólida y objetiva para la toma de decisiones. Utiliza datos históricos para estimar riesgos y rendimientos, brindando una estructura sistemática para la construcción de portafolios.

### **Desventajas:**

- I.** *Sensibilidad a datos históricos:* El método de mínima varianza depende de la gran medida de los datos históricos de rendimientos y correlaciones entre activos. Esto puede ser problemático si las condiciones del mercado cambian significativamente, ya que los datos históricos pueden no reflejar de manera precisa el futuro.
- II.** *Misma importancia a rendimientos y pérdidas:* Al minimizar la varianza, el método trata de manera equitativa los rendimientos positivos y negativos.

- III.** *Sensibilidad a estimaciones de Covarianza y correlación:* Las estimaciones de la covarianza y correlación entre activos pueden ser difíciles de precisar, especialmente en entornos de mercado turbulentos. Errores en estas estimaciones pueden afectar la eficacia del método.

## **4.2 Máximo Ratio de Sharpe**

### **Definición:**

Ratio de Sharpe es una métrica que, mide el rendimiento de una inversión, ajustando el riesgo y comparándola con la rentabilidad de activo libre de riesgo. Esta razón se cuestiona si el rendimiento adicional de una inversión compensa lo suficiente al riesgo adicional que se asume. Históricamente, Ratio de Sharpe ha ganado mucha popularidad, hasta convertirse en una de las herramientas más comunes para la evaluación de portafolios en inversiones. Ratio de Sharpe forma parte de los básicos de todo inversor de portafolios.

Fue desarrollado por el Premio Nóbel William Sharpe de la Universidad de Stanford. Introducido en 1966 por Sharpe en un artículo publicado en el Journal of Business, “Mutual Fund Performance”, con el objetivo principal de proporcionar una métrica que ayudara a los inversionistas a evaluar la rentabilidad de un activo en relación con el riesgo asumido. Sharpe desarrolló esta métrica como parte de su trabajo en el campo de la teoría moderna de portafolios, que incluye otros modelos como CAPM (Modelo de Valoración de Activos Financieros).

### **Fórmula:**

$$\text{máx: } \frac{(R_p - R_f)}{\sigma_p}$$

Donde:

- $R_p$ : Rendimiento del portafolio.
- $R_f$ : Rendimiento del activo libre de riesgo.
- $\sigma_p$ : Volatilidad del portafolio.

La fórmula requiere del conocimiento de tres datos: rentabilidad del fondo o portafolio, rentabilidad del activo libre de riesgo y la volatilidad o desviación del fondo. Interpretar Ratio de Sharpe es bastante sencillo. Mide cuantas unidades de rentabilidad nos da una inversión por cada unidad de riesgo asumida. Lo que se busca es llegar a una rentabilidad alta, con el menor riesgo posible, por lo que una mayor razón siempre será mejor. Como norma muy básica, se podría considerar que un buen Ratio de Sharpe, está por encima de 1, indicando así una mayor rentabilidad por cada unidad de riesgo. Aun así, es importante compararlo con la media de la categoría. Un Ratio de Sharpe debajo de 1 indica que el fondo de inversión nos da menos de una unidad de rentabilidad por unidad de riesgo asumido, mientras que un Ratio de Sharpe negativo, indica que la rentabilidad del fondo de inversión, no supera a la rentabilidad del activo libre de riesgo.

### **Aplicación:**

La estrategia QAA del Ratio de Sharpe es muy popular entre diferentes tipos de inversionistas, especialmente aquellos más cuidadosos que prefieren no tomar muchos riesgos. Es ideal para ellos porque les ayuda a entender qué tan bien pueden ganar dinero con sus inversiones en comparación con lo mucho que podrían perder debido a cambios en el mercado. De esta manera, pueden manejar sus inversiones para obtener buenos resultados sin arriesgar demasiado. Esto es perfecto para quienes quieren mantener sus inversiones seguras y no buscan ganancias enormes, sino más bien mantener un balance entre ganar dinero y no arriesgar demasiado.

### **Ventajas:**

- I.** *Riesgo ajustado al Rendimiento:* Ratio de Sharpe evalúa el rendimiento de una inversión con relación al riesgo asumido, proporcionando una medida útil para la comparación de inversiones.
- II.** *Simplicidad:* Simple de calcular y entender. Ratio de Sharpe requiere datos básicos sobre el fondo de inversión y es muy accesible para cualquier inversionista.
- III.** *Comparabilidad:* Al momento de comparar diferentes fondos de inversión, Ratio de Sharpe brinda una razón muy clara y específica.

**Desventajas:**

- I. *Supuesto Limitados*: Distribución normal de los rendimientos, así como el uso de la volatilidad como única medida de riesgo son algunos de los supuestos que pueden llegar a limitar Ratio de Sharpe.
- II. *Factores No Financieros*: Ratio de Sharpe no tiene en cuenta factores no financieros, como cambios en la dirección de las empresas, eventos geopolíticos o decisiones de inversión.
- III. *Rendimiento Pasado*: Como todas las medidas basadas en el pasado, Ratio de Sharpe no puede garantizar un mismo rendimiento en el futuro.

**4.3 Semivarianza****Definición:**

La Semivarianza es una medida de riesgo que se centra específicamente en las pérdidas o rendimientos negativos. A diferencia de la varianza tradicional, que tiene en cuenta tanto las pérdidas como las ganancias, la Semivarianza solo considera las pérdidas. Este enfoque es relevante para los inversores que tienen una aversión particular al riesgo a la baja y desean minimizar las pérdidas.

Se origina alrededor de las décadas de 1950 y 1960 desarrollado como una extensión de la teoría moderna de portafolios de Harry Markowitz. La teoría moderna de portafolios, propuesta por Markowitz en la década de 1950, es un enfoque que busca optimizar la combinación de activos en una portafolio para maximizar el rendimiento esperado dado un nivel específico de riesgo o minimizar el riesgo dado un nivel de rendimiento esperado. Markowitz introdujo conceptos clave como la diversificación y la covarianza en la construcción de portafolios.

La introducción del concepto de Semivarianza en la teoría de portafolios se atribuye a Peter L. Bernstein, quien desarrolló y popularizó este enfoque en su libro "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments", publicado en 1967.

Aunque Harry Markowitz sentó las bases de la teoría moderna de portafolios en su artículo seminal de 1952 "Portfolio Selection", fue Bernstein quien incorporó la Semivarianza como una medida adicional de riesgo en la gestión de portafolios.



