Campus Puebla

Materia

Integración de Robótica y Sistemas Inteligentes TE3003B

Challenge III

Integrantes

José Jezarel Sánchez Mijares A01735226

Antonio Silva Martínez A01173663

Dana Marian Rivera Oropeza A00830027

Fecha: 26 de abril de 2024

Contenidos

Resumen

La linealización de sistemas dinámicos es esencial en ingeniería y robótica para simplificar y controlar sistemas complejos. En robots móviles, donde la dinámica no lineal puede ser desafiante, la linealización es crucial para comprender y controlar su comportamiento. Implica aproximar un sistema por un modelo lineal alrededor de un punto de operación, facilitando el análisis y diseño de controladores. En el caso de robots móviles como el Puzzlebot, la linealización simplifica su descripción dinámica, facilitando el diseño de algoritmos de control y la predicción de su comportamiento.

En este informe, se explora la linealización aplicada al Puzzlebot, un robot móvil utilizado en aplicaciones de manipulación y ensamblaje de piezas. Se analiza el funcionamiento de la linealización, su desarrollo y las bases teóricas que sustentan esta técnica. Además, se comparará el comportamiento del sistema linealizado con el sistema original no lineal, destacando las ventajas y limitaciones de cada enfoque. Este análisis proporcionará una comprensión profunda de la linealización de robots móviles y su relevancia en la robótica, con el objetivo de mejorar el control y la eficiencia de los sistemas robóticos en diversas aplicaciones.

Objetivos

- Linealizar un sistema dinámico y comparar su comportamiento con el sistema real no lineal original.
- Linealización de robots móviles.

Introducción

La linealización de sistemas dinámicos es una técnica fundamental en el campo de la ingeniería y la robótica que permite simplificar la descripción y el análisis de sistemas complejos. En el contexto de los robots móviles, donde la dinámica no lineal puede presentar desafíos significativos, la linealización emerge como una herramienta crucial para comprender y controlar el comportamiento del sistema.

La linealización de un sistema dinámico implica aproximarlo por un modelo lineal alrededor de un punto de operación específico, lo que facilita el análisis y el diseño de controladores. Este proceso implica la derivación de las ecuaciones lineales que describen el comportamiento del sistema en torno a un punto de operación establecido, generalmente el punto de equilibrio.

En el caso particular de los robots móviles, la linealización es especialmente relevante debido a la naturaleza no lineal de su dinámica, que incluye factores como la fricción, la inercia y la geometría del robot. Al linealizar un robot móvil, se simplifica su descripción dinámica, lo que facilita el diseño de algoritmos de control y la predicción de su comportamiento en diferentes situaciones.

En este informe, explicaremos el proceso de linealización aplicado al puzzlebot, un tipo de robot móvil utilizado en aplicaciones de manipulación y ensamblaje de piezas. Analizaremos el funcionamiento de la linealización, su desarrollo y las bases teóricas que sustentan esta técnica. Además, compararemos el comportamiento del sistema linealizado con el sistema original no lineal, destacando las ventajas y limitaciones de cada enfoque.

Por tanto, este informe proporcionará una comprensión profunda de la linealización de robots móviles y su relevancia en el campo de la robótica, con el objetivo de ofrecer una visión integral sobre cómo esta técnica puede mejorar el control y la eficiencia de los sistemas robóticos en diversas aplicaciones.

Solución del challenge

El Puzzlebot es un robot diferencial, lo que significa que su movimiento se controla mediante la velocidad de sus ruedas izquierda y derecha. Su modelo cinemático se puede representar de la siguiente manera:

Variables de Estado
x: posición en el eje x del robot.
y: posición en el eje y del robot.
θ: orientación del robot.

Variables de Control
vl : velocidad de la rueda izquierda.
vr : velocidad de la rueda derecha.

Las ecuaciones que describen la evolución de las variables de estado en función de las variables de control son las siguientes:

$$x' = 2/r(vl + vr)cos(\theta)$$
$$y^{\cdot} = 2/r(vl + vr)sin(\theta)$$
$$\theta^{\cdot} = r/L(vr - vl)$$

Estas ecuaciones describen cómo las velocidades de las ruedas izquierda y derecha afectan la posición y orientación del robot en el plano.

