

# UNIVERSIDAD MARIANO GALVEZ DE GUATEMALA



## PROYECTO FINAL INVESTIGACION DE OPERACIONES

Ingeniero. Ronald Vásquez

### Integrantes Del Grupo

Benkis Eduardo Sosa Mata 7691-19-1711

Bryan Daniel Echeverría Pérez 7691-23-8227

Jever Jafet Gómez Solis 7691-23-1575

# ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	3
ANTECEDENTES DE LA EMPRESA .....	4
DEFINICIÓN DEL PROBLEMA .....	5
OBJETIVO DEL ESTUDIO .....	5
META PARA EL PROYECTO.....	5
BENEFICIOS QUE SE ESPERA OBTENER .....	5
HERRAMIENTAS APLICADAS .....	6
Análisis de Datos: Verificación de la Estabilidad.....	6
Cálculo de Métricas del Sistema (M/M/3) .....	6
Probabilidad de 0 clientes (P0).....	7
Probabilidad de espera (Pw) .....	7
Número Promedio en Cola (Lq) .....	8
Tiempo Promedio en Cola (Wq).....	8
Tiempo Promedio en el Sistema (W).....	8
Número Promedio en el Sistema (L) .....	8
RESUMEN DE MÉTRICAS M/M/3 .....	9
Análisis de Datos: Agentes mínimos (c) para $W_q < 2$ Minutos .....	9
MEJORAS O RECOMENDACIONES .....	10
BENEFICIOS ECONOMICOS O EN RECURSOS .....	11
CONCLUSIONES.....	12
RECOMENDACIONES .....	13

# INTRODUCCIÓN

La eficiencia operativa y la gestión del tiempo de espera son factores críticos que determinan la satisfacción del cliente, en un entorno competitivo de los servicios. En este proyecto nos enmarcaremos en este contexto, aplicando los principios del curso Investigación de Operaciones para analizar el desempeño de un sistema de atención telefónica de alto volumen.

Este informe aborda el problema operativo del centro de llamadas “**GuateResponde**”, que enfrenta el desafío de gestionar una demanda creciente que amenaza la calidad del servicio al generar largos tiempos de espera.

Para ello aplicaremos el método de “**Teoría de colas**” utilizando el modelo de servidor múltiple M/M/c. El objetivo será evaluar la estabilidad del sistema con los datos actuales de  $c = 3$  agentes, y calcular métricas clave como el número promedio de clientes en Cola y el tiempo promedio de espera.

El análisis que se generara al utilizar el modelo M/M/c permitirá establecer una solución numérica que justifique la necesidad optima de agentes, proveyendo a **GuateResponde** una recomendación basada en datos para alcanzar la meta de un tiempo de espera menor a los 2 minutos para la recuperación de la satisfacción de los clientes.

## ANTECEDENTES DE LA EMPRESA

**GuateResponde, S.A.** Es un centro de atención telefónica clave en Guatemala, especializado en brindar soporte e información a un alto volumen de clientes. Actualmente, la empresa opera con 3 agentes de servicio.

- **Nombre:** GuateResponde, S.A.
- **Sector:** Centro de atención telefónica enfocado en brindar información y soporte al cliente en Guatemala.
- **Contexto:** La empresa se especializa en manejar un alto volumen de llamadas de clientes que solicitan información general y asistencia.
- **Problema Operacional:** El creciente volumen de llamadas ha puesto a prueba la capacidad actual de atención, lo que motiva el análisis de colas para optimizar la dotación de agentes y mejorar la calidad del servicio.

# DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Determinar si la capacidad actual de 3 agentes en **GuateResponde** es suficiente para manejar el volumen de llamadas de manera estable y eficiente, y cuantificar el nivel de espera y ocupación bajo las condiciones dadas, la tasa de llegada es de 36 llamadas por hora y la tasa de servicio por agente es de 15 llamadas por hora.

# OBJETIVO DEL ESTUDIO

1. Modelar el sistema de llamadas como una cola M/M/3.
2. Verificar la estabilidad del sistema.
3. Calcular las métricas operacionales clave: Probabilidad de cero clientes P0, el número promedio en cola Lq, el número promedio en el sistema L, el tiempo promedio en cola Wq, el tiempo promedio en el sistema W, y la probabilidad de espera Pw.
4. Recomendar el número mínimo de agentes necesario para alcanzar un tiempo de espera en cola Wq menor a 2 minutos.