Se argumentó que los inversores deberían tener en cuenta no solo la variabilidad total de los rendimientos (medida por la varianza), sino también la variabilidad específica de los rendimientos negativos (medida por la Semivarianza). Su enfoque se centró en la minimización de la Semivarianza para proteger contra las pérdidas.

**Fórmula:**

$$\text{mín: } w^T S w$$

Donde:

- $w^T$ : Transpuesta del vector de pesos de los activos del portafolio.
- $w$ : Vector de pesos de los activos del portafolio.
- $S$ : Matriz de semivarianzas de los activos del portafolio.

Al minimizar la Semivarianza del portafolio, se busca construir un portafolio que minimice las pérdidas por debajo del umbral establecido.

**Aplicación:**

La estrategia QAA de Semivarianza es utilizada por gestores de portafolios para hallar la mejor combinación de inversiones en situaciones donde los clientes son especialmente sensibles a perder dinero. Cuando los inversores quieren enfocarse en reducir al máximo las posibles pérdidas y buscan crear portafolios que realmente protejan contra resultados negativos, recurrir a la Semivarianza es muy útil. Este método ayuda al gestor a preparar portafolios diseñados para disminuir las pérdidas, respetando las necesidades y deseos de aquellos clientes que ponen un alto valor en la seguridad y en evitar caídas en el valor de sus inversiones.

**Ventajas:**

- I. *Medida más Precisa al Riesgo:* Debido a que se centra en la posible volatilidad a la baja, permite a los inversores comprender mejor la probabilidad y magnitud de las pérdidas, construyendo así un portafolio más informada.

- II. *Aversión al Riesgo:* Puede resultar muy atractivo para aquellos inversores que rechazan el riesgo.
- III. *Estrategia Equilibrada:* Al combinar estrategias de riesgo tradicionales e incluir Semivarianza, se puede lograr una asignación y gestión más sólida.

**Desventajas:**

- I. *Riesgo de Cola:* La Semivarianza no puede capturar completamente el riesgo de cola o eventos extremos, pues únicamente se centra en la dispersión de rendimientos negativos.
- II. *Cálculos más Complejos:* La Semivarianza puede llevar a cálculos más complejos, con mayor tiempo en comparación con las medidas de riesgos tradicionales.
- III. *Supuestos de Rendimiento:* La Semivarianza toda como supuesto que los rendimientos negativos son más riesgosos que los positivos, supuesto que no se cumple en ciertos escenarios.

#### **4.4 Omega**

**Definición:**

La Ratio Omega es una métrica financiera que evalúa el equilibrio entre riesgo y recompensa de una inversión, considerando toda la distribución de rendimientos en lugar de sólo la volatilidad o los rendimientos negativos. Calcula la probabilidad de obtener rendimientos por encima de un umbral determinado (rendimiento objetivo) frente al riesgo de obtener rendimientos por debajo de este umbral. Un valor más alto indica un perfil de riesgo-recompensa más favorable, sugiriendo que es más probable obtener rendimientos superiores al umbral definido en comparación con el riesgo de no alcanzarlo.

**Fórmula:**

$$\text{máx: } \frac{\int_r^{\infty} (1 - f(x)) dx}{\int_{-\infty}^r (f(x)) dx}$$

Donde:

- $r$ : Umbral de referencia por debajo del cual se considera que se ha generado una pérdida, se mide en porcentaje (1%, etc.).
- $f(x)$ : Función de distribución acumulativa de  $x$ , la cuál es la rentabilidad obtenida en cada transacción o periodo. (distribución acumulativa de retornos por debajo de un umbral  $r$ ).

Una función de distribución acumulativa determina la probabilidad de que una variable aleatoria arroje un resultado menor o igual a un valor dado, en este caso la rentabilidad de un activo o portafolio estudiado. En otras palabras, lo que estamos haciendo es dividir la probabilidad de recibir ganancias entre la probabilidad de obtener pérdidas. Cuanto mayor sea la ratio Omega, significa que el valor financiero ofrece mayores ganancias con respecto las pérdidas. Esto para el umbral (rendimiento) establecido por el inversor. A comparación del ratio Sharpe, este indicador prioriza que la rentabilidad supere una meta, además, no coloca en el denominador el riesgo o volatilidad.

### **Aplicación:**

La estrategia QAA del ratio de omega es adoptada por gestores de portafolios para aquellos clientes que están dispuestos a asumir más riesgo y tienen una visión positiva del mercado, con el objetivo de aumentar sus ganancias ajustadas por el riesgo. Este enfoque resulta atractivo para inversores en busca de oportunidades de inversión que, aunque puedan ser más volátiles, ofrecen una buena chance de alcanzar o superar un determinado nivel de ganancias. Mediante el uso del ratio de omega, el gestor puede concentrarse en seleccionar activos que no solo tienen un gran potencial de beneficio, sino que también muestran una proporción favorable de rendimientos sobre las pérdidas, superando un umbral de rentabilidad deseado. De esta manera, se asegura que la elección de inversiones esté en línea con los objetivos financieros del cliente y su capacidad para manejar el riesgo.

### **Ventajas:**

- I. *Flexibilidad en la Elección del Umbral*: Posibilidad de fijar un umbral de ganancias a discreción, permitiendo al inversor definir el nivel de rendimiento deseado.

- II. *Utilidad para Inversores Adversos al Riesgo:* Es especialmente útil para inversores cautelosos que buscan obtener al menos una rentabilidad mínima, siendo menos conservador que el ratio de Sharpe o el de Sortino.
- III. *Capacidad para Clasificar Opciones de Inversión:* Permite clasificar diferentes opciones de inversión, facilitando la comparación entre ellas.

**Desventajas:**

- I. *Complejidad en el Cálculo:* El cálculo es más complejo en comparación con otros indicadores, lo que lo hace más común entre inversores experimentados.
- II. *Sensibilidad a Resultados Anómalos:* Puede ser influenciado por resultados inusuales dentro de los datos analizados, lo que podría afectar la interpretación.
- III. *Recomendación de Uso Combinado con Otros Indicadores:* Se sugiere utilizarlo en conjunto con otros indicadores como el ratio de Sharpe, el ratio de Sortino o el ratio de Treynor. Utilizado de forma aislada, puede no ser tan efectivo.

