a) $J\ddot{q}+k\dot{q}+mga\cos(q)=\tau$

Definimos las variables de estado:

$$x1 = q \qquad x2 = q'$$

$$x1' = q' = x2 \qquad x' = b$$

Despejamos q’’

$$J\ddot{q} + k\dot{q} = \tau - mga\,cos(q)$$

$$J\ddot{q} = \tau - mga\,cos(q) - kq'$$

$$\ddot{q} = (1/J) * (\tau - mga\,cos(q) - kq')$$

Por lo tanto, el sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden es:

$$q'' = (1/J) * (- kq' - mga\,cos(q) + \tau)$$

$$x2' = (1/J) * (- kx2 - mga\,cos(x1) + \tau)$$

b) $L\ddot{q}+R\dot{q}+1/C\ q=E$

Variables de estado con n-1

$$x1 = q \qquad x2 = q'$$

$$x1' = q' = x2 \qquad x' = b$$

Despejamos para q’’ y sustituimos x’s en b

$$q'' = 1/L\,(E - Rq' - 1/LC\,q)$$

$$x2' = (E/L - Rx2/L - x1/LC)$$

Creamos la matriz

$$x1' = (0x1 + 1x2 + 0C)$$

$$x2' = (- x1/LC - x2R/L + E/L)$$

Matrices

$$\begin{bmatrix} x1' \\ x2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1/LC & -R/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/LC \end{bmatrix} E$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x + 0 \quad E$$

c) τ^2 ÿ+2ετy ̇+y=x

Variables de estado con n-1

$$x1 = y \qquad x2 = y'$$

$$x1' = y' = x2 \qquad x' = b$$

Despejamos para q'' y sustituimos x's en b

$$y'' = 1/\tau^2 (x - 2E\tau y' - y)$$

$$x2' = (x/\tau^2 - 2Ex2/\tau - x1/\tau^2)$$

Creamos la matriz

$$\begin{bmatrix} x1' \\ x2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1/\tau^2 & -2E/\tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau^2 \end{bmatrix} y$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x + 0 \quad y$$

Conclusiones

En esta serie de ecuaciones podemos ver como se hacen las matrices de estado, excepto para el caso de la ecuación 1 donde tenemos una ecuación no lineal; pero por qué no es lineal esto porque las variables se modifican con el tiempo, en este caso el factor que modifica a la variable, es el cos(x), debido a esto no es posible realizar la matriz; para poder representarlo de esta manera es necesario hacer una linealización.

Para esta tarea no se va a linealizar y solo se definieron las variables de estado como propósito