# META PARA EL PROYECTO

Proveer una solución numérica basada en el modelo M/M/3 que justifica la dotación actual de agentes o, alternativamente, proponga un aumento en la dotación que mejore la calidad del servicio, estableciendo un tiempo de espera en cola Wq menor a 2 minutos.

# BENEFICIOS QUE SE ESPERA OBTENER

- Mejora de la satisfacción del cliente: Al reducir los tiempos de espera.
- Optimización de costos: Al determinar la dotación mínima y eficiente de agentes.
- Toma de decisiones basada en datos: Proporcionar métricas claras para la gestión operativa del centro de llamadas.

# HERRAMIENTAS APLICADAS

El sistema se modela como una cola M/M/c siendo c = 3 agentes.

Parámetro	Valor	Descripción
Tasa de llegada	36 llamadas /hora	Proceso de Poisson.
Tasa de servicio	15 llamadas/hora	Servicio Exponencial
Número de agentes	3 agentes	

## Análisis de Datos: Verificación de la Estabilidad

Para que el sistema de Teoría de Colas M/M/c sea estable, la utilización debe ser menor a 1.

La fórmula para calcular la utilización del sistema (p) es la siguiente:

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$$

Sustituyendo los valores de la tasa de llegada, la tasa de servicio y el número de agentes

$$36 \quad 36$$

$$p = \frac{36}{3*15} = \frac{36}{45} = 0.8$$

Dado que  $p = 0.8$  es menor que 1, el sistema de GuateResponde con 3 agentes es ESTABLE. Esto significa que, a largo plazo, la capacidad de servicio es suficiente para manejar la demanda, y el sistema no colapsará.

## Cálculo de Métricas del Sistema (M/M/3)

Se utiliza la siguiente notación: Tasa de llegada / Tasa de servicio

## Probabilidad de 0 clientes (P0)

La fórmula para P0 en un sistema M/M/c es:

$$P_0 = \left[ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!} \left( \frac{1}{1-\rho} \right) \right]^{-1}$$

Primero, Calculamos  $36/15 = 2.4$

Sustituimos:

$$P_0 = \left[ \left( \frac{2.4^0}{0!} + \frac{2.4^1}{1!} + \frac{2.4^2}{2!} \right) + \frac{2.4^3}{3!} \left( \frac{1}{1-0.8} \right) \right]^{-1}$$
$$P_0 = [6.28 + 2.304 \times 5]^{-1} = [17.8]^{-1}$$

$$P_0 = 0.05618 \quad (5.62\%)$$

## Probabilidad de espera (Pw)

$$P_w = \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!} \left( \frac{1}{1-\rho} \right) P_0$$

Sustituyendo los valores:

$$P_w = 11.52 * 0.05618 = 0.6472$$

$$P_w = 64.72\%$$

## Número Promedio en Cola (Lq)

Lq es el número promedio de clientes esperando a ser atendidos.

$$L_q = P_w \left( \frac{\rho}{1 - \rho} \right)$$

0.8

$$L_q = 0.6472 \text{ (-----)} = 0.6472 * 4$$

1 – 0.8

$$L_q = 2.5888 \text{ clientes}$$

## Tiempo Promedio en Cola (Wq)

Wq es el tiempo promedio que un cliente pasa esperando antes de ser atendido.

$$(W_q = L_q / \lambda).$$

En Horas: 2.5888

$$W_q = \text{-----} = 0.07191 \text{ horas}$$

36

En Minutos: 0.07191 horas \* 60 = 4.315 minutos

## Tiempo Promedio en el Sistema (W)

W es el tiempo total que un cliente pasa en el sistema.

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

En Horas: 1

$$0.07191 + \text{---} = 0.13858 \text{ horas}$$

15

En minutos: W = 8.315 Minutos

## Número Promedio en el Sistema (L)

L = 4.9888 Clientes

$$L = \lambda W$$

# RESUMEN DE MÉTRICAS M/M/3

MÉTRICA	VALOR	UNIDAD
Utilización	0.80	-
No. De Cola	2.5888	Clientes
No. En Sistema	4.9888	Clientes
Tiempo en Cola	0.07191	Horas
Tiempo en Cola	4.315	Minutos
Tiempo en Sistema	8.315	Minutos
Probabilidad	0.6472	-

## Análisis de Datos: Agentes mínimos (c) para Wq < 2 Minutos

El objetivo del proyecto es encontrar el menor número entero de agentes tal que el tiempo promedio de espera en cola Wq sea menor a 2 minutos.