## 4.5 HRP

**Definición:**

El modelo conocido como "Hierarchical Risk Parity" (HRP) es un enfoque avanzado de asignación de activos que se centra en la gestión del riesgo de manera eficiente. Este modelo fue desarrollado por Marcos López de Prado, un académico y profesional en finanzas cuantitativas, en su libro "Advances in Financial Machine Learning" (Avances en Aprendizaje Automático Financiero), publicado en 2018. En este título, se presenta el modelo HRP como una metodología moderna, la cual aprovecha técnicas de aprendizaje automático, además de optimización avanzada. El enfoque HRP aborda algunos de los desafíos asociados con la asignación de activos tradicional, como la sensibilidad a las estimaciones de parámetros y la falta de robustez en entornos cambiantes. Utiliza técnicas de clustering para agrupar activos con riesgo y correlación similar, para posteriormente asignar ponderaciones óptimas, que permitan minimizar la volatilidad de la portafolio.

**Método:**

El método HRP se puede llegar a implementar a través de tres etapas:

1. *Árboles Jerárquicos*: HRP propone analizar la composición del portafolio a partir de la estructura jerárquica del árbol, distribuyendo pesos y reajustando al interior de cada jerarquía. La matriz de correlación se define como:

$$\rho = \{\rho_{i,j} = 1, \dots, N\}$$

Donde:  $\rho_{i,j} = \rho[X_i, X_j]$ . Al obtener la matriz de correlación, pasamos a obtener la matriz de distancia (D):

$$D(X_i, X_j) = \sqrt{0.5(1 - \rho_{\{i,j\}})}$$

Posteriormente, se requiere una matriz para calcular la distancia euclidiana entre cada par de vectores columna de la matriz D, generando una matriz de distancia aumentada ( $\bar{D}$ ):

$$\bar{D}(i, j) = \sqrt{\sum_{k=1}^N [D(k, i) - D(k, j)]^2}$$

Donde:  $\bar{D}(i, j)$  es una función de la matriz de correlación. Una vez se tiene la matriz  $\bar{D}$ , se debe tomar un par de activos ( $i^*, j^*$ ) que tengan la menor distancia para formar el primer clúster:

$$U[1] = \arg_{\{i,j\}} \min \bar{D}(i, j)$$

Luego, se requiere una matriz linkage (enlazamiento), que permita actualizar la matriz de distancia  $\bar{D}$ . De esta manera, la distancia entre el primer clúster  $U[1]$  y cualquier otro activo se determina por:

$$\bar{D}(i, U[1]) = \min(\bar{D}(i, i^*), \bar{D}(j, j^*))$$

Este proceso se repite para cada archivo del portafolio. Cada vez que surge un nuevo clúster, se actualiza la matriz de distancia, y se realiza hasta que quede un solo clúster.

2. *Cuasi- diagonalización:* Se realiza un reordenamiento de las matrices de covarianza con el orden que tienen los activos dentro de la matriz linkage. A partir de los clústeres formados, se reordenan las columnas y filas de la matriz de covarianzas para que los mayores valores se encuentren cerca y sobre la diagonal, en tanto que las covarianzas más pequeñas se ubiquen fuera de esta.
3. *Bisección Recursiva:* En la última etapa se definen los pesos óptimos para cada activo dentro del portafolio. Se denotan los pesos de los activos como:

$$w_i = 1, \forall i = 1, \dots, N$$

Cada clúster se subdivide en 2 subclústeres (V1, V2), iniciando desde el clúster final U[N], recorriendo de arriba hacia abajo. Para cada uno de estos subclústeres se obtiene su varianza:

$$V_i = w^T V w, i = 1, 2$$

Donde:

$$w = \frac{\text{diag}(V^{-1})}{\text{trace}(\text{diag}(V^{-1}))}$$

Luego, se calcula un factor ponderador a partir de la nueva matriz de covarianzas:

$$a_1 = 1 - \frac{V_2}{V_1 + V_2}; a_2 = 1 - a_1$$

Los 2 ponderadores obtenidos se incorporan en la determinación de los pesos finales al interior de cada subclúster, así los pesos de los activos en los subclústeres se actualizan respectivamente mediante:

$$w_1 = a_1 * w_1$$

$$w_2 = a_2 * w_2$$

Finalmente, se repiten los pasos hasta que todos los activos tengan asignado su respectivo peso dentro del portafolio.

**Aplicación:**

La estrategia QAA de Paridad de Riesgo Jerárquica (HRP, por sus siglas en inglés) es especialmente valiosa para los inversionistas interesados en lograr una distribución equitativa del riesgo a través de su portafolio, poniendo un énfasis particular en la correlación entre los diferentes activos. Este método permite a los inversionistas reducir ciertos riesgos de manera efectiva. La HRP se distingue por ser un modelo más avanzado que valora la correlación entre activos, a diferencia de otros enfoques que se centran únicamente en la varianza del portafolio. Esto lo convierte en una opción atractiva para aquellos que buscan una gestión de riesgos más refinada y una diversificación efectiva en sus inversiones.

**Ventajas:**

- I. *Consideración de la Estructura Jerárquica del Mercado:* HRP utiliza técnicas de clustering jerárquico para agrupar activos en función de su similitud, tomando en cuenta la estructura jerárquica inherente en el mercado. Esto puede conducir a asignaciones de activos más intuitivas y realistas.
- II. *Diversificación Mejorada:* El enfoque de HRP busca construir portafolios que minimizan la variabilidad dentro de cada grupo y, al mismo tiempo, maximizan la diversificación entre los grupos. Esto puede conducir a portafolios más diversificados y resistentes a eventos inesperados en comparación con otros métodos.
- III. *Reducción del Riesgo a la Baja:* HRP se enfoca en la reducción de la Semivarianza, que mide la volatilidad negativa o el riesgo a la baja. Para inversores sensibles a las pérdidas, este enfoque puede ser beneficioso.

**Desventajas:**

- I. *Sensibilidad a Estimaciones Iniciales:* HRP puede ser sensible a las estimaciones iniciales, especialmente cuando se calculan las matrices de covarianza. Pequeñas variaciones en estas estimaciones pueden conducir a asignaciones de activos significativamente diferentes.
- II. *Influencia de Outliers:* La presencia de valores atípicos o outliers en los datos puede afectar significativamente las estimaciones de covarianza y, por lo tanto, las asignaciones de activos resultantes de HRP.

- III. Complejidad y Cálculos Intensivos:** La implementación de HRP puede ser computacionalmente intensiva, especialmente para portafolios con muchos activos. Esto puede hacer que su aplicación práctica sea más desafiante en ciertos casos.