Para poder linealizar nuestro modelo necesitamos calcular las derivadas parciales con respecto a x, y, θ, v y w. Por lo que nuestra matriz quedaría de la siguiente forma:

$$f(x, y, \theta, v, w) = [v * cos(\theta) \quad v * sin(\theta) \;\; w]^T$$

Esto nos daría como resultado una ecuación en tiempo continuo. Como el propósito es analizar un sistema discreto, reescribimos la ecuación de la siguiente manera:

$$: \begin{bmatrix} s_{x,k-1} + \Delta t \cdot v_k . \cos(s_{\theta,k-1}) \\ s_{y,k-1} + \Delta t \cdot v_k . \sin(s_{\theta,k-1}) \\ s_{\theta,k-1} + \Delta t \cdot \omega_k \end{bmatrix}$$

Posteriormente, se tienen que realizar las derivadas parciales de cada variable en nuestra matriz jacobiana, obteniendo lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial s_{x,k}} & \frac{\partial h_1}{\partial s_{y,k}} & \frac{\partial h_1}{\partial s_{\theta,k}} \\ \frac{\partial h_2}{\partial s_{x,k}} & \frac{\partial h_2}{\partial s_{y,k}} & \frac{\partial h_2}{\partial s_{\theta,k}} \\ \frac{\partial h_3}{\partial s_{x,k}} & \frac{\partial h_3}{\partial s_{y,k}} & \frac{\partial h_3}{\partial s_{\theta,k}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta t \cdot v_k \cdot \sin(\mu_{\theta,k-1}) \\ 0 & 1 & \Delta t \cdot v_k \cdot \cos(\mu_{\theta,k-1}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para el código de Python, se utilizó la matriz jacobiana, que es una matriz de derivadas parciales. Esta matriz se calcula evaluando las derivadas parciales de las funciones que describen la evolución de las variables de estado (posición y orientación) en función de las variables de control (velocidades de las ruedas).

En el caso del Puzzlebot, las ecuaciones cinemáticas relacionan las velocidades de las ruedas con las derivadas de la posición y la orientación. Al tomar las derivadas parciales de estas ecuaciones con respecto a cada variable de estado y de control, se obtiene la matriz jacobiana. Esta matriz nos da información sobre cómo pequeños cambios en las variables de control afectan a las variables de estado, lo cual es fundamental para el diseño de controladores lineales.

La matriz jacobiana se utiliza en el proceso de linealización para aproximar el comportamiento del sistema cerca de un punto de operación específico. Alrededor de este punto, se puede considerar que el sistema se comporta de manera lineal, lo cual facilita el diseño de controladores y la predicción del comportamiento del robot en diferentes condiciones.

Pseudocódigo de funcionamiento de Python:

```
        Función linearizar_modelo(Puzzlebot):
    Inicializar matriz_jacobiana como matriz vacía
    Para cada variable de estado y de control:
    Para cada variable de estado y de control:
    Calcular la derivada parcial de la variable de estado con respecto a la variable de control
    Agregar la derivada parcial a la matriz_jacobiana
    Devolver matriz_jacobiana

Puzzlebot = Crear_Puzzlebot()  # Crear una instancia del Puzzlebot con sus parámetros
Matriz_Jacobiana = linearizar_modelo(Puzzlebot)   # Obtener la matriz jacobiana del Puzzlebot
```

Resultados

https://youtu.be/vijlaQN0FcM?feature=shared

Conclusiones

La linealización de sistemas dinámicos, como se ha explorado en este informe, es una técnica fundamental en la ingeniería y la robótica, especialmente en el contexto de robots móviles como el Puzzlebot. Permite simplificar la descripción y el análisis de sistemas complejos, facilitando el diseño de controladores y la predicción del comportamiento del robot en diversas situaciones.

Al aproximar un sistema no lineal por un modelo lineal alrededor de un punto de operación específico, la linealización ofrece una visión clara de cómo pequeños cambios en las variables de control afectan a las variables de estado del sistema. Esto resulta invaluable en el diseño de algoritmos de control eficientes y en la optimización del rendimiento del robot en aplicaciones prácticas.

Además, la comparación entre el sistema linealizado y el sistema original no lineal resalta las ventajas y limitaciones de cada enfoque. Si bien la linealización simplifica el análisis, es importante recordar que es una aproximación válida solo en entornos cercanos al punto de operación. En situaciones donde las condiciones varían significativamente, puede ser necesario considerar la dinámica no lineal completa del sistema.

Referencias

Martínez, M. M. (2024). MCR2_RandomVariables_Linearisation. Manchester Robotics. https://github.com/ManchesterRoboticsLtd/TE3003B_Integration_of_Robotics_and_Intelligent_Systems/blob/main/Week%203/Presentations/MCR2_RandomVariables_Linearisation.pdf