2

$$Wq < 2 \text{ minutos} = \frac{2}{60} = 0.03333 \text{ horas}$$

60

Se utiliza la formula para Wq en modelo M/M/c y se realiza la prueba con c = 4 agentes

Prueba con c = 4 agentes M/M/4

$$\frac{36}{60} = 0.6$$

$$\text{Utilización } p = \frac{4 * 15}{60} = 0.6 \text{ Estable}$$

$$\frac{4 * 15}{60} = 0.6$$

Cociente 2.4

1. Cálculo de P0 con c = 4 Se aplica la fórmula de P0 para c = 4

$$P_0 = \left[ \sum_{n=0}^3 \frac{2.4^n}{n!} + \frac{2.4^4}{4!} \left( \frac{1}{1 - 0.6} \right) \right]^{-1}$$

El calculo devuelve un resultado de:  $P_0 = 0.08306$

2. Cálculo de Probabilidad de Espera (Pw)

$$Pw = 3.456 * 0.08306 = 0.2869$$

3. Calculo de Tiempo Promedio en Cola (Wq)

$$W_q = P_w \left( \frac{\rho}{\lambda(1 - \rho)} \right) \approx 0.01195 \text{ horas}$$

Convirtiendo a minutos:

$$Wq = 0.01195 * 60 = 0.717 \text{ minutos}$$

Ya que 0.717 minutos es menor que 2 minutos, se determina que el mínimo número entero de agentes necesario para cumplir con la meta de calidad de servicio es 4.

## MEJORAS O RECOMENDACIONES

- Dotación de Agentes: El sistema M/M/3 opera con un tiempo de espera en cola de 4.315 minutos. Para cumplir con la meta de  $Wq < 2$  minutos, se recomienda aumentar el número de agentes a 4. Esto reduciría el tiempo de espera a aproximadamente 0.717 minutos, mejorando significativamente la calidad del servicio.
- Gestión de la Demanda: Analizar la posibilidad de desviar llamadas en horas pico o promover el autoservicio (IVR) para reducir la tasa de llegada  $\lambda$  al sistema atendido por humanos.

## **BENEFICIOS ECONOMICOS O EN RECURSOS**

- Con 3 Agentes: Se ahorra un sueldo, pero se incurre en el costo de la insatisfacción del cliente debido al largo tiempo de espera 4.315 minutos y la alta probabilidad de espera 64.72%. Esto puede llevar a la pérdida de clientes.
- Con 4 Agentes: Se incurre en un costo adicional de un sueldo, pero la mejora de la eficiencia es notable: el tiempo de espera en cola se reduce a 0.717 minutos. El beneficio supera el costo al reducir la tasa de abandono de llamadas y aumentar la retención/satisfacción del cliente, lo que se traduce en mayores ingresos y una mejor reputación. La inversión en un agente adicional se justifica por el retorno en calidad de servicio.

## **CONCLUSIONES**

1. Estabilidad: El sistema M/M/3 es estable con una utilización del 80%, lo que significa que a largo plazo, los agentes no se saturarán, pero el 64.72% de los clientes tendrá que esperar.
2. Desempeño Actual: Con 3 agentes, el tiempo promedio de espera en cola Wq es de 4.315 minutos, excediendo el objetivo de 2 minutos.
3. Dotación Óptima: El número mínimo de agentes necesario para que el tiempo medio en cola Wq sea menor a 2 minutos es de 4 agentes, lo que reduce Wq a aproximadamente 0.717 minutos.

## **RECOMENDACIONES**

Implementar la contratación e integración de un agente adicional para operar con una dotación de 4 agentes de servicio. Esto garantizará que la calidad del servicio cumpla con el estándar de un tiempo de espera en cola menor a dos minutos, optimizando la satisfacción del cliente y la operatividad del centro de llamadas.