## 4.6 Martingala

### Definición:

La estrategia de Martingala, que se remonta al siglo XVIII y tuvo su origen en los juegos de azar, ha evolucionado para desempeñar un papel crucial en las finanzas y la gestión de riesgos. Este enfoque, cuyo nombre proviene del italiano "martingale," se ha adaptado al contexto financiero, y su aplicación es particularmente destacada en el trading de divisas. En este mercado, los inversores aprovechan la baja probabilidad de que las monedas lleguen a cero y la oportunidad de compensar pérdidas con ingresos por intereses, especialmente en pares de divisas con diferenciales positivos.

Además, también, implica duplicar el tamaño de la inversión después de cada pérdida, con el objetivo de recuperar pérdidas anteriores y obtener una ganancia igual a la apuesta original. Sin embargo, es importante destacar que este enfoque requiere un capital significativo para resistir pérdidas sucesivas hasta alcanzar una ganancia. Adaptada para la Quantitative Asset Allocation (QAA), esta estrategia busca gestionar riesgos, capitalizando en la premisa de que las pérdidas pasadas no afectan las probabilidades de ganancia futuras en el ámbito financiero.

### Fórmula:

La fórmula central del Martingale System se expresa mediante la ecuación:

$$m\acute{a}x: X_{n+1} = X_n + b^n(1 + r)^n$$

Donde:

- $X_{n+1}$ : Capital después de la  $n + 1$ -ésima inversión.
- $X_n$ : Capital después de la  $n$ -ésima inversión.



- $b$ : Fracción del capital que se arriesga en cada operación.
- $r$ : Tasa de rendimiento esperada.

La fórmula refleja el aumento exponencial del capital arriesgado en cada nueva inversión, permitiendo la recuperación de pérdidas acumuladas.

### **Aplicación:**

La estrategia QAA de Martingala se considera una opción para gestores de portafolios que manejan cuentas con una alta disposición al riesgo, enfocándose en obtener beneficios a largo plazo. Es especialmente adecuada para perfiles de inversión agresivos, dispuestos a enfrentar riesgos considerables con la esperanza de lograr ganancias importantes con el tiempo. No obstante, es crucial realizar una evaluación detallada del perfil de riesgo del inversor antes de decidirse por esta táctica, dado que conlleva riesgos exponenciales y podría no ser la mejor elección para aquellos inversores con una marcada aversión al riesgo o aquellos con objetivos de inversión a corto plazo.

### **Ventajas:**

- I. *Simplicidad*: El Martingale System es fácil de entender y aplicar, lo que lo hace atractivo para aquellos que buscan una estrategia directa.
- II. *Potencial de Recuperación*: Si se cumplen las condiciones ideales, el sistema tiene el potencial de recuperar pérdidas acumuladas.

### **Desventajas:**

- I. *Riesgo Exponencial*: La estrategia implica un riesgo exponencial, ya que cada pérdida aumenta significativamente el tamaño de la inversión siguiente.
- II. *Suposiciones Irrealistas*: La efectividad del Martingale System se basa en la suposición de que las pérdidas eventualmente se revertirán, lo cual puede no ser realista en todos los escenarios.
- III. *Límites Prácticos*: En la práctica, la aplicación del sistema puede encontrarse con límites de capital y restricciones de tamaño de inversión.

## 4.7 Black-Litterman

### **Definición:**

El modelo Black-Litterman fue desarrollado en 1992 por Fischer Black y Robert Litterman para mejorar la optimización de portafolios, superando las limitaciones del modelo de Markowitz. Este enfoque se basa en principios bayesianos, permitiendo la integración de expectativas subjetivas sobre los rendimientos de los activos, junto con la información de mercado existente. La idea central es comenzar con un equilibrio de mercado, donde las rentabilidades esperadas de los activos financieros reflejan las expectativas comunes de todos los inversionistas. A partir de ahí, el modelo ajusta estas rentabilidades con las opiniones del inversionista, utilizando una técnica de optimización inversa. En esencia, el modelo Black-Litterman ofrece un marco más flexible y realista para la selección de portafolios, al incorporar tanto datos de mercado como juicios personales sobre el futuro de los activos.

### **Fórmula:**

En el mercado existen  $n$  activos,

Con capitalizaciones  $M = M_1, M_2, \dots; M_n$

Donde:

- La capitalización de mercado es igual al número de títulos o unidades del activo disponibles en el mercado por su respectivo precio
- Las ponderaciones de mercado de los  $n$  activos están dadas por el vector:  $W = W_1, W_2, \dots; W_n$

Donde:

- La ponderación del activo  $i$  es:

$$W_i = \frac{M_i}{\sum_{i=1}^n M_i}$$

- El coeficiente de aversión al riesgo ( $\delta$ ), que es una constante que se determina como:

$$\lambda = \frac{R_m - R_f}{\sigma_M^2}$$

Donde:

- $R_m$  es el retorno del mercado;  $R_f$  es la tasa libre de riesgo y  $\sigma_M^2$  es la varianza del retorno del mercado.
- El exceso de retornos implícitos de equilibrio ( $\Pi$ ) está dado por:

$$\Pi = \lambda \Sigma W$$

### **Aplicación:**

Un gestor de portafolios aplicaría el modelo Black-Litterman para encontrar ponderaciones óptimas del portafolio cuando desee personalizar la asignación de activos según las características y expectativas específicas de sus clientes. Esto es especialmente relevante cuando los inversionistas tienen opiniones subjetivas sobre el rendimiento futuro de ciertos activos o cuando desean ajustar la portafolio para cumplir con metas y aversiones al riesgo particulares. La flexibilidad del modelo Black-Litterman para incorporar expectativas del cliente lo convierte en una herramienta valiosa en situaciones donde la personalización y la adaptabilidad son clave para satisfacer las necesidades individuales de los inversionistas.

### **Ventajas:**

- I. Incluye las expectativas del inversionista y de acuerdo con su nivel de confianza será la ponderación del activo dentro del portafolio, es decir que se infiere u obtiene la ponderación del activo con respecto de lo que espera ganar el inversionista para cumplir con sus metas, lo que pudiera darnos un peso mayor en los activos más riesgosos, por eso importa considerar el perfil del inversionista.
- II. Permite una revisión flexible del mercado y por ende de estrategias de inversión.
- III. Se logran portafolios razonables, intuitivos, equilibrados y estables en el tiempo.

### **Desventajas:**

- I. Se basa en el supuesto que el mercado tiene una distribución normal.
- II. Se requieren bases de teoría bayesiana.

## 4.8 Fama-French

### **Definición:**

La estrategia de Fama-French de 5 factores surge como una extensión del modelo de 3 factores propuesto por Eugene Fama y Kenneth French en 1993. El modelo original, desarrollado en 1992, buscaba superar las limitaciones del Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM), introduciendo dos factores adicionales: el tamaño de la empresa (SMB) y el valor contable (HML). La innovación del modelo de 5 factores radica en la inclusión de dos factores adicionales: el riesgo de acciones con alto book-to-market (HML) y el riesgo de acciones con baja capitalización (CMA). Esta extensión permite una explicación más completa de los rendimientos de los activos financieros, proporcionando un marco teórico robusto respaldado por estudios empíricos que han demostrado su capacidad para explicar más del 90% de los rendimientos de portafolios diversificadas.

El modelo Fama-French ha transformado la comprensión convencional de los rendimientos de las acciones, mostrando que factores más allá del riesgo de mercado influyen en los resultados. Los factores adicionales, como "rentabilidad" e "inversión", se incorporan para refinar y expandir el modelo, manteniendo su aplicabilidad y credibilidad a lo largo del tiempo. Respaldado por investigaciones pioneras y estudios empíricos extensos, este enfoque ha persistido en la teoría financiera y se ha convertido en una herramienta esencial para comprender y explicar los rendimientos en portafolios diversificadas.

### **Fórmula:**

La estrategia QAA basada en el Modelo de Fama-French utiliza la siguiente fórmula para calcular los rendimientos esperados de las acciones:

$$R_i - R_f = \beta_0 + \beta_1(RM - R_f) + \beta_2SMB + \beta_3HML + \beta_4RMW + \beta_5CMA + \epsilon_i$$

Donde:

- $R_i$ : Rendimiento del activo.
- $R_f$ : Tasa libre de riesgo.

- $RM$ : Rendimiento del mercado.
- $SMB$ : Factor de tamaño (Small Minus Big).
- $HML$ : Factor de book-to-market (High Minus Low).
- $RMW$ : Factor de rentabilidad de acciones con baja capitalización.
- $CMA$ : Factor de rentabilidad de acciones con baja capitalización.
- $\epsilon_i$ : Término de error.

Esta fórmula incorpora la premisa de que los rendimientos de las acciones pueden explicarse por su sensibilidad a factores de riesgo específicos, como el rendimiento del mercado, el tamaño de la empresa, el valor, la rentabilidad y la inversión. Además, la modelación implica estimar los coeficientes  $\beta$  para cada factor mediante técnicas de regresión utilizando datos históricos. Estos coeficientes se utilizan luego para calcular los rendimientos esperados de los activos bajo diferentes condiciones de mercado.

### **Aplicación:**

La estrategia QAA de Fama-French es utilizada por gestores de portafolios que buscan optimizar las ponderaciones en sus portafolios para mejorar la diversificación y la gestión del riesgo. Este método resulta particularmente útil para quienes prefieren portafolios bien equilibrados y desean reducir los riesgos teniendo en cuenta factores adicionales, más allá de los rendimientos del mercado. La implementación de la estrategia Fama-French es ideal para los inversores que aprecian un enfoque fundamentado en investigaciones exhaustivas y desean emplear estrategias basadas en principios académicos sólidos para afinar sus portafolios.

### **Ventajas:**

- I. *Diversificación Mejorada*: Al considerar factores más allá del rendimiento del mercado, la estrategia busca proporcionar una mejor diversificación y gestión del riesgo.
- II. *Fundamentada en Investigación Empírica*: Basada en investigaciones sólidas y ampliamente respaldadas de Fama y French, lo que agrega un fundamento académico a la toma de decisiones.

**Desventajas:**

- I. *Dependencia de Datos Históricos:* La estrategia asume que las relaciones históricas entre los factores de riesgo y los rendimientos persistirán en el futuro, lo que puede no ser siempre el caso.
- II. *Complejidad de Implementación:* La implementación puede ser compleja debido a la necesidad de datos detallados y a la estimación precisa de los coeficientes de regresión.

**4.9 Total Return AA****Definición:**

Leibowitz y Kogelman publicaron a finales de los ochenta una serie de trabajos que trataban de modelizar cuantitativamente este tipo de decisiones. Bajo este enfoque, el perfil riesgo de una portafolio se define mediante 2 parámetros:

1. Umbral de mínimo de rentabilidad ( $RR_{target}$ ) por debajo del cual el inversor considera una pérdida.
2. Probabilidad máxima de que la rentabilidad de la portafolio se encuentre por debajo del umbral mínimo (Shortfall probability) para un horizonte de inversión determinado.

Aunque los autores no lo formularon matemáticamente, el modelo puede ser visto como un problema de programación cuadrática, en el que hay maximizar la rentabilidad esperada sujeto a la restricción de que la probabilidad de que la rentabilidad caiga por debajo del umbral mínimo sea igual a un determinado nivel previamente fijado por el inversor.

$$\begin{aligned} & \max E[R_p] \\ & s. t. P[R_p < R_{Target}] \leq P \end{aligned}$$

**Fórmula:**

$$w = \frac{\tau - r_f}{R - r_f + \lambda_a \sigma_r}$$

Donde:

- $\tau$ : Rentabilidad mínima deseada.
- $r_f$ : Tasa libre de riesgo.
- $\sigma_r$ : Volatilidad de los activos con riesgo.
- $R$ : Cantidad que se quiere tener invertida en activos de riesgo.

### **Aplicación:**

La estrategia QAA de Asignación de Activos por Retorno Total (AA) se emplea por gestores de portafolios para determinar las ponderaciones ideales en un portafolio, enfocándose en clientes que buscan principalmente minimizar las pérdidas y establecer un umbral mínimo de rentabilidad ( $RR_{target}$ ) que están dispuestos a tolerar. Este método resulta especialmente adecuado para inversores que consideran importante no solo el rendimiento esperado de su portafolio, sino también la posibilidad de que este rendimiento sea inferior a un nivel específico, ofreciendo así una visión del riesgo más completa y personalizada. Este enfoque es particularmente valioso para aquellos inversores centrados en la gestión del riesgo, buscando adoptar una estrategia que se ajuste estrechamente a sus metas de pérdidas permitidas y su tolerancia al riesgo.

### **Ventajas:**

- I. La pérdida esperada o Expected Shortfall es una medida más completa que y que cumple con las propiedades que debe de cumplir una buena medida de riesgo.

### **Desventajas:**

- I. La probabilidad de pérdida no es una medida completa de riesgo puesto que no indica que tan adversa podría ser la pérdida.

#### **4.10 Roy Safety-First Ratio**

##### **Definición:**

La Ratio de Seguridad de Roy, también conocida como el criterio de seguridad de Roy, es una medida de riesgo-recompensa en finanzas que evalúa la seguridad de una inversión comparando sus rendimientos con un umbral mínimo de rendimiento aceptable definido por el inversor. Esta ratio ayuda a determinar la probabilidad de que el rendimiento de una inversión caiga por debajo de un nivel de rendimiento mínimo deseado. La idea central es identificar inversiones que minimicen la posibilidad de resultados desfavorables, centrándose en la preservación del capital por encima de la obtención de altos rendimientos.

$$P_{\text{portafolio}} = \text{minimize}(R_p < R_L)$$

Teniendo la ecuación anterior sabemos que, si los rendimientos tienen una distribución normal, la portafolio óptima es aquella con la mayor proporción de seguridad (SFRatio).

##### **Fórmula:**

$$SFRatio = \frac{E(R_p) - R_L}{\sigma_p}$$

Donde:

- $R_p$ : Rendimiento del portafolio.
- $R_L$ : Rendimiento deseado.
- $\sigma_p$ : Desviación estándar del portafolio.

##### **Aplicación:**

La estrategia QAA de Ratio de Seguridad de Roy (SFRatio en inglés) es adoptada por gestores de portafolios para clientes que valoran en gran medida la seguridad de sus inversiones, más que la búsqueda de altos rendimientos, con el fin de reducir la probabilidad de que los rendimientos de su portafolio se sitúen por debajo de un nivel mínimo aceptable. Este método es particularmente



adecuado para inversores conservadores o para aquellos casos en los que es fundamental evitar pérdidas importantes, como en la planificación de la jubilación o la administración de fondos de dotación. Mediante el uso del criterio de Roy's Safety-First, el gestor de portafolios se enfoca en identificar inversiones que presenten la mejor relación entre el rendimiento esperado y el riesgo de no alcanzar un cierto umbral de rendimiento mínimo deseado. De esta manera, se garantiza que el portafolio no solo busque rendimientos adecuados, sino que también ofrezca protección contra resultados negativos significativos, ajustando las inversiones a las necesidades y perfil de riesgo del cliente.

#### **Ventajas:**

- I.** *Enfoque Conservador:* SFRatio prioriza la minimización del riesgo de caídas en los rendimientos por debajo de un umbral predefinido.
- II.** *Comparación Relativa:* Permite a los inversores comparar diferentes portafolios y tomar decisiones basadas en la probabilidad de que los rendimientos caigan por debajo de un nivel deseado.
- III.** *Énfasis en el Riesgo:* El SFRatio destaca la importancia de gestionar el riesgo de pérdida por debajo de un umbral crítico, lo cual es esencial para algunos inversores que priorizan la seguridad y preservación del capital.

#### **Desventajas:**

- I.** *Supuestos Complicados:* este parámetro asume que los rendimientos siguen una distribución normal, lo cual no siempre es lo adecuado sobre todo en condiciones del mercado del mundo real. En situaciones de extrema volatilidad o eventos esperados estos supuestos pueden no mantenerse.
- II.** *Sensibilidad de Parámetros:* Es sensible a los parámetros utilizados en su cálculo, como el umbral de rendimiento deseado.
- III.** *Enfoque Unidimensional:* Se centra en la minimización de la probabilidad de caídas de los rendimientos, lo que podría descuidar otros aspectos importantes de la gestión de portafolios, como el crecimiento a largo plazo o la maximización de rendimientos.

#### **4.11 Ratio de Sortino**

##### **Definición:**

El Ratio de Sortino es una medida de desempeño financiero que se centra específicamente en la volatilidad negativa o riesgo a la baja asociado con una inversión. Fue propuesto por Frank A. Sortino en colaboración con Robert van der Meer en la década de 1990. A diferencia del Ratio de Sharpe, que tiene en cuenta la volatilidad total, el Ratio de Sortino se diseñó para ofrecer una evaluación más precisa del riesgo al considerar solo las caídas del rendimiento por debajo de un umbral definido.

##### **Fórmula:**

$$\frac{R_p - T}{\sigma_d}$$

Donde:

- $R_p$ : Rendimiento actual o esperado del portafolio.
- $T$ : Umbral, por lo general es cero, también es equivalente a tasa libre de riesgo.
- $\sigma_d$ : Desviación estándar del riesgo a la baja (downside).

##### **Aplicación:**

La estrategia QAA de Ratio de Sortino es empleado por gestores de portafolios para determinar las mejores proporciones de inversión en un portafolio, dirigido a clientes que muestran una especial preocupación por evitar pérdidas más que por alcanzar los máximos rendimientos posibles. Esta medida se centra en la volatilidad negativa o el riesgo de pérdida (downside Risk), lo que la hace particularmente valiosa para inversores interesados en proteger sus fondos y que prefieren una estrategia de gestión de riesgos más cautelosa. En contextos donde la preservación del capital y la reducción de las pérdidas son fundamentales para los clientes, el Ratio de Sortino ofrece una herramienta efectiva para analizar y ajustar la distribución de los activos en el portafolio, asegurando que las inversiones se alineen con las metas y la tolerancia al riesgo del inversor.

**Ventajas:**

- I.** *Enfocado en el Riesgo Desfavorable (Downside Risk):* El Ratio de Sortino se centra específicamente en la volatilidad desfavorable, lo que puede ser más relevante para inversores preocupados por las pérdidas potenciales.
- II.** *Considera la Volatilidad Negativa:* Al utilizar la desviación estándar de los rendimientos negativos, el Ratio de Sortino aborda directamente el riesgo percibido por los inversores durante periodos de pérdida.
- III.** *Sensible a Pérdidas Negativas:* Dado que solo toma en cuenta las pérdidas, el Ratio de Sortino puede ser más sensible a eventos extremos o pérdidas significativas, proporcionando una medida más ajustada del riesgo.

**Desventajas:**

- I.** *Ignora la Volatilidad Positiva:* Al excluir a la volatilidad positiva (upside Risk), el Ratio puede pasar por alto la capacidad de un activo para generar retornos favorables en momentos de volatilidad a la alza.
- II.** *Dependencia de la Desviación a la Baja:* La dependencia exclusiva a la desviación a la baja puede llevar a resultados sesgados en situaciones en las que la volatilidad al alza sea beneficiosa para los inversores.
- III.** *No Considera la Magnitud de las Pérdidas o Ganancias:* Sortino toma en cuenta sólo la frecuencia de las pérdidas. Dos activos con el mismo ratio de Sortino podrían experimentar pérdidas de magnitudes muy diferentes.

**4.12 Valor de Riesgo Condicional (CVaR).****Definición:**

El Valor de Riesgo Condicional (CVaR) es una medida de riesgo que cuantifica el riesgo de pérdida en inversiones más allá del Valor en Riesgo (VaR). Mientras que el VaR se enfoca en el peor de los casos dentro de un cierto percentil (por ejemplo, el 5% peor de los casos), el CVaR considera el promedio de las pérdidas que exceden ese umbral del VaR, ofreciendo una visión más

completa del riesgo extremo. Esta métrica es especialmente valorada por inversores y gestores de riesgo que desean comprender y mitigar los riesgos de pérdidas severas.

**Fórmula:**

$$CVaR = \frac{1}{(1 - \alpha)} \int_{\alpha}^1 VaR_{\beta}(X) d\beta$$

Donde:

- $\alpha$ : Nivel de confianza utilizado para el VaR (por ejemplo, 0.95)
- $VaR_{\beta}(X)$ : Valor en Riesgo al nivel  $\beta$  para las pérdidas X.
- $X$ : Representa las pérdidas de la inversión.

**Aplicación:**

La estrategia QAA de Valor de riesgo condicional (CVaR) es usado en la gestión de carteras de inversión para identificar y minimizar riesgos extremos. Al calcular el CVaR, los gestores pueden tomar decisiones más informadas sobre cómo distribuir los activos de un portafolio, especialmente en sectores o instrumentos financieros que muestran una alta variabilidad en sus rendimientos. Esto es crucial para estrategias que buscan protegerse contra eventos de cola o pérdidas inesperadamente grandes, como crisis financieras o caídas del mercado repentinas.

**Ventajas:**

- I. *Visión holística del riesgo:* A diferencia del VaR, que sólo señala el umbral de pérdida, el CVaR ofrece una medida de riesgo esperado más allá del umbral, proporcionando una visión más completa del riesgo de pérdidas severas.
- II. *Fomenta una gestión de riesgo más efectiva:* Al considerar las pérdidas potenciales más extremas, los gestores pueden adoptar estrategias de inversión que protejan mejor contra riesgos significativos.
- III. *Preferido por reguladores y gestores de riesgo:* Por su capacidad de evaluar riesgos extremos, el CVaR es frecuentemente utilizado en la regulación financiera y gestión de riesgos interna.

**Desventajas:**

- I. *Complejidad Computacional:* El cálculo del CVaR puede ser más complejo y requerir más datos que el VaR, especialmente en portafolios grandes o diversificados.
- II. *Suposiciones de modelado:* Al igual que otras medidas de riesgo, el CVaR depende de las suposiciones subyacentes del modelo, lo que puede afectar su precisión.
- III. *No Captura riesgos no lineales:* En algunos casos, el CVaR puede no capturar adecuadamente los riesgos asociados con instrumentos financieros no lineales o derivados complejos.

**4.13 Estrategia basada en el Análisis de Componentes principales (PCA)****Definición:**

El Análisis de Componentes Principales (PCA) es una técnica estadística utilizada para identificar patrones en los datos a través de la reducción de la dimensionalidad, manteniendo al mismo tiempo la mayor cantidad posible de la varianza original. En el contexto de las inversiones, el PCA se utiliza para descomponer las series de retornos de los activos en componentes que reflejan patrones subyacentes comunes, facilitando la comprensión de las fuerzas que mueven los mercados financieros.

**Fórmula:**

El PCA comienza con la estandarización de los datos para cada activo. Luego, se calcula la matriz de covarianza de los retornos estandarizados, seguido por la extracción de los valores y vectores propios de esta matriz. Los componentes principales se obtienen al multiplicar los vectores propios por la matriz de datos original estandarizada.

$$PC_i = w_{i1}X_1 + w_{i2}X_2 + \dots + w_{in}X_n$$

Donde:

- $X_j$ : es la j-ésima variable estandarizada
- $w_{ij}$ : es el peso del i-ésimo componente principal para la j-ésima variable, derivado de los vectores propios.

**Aplicación:**

La estrategia QAA basada en el Análisis de Componentes principales (PCA) es fundamental en la gestión de carteras de inversión para optimizar la asignación de activos y mitigar riesgos sistemáticos. Mediante la aplicación del PCA, los gestores de carteras pueden descomponer la variabilidad de los retornos de los activos en sus componentes fundamentales, lo que permite identificar y aislar las fuentes primarias de riesgo y retorno. Esto es útil en carteras diversificadas, donde se busca comprender cómo diferentes activos contribuyen al riesgo total y al rendimiento de la cartera.

**Ventajas:**

- I. *Reducción efectiva de la dimensionalidad:* Permite simplificar el análisis de grandes conjuntos de datos sin perder información crucial.
- II. *Identificación de tendencias ocultas:* Revela relaciones subyacentes entre las variables que no son evidentes a simple vista.
- III. *Mejora la toma de decisiones de inversión:* Proporciona una base más sólida para la selección de activos y la construcción de carteras al identificar los principales motores de rendimiento y riesgo.

**Desventajas:**

- I. *Interpretación de los componentes:* Los componentes principales pueden ser difíciles de interpretar en términos de factores económicos o financieros reales.
- II. *Sensibilidad a los outliers:* El PCA puede ser sensible a valores atípicos, lo que puede distorsionar los resultados.
- III. *Pérdida de información específica de activos:* Al concentrarse en variaciones comunes, se puede perder información relevante que es única para ciertos activos.

## 5. Conclusiones

**\* Queda pendiente hasta el final \***

## 6. Bibliografía

- Adam Hayes. (17 de abril del 2023). “*Martingale System: What It Is and How It Works in Investing*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.investopedia.com/terms/m/martingalesystem.asp#:~:text=The%20Martingale%20system%20is%20a%20system%20in%20which,position%20size%20increases%20with%20a%20smaller%20portfolio%20size>
- Adam Hayes. (29 de enero del 2024). “*Fama and French Three Factor Model Definition: Formula and Interpretation*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.investopedia.com/terms/f/famaandfrenchthreefactormodel.asp>
- Bolsa24. (30 de junio del 2023). “*Martingala: ¿Qué Es Y Cómo Funciona Esta Estrategia?*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.bolsa24.net/martingala-trading/>
- CFI Team. (s.f.). “*Fama-French Three-Factor Model*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/valuation/fama-french-three-factor-model/>
- Franco-Arbeláez, L. C., Avendaño-Rúa, C. T., & Barbutín-Díaz, H. (s.f.). “*Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la Optimización de Portafolios de Inversión. Org.co*”. Recuperado el 03 de febrero de 2024, de: <http://www.scielo.org.co/pdf/teclo/n26/n26a05.pdf>
- Giraldo Cárdenas, L., Díaz Zapata, J. M., Arboleda Ríos, S. M., Galarcio Padilla, C. L., Lotero Botero, J. E., & Isaza Cuervo, F. (2015). “*Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de Black-Litterman. Revista Ingenierías Universidad de Medellín, 14(27), 111–130*”. Recuperado el 02 de febrero del 2024, de: EBSCO HOST.
- Giraldo Cárdenas, L., Díaz Zapata, J. M., Arboleda Ríos, S. M., Galarcio Padilla, C. L., Lotero Botero, J. E., & Isaza Cuervo, F. (2015). “*Modelo de selección de portafolio óptimo de acciones mediante el análisis de Black-Litterman*”. Recuperado el 03 de febrero del 2024, de: Revista Ingenierías Universidad de Medellín, 14(27), 111–130.
- Inversiones en Bolsa. (s.f.). “*Fama y el Modelo Francés de tres Factores*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://inversionesenbolsa.online/fama-y-el-modelo-frances-de-tres-factores/>
- James Forjan (30 de septiembre del 2021). “*Shortfall risk, safety-first ratio and selection of an optimal portfolio using Roy’s safety-first criterion. AnalystPrep | CFA® Exam Study Notes*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://analystprep.com/cfa-level-1-exam/quantitative-methods/shortfall-risk-safety-first-criterion-example/>

- Jason Brownlee. (12 de octubre del 2021). “*A Gentle Introduction to the BFGS Optimization Algorithm*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://machinelearningmastery.com/bfgs-optimization-in-python/>
- Jason Gordon. (17 de abril del 2022). “*Martingale System - Explained*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: [https://thebusinessprofessor.com/en\\_US/investments-trading-financial-markets/martingale-system-definition](https://thebusinessprofessor.com/en_US/investments-trading-financial-markets/martingale-system-definition)
- Kenton, W. (7 de julio del 2020). “*Sortino Ratio: Definition, Formula, Calculation, and example. Investopedia*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://www.investopedia.com/terms/s/sortinoratio.asp>
- Khan Academy. (s.f.). “*Introducción a los multiplicadores de Lagrange*”. Recuperado el 03 de febrero del 2024, de: <https://es.khanacademy.org/math/multivariable-calculus/applications-of-multivariable-derivatives/constrained-optimization/a/lagrange-multipliers-single-constraint>
- Michael Corral. (s.f.). “*2.7: Optimización Constrained - Multiplicadores Lagrange*”. Recuperado el 03 de febrero del 2024, de: [https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Libro%3A\\_Calculo\\_vectorial\\_\(Corral\)/02%3A\\_Funciones\\_de\\_varias\\_variables/2.07%3A\\_Optimizaci%C3%B3n\\_Constre%C3%Blida\\_-\\_Multiplicadores\\_Lagrange](https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Libro%3A_Calculo_vectorial_(Corral)/02%3A_Funciones_de_varias_variables/2.07%3A_Optimizaci%C3%B3n_Constre%C3%Blida_-_Multiplicadores_Lagrange)
- Obeidat, S., & Shapiro, D. (2018). “*Adaptive portfolio asset allocation optimization with Deep learning*.” Recuperado el 02 de febrero del 2023, de: [https://personales.upv.es/thinkmind/dl/journals/intsys/intsys\\_v11\\_n12\\_2018/intsys\\_v11\\_n12\\_2018\\_3.pdf](https://personales.upv.es/thinkmind/dl/journals/intsys/intsys_v11_n12_2018/intsys_v11_n12_2018_3.pdf)
- Omega Ratio - Breaking down finance. (29 de diciembre del 2022). “*Breaking Down Finance*”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://breakingdownfinance.com/finance-topics/performance-measurement/omega-ratio/>
- PyOptSparse. (2022). “*SLSQP*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://mdolab-pyoptsparse.readthedocs-hosted.com/en/latest/optimizers/SLSQP.html>
- Rubenfcasal. GitHub. (s.f.). “*7.3 Optimización Monte Carlo*”. Recuperado el 03 de febrero del 2024, de: <https://rubenfcasal.github.io/simbook/opt-MC.html>
- SciPy Manual. (2024). “*Optimization (scipy.optimize)*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/tutorial/optimize.html#broyden-fletcher-goldfarb-shanno-algorithm-method-bfgs>
- Tamplin, T. (12 de julio del 2023). “*Minimum-Variance portfolio | Meaning, construction, applications. Finance Strategists*”. Recuperado el 01 de febrero del 2024, de: <https://www.financestrategists.com/wealth-management/investment-management/minimum-variance-portfolio/>
- Tamplin, T. (5 de julio del 2023). “*Omega Ratio | Definition, Components, Advantages & Limitations. Finance Strategists*”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://www.financestrategists.com/wealth-management/financial-ratios/omega-ratio/>
- Team, C. (11 de diciembre del 2023). “*Sortino ratio. Corporate Finance Institute*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/wealth-management/sortino-ratio-2/>
- Team, C. (22 de marzo del 2023). “*Roy's safety-first criterion. Corporate Finance Institute*”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/wealth-management/roys-safety-first-criterion/>



- Técnicas de construcción de portafolios. (s.f). “*Slide Share*”. Recuperado el 03 de febrero del 2024, de: <https://es.slideshare.net/FernandoRuizCAIA/tcnicas-de-construccin-de-portafolios>
- Tutorialespoin. (2024). “*SciPy - Optimize*”. Recuperado el 31 de enero del 2024, de: [https://www.tutorialspoint.com/scipy/scipy\\_optimize.htm](https://www.tutorialspoint.com/scipy/scipy_optimize.htm)
- Zhou, X. (15 de enero del 2023). “*Ratio Omega. Rankia*”. Recuperado el 29 de enero del 2024, de: <https://www.rankia.com/diccionario/fondos-inversion/ratio-omega>
- Finance Strategists. (12 de julio del 2023). "Conditional Value at Risk (CVaR) | Meaning, Pros, and Cons". Recuperado el 18 de marzo del 2024, de: <https://www.financestrategists.com/finance-terms/risk-management/conditional-value-at-risk-cvar/>.
- Broadwater, B. (14 de julio del 2023). "What is Conditional Value at Risk (CVaR)?". Recuperado el 18 de marzo del 2024, de: <https://investmentu.com/what-is-conditional-value-at-risk-cvar/>.